

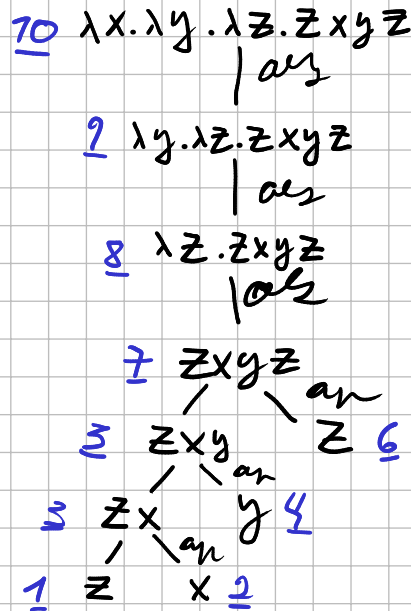
Ejercicio 13 ★

Utilizando el árbol de inferencia, inferir el tipo de las siguientes expresiones o demostrar que no son tipables. En cada paso donde se realice una unificación, mostrar el conjunto de ecuaciones a unificar y la sustitución obtenida como resultado de la misma.

- $\lambda x. \lambda y. \lambda z. z x y z$
- $\lambda x. x (w (\lambda y. w y))$
- $\lambda x. \lambda y. xy$
- $\lambda x. \lambda y. yx$

- $\lambda x. (\lambda x. x)$
- $\lambda x. (\lambda y. y)x$
- $(\lambda z. \lambda x. x (z (\lambda y. z))) \text{ True}$

i)



1 $\vdash w(z) \rightsquigarrow z : ?1 \vdash z : ?1$

2 $\vdash w(x) \rightsquigarrow x : ?2 \vdash x : ?2$

3 $\text{Mgu}\{?1 = ?2 \rightarrow ?3\} \xrightarrow{\text{elim}} \{?1 = ?2 \rightarrow ?3\}$

$\vdash w(zx) \rightsquigarrow z : ?2 \rightarrow ?3, x : ?2 \vdash zx : ?3$

4 $\vdash w(y) \rightsquigarrow y : ?4 \vdash y : ?4$

5 $\text{Mgu}\{?3 = ?4 \rightarrow ?5\} \xrightarrow{\text{elim}} \{?3 = ?4 \rightarrow ?5\}$

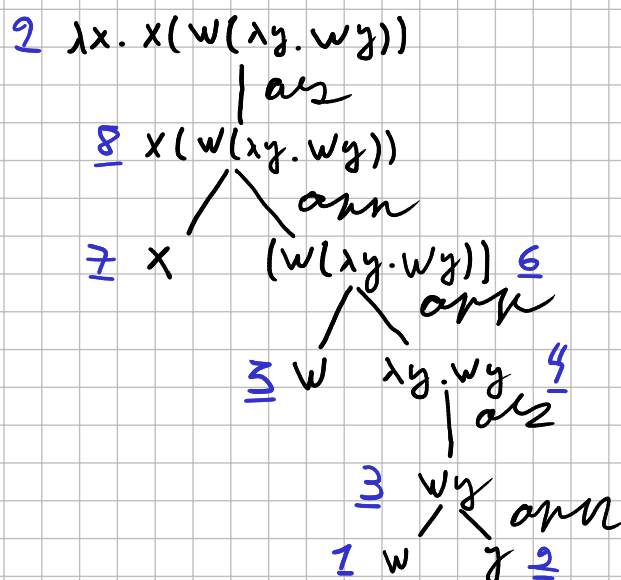
$\vdash w(zxy) \rightsquigarrow z : ?2 \rightarrow ?4 \rightarrow ?5, x : ?2, y : ?4 \vdash zxy : ?5$

6 $\vdash w(z) \rightsquigarrow z : ?6 \vdash z : ?6$

7 $\text{Mgu}\{?5 = ?6 \rightarrow ?7, ?2 \rightarrow ?4 \rightarrow ?5 = ?6\} \xrightarrow{\text{elim}} \{?2 \rightarrow ?4 \rightarrow ?6 \rightarrow ?7 = ?\}$

Falla x occurs free.

ii)



$$1 \quad |W(w) \rightsquigarrow w:t_1 \vdash w:t_1 \quad \quad \quad 2 \quad |W(y) \rightsquigarrow y:t_2 \vdash y:t_2$$

$$3 \quad |W(wy) \rightsquigarrow w:t_2 \rightarrow t_3, y:t_2 \vdash wy:t_3$$

$$4 \quad |W(\lambda y. wy) \rightsquigarrow w:t_2 \rightarrow t_3 \vdash \lambda y:t_2. wy:t_2 \rightarrow t_3 \quad \quad \quad 5 \quad |W(w) \rightsquigarrow w:t_4 \vdash w:t_4$$

$$6 \quad \text{mg} \{t_4 \doteq t_2 \rightarrow t_3 \rightarrow t_3, t_4 \doteq t_2 \rightarrow t_3\} \xrightarrow[\{t_4 \doteq t_2 \rightarrow t_3 \rightarrow t_3\}]{\text{elim}} \{t_2 \rightarrow t_3 \rightarrow t_3 \doteq t_2 \rightarrow t_3\}$$

forall x occurs once.