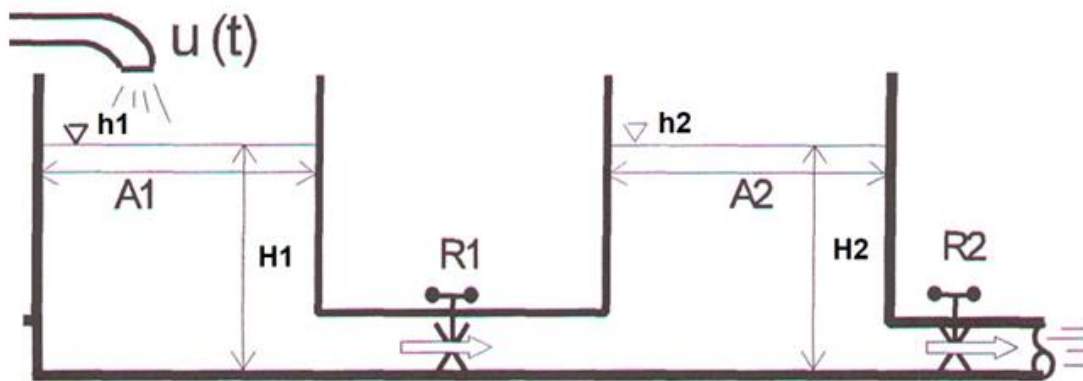


# Trabajo Práctico N°1

Alumno: Matías Patricio Arévalo  
Docente: Dr. Ing. Julián Pucheta  
Cátedra: Control Óptimo  
Institución: Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas. Universidad Nacional de Catamarca  
Año: 2025

## Problema N°1

### Inciso 1



Sistema a lazo abierto se representó en ecuaciones de estado

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{A_1 R_1} & \frac{1}{A_1 R_1} \\ \frac{1}{A_2 R_1} & -\frac{1}{A_2} \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} \\ 0 \end{bmatrix} u$$
$$y = [0 \quad 1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

### Diseño de Controlador PID

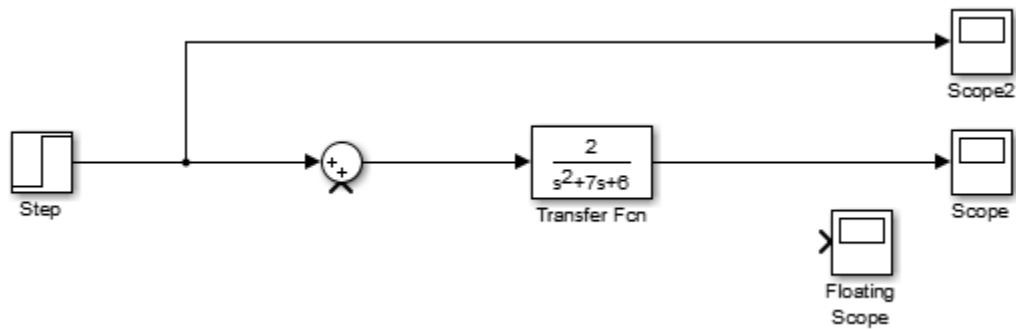
Para poder empezar a diseñar y elegir el método de sintonización del PID, en primer lugar, se inyectó una señal de escalón unitario a la entrada del sistema a lazo abierto para visualizar el tipo de respuesta. No se espera una respuesta oscilatoria debido a que los polos son reales.

A partir de las matrices de estado, se obtiene la función de transferencia:

```
2 - A=[-2 2;  
3     2 -5];  
4 - B=[1;0];  
5 - C=[0 1];  
6  
7 - D=0;  
8  
9 - [num , den]=ss2tf(A,B,C,D)  
10
```

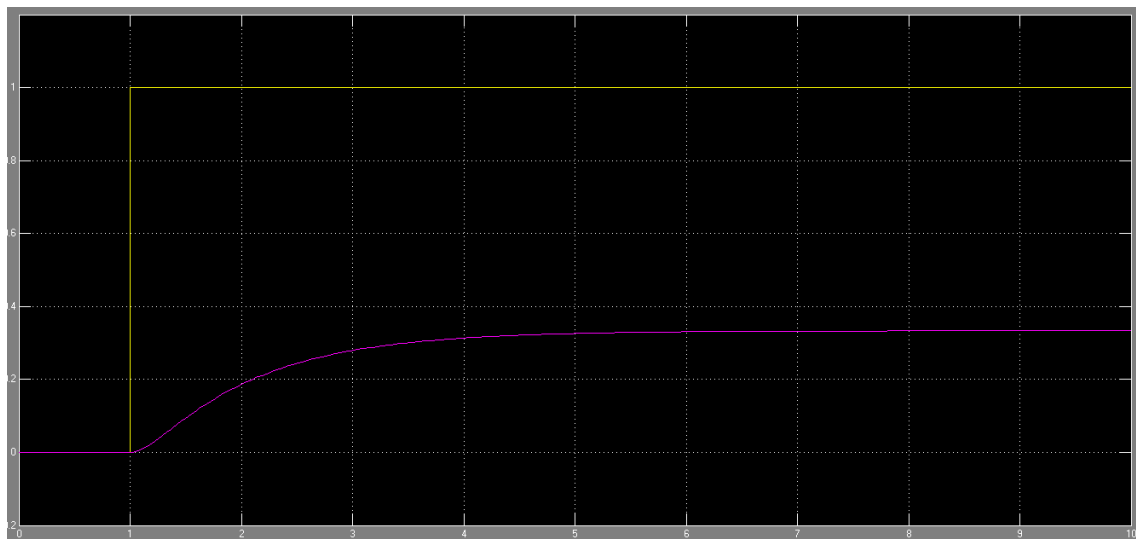
```
Command Window  
>> Untitled  
  
num =  
    0    0    2  
  
den =  
    1    7    6  
  
ft >>
```

Se arma el sistema a lazo abierto en simuliks.

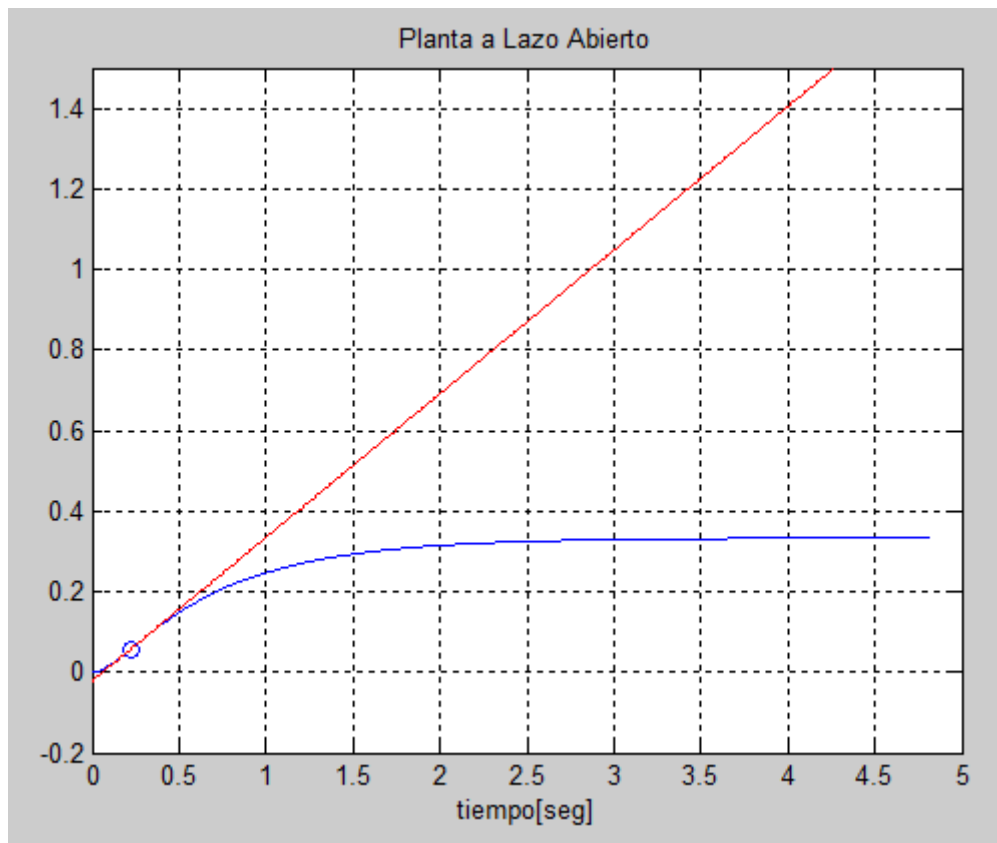


Se obtiene la respuesta al escalón del sistema, se observa que tiene una forma de s y se concluye que se puede utilizar el primer método de Ziegler-Nichols para encontrar los valores de las constantes  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$ .

En la imagen se puede observar la respuesta al escalón, en magenta, y la entrada, el escalón unitario, en amarillo.



Se procede a calcular la recta tangente al punto de inflexión, con ella podremos obtener un valor de retardo  $L$ , que es la intersección de la recta tangente con  $y=0$ , y también se obtiene la constante tiempo  $T$ , que es la intersección de la recta tangente con  $y=1$ .



Los valores obtenidos fueron:

```
>> disp(L)
    0.0700

>> disp(T_)
    2.8700

>> disp(Ti)
    0.1400

>> disp(Td)
    0.0350

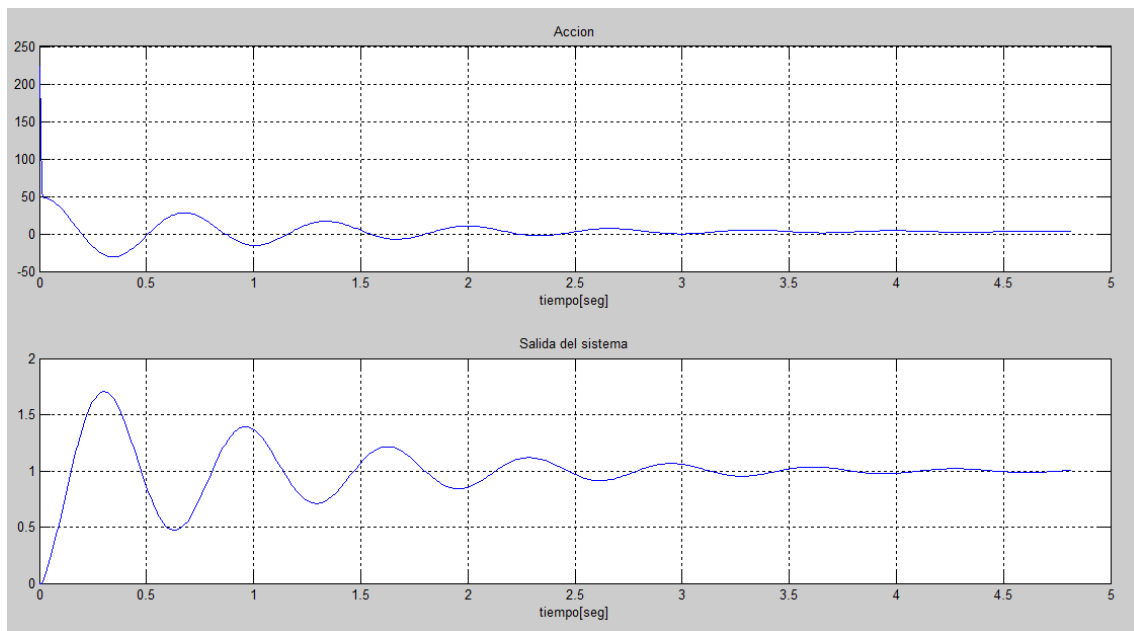
>> disp(Ki)
   351.4286

>> disp(Kd)
    1.7220
```

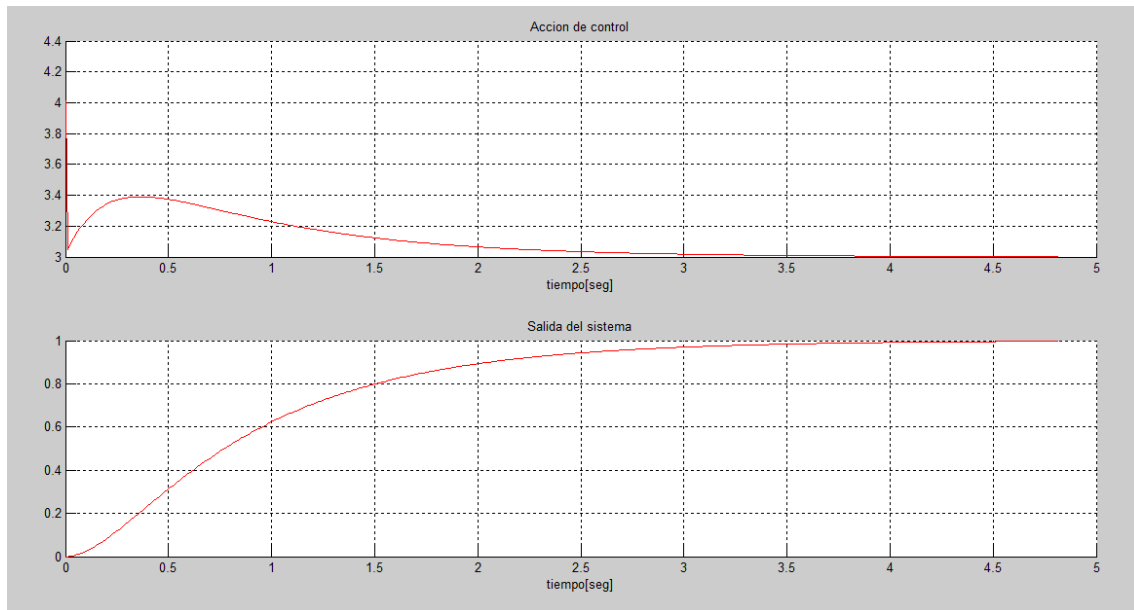
Los resultados se obtuvieron a partir de la siguiente tabla:

Tipo de controlador	Kp	Ti	Td
P	$\frac{T}{L}$	$\infty$	0
PI	$0,9 \frac{T}{L}$	$\frac{L}{0,3}$	0
PID	$1,2 \frac{T}{L}$	$2L$	$0,5L$

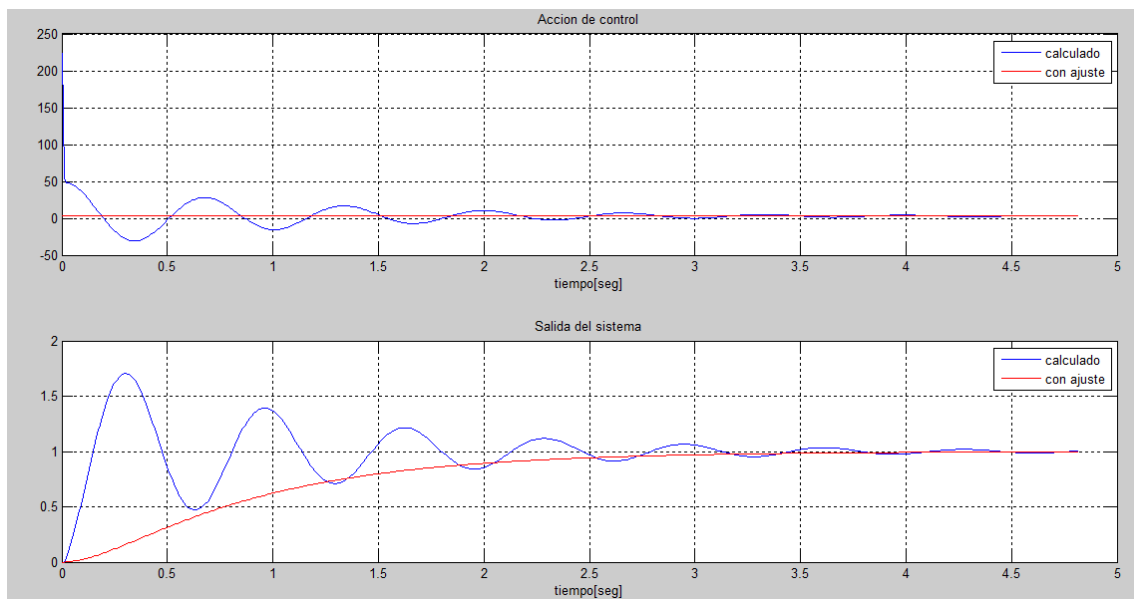
Luego se implementó el controlador PID con los valores de constantes obtenidos.



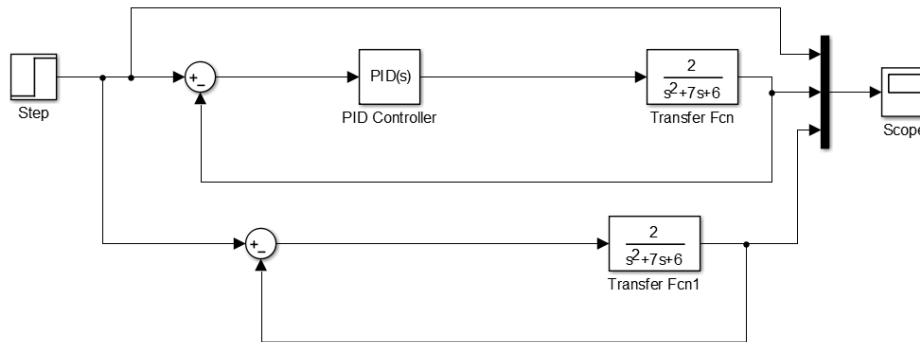
Se puede observar que el sistema sigue a la referencia de 1, pero la acción de control es demasiado alta, por lo que es inviable. Se tuvo que ajustar las constantes del PID. En primera instancia se redujo la ganancia proporcional para disminuir la magnitud de respuesta, luego el integral para corregir el error estacionario y por último la constante derivativa que maneja la velocidad de repuesta del sistema. Hasta que se llegó a una acción de control más razonable.  $K_p=3$ ,  $K_i=3$ ,  $K_d=0.01$



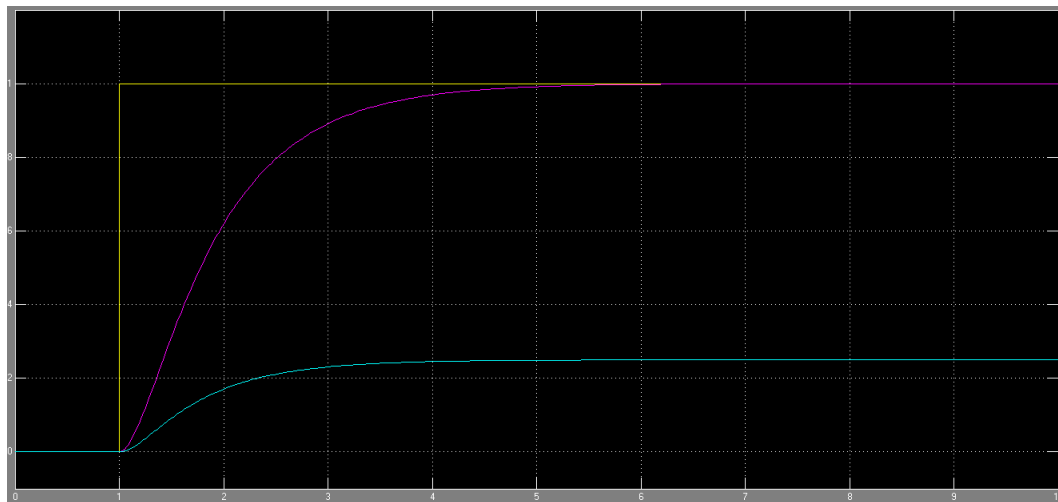
En la siguiente imagen es la comparativa del orden de magnitud de las respuestas del controlador PID con las distintas constantes.



Una vez determinado el controlador PID, se realizó una comparativa con el sistema de lazo cerrado y el sistema cuando tiene incorporado el controlador.



En amarillo representa el escalón unitario, en magenta la respuesta del sistema con el controlador PID y en cian la respuesta del sistema a lazo cerrado sin controlador.



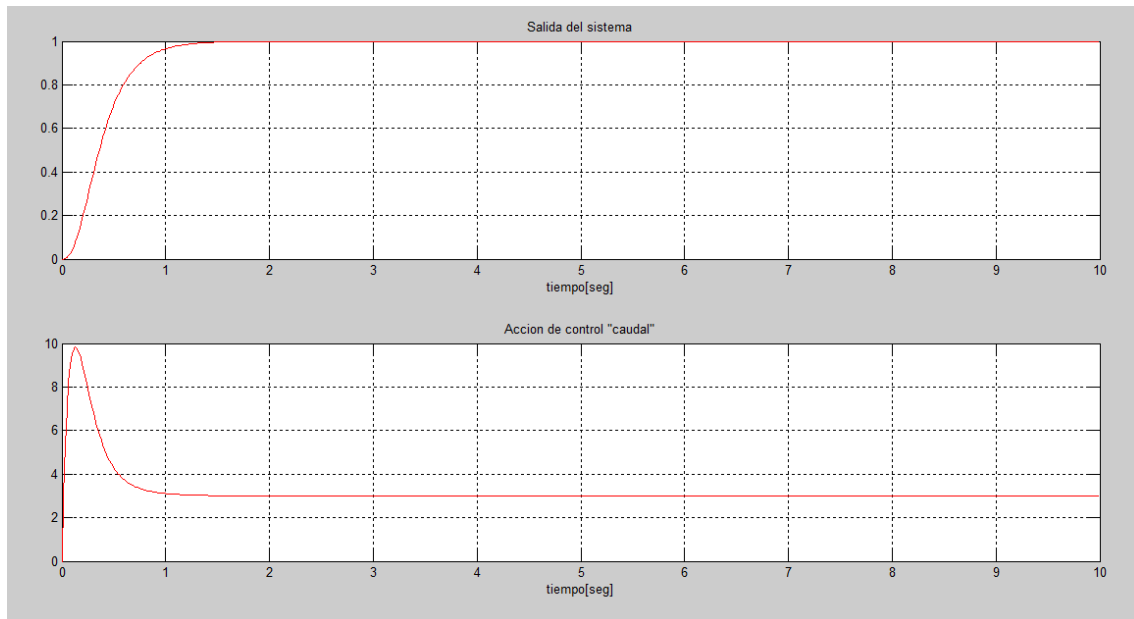
Inciso b

### Asignación de polos de controlador en espacios de estados con un integrador

Polos elegidos

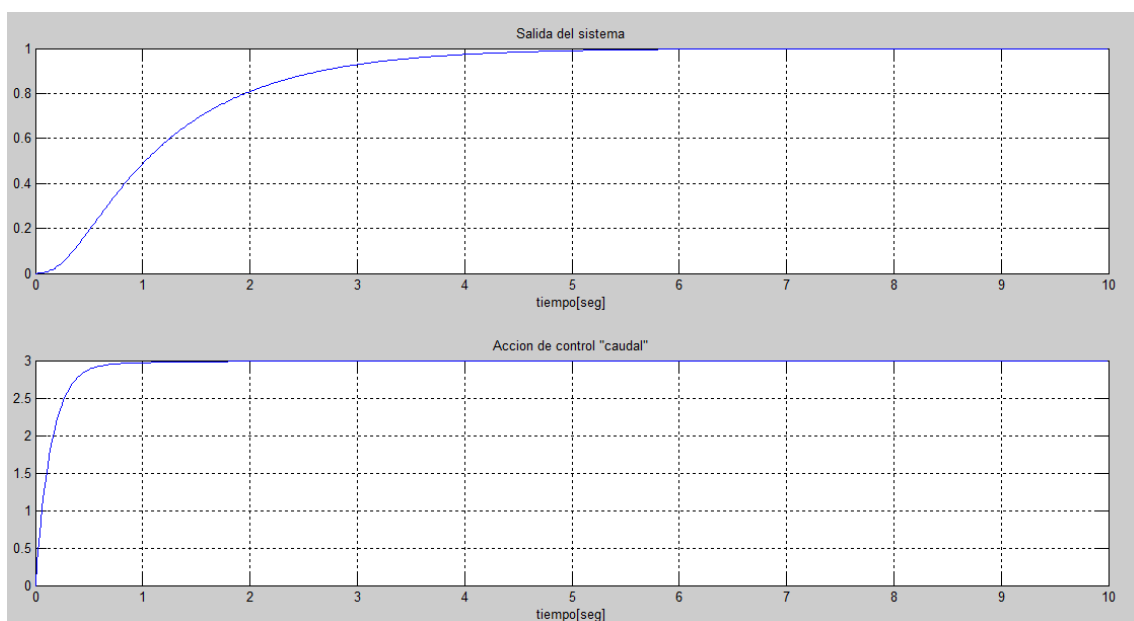
```
J_amp=[-6+1i -6-1i -10];
```

Con la función de Ackermann y la función place de MATLAB se calcula el bloque de ganancias K. La función place es una función más robusta, debido a que indica que no se puede usar cualquier valor de los polos.



Se escogió otros valores, más cercano al eje imaginario, para evitar la sobrepaso de la acción de control.

`J_amp=[-6+1i -6-1i -1];`

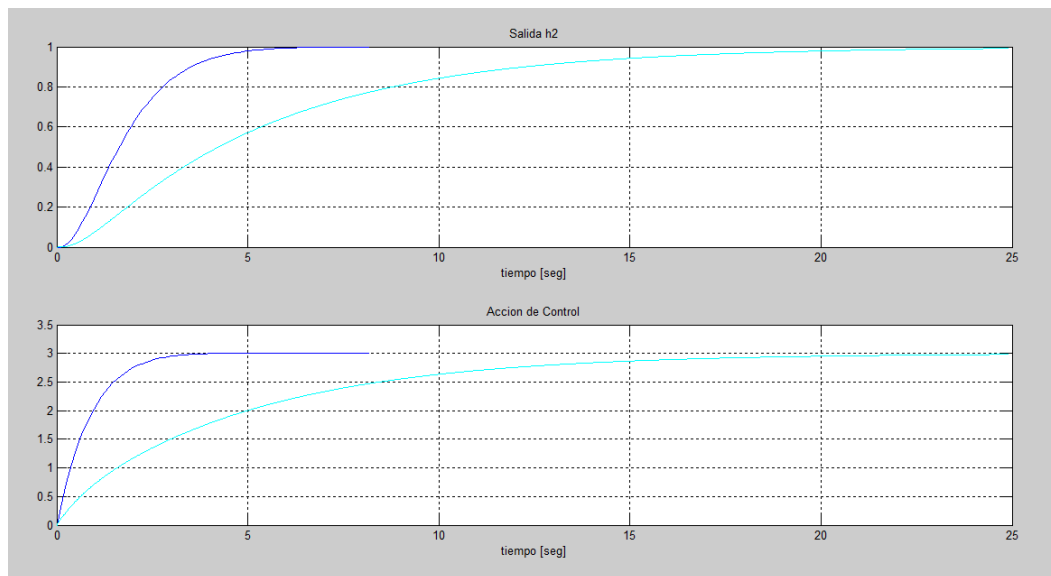


Inciso c

### LQR-Control Óptimo Cuadrático

Se escogió una matriz  $Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ , y una  $R=1$



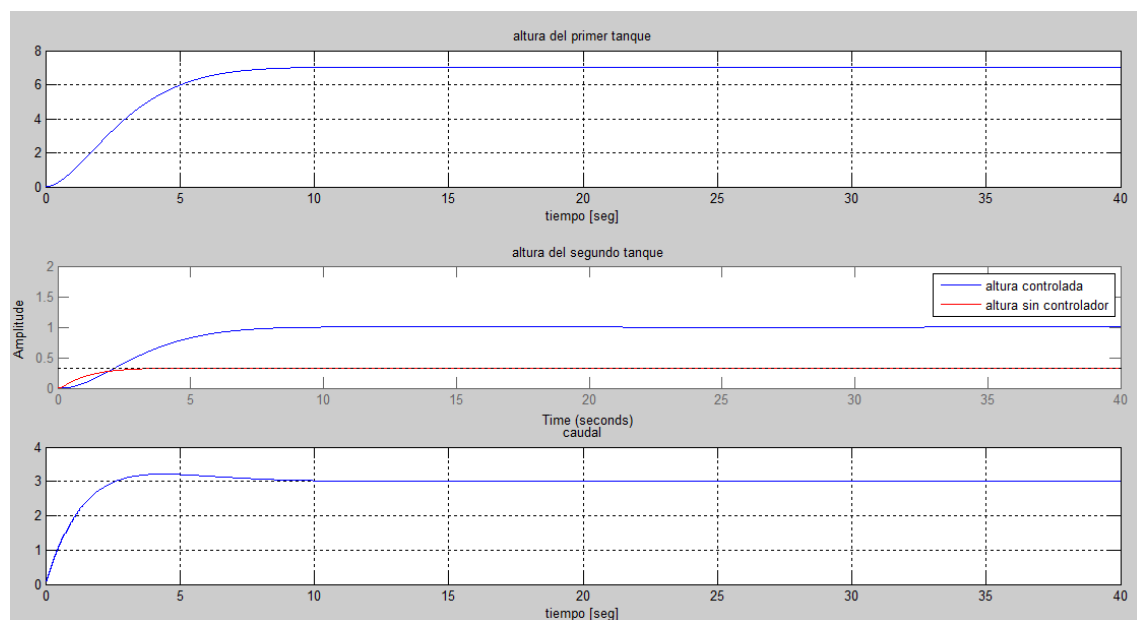


Inciso d

### DLQR

En primer lugar, se discretizó las matrices que describen el sistema.

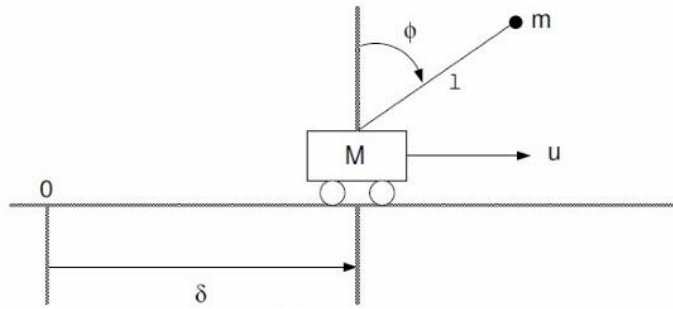
Se escogió una matriz  $Qd = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 10 \end{bmatrix}$ , y una  $Rd=1000$



En la que se puede apreciar un resultado similar al LQR, sólo que posee un pequeño sobrepaso en el transitorio.

## Problema N°2

### Péndulo invertido



Las ecuaciones de estado que describen el sistema linealizado

$$x_1 = \delta; x_2 = \dot{\delta}; x_3 = \varphi; x_4 = \dot{\varphi};$$

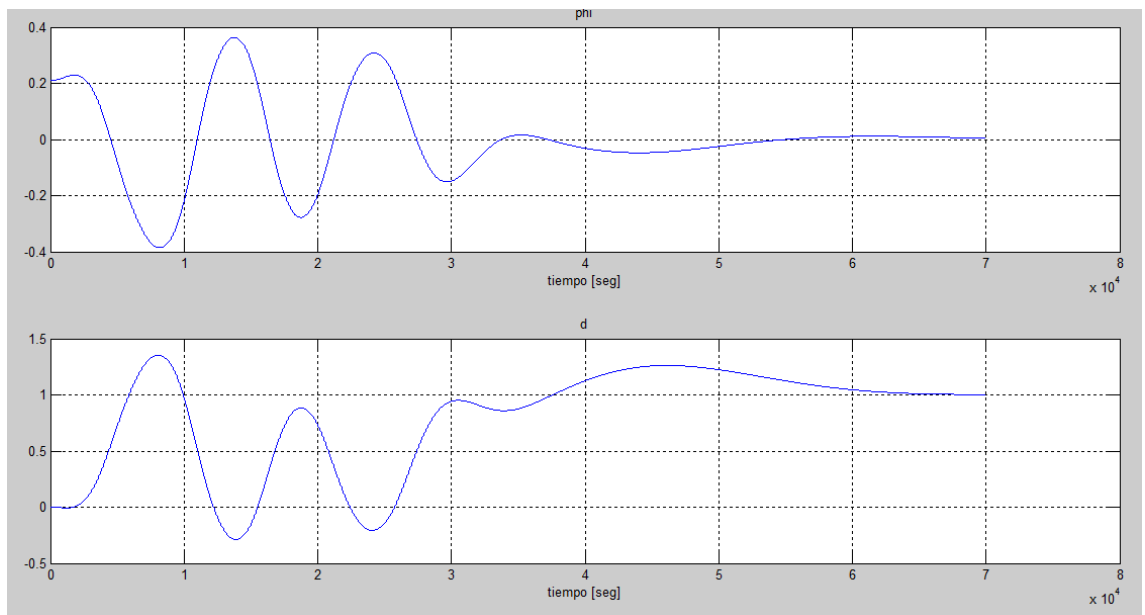
$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{F}{M} & -\frac{m \cdot g}{M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{F}{l \cdot M} & \frac{g(m+M)}{l \cdot M} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{M} \\ 0 \\ -\frac{1}{l \cdot M} \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}$$

Inciso a

Se coloca un observador que genere un vector de estados con un matriz de salida:

$$C = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

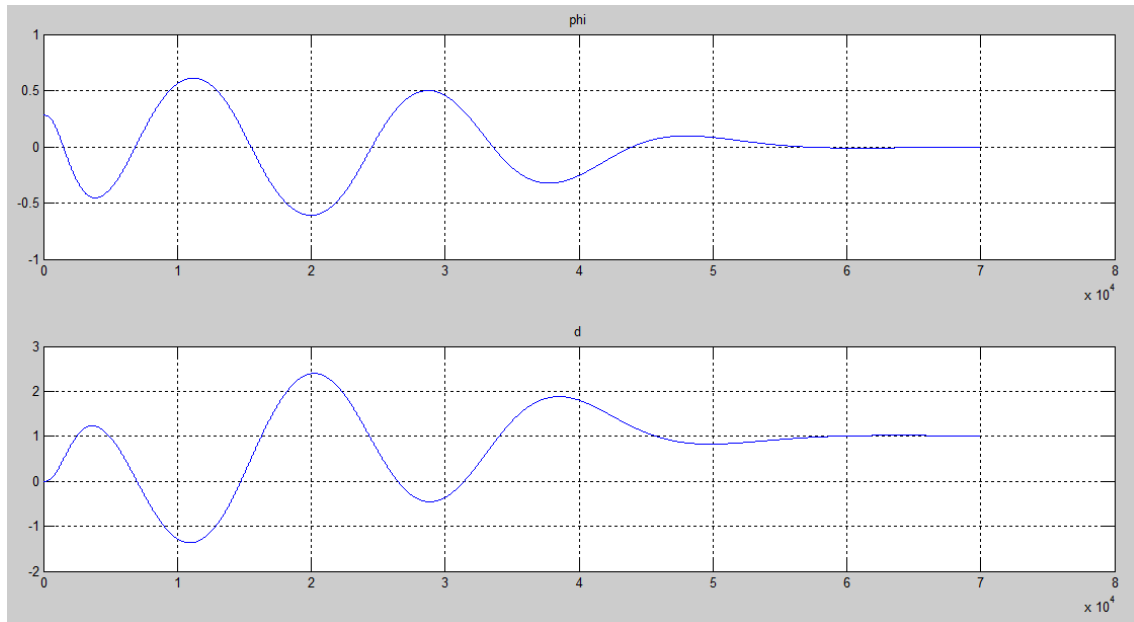


Se puede observar que para un ángulo  $\phi=0.21$ [rad] inicial el sistema logra controlarse y es estable para una referencia de  $\delta=1$ . Para valores mayores se vuelve inestable.

Inciso b

Se coloca un observador que genere un vector de estados con un matriz de salida:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Se puede observar que para un ángulo  $\phi=0.28[\text{rad}]$  inicial el sistema logra controlarse y es estable para una referencia de  $\delta=1$ . Para valores mayores se vuelve inestable.

En el siguiente enlace se encuentran los códigos

[Control\\_Optimo\\_UNCa\\_FTyCA/TP1 at main · matias-25/Control\\_Optimo\\_UNCa\\_FTyCA](#)

## **Lecciones aprendidas**

- En el sistema realimentado sin controlador PID posee mucho error estacionario, es decir no sigue la referencia.
- Como el sistema no posee sobrepaso El primer método de Ziegler-Nichols, nos da una noción del valor de las constantes, pero es la acción de control es demasiado elevada presentando un máximo en el transitorio, sobreelongación. Por lo que se debe hacer un ajuste “fino”, que se realizó a prueba-error.
- Con la asignación de polos, es más “rápido” diseñar el controlador, asignando polos arbitrarios. Sin embargo, el método no posee ningún tipo de restricción del valor de los polos.
- La colocación de un integrador a la señal de acción proporciona mayor robustez a los ruidos.
- Con el método de control óptimo cuadrático (LQR) nos proporciona un diseño del sistema en el cual penaliza las desviaciones del estado deseado con la matriz  $Q$  y también impone una restricción de costo a la acción de control con la matriz  $R$ .
- El DLQR es una versión del LQR adaptada para microcontroladores y/o microprocesadores.
- Al colocar más salidas al observador se logra tener un mayor control a un sistema cuando no está en condiciones iniciales nulas.

## **Dificultades**

- Se tuvo que repasar los conceptos de control 2, debido a que no se asimiló de forma adecuada algunos conceptos.