

Ejercicio 12

Completar la prueba de corrección ("soundness") vista en la teórica.

Ya están probados los casos \wedge , \vee , \neg y \forall .

- Caso $\vee_{i=1}^n$: $\Theta = n_1 \vee n_2$

Por H_i : $T_1, T_2, \dots, T_n \vdash n_1 \rightarrow \underbrace{T_1, T_2, \dots, T_n}_v \vdash n_1$

Si $v \models n_1$ $v \models n_1 \vee n_2$ sin importar si $v \models n_2$ o $v \not\models n_2$.
Por lo que $v \models \Theta$

- Caso $\vee_{i=2}$ idéntico.

- Caso \rightarrow_i : $\Theta = n_1 \rightarrow n_2$

Por H_i : $T_1, T_2, \dots, T_n, n_1 \vdash n_2 \rightarrow \underbrace{T_1, T_2, \dots, T_n, n_1}_v \vdash n_2$

Solemos por H_i que $v \models n_1$, y que $v \models n_2$, por lo que $v \models n_1 \rightarrow n_2$. Entonces $v \models \Theta$.

- Caso \rightarrow_e : $\Theta = n_2$

Por H_i : $T_1, T_2, \dots, T_n \vdash (n_1 \rightarrow n_2) \rightarrow \underbrace{T_1, T_2, \dots, T_n}_v \vdash (n_1 \rightarrow n_2) \quad (1)$
 $\hookrightarrow T_1, T_2, \dots, T_n \vdash n_1 \rightarrow T_1, T_2, \dots, T_n \vdash n_2 \quad (2)$

Por (2) sabemos que $v \models n_1$. Por lo que $v \models (n_1 \rightarrow n_2) \leftrightarrow v \models n_2$. Por (1) sabemos que $v \models (n_1 \rightarrow n_2)$ por lo que $v \models n_2$. Si $v \not\models n_2$ y $v \models n_1 \rightarrow v \not\models (n_1 \rightarrow n_2)$.

Por lo que $v \models \Theta$.