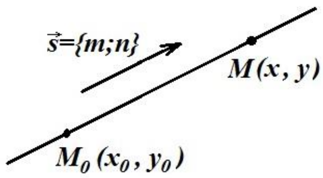
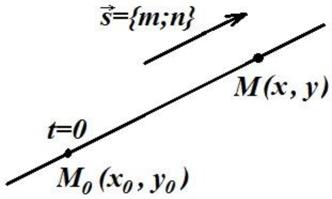
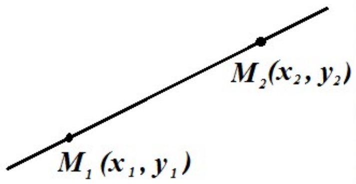
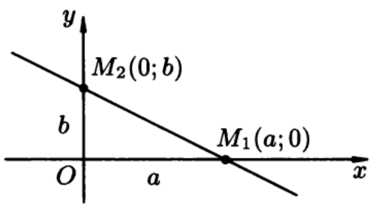
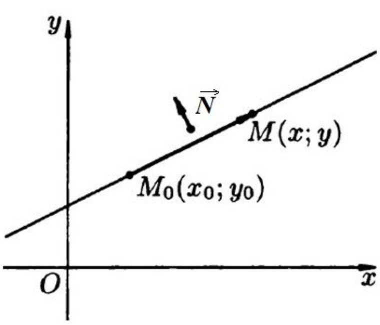
Семинар 9

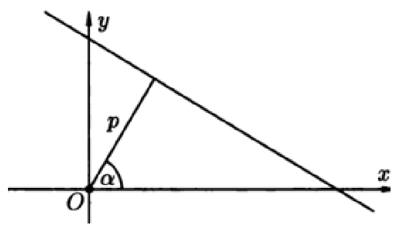
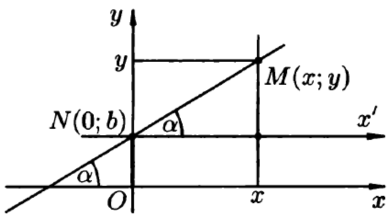
ПРЯМАЯ НА ПЛОСКОСТИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ. Перед рассмотрением примеров и решением задач необходимо ознакомиться с материалами Лекции 9 Прямая на плоскости. Выписать основные определения и формулы.

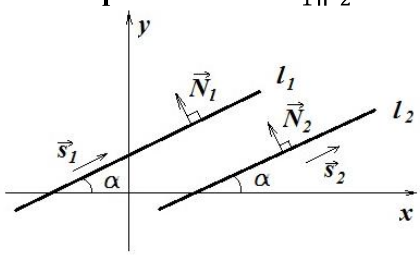
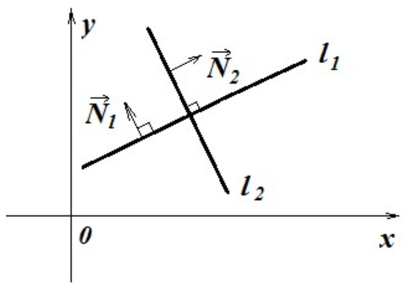
Для наглядности представим основной теоретический материал по теме в виде двух таблиц.

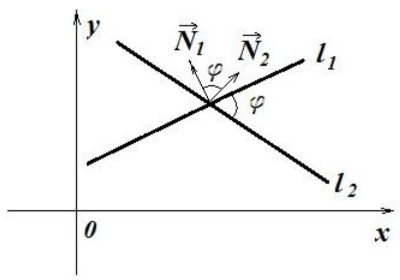
Уравнения прямой на плоскости

№	Вид уравнения	Название	Чертеж
1.	$\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \end{cases}, t \in (-\infty; +\infty)$	Параметрические уравнения прямой	
2.	$\dfrac{x - x_0}{m} = \dfrac{y - y_0}{n}$	Каноническое уравнение прямой	
3.	$\dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1}$	Уравнение прямой проходящей через две точки	
4.	$\dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} = 1$	Уравнение прямой в отрезках	
5.	$Ax + By + C = 0,$ $\vec{N} = \{A, B\}$ - вектор нормали прямой, $A^2 + B^2 \neq 0$ $A(x - x_0) + B(y - y_0) = 0$	Общее уравнение прямой	

6.	$x\cos\alpha + y\sin\alpha - p = 0,$ $\mu = \frac{\pm 1}{\sqrt{A^2+B^2}}$ - нормирующий множитель, знак μ противоположен знаку свободного члена C в общем уравнении прямой: $Ax + By + C = 0$	Нормальное уравнение прямой	
7.	$y = kx + b,$ $k = tg\alpha$ $y - y_0 = k(x - x_0)$	Уравнение прямой с угловым коэффициентом	

$M_0(x_0; y_0)$ - точка, через которую проходит прямая
$\vec{s} = \{m; n\}$ - направляющий вектор прямой
$\vec{N} = \{A, B\}$ - вектор нормали прямой
k - угловой коэффициент прямой

Условия взаимного расположения прямых l_1 и l_2			**Взаимное расположение прямых**
$l_1\colon\ \frac{x-x_1}{m_1} = \frac{y-y_1}{n_1}$ $l_2\colon\ \frac{x-x_2}{m_2} = \frac{y-y_2}{n_2}$	$l_1\colon\ y = k_1x + b_1$ $l_2\colon\ y = k_2x + b_2$	$l_1\colon\ A_1x + B_1y + C_1 = 0$ $l_2\colon\ A_2x + B_2y + C_2 = 0$	
$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2}$	$k_1 = k_2$	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} \neq \frac{C_1}{C_2}$ Если прямые совпадают, то $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$	**Параллельность** $l_1 \parallel l_2$  $\vec{s}_1 \parallel \vec{s}_2 \quad \vec{N}_1 \parallel \vec{N}_2$
$m_1m_2 + n_1n_2 = 0$	$k_1 \cdot k_2 = -1$	$A_1A_2 + B_1B_2 = 0$	**Перпендикулярность** $l_1 \perp l_2$  $\vec{s}_1 \perp \vec{s}_2 \quad \vec{N}_1 \perp \vec{N}_2$

<table>
<tr>
<td>Точка пересечения:
$$\begin{cases}\dfrac{x-x_1}{m_1}=\dfrac{y-y_1}{n_1}\\ \dfrac{x-x_2}{m_2}=\dfrac{y-y_2}{n_2}\end{cases}$$
Угол между прямыми:
$$cos\,\varphi=\frac{|\vec{s}_1\cdot\vec{s}_2|}{|\vec{s}_1|\cdot|\vec{s}_2|}=$$$$=\frac{|m_1m_2+n_1n_2|}{\sqrt{m_1^2+n_1^2}\cdot\sqrt{m_2^2+n_2^2}}$$</td>
<td>Точка пересечения:
$$\begin{cases}y=k_1x+b_1\\ y=k_2x+b_2\end{cases}$$
Угол между прямыми:
$$tg\,\varphi=\left|\frac{k_2-k_1}{1+k_1k_2}\right|$$</td>
<td>Точка пересечения:
$$\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1=0\\ A_2x+B_2y+C_2=0\end{cases}$$
Угол между прямыми:
$$cos\,\varphi=\frac{\left|\vec{N}_1\cdot\vec{N}_2\right|}{\left|\vec{N}_1\right|\cdot\left|\vec{N}_2\right|}=$$$$=\frac{|A_1A_2+B_1B_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2}\cdot\sqrt{A_2^2+B_2^2}}$$</td>
<td>Пересечение $l_1\cap l_2$
</td>
</tr>
</table>

Задача 1. Дано уравнение прямой

$$\frac{x-4}{-3}=\frac{y+6}{2}$$

1) Через какую точку проходит данная прямая и какие координаты имеет ее направляющий вектор?
2) Записать общее уравнение прямой, найти координаты вектора нормали и угловой коэффициент прямой.
3) Записать параметрические уравнения данной прямой, проверить лежит ли точка $A(-2;-2)$ на этой прямой, в случае положительного ответа, найти значение параметра, соответствующее данной точке.

Решение.

1) Данное уравнение является каноническим уравнением прямой: $x_0=4, y_0=-6$, $m=-3$, $n=2$. Следовательно, прямая проходит через точку $M_0(4;-6)$, параллельно вектору

$\vec{s}=\{-3;2\}$ - направляющий вектор прямой.

2) Из равенства $\frac{x-4}{-3}=\frac{y+6}{2}\Rightarrow 2(x-4)=-3(y+6)\Rightarrow 2x+3y+10=0$ – общее уравнение прямой $\Rightarrow$ $\vec{N}=\{2;3\}$ – вектор нормали этой прямой.

Приведем общее уравнение к виду: $y=kx+b$.

$2x+3y+10=0\ \Rightarrow y=-\frac{2}{3}x-\frac{10}{3}\Rightarrow k=-\frac{2}{3}$ - угловой коэффициент прямой. Так как $k<0$, то прямая образует с осью Ox тупой угол ($k=tg\alpha$).

3) Из канонического уравнения прямой получим параметрические уравнения:

$$\frac{x-4}{-3}=\frac{y+6}{2}=t\ \Rightarrow\begin{cases}\dfrac{x-4}{-3}=t\\ \dfrac{y+6}{2}=t\end{cases},\qquad t\in(-\infty;+\infty)\ \Rightarrow$$

$$\begin{cases}x=4-3t\\ y=-6+2t\end{cases},\ t\in(-\infty;+\infty)\text{ – параметрические уравнения прямой}$$

Подставим координаты точки $A(-2;-2)$ в уравнения прямой:

$$\begin{cases} -2 = 4 - 3t \\ -2 = -6 + 2t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -3t = -6 \\ 2t = 4 \end{cases} \Rightarrow \text{система совместна,}$$

следовательно точка $A(-2;-2)$ лежит на прямой и $t = 2$ – соответствующее значение параметра.

Задача 2. Написать параметрические уравнения прямой AB, если $A(-3;4)$ и $B(5;0)$.

Решение.

Найдем координаты направляющего вектора $\vec{s}$ прямой AB:

$$\overrightarrow{AB} = \{5-(-3); 0-4\} = \{8;-4\} \Rightarrow \vec{s} = \{2;-1\} \parallel \overrightarrow{AB} \Rightarrow m = 2, n = -1.$$

В качестве точки на прямой возьмем точку $A(-3;4) \Rightarrow x_0 = -3, y_0 = 4$.

Подставляя эти данные в параметрические уравнения прямой: $\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \end{cases}, t \in (-\infty;+\infty)$ получим:

$$\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 - t \end{cases}, \ t \in (-\infty;+\infty)$$

При $t = 0$ получаем координаты точки A, а точке $B(5;0)$ соответствует $t = 4$.

Ответ: $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = 4 - t \end{cases}, \ t \in (-\infty;+\infty)$.

Задача 3. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $A(-1;-2)$ под углом $120°$ к оси Ox.

Решение. Найдем угловой коэффициент прямой: $k = tg\varphi = tg\frac{2\pi}{3} = -\sqrt{3}$.

Воспользуемся формулой: $y - y_A = k(x - x_A) \Rightarrow$

$$y + 2 = -\sqrt{3}(x+1) \Rightarrow y = -\sqrt{3}x - \sqrt{3} - 2 \text{ – искомое уравнение прямой.}$$

Ответ. $y = -\sqrt{3}x - \sqrt{3} - 2$

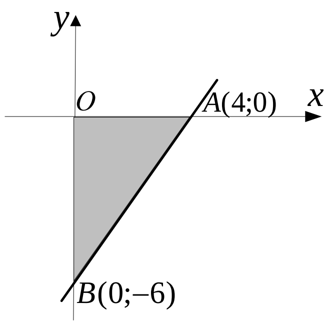
Задача 4. Вычислить площадь треугольника, отсекаемого прямой $3x - 2y - 12 = 0$ от координатных осей.

Решение. Запишем уравнение прямой в отрезках:

$$3x - 2y - 12 = 0 \Rightarrow 3x - 2y = 12 \Rightarrow \frac{x}{4} + \frac{y}{-6} = 1$$

Прямая отсекает от координатных осей отрезки длины 4 и 6, проходя через точки $A(4;0)$ и $B(0;-6)$.

$$S_{AOB}=\frac{1}{2}OA\cdot OB=\frac{1}{2}4\cdot 6=12$$



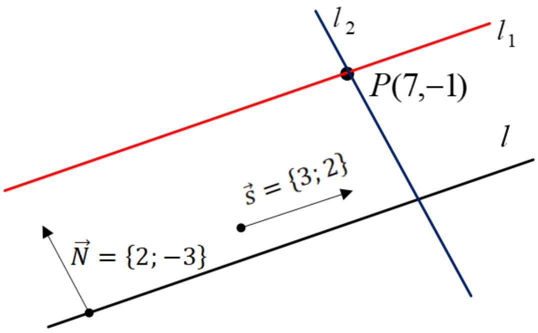
Ответ. $S_{AOB}=12$.

Задача 5. Составить общее уравнение прямой, проходящей через точку $P(7;-1)$

a) параллельно прямой l: $2x-3y-5=0$;
b) перпендикулярно прямой l: $2x-3y-5=0$.

Решение.

а) ***I способ.*** Из общего уравнения прямой l: $2x-3y-5=0$ можно найти координаты вектора нормали к этой прямой $\vec{N}=\{2;-3\}, \vec{N}\perp l$.
Если $l_1\|l$, то $\vec{N}\perp l_1$ (см. рисунок).



Тогда общее уравнение прямой l_1 можно записать, используя формулу:

$$A(x-x_0)+B(y-y_0)=0,$$

где $\{A;B\}$ – координаты вектора нормали к прямой,
$(x_0;y_0)$ – координаты точки, через которую проходит прямая.

Уравнение прямой $l_1\|l$ имеет вид:

$2(x-7)-3(y+1)=0 \Rightarrow\ 2x-3y-17=0$ – общее уравнение искомой прямой.

II способ. Из уравнения прямой l: $2x-3y-5=0$, имеем $y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{2}\Rightarrow k=\frac{2}{3}$ - угловой коэффициент прямой l.

Если $l_1\|l$, то $k_1=k=\frac{2}{3}$. Тогда уравнение искомой прямой можно найти по формуле:

$$y-y_P=k_1(x-x_P)$$

Подставим координаты точки P и найденное значение k_1:

$$y+1=\frac{2}{3}(x-7)\Rightarrow 3y+3=2x-14\Rightarrow$$

$$2x-3y-17=0 \text{ – общее уравнение искомой прямой.}$$

b) ***I способ.*** Если прямая l_2 перпендикулярна прямой l, то вектор нормали $\vec{N} = \{2; -3\}$ прямой l: $2x - 3y - 5 = 0$ является направляющим вектором прямой l_2 (см. рисунок). Тогда можно записать каноническое уравнение прямой l_2, используя формулу:

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n}$$

где $\{m; n\}$ – координаты направляющего вектора прямой l_2, $(x_0; y_0)$ – координаты точки, через которую проходит прямая.

Тогда уравнение прямой $l_2 \perp l$ имеет вид:

$$\frac{x - 7}{2} = \frac{y + 1}{-3} \Rightarrow -3(x - 7) = 2(y + 1) \Rightarrow -3x + 21 = 2y + 2 \Rightarrow$$

$3x + 2y - 19 = 0$ – общее уравнение искомой прямой.

II способ. Из уравнения прямой l: $2x - 3y - 5 = 0$, имеем $y = \frac{2}{3}x - \frac{5}{2} \Rightarrow k = \frac{2}{3}$ - угловой коэффициент прямой l. Тогда угловой коэффициент k_2 искомой прямой l_2 найдем из условия перпендикулярности прямых: $k_2 = -\frac{1}{k} = -\frac{3}{2}$.

Уравнение искомой прямой: $y - y_A = k_2(x - x_A)$. Подставим координаты точки A и найденное значение k_2: $y + 1 = -\frac{3}{2}(x - 7) \Rightarrow 2y + 2 = -3x + 21 \Rightarrow$

$3x + 2y - 19 = 0$ – общее уравнение искомой прямой.

Ответ: а) $2x - 3y - 17 = 0$; б) $3x + 2y - 19 = 0$.

Задача 6. Дан треугольник координатами вершин $A(1; 2)$, $B(4; 3)$ и $C(1; 3)$. Составить уравнения его сторон.

Решение. У точек A и B абсциссы и ординаты различные. Подставим координаты точек A и B в уравнение:

$$\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$$

$$\frac{x - 1}{4 - 1} = \frac{y - 2}{3 - 2} \Rightarrow \frac{x - 1}{3} = \frac{y - 2}{1} \Rightarrow x - 1 = 3y - 6 \Rightarrow$$

$x - 3y + 5 = 0$ – уравнение стороны AB.

Точки B и C имеют одинаковые ординаты, следовательно, сторона BC параллельна оси Ox:

$y = 3$ - уравнение стороны BC.

Точки A и C имеют одинаковые абсциссы, следовательно, сторона AC параллельна оси Oy:

$x = 1$ - уравнение стороны AC.

Ответ: AB: $x - 3y + 5 = 0$, BC: $y = 3$, AC: $x = 1$.

Задача 7. Дан треугольник ABC с вершинами $A(2;-3)$, $B(1;4)$, $C(3;1)$. Найти:

1) уравнение высоты CH (общее и с угловым коэффициентом);
2) координаты точки P - точки пересечения медианы AM и высоты CH;
3) длину высоты CH;
4) координаты точки K – точки пересечения медиан треугольника ABC.

Решение.

1) Так как $\overrightarrow{AB} \perp CH$, то $\vec{N} = \overrightarrow{AB}$ – вектор нормали к прямой CH.

$$\vec{N} = \overrightarrow{AB} = (1-2; 4-(-3)) = (-1; 7)$$

Найдем общее уравнение прямой CH по формуле: $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$, подставляя вместо x_0, y_0 координаты точки C, а вместо коэффициентов A и B координаты вектора нормали:

$$-(x-3)+7(y-1)=0 \Rightarrow -x+7y-4=0$$

$$x-7y+4=0 \text{ - общее уравнение высоты } CH.$$

Чтобы получить уравнение с угловым коэффициентом, выразим y через x:

$$y = \frac{1}{7}x + \frac{4}{7}, \qquad \text{угловой коэффициент } k = \frac{1}{7}$$

2) Чтобы найти координаты точки P - пересечения медианы AM и высоты CH, найдем уравнение медианы AM.

Найдём координаты точки M - середины стороны BC :

$$M = \left(\frac{1+3}{2}; \frac{4+1}{2}\right) = \left(2; \frac{5}{2}\right)$$

Вектор $\overrightarrow{AM}$ - направляющий вектор медианы AM :

$$\overrightarrow{AM} = \{2-2; 5/2-(-3)\} = \left\{0; \frac{11}{2}\right\}$$

Для удобства возьмём в качестве направляющего вектора медианы вектор $\vec{s} = 2\overrightarrow{AM} = \{0; 11\}$

Запишем параметрические уравнения медианы AM: $\begin{cases} x = x_0 + mt \\ y = y_0 + nt \end{cases}, t \in (-\infty; +\infty)$.

Начальная точка $A(2;-3) \Rightarrow (AM)$: $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 11t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Найдем точку пересечения медианы AM и высоты CH, решив систему:

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 11t \\ x - 7y + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2 - 7(-3+11t) + 4 = 0 \Leftrightarrow -77t = -27 \Leftrightarrow t = \frac{27}{77}$$

Подставим найденное значение параметра t в параметрические уравнения медианы AM:

$$P: \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 + 11 \cdot \dfrac{27}{77} \end{cases} \Rightarrow P(2; \frac{6}{7})$$

3) Для нахождения длины высоты CH необязательно находить основание высоты H. Длина высоты равна расстоянию от точки C до стороны AB.

Воспользуемся формулой расстояния от точки $M_0(x_0, y_0)$ до прямой l, заданной своим общим уравнением: $Ax + By + C = 0$

$$\rho(M_0, l) = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Найдем уравнение стороны AB по формуле: $\frac{x - x_A}{x_B - x_A} = \frac{y - y_A}{y_B - y_A}$.

$$\frac{x-2}{1-2} = \frac{y+3}{4+3} \Rightarrow 7x - 14 = -y - 3 \Rightarrow 7x + y - 11 = 0$$

Тогда

$$CH = \rho(C, AB) = \frac{|7 \cdot 3 + 1 \cdot 1 - 11|}{\sqrt{7^2 + 1^2}} = \frac{11}{\sqrt{50}} = \frac{11\sqrt{2}}{10}$$

4) Точка K пересечения медиан треугольника ABC. Известно, что три медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся точкой пересечения в отношении 2:1, считая от вершины $\Rightarrow \frac{AK}{KM} = \frac{2}{1} \Rightarrow \lambda = 2$. Координаты точки K можно найти по формулам:

$$x = \frac{x_A + \lambda x_M}{1 + \lambda}, \qquad y = \frac{y_A + \lambda y_M}{1 + \lambda}$$

$$x = \frac{2 + 2 \cdot 2}{1 + 2} = 2, \quad y = \frac{-3 + 2 \cdot \frac{5}{2}}{1 + 2} = \frac{2}{3} \Rightarrow K(2; \frac{2}{3})$$

Ответ: 1) $CH: x - 7y + 4 = 0$ или $y = \frac{1}{7}x + \frac{4}{7}$; 2) $P\left(2; \frac{6}{7}\right)$; 3) $CH = \frac{11\sqrt{2}}{10}$; 4) $K\left(2; \frac{2}{3}\right)$.

Задача 8. Найти точку пересечения и угол между прямыми:

a) $3x - 5y - 21 = 0$ и $2x - y - 7 = 0$;

b) $x + 3y - 5 = 0$ и $3x + 9y + 7 = 0$.

Решение.

a) Чтобы найти точку пересечения прямых, решим систему:

$$\begin{cases} 3x - 5y - 21 = 0 \\ 2x - y - 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x - 5y = 21 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

Искомая точка имеет координаты $(2; -3)$.

Найдем острый угол между данными прямыми как угол между их векторами нормали:

$$\cos\varphi = \frac{|\vec{N}_1 \cdot \vec{N}_2|}{|\vec{N}_1| \cdot |\vec{N}_2|}$$

$\vec{N}_1 = \{3; -5\}, \vec{N}_2 = \{2; -1\} \Rightarrow \cos\varphi = \frac{|3\cdot2+(-5)\cdot(-1)|}{\sqrt{3^2+(-5)^2}\cdot\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \frac{11}{\sqrt{34}\cdot\sqrt{5}} \Rightarrow \varphi = \arccos\frac{11}{\sqrt{34}\cdot\sqrt{5}}$

b) Прямые, определяемые уравнениями $x + 3y - 5 = 0$ и $3x + 9y + 7 = 0$, параллельны, так как коэффициенты при x и y пропорциональны: $\frac{1}{3} = \frac{3}{9} \neq \frac{-5}{7}$, следовательно, общих точек они не имеют и $\varphi = 0$.

Задача 9. Найти острый угол φ между прямыми $y = 2x - 7$ и $y = -3x + 1$.

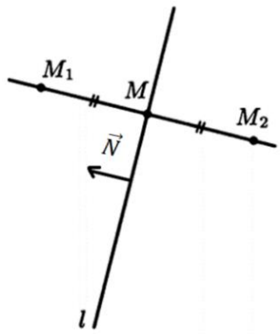
Решение. Угловые коэффициенты заданных прямых равны соответственно $k_1 = 2$ и $k_2 = -3$. Тангенс острого угла между ними найдем по формуле:

$$tg\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1k_2}\right| = \left|\frac{-3 - 2}{1 + 2\cdot(-3)}\right| = \left|\frac{-5}{-5}\right| = |1| = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{4}$$

Ответ: $\frac{\pi}{4}$.

Задача 10. Найти координаты точки M_2, симметричной точке $M_1(1; 7)$ относительно прямой l: $2x - 5y + 4 = 0$.

Решение. Найдем уравнение прямой, проходящей через точку $M_1(1; 7)$ перпендикулярно заданной прямой.



Вектор нормали $\vec{N} = \{2; -5\}$ прямой l: $2x - 5y + 4 = 0$ является направляющим вектором для перпендикуляра к этой прямой, следовательно, можно записать каноническое уравнение прямой M_1M_2, перпендикулярной к прямой l , по формуле:

$$\frac{x - x_0}{m} = \frac{y - y_0}{n}$$

$$\frac{x - 1}{2} = \frac{y - 7}{-5} \Rightarrow -5x + 5 = 2y - 14 \Rightarrow$$

$5x + 2y - 19 = 0$ – уравнение перпендикуляра к прямой l.

Найдем точку M - пересечение перпендикуляра с прямой l, т.е. проекцию точки M_1 на эту прямую.

Для этого решим систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x - 5y + 4 = 0 \\ 5x + 2y - 19 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \Rightarrow M(3; 2).$$

Так как точки M_1 и M_2 симметричны, то точка M является серединой отрезка M_1M_2 и координаты точки M_2 можно найти из соответствующих формул. Обозначим x_2 и y_2 координаты точки M_2:

$$\begin{cases} \dfrac{1 + x_2}{2} = 3 \\ \dfrac{7 + y_2}{2} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 5 \\ y_2 = -3 \end{cases} \Rightarrow \ (5; -3) - \text{координаты точки } M_2$$

$M_2(5; -3)$– точка, симметричная точке $M_1(1; 7)$ относительно прямой l: $2x - 5y + 4 = 0$.

Ответ: $(5; -3)$.

Задача 11. Найти значения параметра a, при которых прямые $(2a + 1)x + (3a + 3)y + 3 = 0$ и $(a + 3)x + (4a + 1)y + 1 = 0$ имеют одну общую точку.

Решение. Две прямые имеют только одну общую точку (прямые пересекаются), если $\frac{2a+1}{a+3} \neq \frac{3a+3}{4a+1}$. Из этого условия найдем значения параметра a:

$$(2a + 1)(4a + 1) \neq (3a + 3)(a + 3) \Rightarrow$$

$$8a^2 + 4a + 2a + 1 \neq 3a^2 + 3a + 9a + 9 \Rightarrow 5a^2 - 6a - 8 \neq 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} a \neq 2 \\ a \neq -\dfrac{4}{5} \end{array} \right.$$

Ответ: $a \neq 2, a \neq -\frac{4}{5}$.

Задача 12. Привести общее уравнение прямой $4x - 3y - 6 = 0$ к нормальному виду. Найти расстояние от начала координат до этой прямой.

Решение.

Найдем нормирующий множитель $\mu = \frac{\pm 1}{\sqrt{A^2+B^2}}$. Так как $\mathrm{C} = -6 < 0 \ \Rightarrow \ \mu = \frac{1}{\sqrt{A^2+B^2}}$,

$$\sqrt{A^2 + B^2} = \sqrt{4^2 + (-3)^2} = \sqrt{25} = 5 \Rightarrow \mu = \frac{1}{5}$$

Приведем общее уравнение прямой $4x - 3y - 6 = 0$ к нормальному виду:

$(4x - 3y - 6) \cdot \mu = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{4}{5}x - \frac{3}{5}y - \frac{6}{5} = 0$ - нормальное уравнение прямой $\Rightarrow$

$p = \frac{6}{5}$ - расстояние от начала координат до прямой.

Ответ: $p = \frac{6}{5}$.

ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Укажите уравнение прямой, проходящей через точки $A(-3; -3)$ и $B(-2; 1)$.

Ответ: $4x - y + 9 = 0$.

2. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(-2;3)$ параллельно прямой $6x-3y-5=0$.

Ответ: $2x-y+7=0$.

3. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(5;-2)$ перпендикулярно прямой $2x+4y+5=0$.

Ответ: $y=2x-12$.

4. Найти координаты точки пересечения прямых $2x+3y-4=0$ и $3x-2y+1=0$.

Ответ: $\left(\frac{5}{13};\frac{14}{13}\right)$.

5. Определить координаты точки, являющейся проекцией точки $A(-2;1)$ на прямую $y=4x+1$.

Ответ: $\left(-\frac{2}{17};\frac{9}{17}\right)$.

6. Найти острый угол между прямыми $2x+y-47=0$ и $3x-2y+11=0$.

Ответ: $tg\varphi=\frac{7}{4}$

7. Вычислите площадь треугольника, отсекаемого прямой $4x+5y+7=0$ от координатного угла.

Ответ: $\frac{49}{40}$

8. Дан ΔABC с вершинами $A(-1{,}0)$, $B(5{,}8)$, $C(7{,}2)$. Найти: а) уравнение AC; б) уравнение медианы BM; в) уравнение высоты BH; г) длину высоты BH; д) величину угла MBH.

9. Определить при каком значении параметра a три прямые $2x-y+3=0$, $2x+y+3=0$ и $ax+y-13=0$ будут пересекаться в одной точке.

Ответ: $a=-26/3$.

10. Найдите все значения параметра a, при которых прямые $(2a+2)x+(a+3)y+\frac{5}{3}=0$ и $(a+2)x+(2a+1)y-\frac{5}{3}=0$ параллельны (не имеют общих точек).

Ответ: $a=1$.

11. Найдите все значения параметра a, при которых прямые $(2a+1)x+(2a+3)y-1=0$ и $(a+2)x+(3a+2)y+1=0$ имеют одну общую точку.

Ответ: $a\neq\pm1$.

12. Найдите все значения параметра a, при которых прямые $(2a+1)x+(a+3)y+\frac{5}{3}=0$ и $(a+2)x+(2a+2)y-\frac{2}{3}=0$ совпадают.

Ответ: $a=-\frac{4}{3}$.

13. * Дан треугольник с вершинами $A(4;6)$, $\mathrm{B}(-3;0)$, $\mathrm{C}(2;-3)$. Найти уравнения прямых, на которых лежат биссектриса AD и высота CE, и величину острого угла между ними.

14. *Составить уравнение прямой, симметричной прямой $x+2y-6=0$ относительно точки $\mathrm{A}(4;2)$.

15. * Две смежные вершины квадрата имеют координаты $(1; 4)$ и $(4; 5)$. Найти координаты двух других вершин.

16. * Даны координаты середин сторон треугольника: $A(1; 2), B(7; 4), C(3;\ -4)$. Найти уравнения прямых, на которых лежат стороны треугольника.

17. *Даны уравнения $4x - 3y - 17 = 0$ и $4x - 3y + 3 = 0$ двух сторон квадрата и одна из его вершин $A(2;\ -3)$. Найти уравнения прямых, на которых лежат две другие стороны квадрата.