

### Ejercicio 13 ★

Probar que  $\{P, Q \Rightarrow P\}$  es consistente. Ayuda: Usar el contrareciproco del lema de corrección.

Por lo que vimos en la lección:

Si un conjunto de fórmulas tiene modelo ( $\exists v / v \models t \forall t \in \Gamma$ ) entonces es consistente.

Por lo que un modelo tiene es  $v / v \models P$  y  $v \models Q$ .

El cual cumple para ser un modelo porque  $v \models P$  y como  $v \models P$  y  $v \models Q$  por consecuencia semántica  $v \models (Q \rightarrow P)$

1) como conjunto de fórmulas tiene modelo  $\rightarrow$  es consistente

• Prueba de contrareciproco:

Si un conjunto de fórmulas  $\Gamma$  es inconsistente  $\rightarrow$   $\Gamma$  no tiene modelo.

Si  $\Gamma$  es inconsistente  $\exists$  una fórmula  $\phi / \phi \in \Gamma$  y  $\neg \phi \in \Gamma$ . Para que  $\Gamma \vdash \perp$ .

Por el teorema de corrección: Si  $\Gamma \vdash \perp$ , porque  $\phi \in \Gamma$  y  $\neg \phi \in \Gamma$ , entonces  $\Gamma \models \phi$  y  $\Gamma \models \neg \phi$ . Por lo que  $\Gamma$  tiene modelo porque  $\exists v / \forall t \in \Gamma v(t) = \text{True}$ .

Pero esta es una contradicción, porque no puede existir una evaluación  $v / v \models \phi$  y  $v \models \neg \phi$  a la vez. Por lo que  $\Gamma$  no tiene modelo. ...