

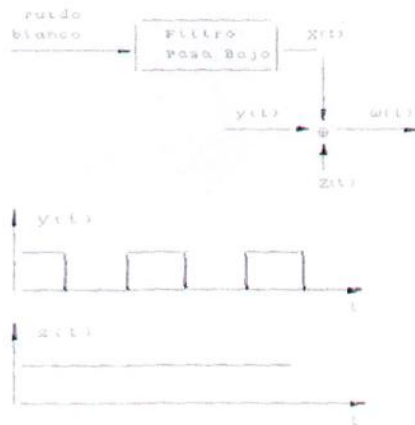
Trabajo Práctico N°3

Alumno: Matías Patricio Arévalo
Docente: Dr. Ing. Julián Pucheta
Cátedra: Control Óptimo
Institución: Facultad de Tecnología y Ciencias Aplicadas. Universidad Nacional de Catamarca
Año: 2025

Problema N° 1

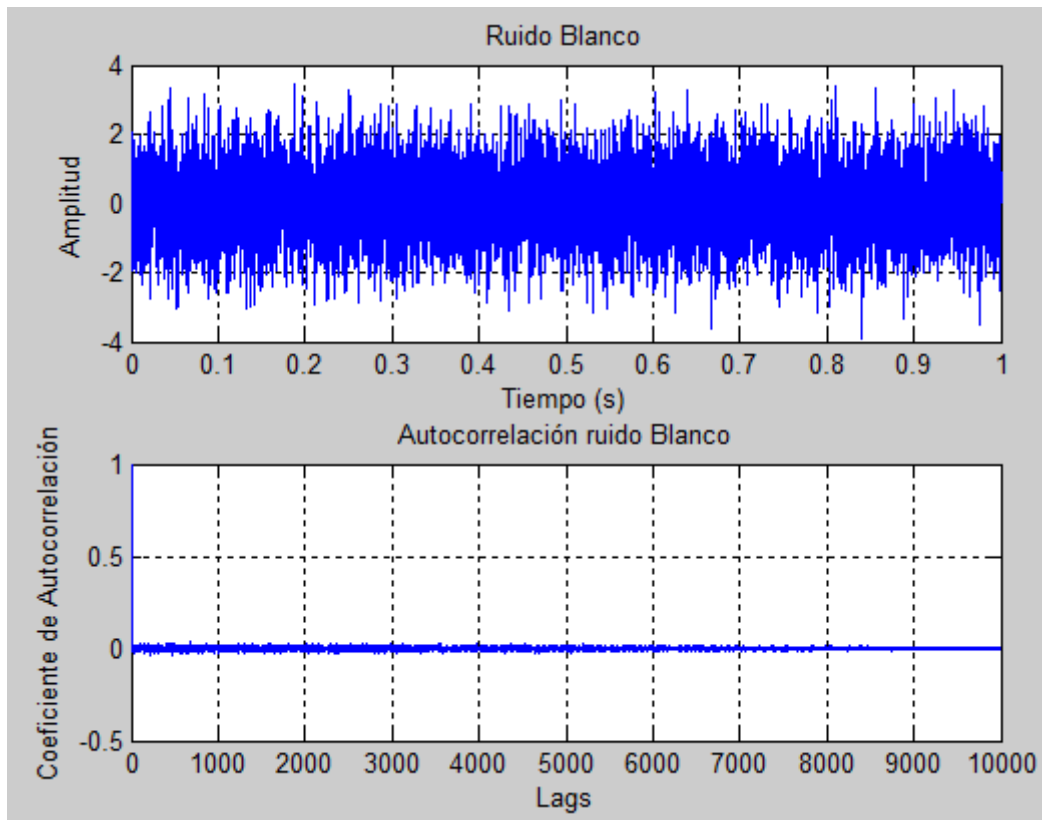
Se grafica a través de un código de MATLAB y Colab la autocorrelación de las siguientes señales:

- Ruido blanco: señal que ingresa al filtro
- Señal “X”: señal de salida del filtro pasa bajas
- Señal “Y”: señal cuadrada
- Señal “Z”: señal constante
- Señal “W”: suma de “X”, “Y” y “Z”

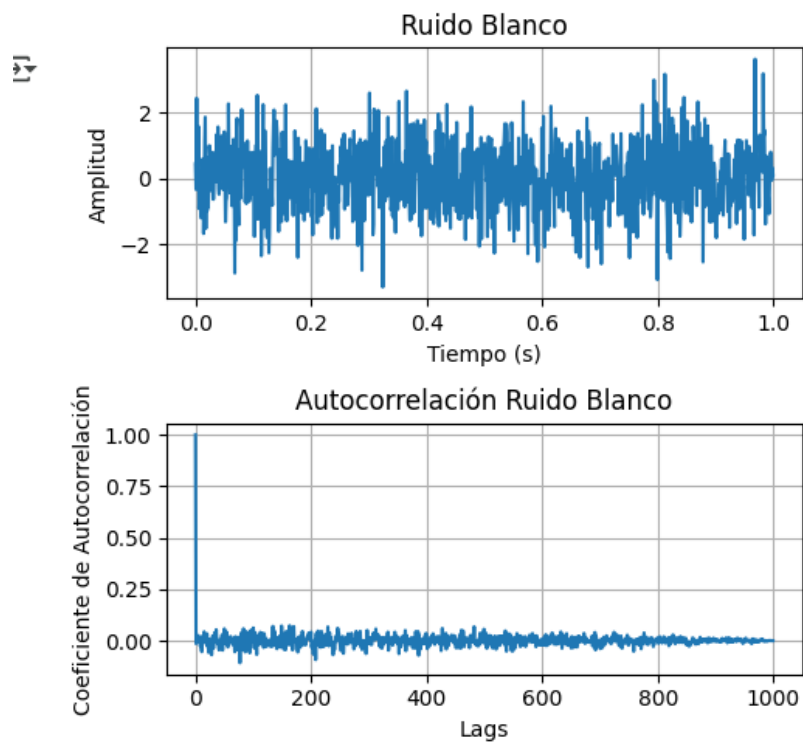


Se puede observar en las siguientes imágenes el ruido en el tiempo y su autocorrelación, su autocorrelación tiende a un delta de Dirac. No es un delta de Dirac debido a que es una señal pseudoaleatoria.

Resultado del código de MATLAB

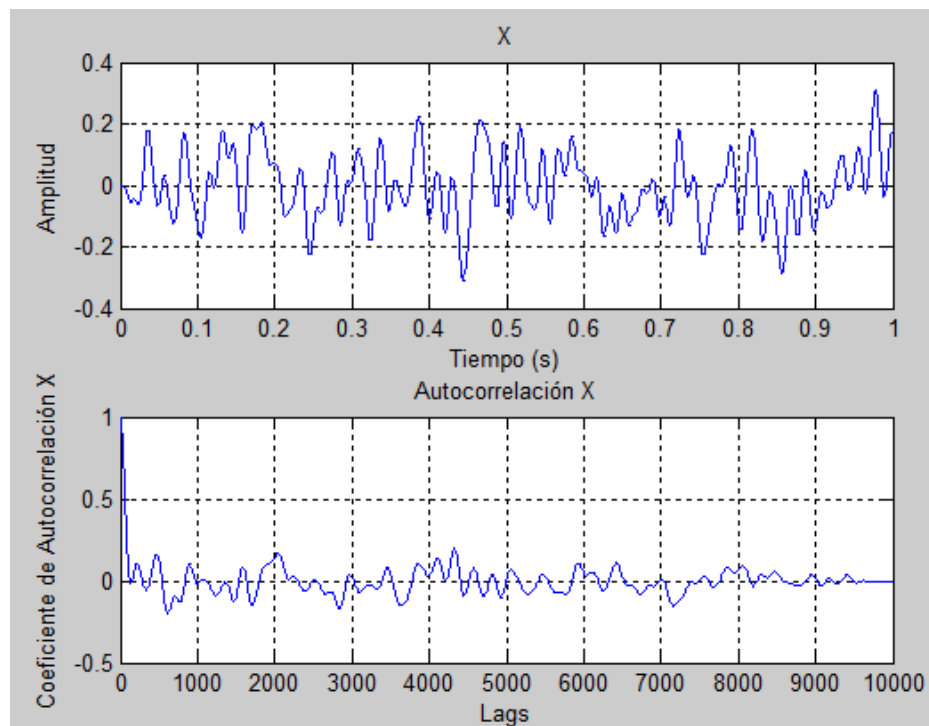


Resultado del código de Colab

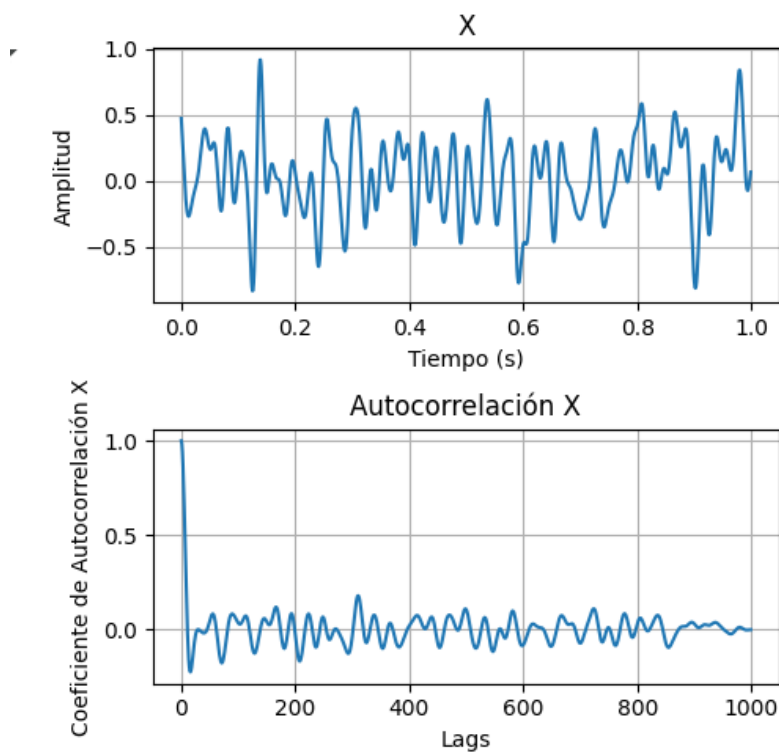


En ambos se obtiene un resultado muy similar.

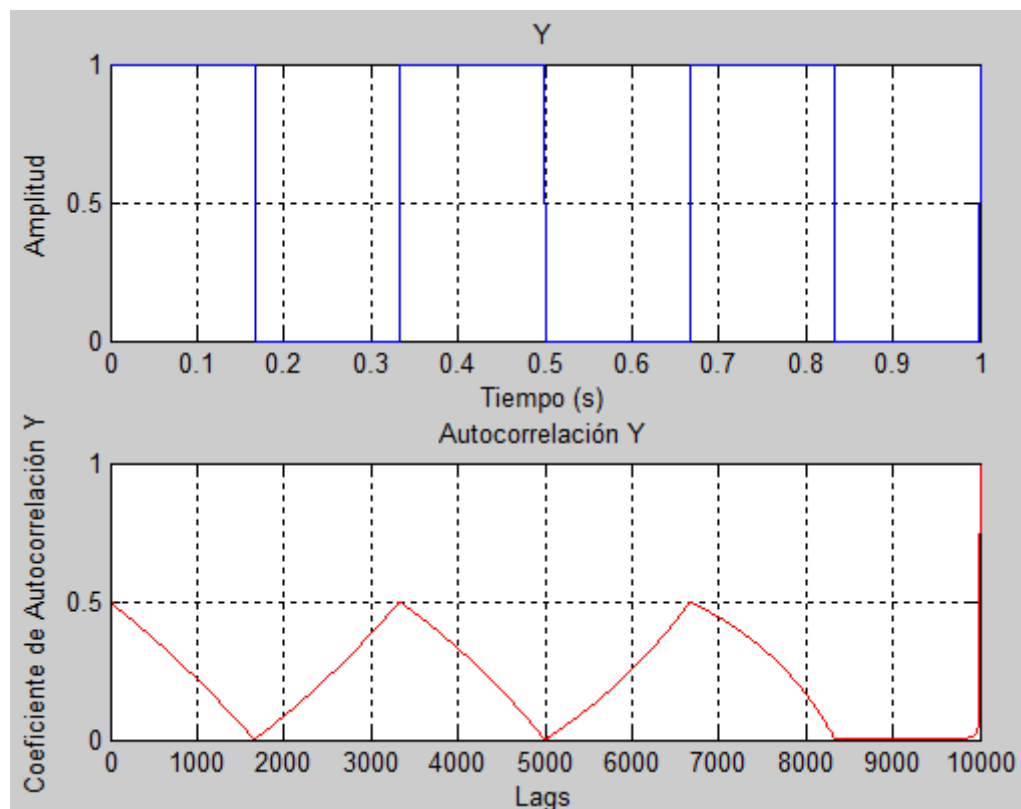
Al ruido blanco se filtra con un filtro de Butterworth y como salida se obtiene la señal “X” a la que se calcula su autocorrelación. Se puede observa en a continuación que su forma se asemeja más a una función sinc que a un delta Dirac.



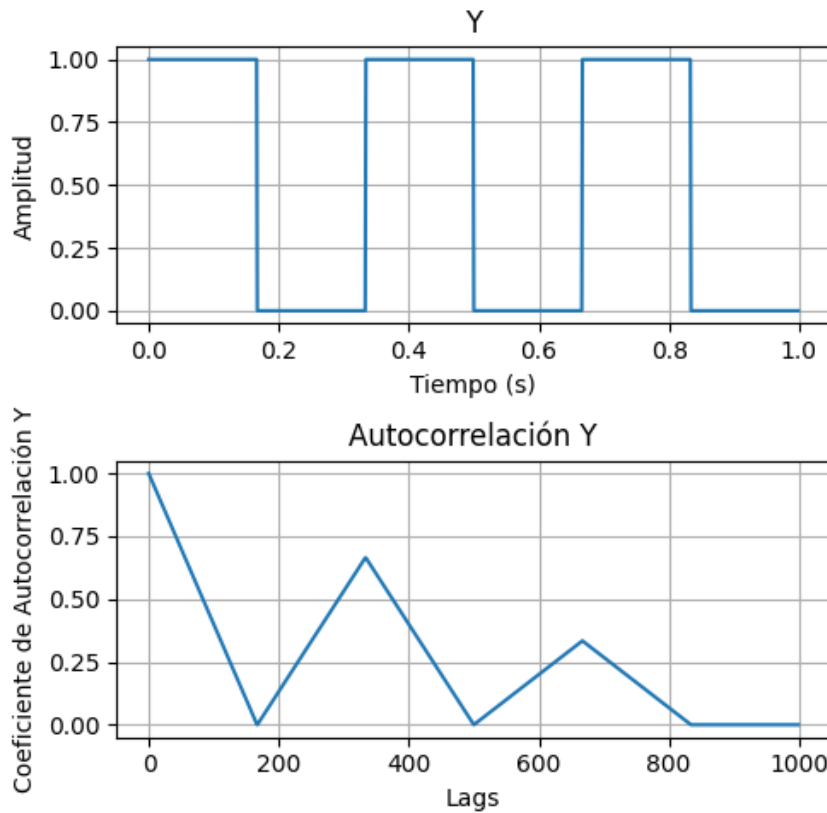
Resultado del Colab



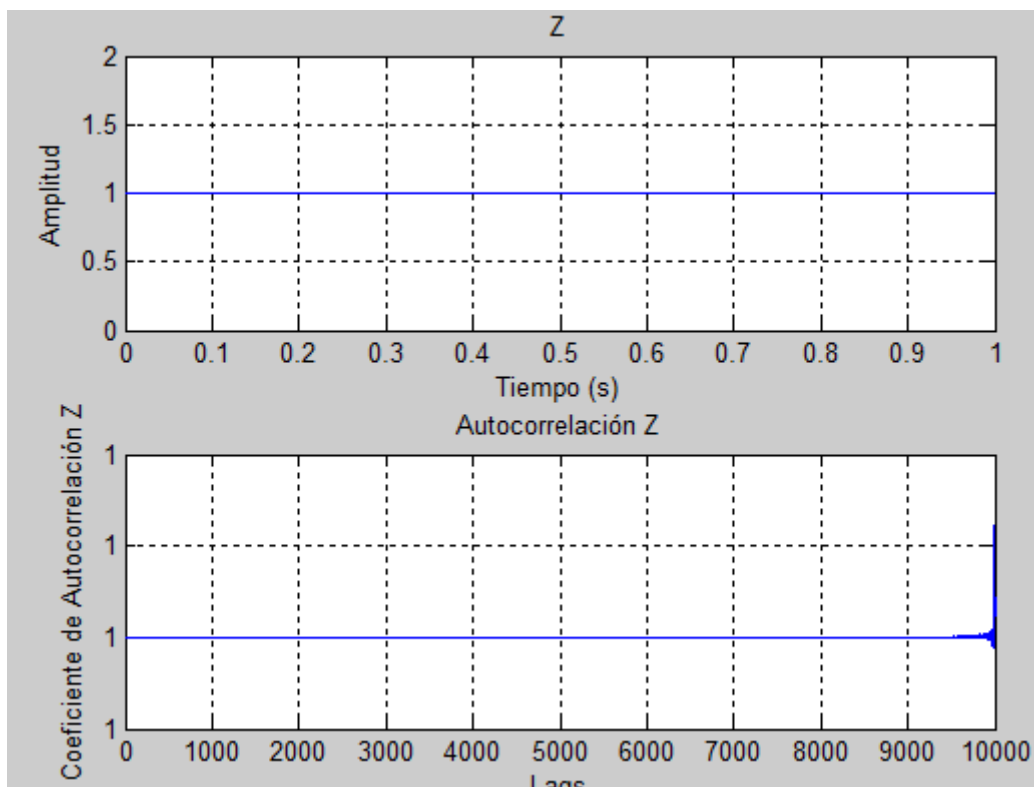
El cálculo de la auto correlación de la señal “Y”, en teoría tiene una forma de función triangular, sin embargo, debido a que se trató a una señal discreta como continua posee una pequeña deformación.



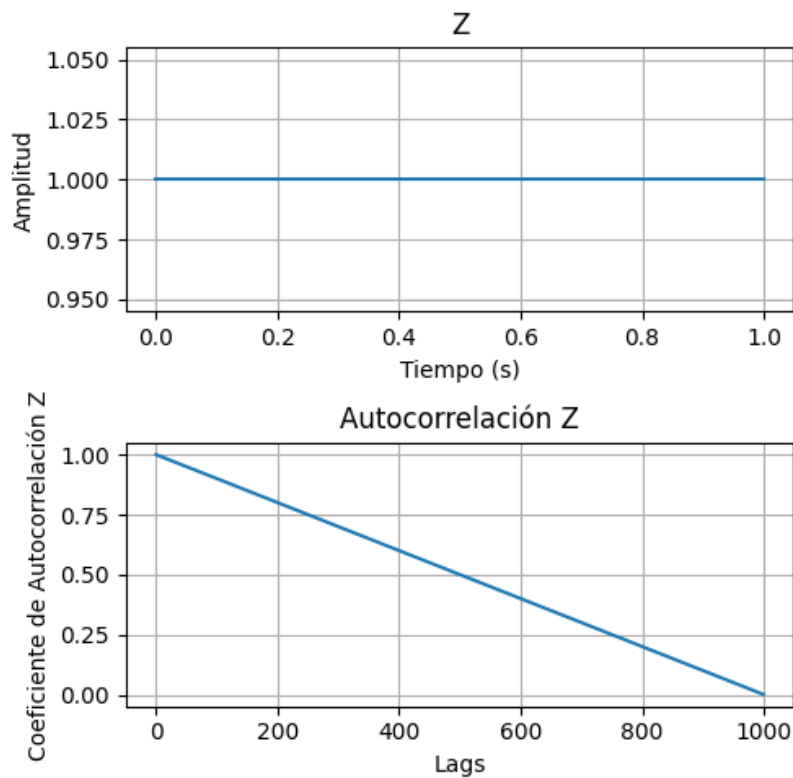
En el código de Python del Colab no se encontró una función capaz de generar una autocorrelación que no atenuara linealmente el resultado.



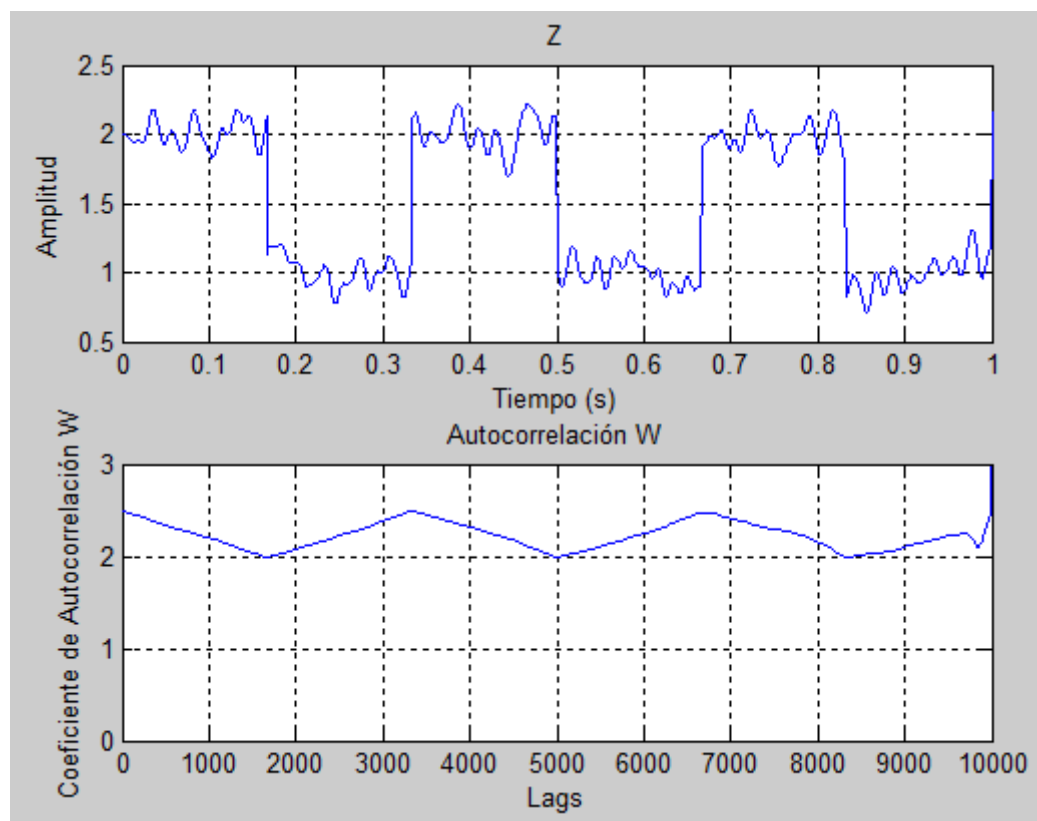
La autocorrelación de la señal constata “Z” es una función constata.



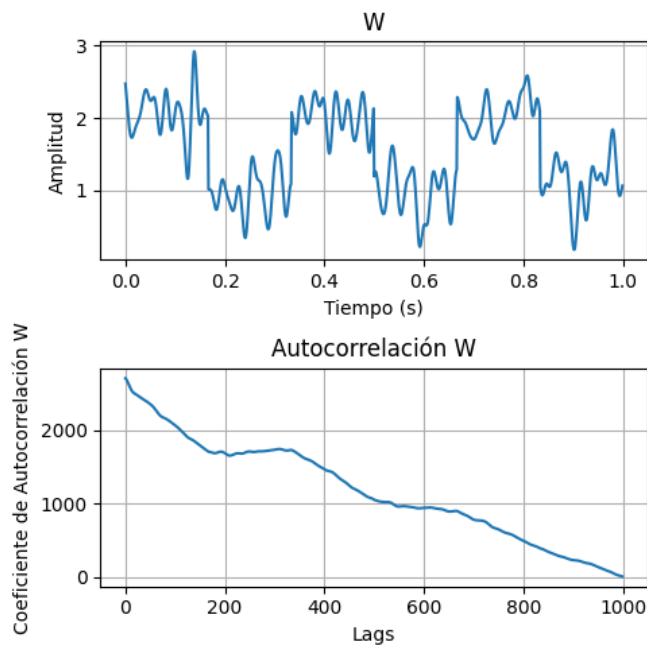
La autocorrelación generada en Python de una señal constata decrece linealmente.



Se puede observar que "W" es la suma de "X", "Y" y "Z" de forma temporal. En consecuencia, la autocorrelación de "W" es igual a la suma de autocorrelaciones de "X" "Y" y "Z".

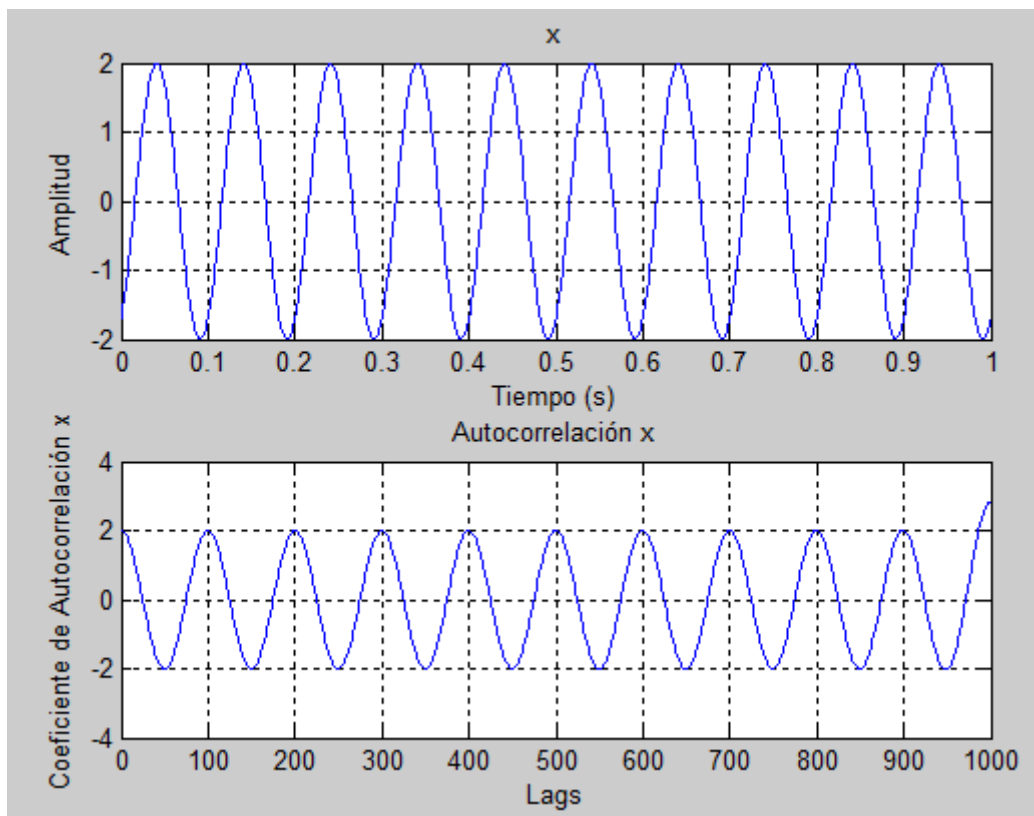


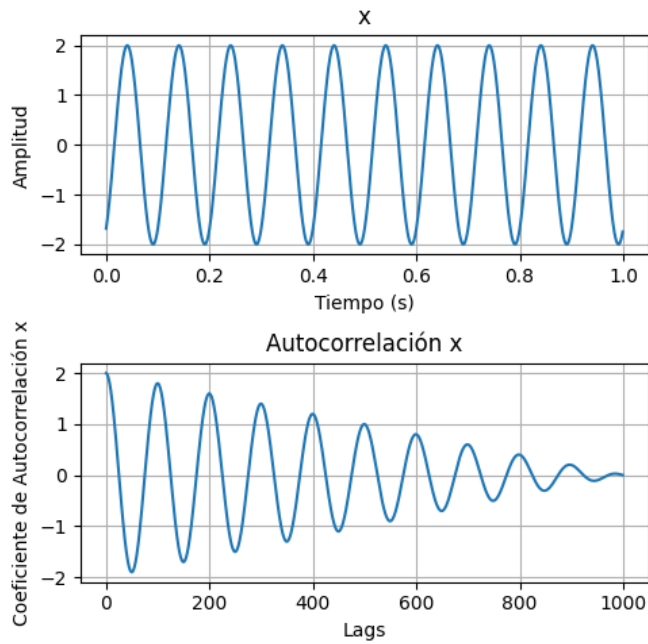
Resultado de Python, la señal es más “ruidosa” debido a que la amplitud de del ruido generado por el código de Python es de mayor magnitud que el ruido que se genera en MATLAB.



Problema N°2

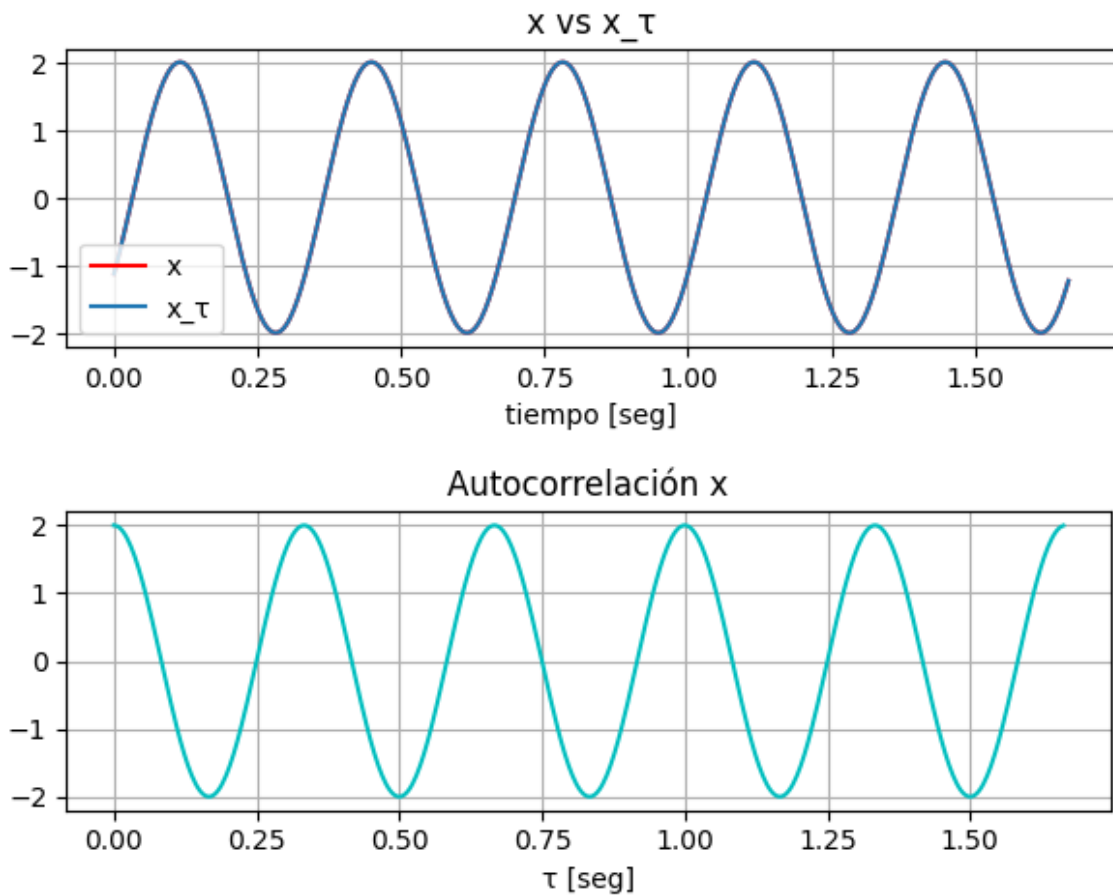
La autocorrección de una señal senoidal tiene la misma forma senoidal



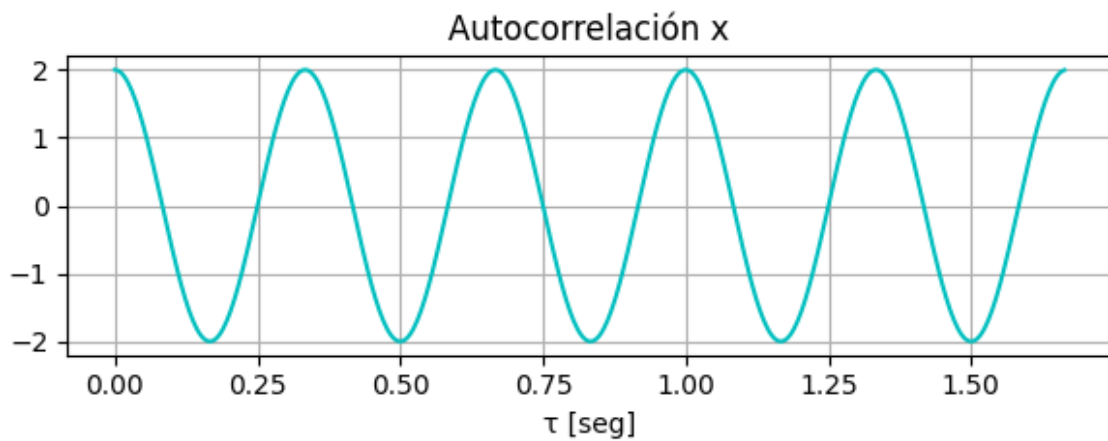
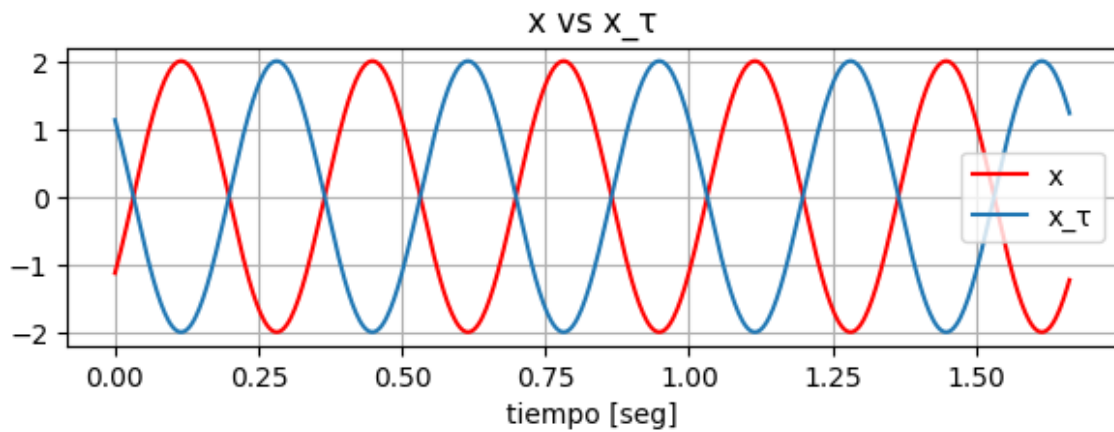


Para una mejor comprensión se creó un nuevo código en el cual se podrá visualizar las diferencias que posee la señal al aumentar τ .

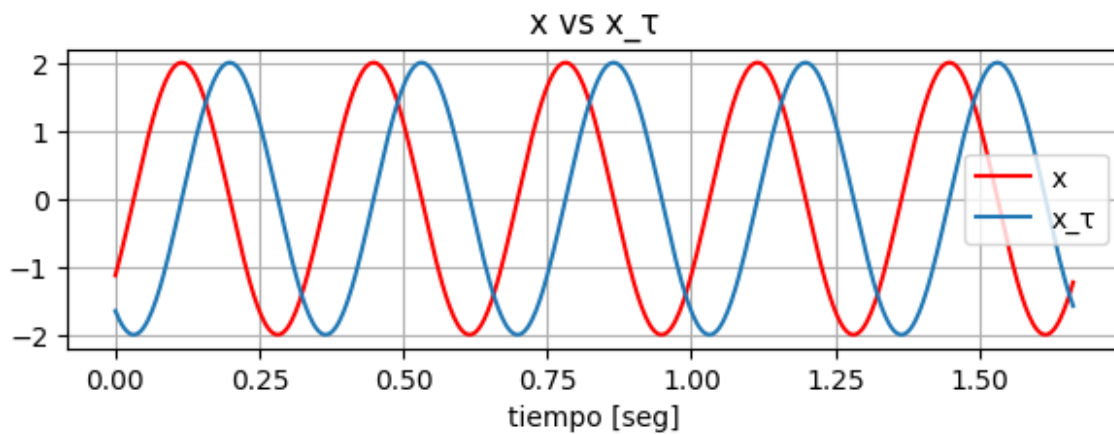
En primer lugar, se utilizó una señal se periodo $T=0.3333$ y para un $\tau=0$, y su valor de autocorrelación es un máximo igual a 2, se puede observar en el gráfico de autocorrelación en cian. Lo que indica que las señales son iguales.

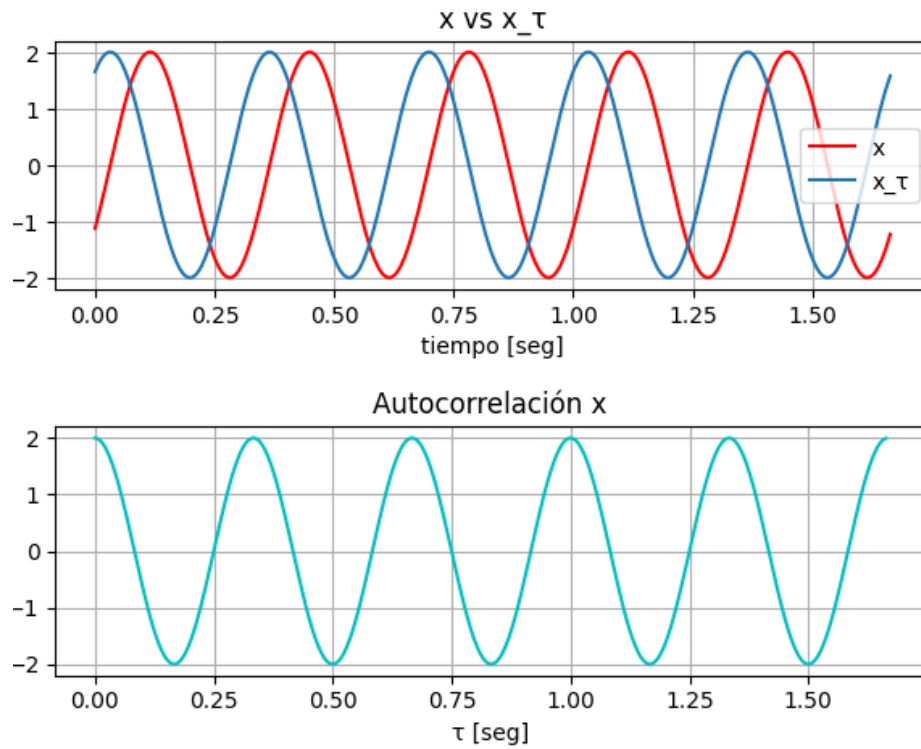


Luego se visualizó un $\tau=0.16667= 0.5 \cdot T$, y se puede observar que su autocorrelación es igual -2, lo que indica que las señales tienen una relación inversa.



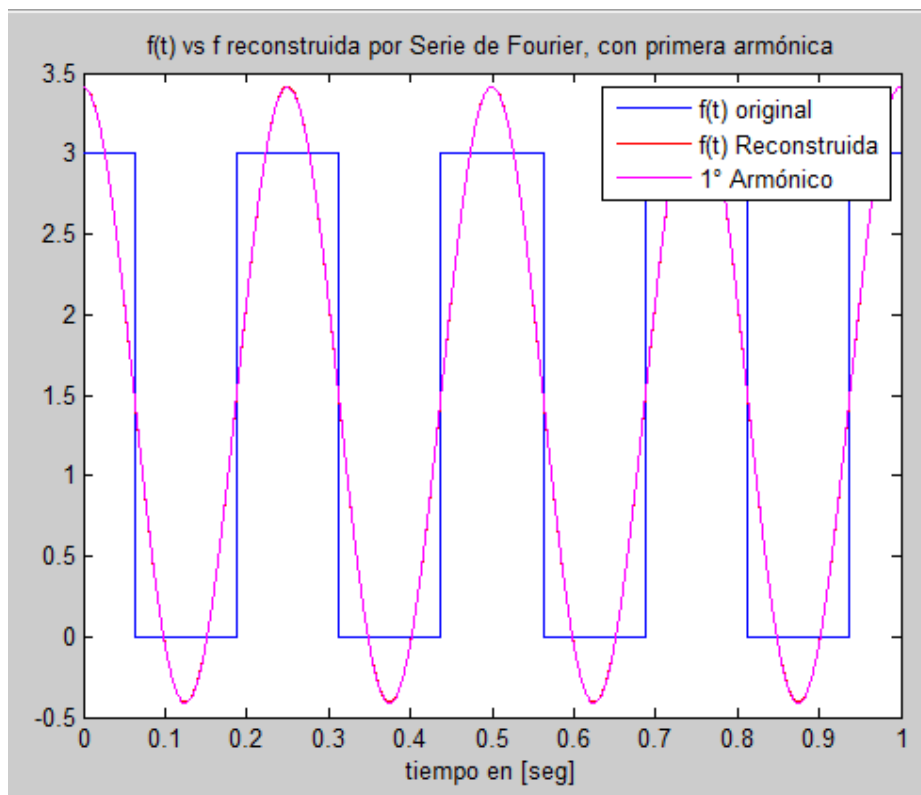
Para los valores $\tau=0.0833= 0.25 \cdot T$ y $\tau=0.25= 0.75 \cdot T$, la autocorrelación es igual a 0, las señales son distintas.



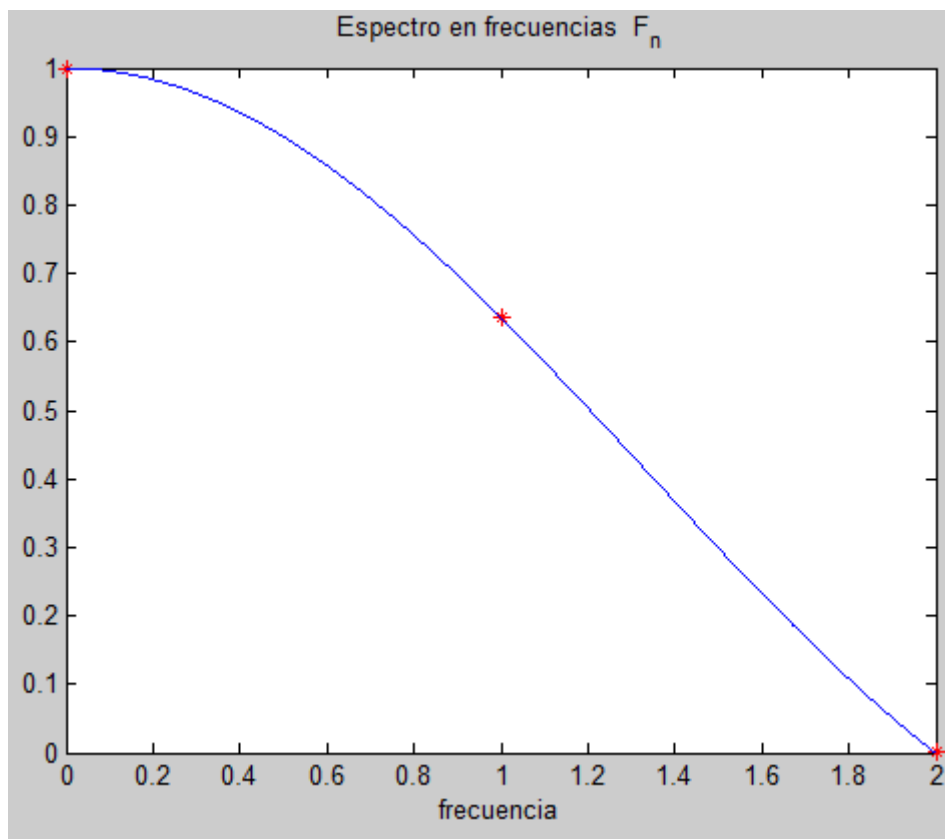


Problema N°3

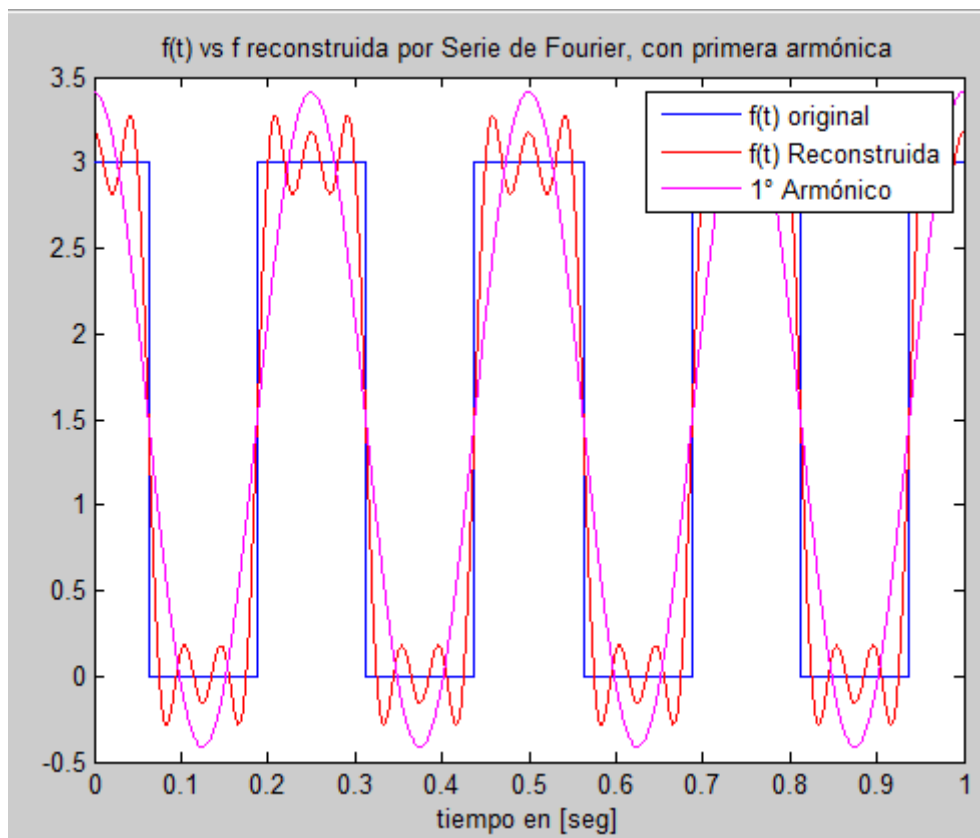
Se generó una serie de Fourier con 2 armónicos, en la imagen se muestra la comparación de la señal original, la señal reconstruida y el primer armónico.

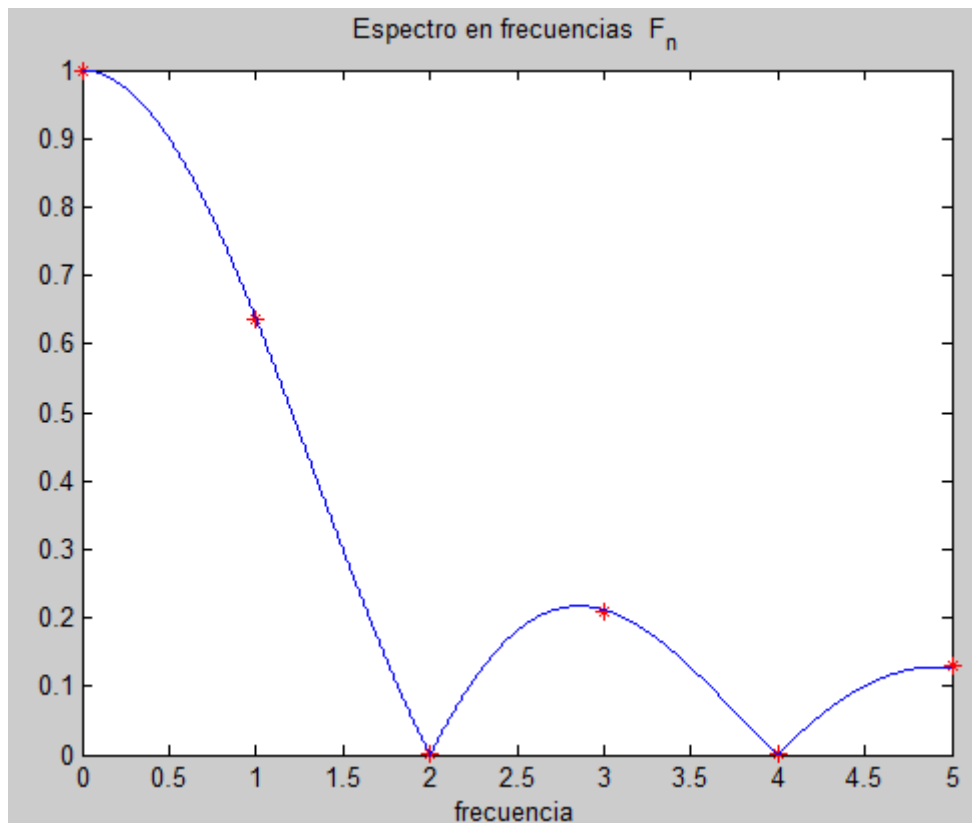


A continuación, se muestra el espectro de Fourier

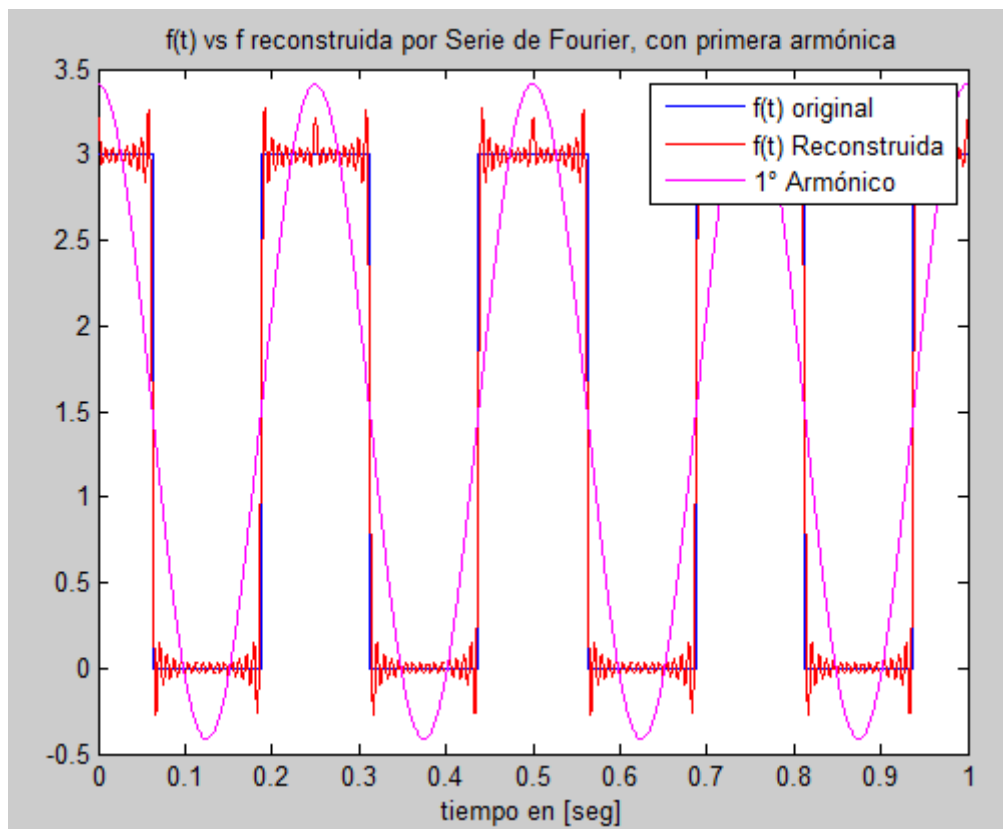


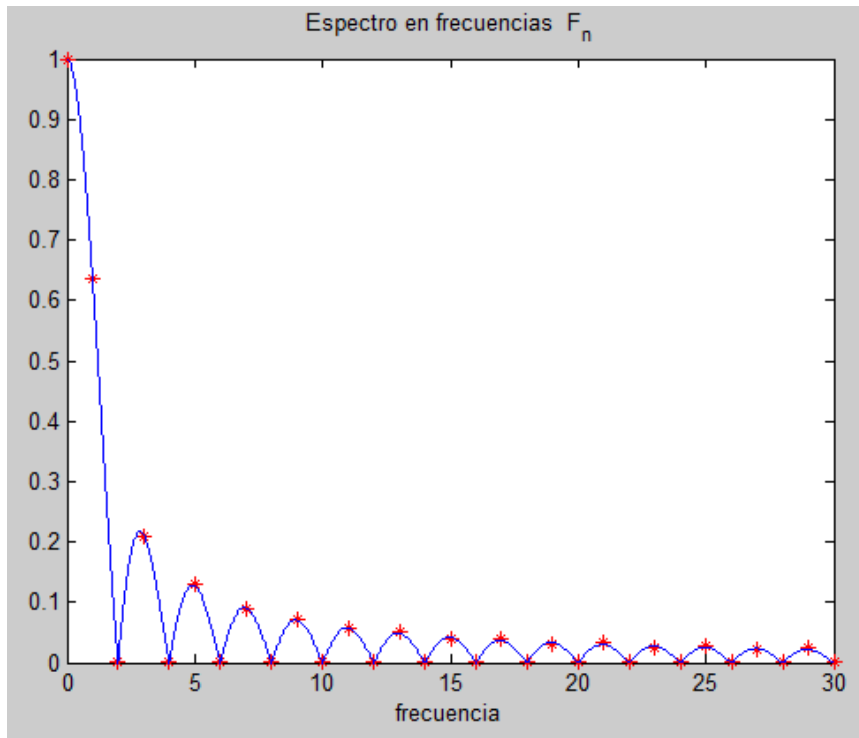
Se genera una serie con 5 Armónicos, se puede ver que al aumentar la cantidad de armónicos la serie de Fourier se aproxima más a la señal original.





Al aumentar a 30 Armónicos, las señales son muy similares. La observación que se puede apreciar es el ripple que presenta la señal reconstruida.



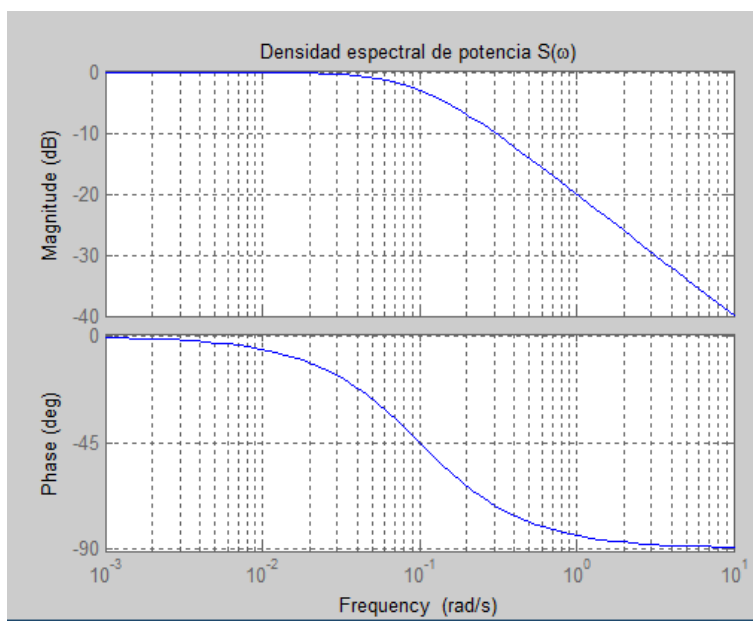


En conclusión

- Los armónicos pares no contribuyen para reconstruir la señal, se puede comprobar en el módulo del espectro de Fourier. Otra forma de comprobar es que es una serie de cosenos debido a que la función original es par.
- El espectro en frecuencias de la señal reconstruida siempre se encuentra dentro del espectro de la señal original. Por lo que si se agrega los infinitos valores de armónicos se obtendría la señal original.

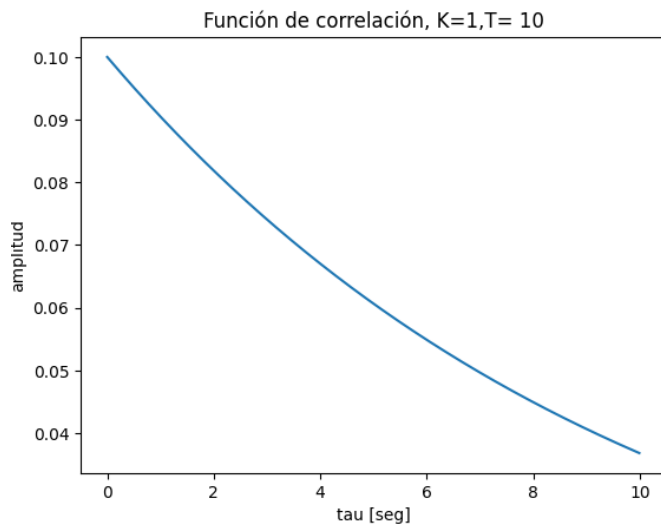
Problema N°4

a) Con $T=10$ y $K=1$



- b) La función correlación se obtiene al calcular la Transformada Inversa de Fourier de la Densidad espectral de Potencias

$$\phi_{xx} = \mathcal{F}^{-1} \left\{ \frac{K}{1 + j\omega T} \right\} = \frac{K}{T} e^{-\frac{t}{T}}$$

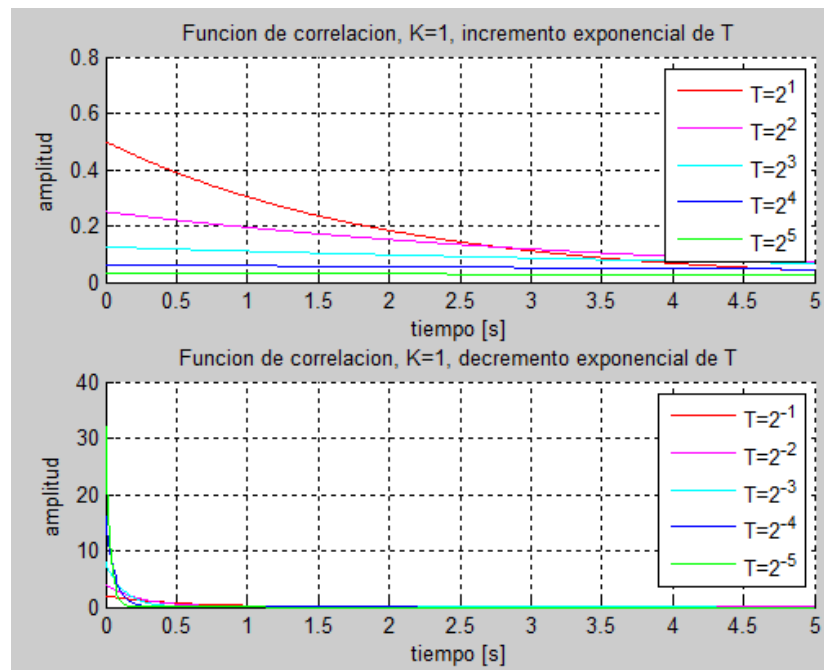


- c) El valor cuadrático medio se obtiene de la función correlación cuando $\tau=0$

$$E[X^2] = \phi_{xx}(0) = \frac{K}{T} e^{-\frac{0}{T}} = \frac{K}{T} = \frac{1}{10} = 0.1$$

El valor medio (o media) de una variable no se puede calcular directamente a partir de la correlación. La correlación mide la relación lineal entre dos variables, pero no proporciona información sobre sus medias.

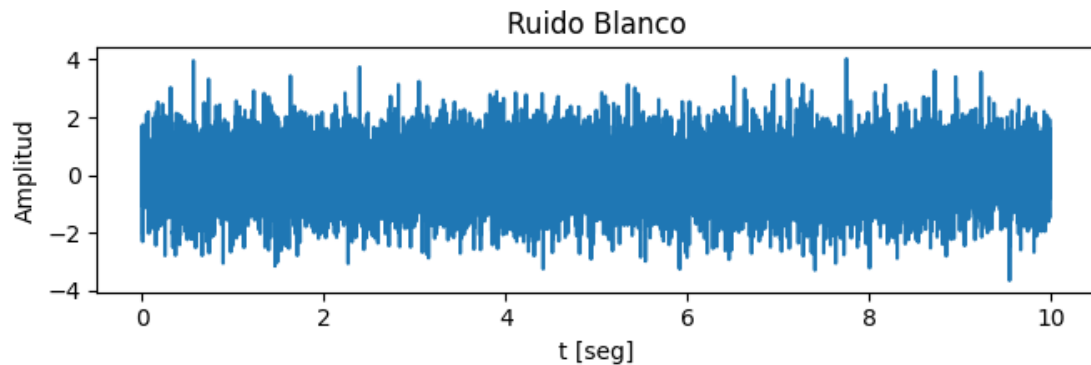
- d)



Si T tiende a hacerse cada vez más pequeño la función correlación tiende asintóticamente al eje. Sin embargo, si T es más grande la función correlación tiende a aplanarse.

Problema N°5

En código de Python se generó una señal pseudo aleatoria similar al Ruido Blanco

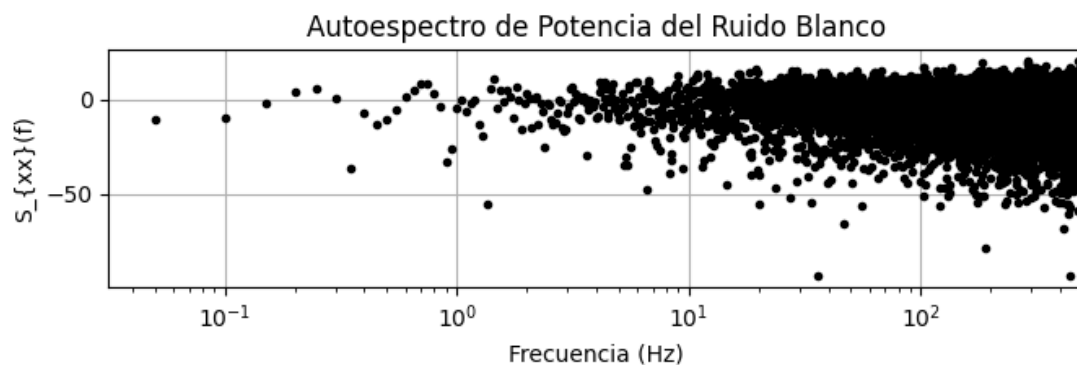


Luego se calculó su autocorrelación:



Se puede observar que sólo cuando $\tau=0$, la autocorrelación tiende al infinito al igual que un Delta de Dirac, lo que significa que para otros valores de τ no hay relación.

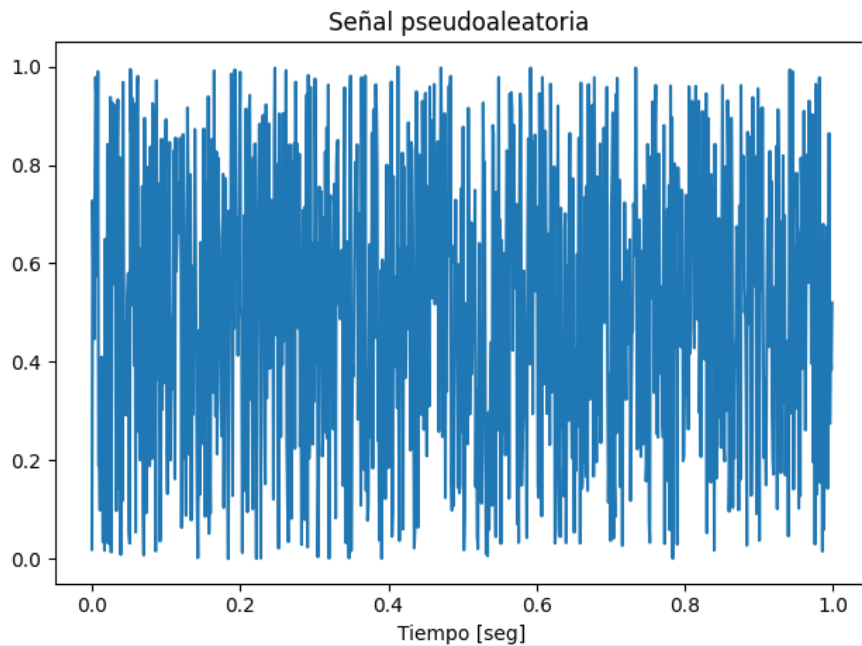
Para calcular el Autoespectro de Potencia del Ruido Blanco, se calcula la Transformada de Fourier de la función autocorrelación. Luego se graficó en función de la frecuencia y se obtuvo el siguiente espectro:



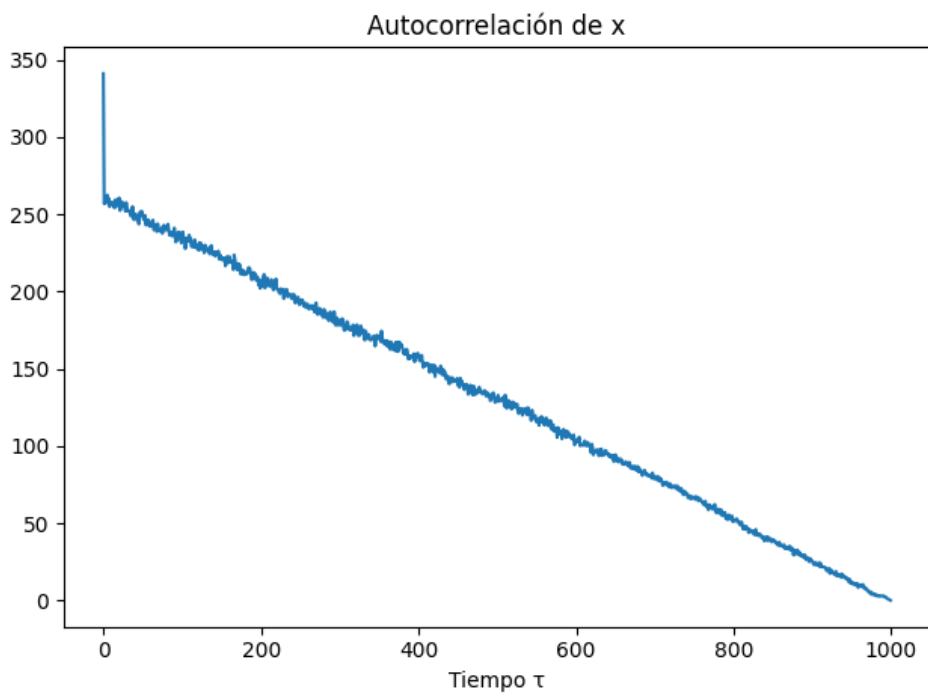
Se puede inferir que la potencia de ruido Blanco es constante. Lo cual es de las características principales del ruido blanco que es mantener constante su potencia en todo el espectro de frecuencias.

Problema N°6

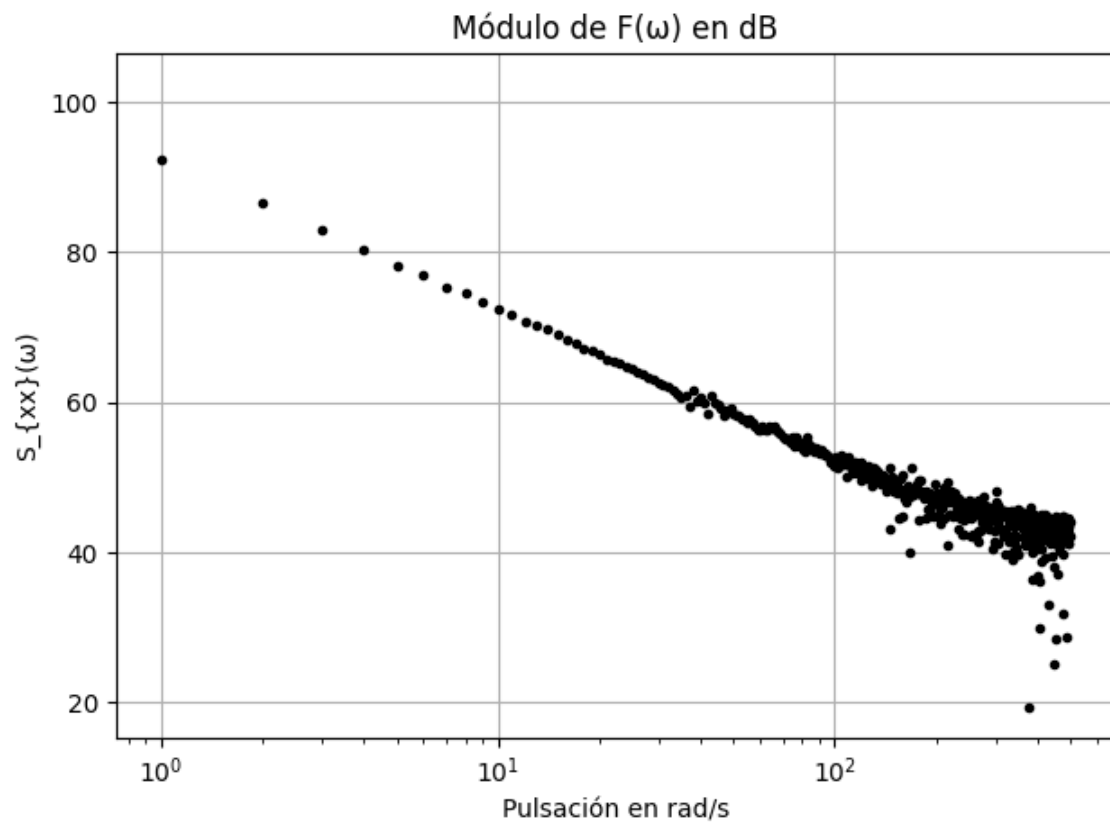
Se plotó la señal pseudoaleatoria en el intervalo $[0,1)$. Se puede observar que los valores en amplitud solamente son valores positivos.



Se calcula la autocorrelación de la señal pseudoaleatoria. Se logra visualizar que en $\tau=0$ tiene un comportamiento similar a un ruido blanco. En los valores de $\phi_{xx}(\tau>0)$ los valores decrecen aproximadamente lineal, esto se debe a que para los distintos valores de $\tau>0$ hay una similitud.

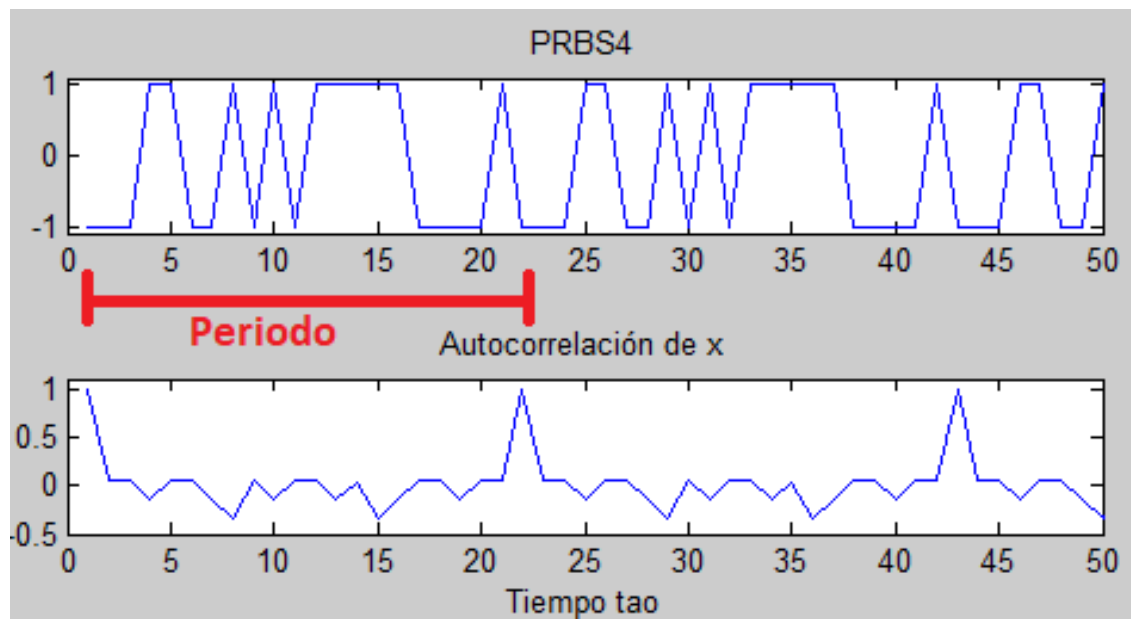


El espectro de potencia no es constante, la potencia decrece para altas frecuencias.

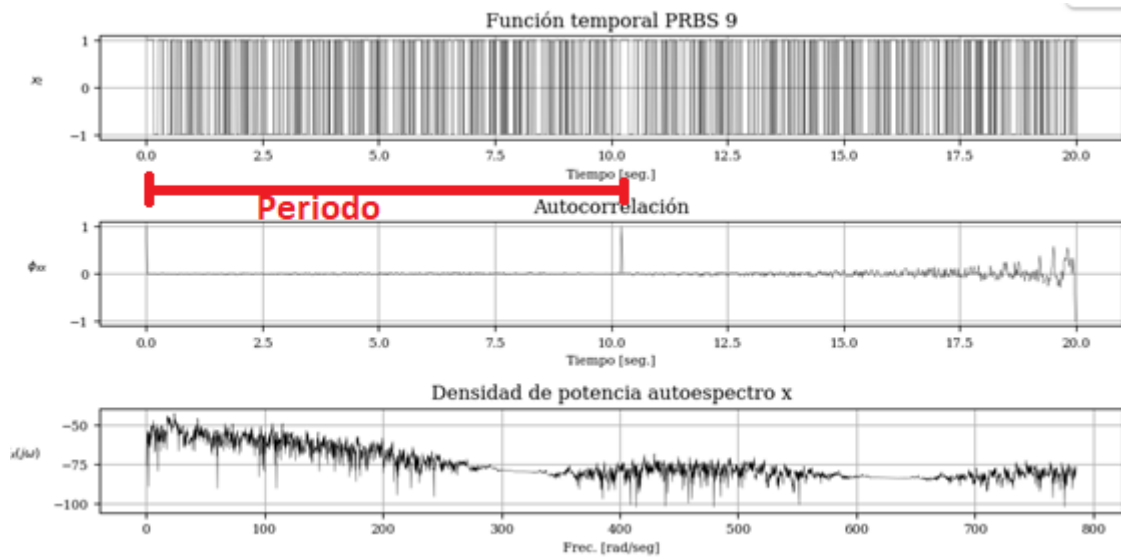


Problema N°7

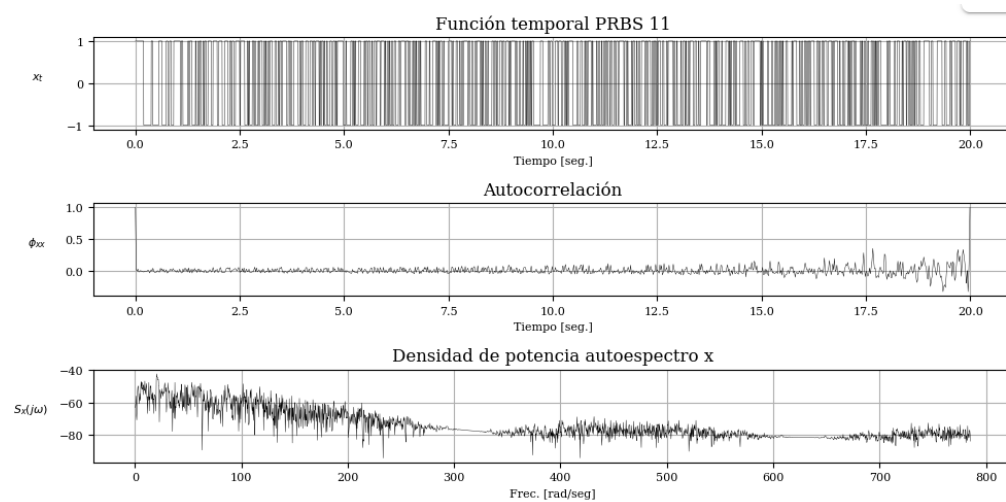
Se genera una PRBS4 y se observa que cada 22 muestras se repite la señal, y en la autocorrelación tiene un pico a 22 muestras.



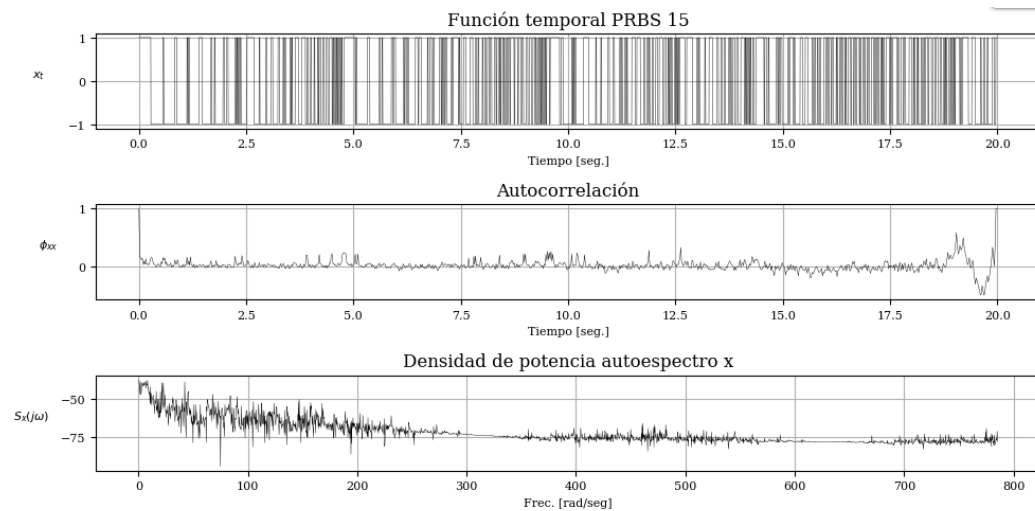
Se genera una PRBS9 y se observa que cada 10 segundos se repite la señal, y en la autocorrelación tiene un pico a 10 segundos.



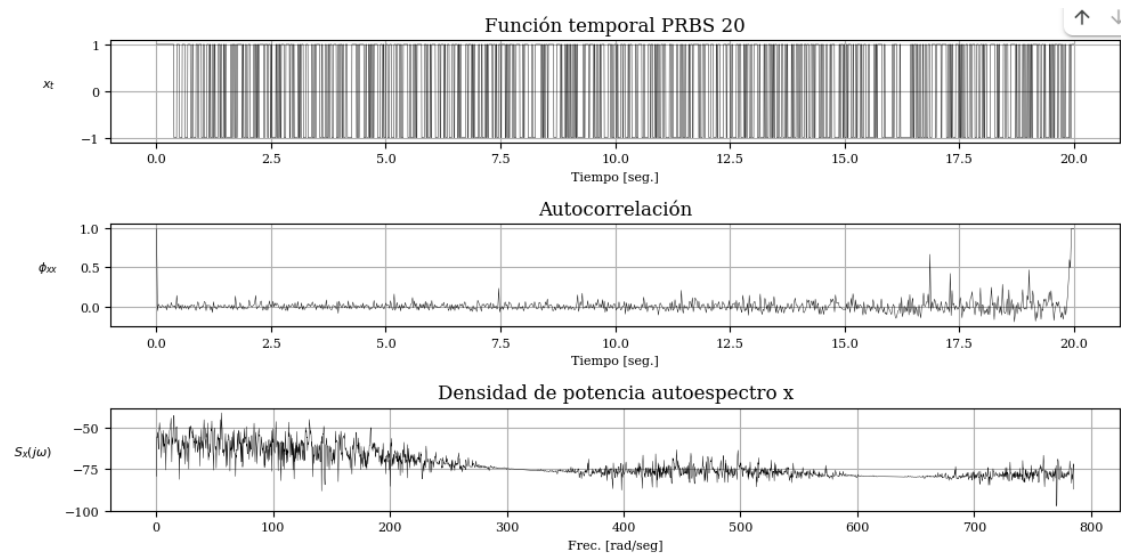
Se genera una PRBS11 y se observa que con 20 segundos no se repite.



Se genera una PRBS15 y se observa que con 20 segundos no se repite.



Se genera una PRBS15 y se observa que con 20 segundos no se repite.



Conclusión:

Para las PRBS de mayor orden $m > 9$ se las puede considerar aleatorias.

Problema N°8

$$y(t) = g(t) * x(t) = \int_0^{\infty} g(\tau) x(t - \tau) d\tau.$$

Demostrar que

$$\phi_{xy}(\tau) = \int_0^{\infty} g(t) \phi_{xx}(\tau - t) dt = g(\tau) * \phi_{xx}(\tau)$$

$$\phi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t - \tau) * y(t) dt$$

Y si el sistema es causal entonces

$$\phi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^{T/2} x(t) * y(t - \tau) dt$$

$$\phi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[\int_0^{\infty} x(t) \int_0^{\infty} g(\tau) x(t - \tau) d\tau dt \right]$$

$$\phi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} g(\tau) x(t) x(t - \tau) d\tau dt \right]$$

$$\phi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[\int_0^\infty \int_0^\infty g(\tau) d\tau * \int_0^\infty x(t)x(t-\tau) d\tau dt \right]$$

$$\phi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[\int_0^\infty \int_0^\infty g(\tau) d\tau \phi_{xx}(\tau - t) dt \right]$$

$$\phi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \left[\int_0^\infty g(t) \phi_{xx}(\tau - t) dt \right]$$

Códigos

Los códigos y scripts se encuentran en el siguiente link

[Control_Optimo_UNCa_FTyCA/TP3 at main · matias-25/Control_Optimo_UNCa_FTyCA](#)

Enlace del cuaderno Colab

[Trabajo_Pratico_3_Control_Optimo_UNCa_2025.ipynb - Colab](#)