

Ejercicio 22 ★

Este ejercicio extiende el Cálculo Lambda tipado con listas. Comenzamos ampliando el conjunto de tipos:

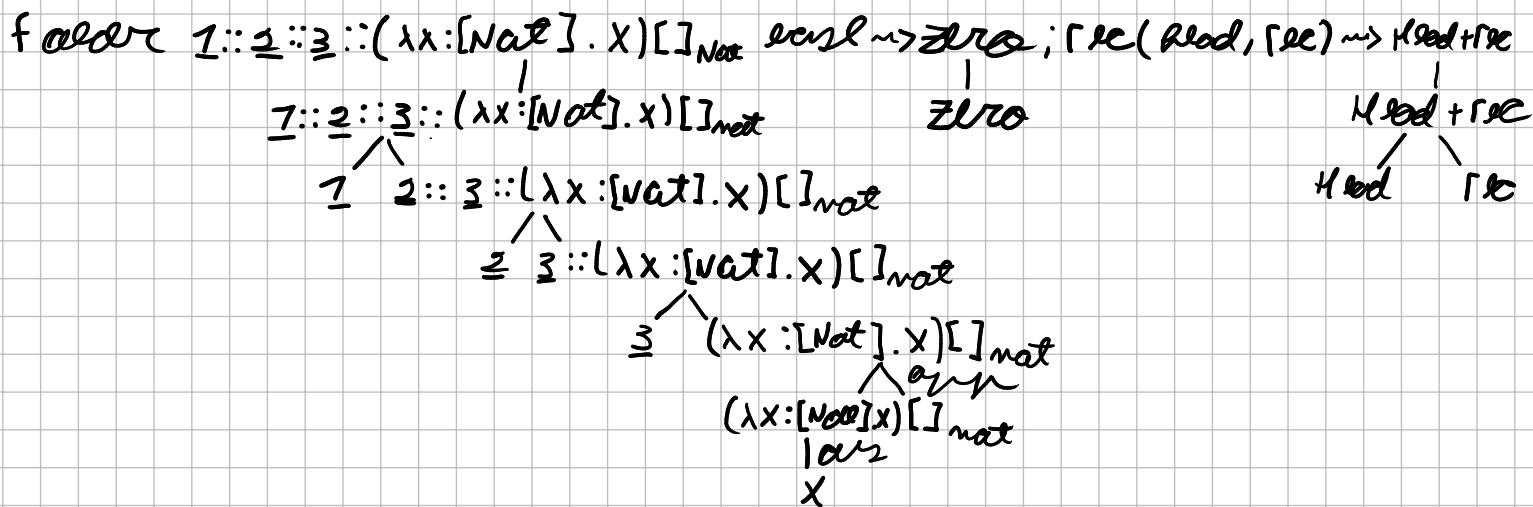
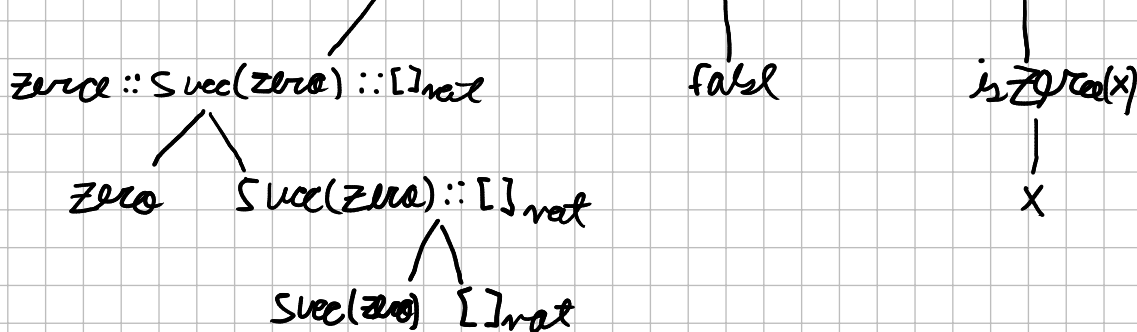
$$\tau ::= \dots \mid [\tau]$$

donde $[\tau]$ representa el tipo de las listas cuyas componentes son de tipo τ . El conjunto de términos ahora incluye:

$$M, N, O ::= \dots \mid []_\tau \mid M :: N \mid \text{case } M \text{ of } \{ [] \rightsquigarrow N \mid h :: t \rightsquigarrow O \} \mid \text{foldr } M \text{ base } \rightsquigarrow N; \text{rec}(h, r) \rightsquigarrow O$$

a)

$$\text{case } \text{zero} :: \text{Succ}(\text{zero}) :: []_{\text{nat}} \text{ of } \{ [] \rightsquigarrow \text{false} \mid x :: xs \rightsquigarrow \text{isZero}(x) \}$$



b) Reglas de tipado:

$$\frac{}{\Gamma \vdash []_\tau : [\tau]} \text{ax-vacio}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : \tau \quad \Gamma \vdash N : [\tau]}{\Gamma \vdash M :: N : [\tau]} \text{T-cons}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : [\tau] \quad \Gamma \vdash N : O \quad \Gamma, h : \tau, t : [\tau] \vdash O : O}{\Gamma \vdash \text{case } M \text{ of } \{ [] \rightsquigarrow N \mid h :: t \rightsquigarrow O \} : O} \text{T-case}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M : [\tau] \quad \Gamma \vdash N : O \quad \Gamma, h : \tau, r : O \vdash O : O}{\Gamma \vdash \text{foldr } M \text{ base } \rightsquigarrow N; \text{rec}(h, r) \rightsquigarrow O : O} \text{T-foldr}$$

d) Los valores se extienden a $[]_O$ y $V_i :: V_j$ con V_1 y V_2 valores.

e) Reglas de Reducción:

Reglas de conversión:

$$\text{Si } M \rightarrow M' : \bullet M :: N \rightarrow M' :: N \text{ C-?} \quad \bullet V :: M \rightarrow V :: M' \text{ C-S}$$

$$\bullet \text{case } M \text{ of } \{ [] \rightsquigarrow N \mid h :: t \rightsquigarrow O \} \rightarrow \text{case } M' \text{ of } \{ [] \rightsquigarrow N \mid h :: t \rightsquigarrow O \} \text{ C-case}$$

$$\bullet \text{foldr } M \text{ base } \rightsquigarrow N; \text{rec}(h, r) \rightsquigarrow O \rightarrow \text{foldr } M' \text{ base } \rightsquigarrow N; \text{rec}(h, r) \rightsquigarrow O \text{ C-fold}$$

Reglas de cómputo

$\text{case } []_0 \text{ of } \{ [] \mapsto N \mid h :: t \mapsto 0 \} \rightarrow N$ *case-[]*

$\text{case } v_1 :: v_2 \text{ of } \{ [] \mapsto N \mid h :: t \mapsto 0 \} \rightarrow 0 \{ h := v_1 \} \{ t := v_2 \}$ *case-L*

$\text{foldr } []_a \text{ base} \mapsto N; \text{rec}(h, r) \mapsto 0 \rightarrow \text{base}$ *foldr-base*

$\text{foldr } v_1 :: v_2 \text{ base} \mapsto N; \text{rec}(h, r) \mapsto 0 \rightarrow 0 \{ h := v_1 \} \{ r := \text{foldr } v_2 \text{ base} \mapsto N; \text{rec}(h, r) \mapsto 0 \}$ *foldr-rec*

↑

Después hay que pedir que la lista a la que concatenamos sea un valor porque si no perdemos el determinismo con la regla C-5