

TAREA 1

Matías Contreras
 RUT:19.609.705-8
 Github: @matias-contreras

1. Metodología

En este trabajo se quiere encontrar la ondulación del geode producido por una montaña modelada por la función $h(r) = h_{max} \cos(\frac{\pi r}{2R})$, con h_{max} , la altura máxima, R el radio en la base de la montaña y r el radio de la montaña a una altura h .

Para esto, usaremos la fórmula de Brun, dada por:

$$N = \frac{U_{\Delta m}(O)}{g_0} \quad (1)$$

Esta fórmula calcula la ondulación del geode en el punto O , en metros. Pero como se puede ver en la ecuación 1, necesitamos encontrar el potencial U de la diferencia de masas producido por la montaña.

Para encontrar este potencial hay que tener presente la isostasia, que hace que las montañas generen una raíz de material cortical, que se introduce en el manto, lo que implica una diferencia de masa, que influye al potencial en el punto O .

Para encontrar el tamaño de la raíz, usaremos un porcentaje de la raíz isostáticamente compensada, lo que viene dado por la fórmula:

$$H(r, p) = \frac{\rho_c}{\rho_m - \rho_c} h(r) * \frac{p}{100} \quad (2)$$

Donde p es el porcentaje de raíz isostática, por lo que es un número entre 0 y 100; h es la altura topográfica y ρ_m y ρ_c las densidades del manto y corteza respectivamente

Para encontrar el potencial usaremos la fórmula del potencial generado por un cilindro de radio R en un punto P ubicado en su eje. (ver ecuación 3 y figura 1)

$$U(P) = -\pi G \left[H_2 L_2 - H_1 L_1 + H_1^2 - H_2^2 + R^2 \ln \left(\frac{H_2 + L_2}{H_1 + L_1} \right) \right] \quad (3)$$

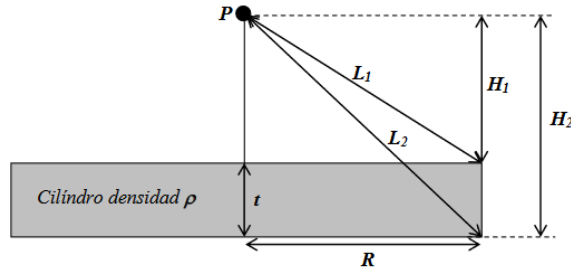


Figura 1: Potencial producido por un cilindro de radio R

Para encontrar el potencial, dividiremos la topografía en N cilindros de igual altura, al igual que la raíz, pero con la altura proporcional correspondiente al porcentaje de isostasia usado.(ver figura 2, donde se usa $N = 3$)

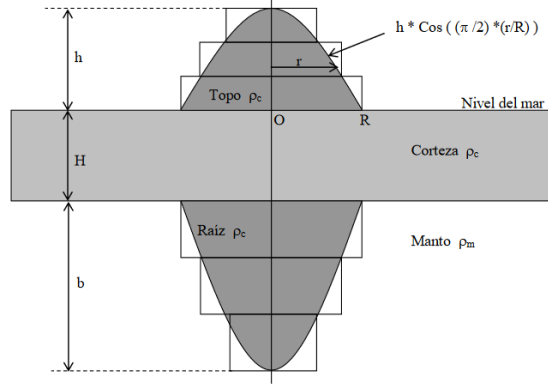


Figura 2: Modelo usado para encontrar el potencial

Ahora, solo tenemos que sumar el potencial producido por cada uno de los cilindros de la topografía y luego restarle la suma de todos los potenciales de los cilindros de la raíz, para luego usar la ecuación 1 para encontrar la ondulación del geoide.

Para este caso, se usó una división de 20 cilindros, un espesor cortical de 33 kilómetros, altura topográfica de 4 kilómetros, radio basal de la montaña de 300 kilómetros, densidad cortical y mantélica de $2.7[\frac{gr}{cc}]$ y $3.3[\frac{gr}{cc}]$ respectivamente.

2. Resultados

Luego de programar y graficar todo lo anteriormente discutido, se obtuvieron los resultados ilustrados en las figuras 3 y 4

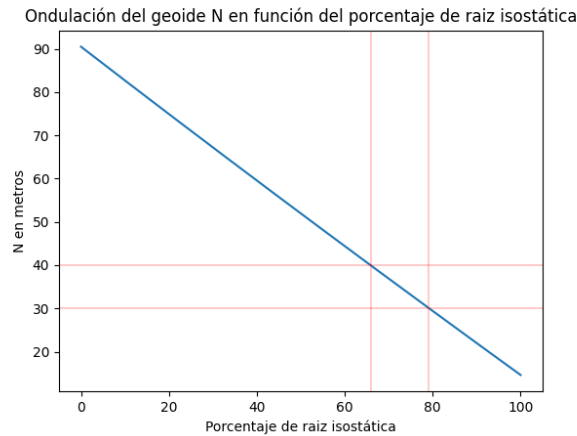


Figura 3: Gráfico de porcentaje de raíz isostática vs ondulación del geoide

Como se ve en el gráfico de la figura 3, para una raíz completamente isostática, la ondulación del geoide es de aproximadamente 14 metros y para un caso sin raíz, da una ondulación de 90 metros. Para que la ondulación esté entre 30 y 40 metros, es necesario que la raíz sea un 66 % a 79 % de la raíz completamente isostática.

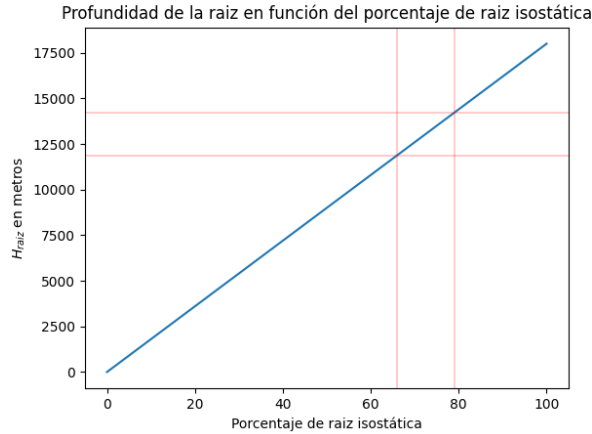


Figura 4: Gráfico de porcentaje de raíz isostática vs profundidad de la raíz

Como se ve en la figura 4, la profundidad de la raíz completamente isostática es de 18 kilómetros, y tal como podemos suponer, no tiene raíz en caso contrario. Para que la ondulación sea entre 30 y 40 metros, la raíz tendría una profundidad de entre 12 a 14 kilómetros.

3. Discusión

Al ver los resultados, vemos que para cumplir con una ondulación del geoide entre 30 y 40 metros (que es lo medido realmente), es necesario que la raíz que produce la topografía sea entre 66 a 79 por ciento la raíz completamente isostática. Esto significa que hay alguna estructura que ayuda a la compensación isostática. En este caso, lo que impide que la raíz sea tan grande como lo indica la isostasia, es el soporte cortical, es decir, la rigidez de la corteza soporta parte del peso de la montaña, haciendo que la compensación isostática sea menor.

Este fenómeno puede estar relacionado con la flexura que produce la rigidez de la corteza, suavizando la respuesta completamente isostática, en este caso es mayor, posiblemente debido a la composición de la corteza en esta zona, que le da mayor rigidez para poder soportar el peso de las montañas más fácilmente.