

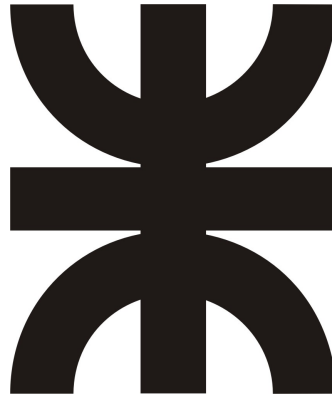
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL

FACULTAD REGIONAL CÓRDOBA

Fundamentos de Robótica móvil

Trabajo Práctico N°4:

Análisis en tiempo discreto



Profesores:

- Prof. Dr. Ing Gaydou, David A.
- Prof. Dr. Ing. González Dondo, Diego.
- Prof. Dr. Ing. Perez Paina, Gonzalo F.

Alumnos:

- Dogliani, Matías / Legajo: 72.152
- Nicolodi, Juan / Legajo: 66.875
- Pistelli, Franco / Legajo: 70.735



Índice

1. Introducción	1
2. Prueba del modelo	1
2.1. A lazo abierto	2
2.2. Lazo cerrado	4
2.3. Controlador PD	6
3. Simulación con agregado de ruido	6
4. Conclusión	9

1. Introducción

El trabajo consiste en realizar un modelo de simulación para el sistema multirrotor tipo balancín estudiado anteriormente en el Trabajo Práctico 2 de la materia. Para esto, en primer lugar se define el modelo discreto del sistema, luego se comprueba si este corresponde con las condiciones establecidas en el trabajo práctico anterior y por último se hace uso del simulador construido para observar el efecto del ruido.

El modelo discreto del sistema multirrotor es el otorgado por la cátedra, disponible en la [diapositiva](#) de la clase de sistemas en tiempo discreto. Los pasos seguidos para la obtención del mismo se basan en la resolución de las ecuaciones diferenciales de primer orden del modelo del multirrotor mediante el método de **ecuaciones en diferencias**. Un resumen de la resolución de este modelo se encuentra en el cuaderno del [repositorio del trabajo](#), junto con las modificaciones necesarias que se fueron haciendo para cada consigna. Las ecuaciones 1 y 2, en tiempo continuo se aproximan mediante rectas en tramos discretos Δt , definidos en las expresiones 3 y 4 utilizadas para calcular la evolución del sistema discreto

$$\dot{\theta}(t) = \omega(t) \quad (1)$$

$$\dot{\omega}(t) = \frac{1}{J}\tau(t) \quad (2)$$

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \omega_k \Delta t \quad (3)$$

$$\omega_{k+1} = \omega_k + \frac{1}{J}\tau_k \Delta t \quad (4)$$

Para comprobar la correcta implementación del modelo discreto, y el funcionamiento del simulador también otorgado por la cátedra, se excita al sistema con combinaciones de condiciones iniciales de sus variables de estados, y con acciones de control. Además, luego de cerrar el lazo de control, se excita al sistema de la misma forma que en el trabajo práctico 2, para comprobar que el simulador se corresponde con el modelo obtenido.

En última instancia se hace uso de este simulador para conocer la respuesta aproximada del sistema multirrotor ante la presencia de ruido blanco.

2. Prueba del modelo

El modelo del simulador se basa, a grandes rasgos, en un ciclo de repetición en donde se calculan las consecutivas salidas del sistema q_{k+1} siendo $q_{k+1}(1) = \theta_{k+1}$ y $q_{k+1}(2) = \omega_{k+1}$, mediante el sistemas de ecuaciones 3 y 4. El código en detalle se puede observar en el [cuaderno](#) de este trabajo.

2.1. A lazo abierto

En primer lugar se verificó la estabilidad del sistema en el punto de equilibrio $q_0 = [0; 0]^T$, es decir se establecieron condiciones iniciales de posición y velocidad angular nulas. De igual forma, la acción de control para este caso se iguala a cero. La respuesta obtenida es la de la figura 1

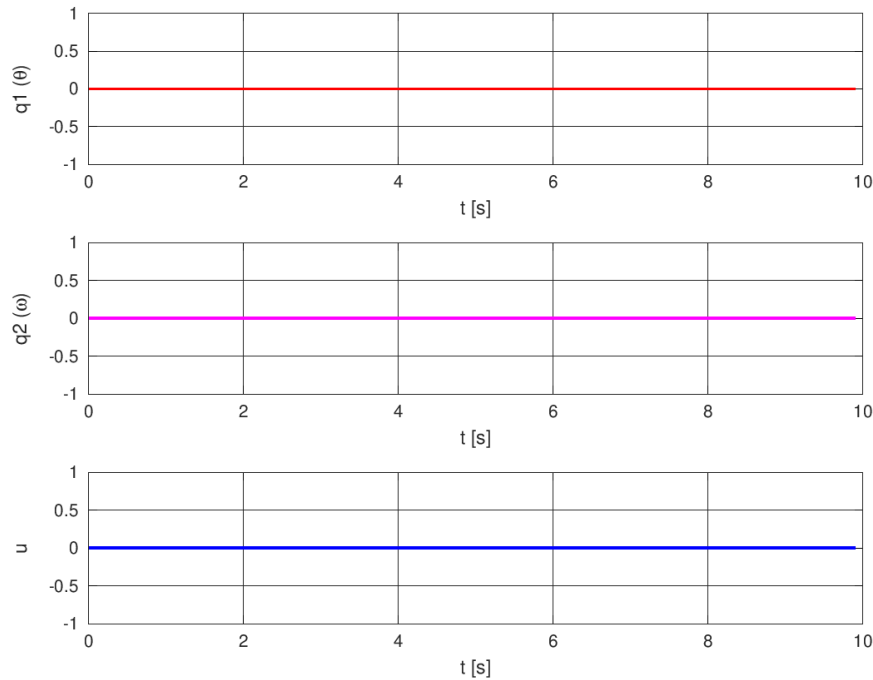


Figura 1: Posición inicial del balancín

Se puede observar que el sistema se encuentra perfectamente balanceado y se mantiene en el estado de condición inicial establecido para esta simulación. Como condición inicial se define, ahora, un valor de velocidad angular w no nula. Por la relación de la expresión 1 se espera que la posición del brazo θ sea la integral de la velocidad establecida. La respuesta obtenida es la de la figura 2.

La respuesta obtenida es la esperada, y se observa que ante una velocidad inicial no nula el balancín gira constantemente a esa velocidad establecida, y que la posición crece con forma de rampa (integral del escalón) correspondiéndose a la ecuación cinemática del modelo. Si al sistema ahora, de condiciones iniciales nulas, se lo excita con una acción de control (torque) igual a un escalón unitario se observa la respuesta de la figura 3

Como se esperaba, al excitar al sistema con un escalón unitario la velocidad crece en forma de rampa (integral del escalón) y la posición con forma exponencial (integral

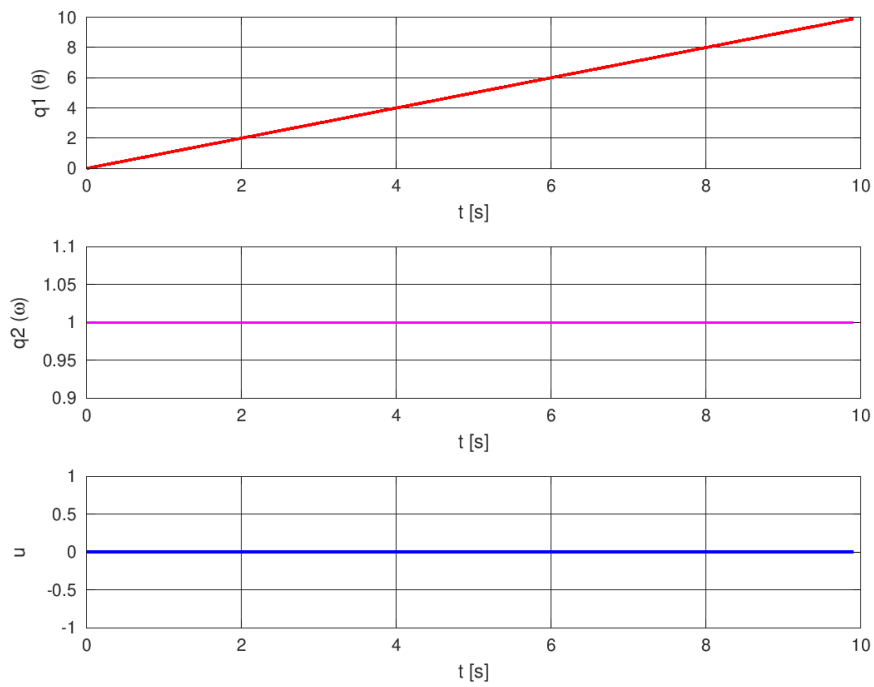
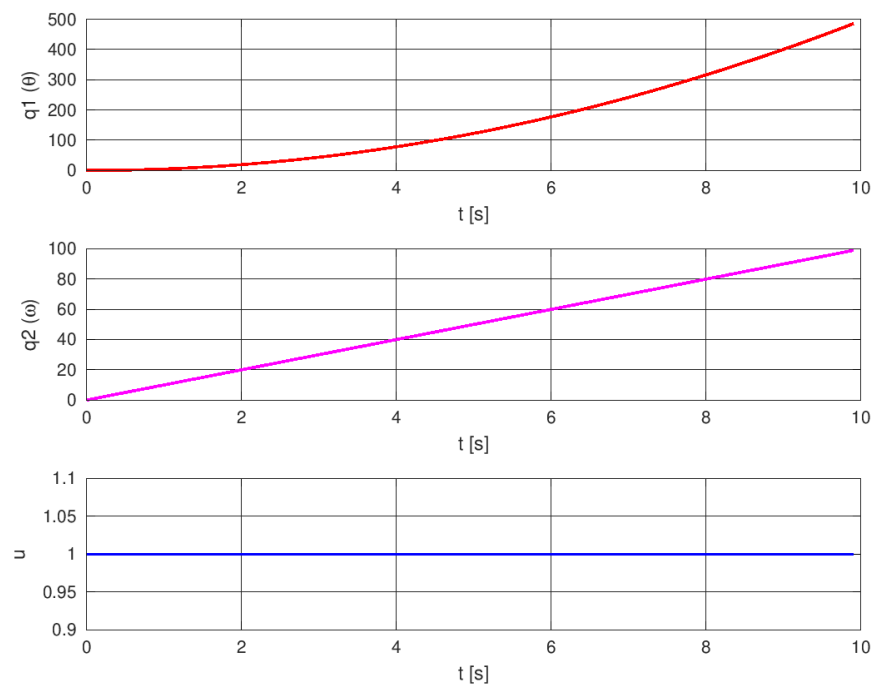

Figura 2: Respuesta a $w_0 = 1$


Figura 3: Respuesta a escalón unitario de torque

de la rampa) y similar sucede si se lo excita con un impulso, como se observa en la figura 4

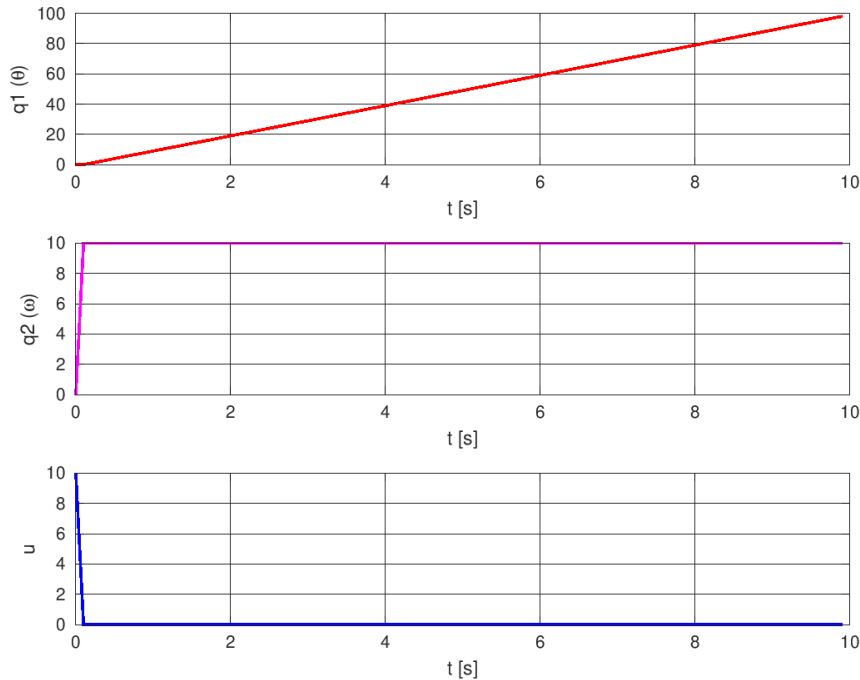


Figura 4: Respuesta a impulso de amplitud = 10 de torque

Por último se prueba el modelo configurando las condiciones iniciales con velocidad nula pero una posición distinta de cero. La respuesta es la de la figura 5

Se puede observar que la posición inicial la mantiene a lo largo de todo el tiempo simulado, es decir, se mantiene en equilibrio con esa determinada inclinación. Por lo tanto este punto también es un punto de equilibrio, como el de la primera prueba. El sistema tiene como **puntos de equilibrio** todos los puntos donde la velocidad angular y la acción de control sean nulas. Esto se corresponde con la definición de puntos de equilibrio si observamos las expresiones dinámicas y cinemáticas del modelo, ya que si la velocidad y el torque aplicado son nulos las derivadas de las variables de estado del sistema serán nulas.

2.2. Lazo cerrado

Se cierra el lazo de control para obtener un sistema como el de la figura 6. A la salida del sistema se supone un transductor ideal que arroja el valor de posición el cual se compara con un valor de entrada $Tita_d$ (θ deseada o de referencia) y este error pasa por un bloque Kp . La muestra q_{k+1} se calcula con la muestra actual de igual forma que la anterior, solo que utilizando la diferencia $\theta d_k - q_k$ como entrada

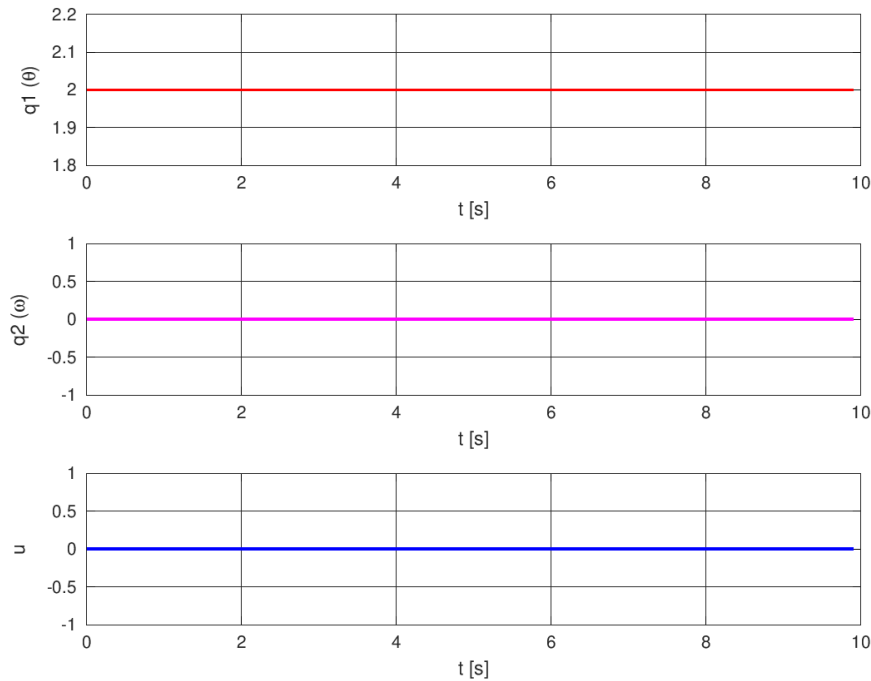


Figura 5: Respuesta a posición inicial = 2

(u_k) a la función de transferencia de la planta original. La modificación realizada en el bucle `for` se puede observar en el [cuaderno](#) de este trabajo.

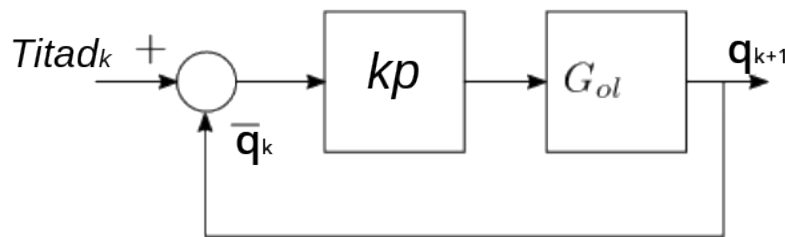


Figura 6: Lazo cerrado con controlador proporcional

Solo con esta modificación se introduce al sistema un escalón unitario como posición de referencia, condiciones iniciales nulas y ganancia $Kp = 1$. La respuesta obtenida es la de la figura 7

Observando esta respuesta se podría deducir que el sistema se vuelve inestable ya que de una forma oscilatoria crece hasta valores mucho mayores a los obtenidos en el práctico 2, donde la amplitud pico $Ap = 2$, y por lo tanto se podría afirmar que el modelo de simulación no corresponde con el sistema real. Sin embargo, esta respuesta obtenida no es válida ya que el **tiempo de integración dt** no es lo

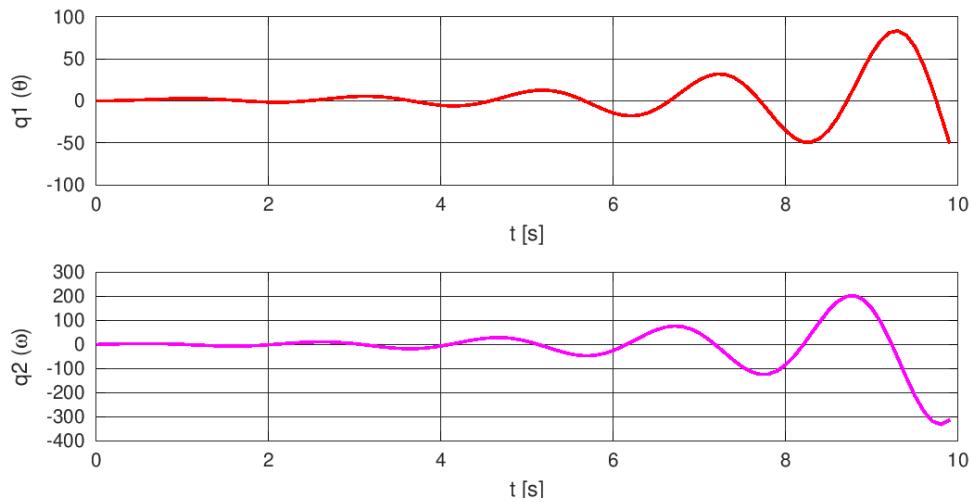


Figura 7: Respuesta para $K_p = 1$ - $dt = 0,01$

suficientemente pequeño. Es por esto que se elije hacer más pequeño el tiempo de integración $dt = 0,001$ y $dt = 0,0001$ para $kp = 10$

Con este problema solucionado, las respuestas obtenidas para 3 valores de ganancia determinados se puede observar en la figura 8 . Estas gráficas sí corresponden con las obtenidas para el modelo en tiempo continuo, por lo que se puede afirmar que, hasta este punto, el simulador aproxima adecuadamente las respuestas al sistema real.

2.3. Controlador PD

Al lazo cerrado se agrega un control derivativo en serie con el controlador proporcional anterior, para obtener un controlador PD como el de la figura 9

Para calcular la derivada del error \dot{e}_k se utilizó también el método de solución basado en ecuaciones en diferencias. Se calcula fuera del bucle `for`, en el primer instante, un error $e_{k=0}$, y luego dentro del bucle se calcula, primero el vector de estados siguientes q_{k+1} y luego la entrada al bloque de G , u_{k+1} ya considerando el error e_{k+1} .

Se prueban las mismas combinaciones utilizadas para el trabajo práctico número 2, y las respuestas obtenidas se pueden observar en la figura 10

3. Simulación con agregado de ruido

Una vez que se comprobó que el modelo de simulación aproxima de forma adecuada las respuestas del modelo real del balancín, añadimos ruido aleatorio sobre el transductor de posición. En la figura 11 se puede observar el efecto de un ruido del

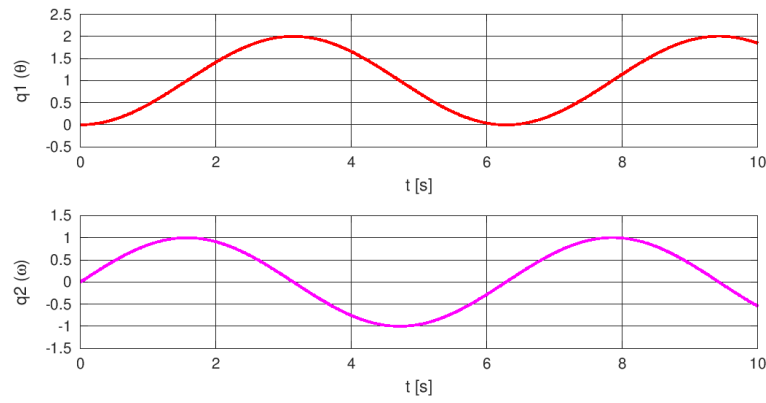
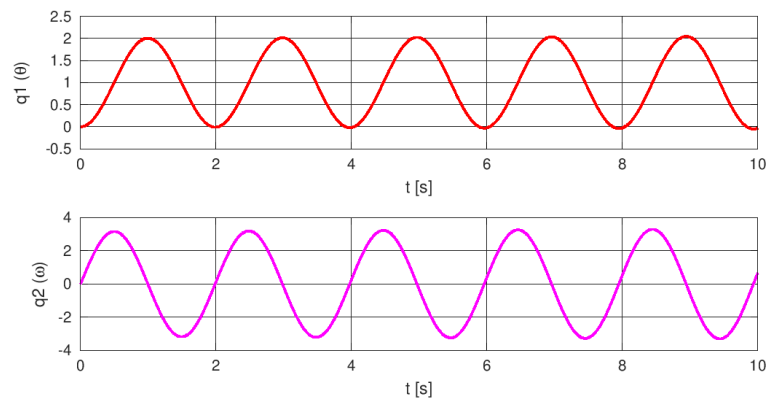
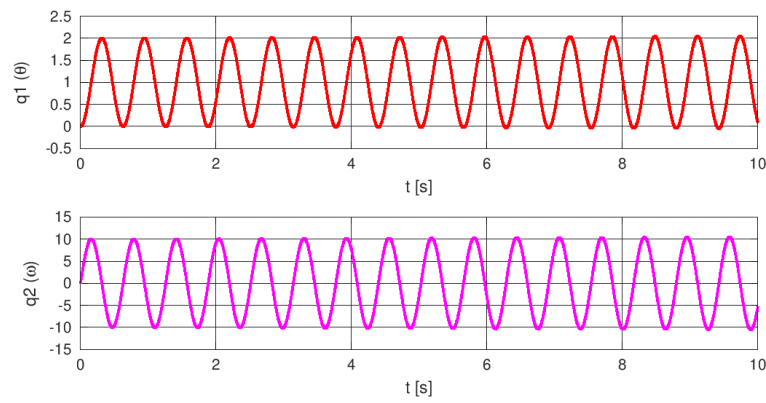

(a) $K_p = 0.1$

(b) $K_p = 1$

(c) $K_p = 10$

Figura 8: Respuestas del sistema con controlador proporcional

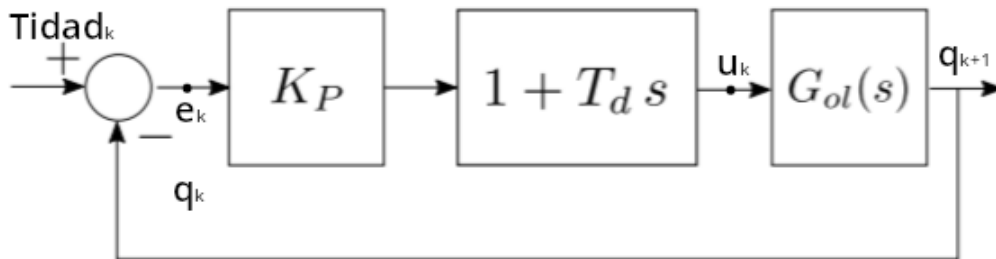


Figura 9: Sistema con controlador proporcional derivativo

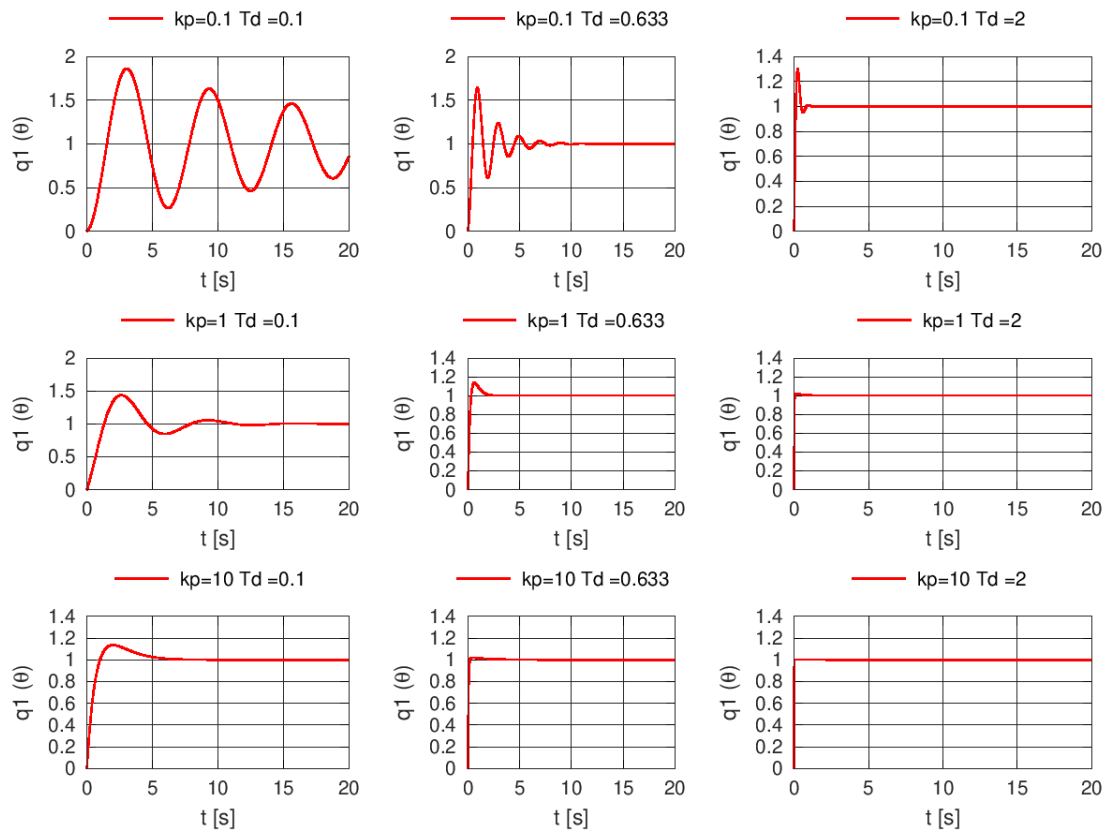


Figura 10: Respuestas del sistema con controlador PD

2 % y en la figura 12 la respuesta obtenida con el agregado de un 5 % de ruido, para todas las combinaciones de K_p y T_d

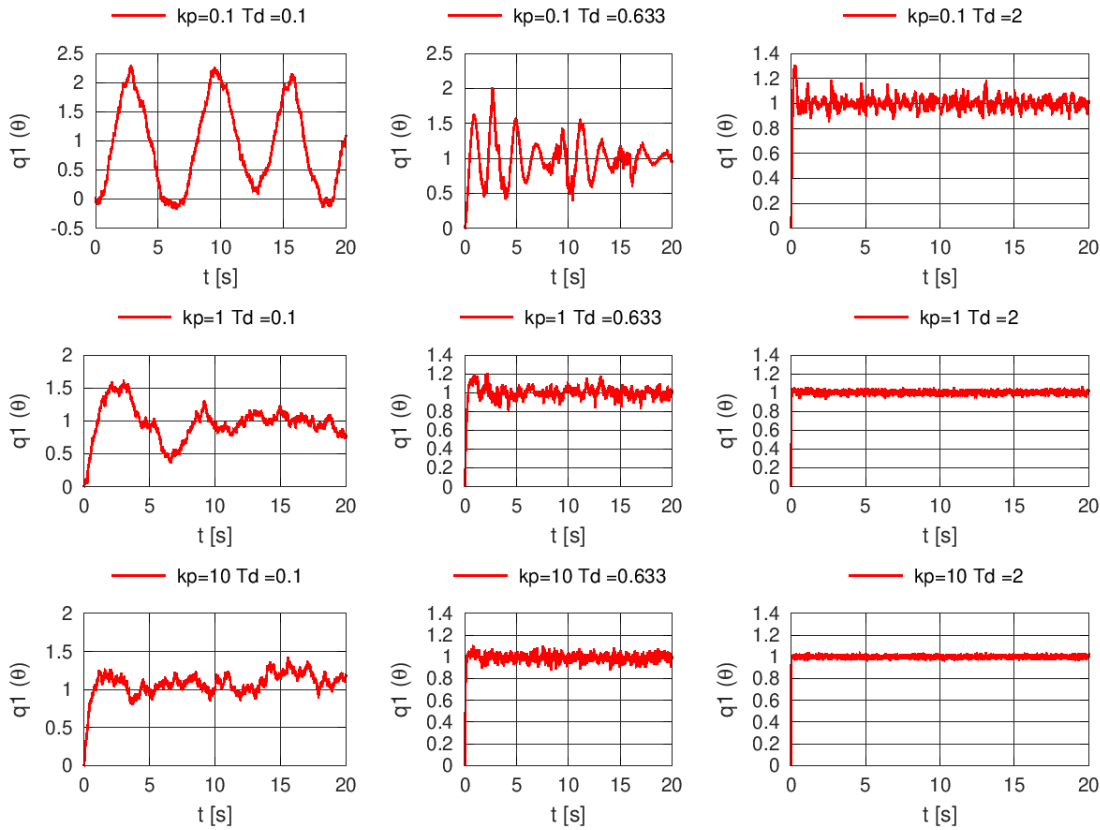


Figura 11: Ruido de 2 %

4. Conclusión

El modelo de simulación se corresponde o aproxima de forma correcta al sistema real del balancín, sin embargo es necesario conocer de antemano la respuesta que se espera obtener del simulador o al menos una idea aproximada.

Al cerrar el lazo y colocar el controlador proporcional y simular con ciertos valores de K_p la respuesta obtenida no era representativa ni mucho menos correspondía con el sistema real. Para obtener una respuesta del simulador aproximada y adecuada fue necesario cambiar el tiempo de integración por un valor menor.

El error producido por un tiempo de integración inválido se debe a que los tramos de integración no pueden aproximar la velocidad de cambio de la respuesta, causando que la simulación arroje una respuesta inválida. Este error, que se produce por este tipo de aproximación, es luego amplificado por el bloque de ganancia k_p por lo que el tiempo de integración debe disminuir aún más si seguimos aumentando la ganancia.

Al agregar ruido se pudo observar que se acentúan las oscilaciones presentes en algunas respuestas. Además se puede observar que el total del ruido agregado pasa

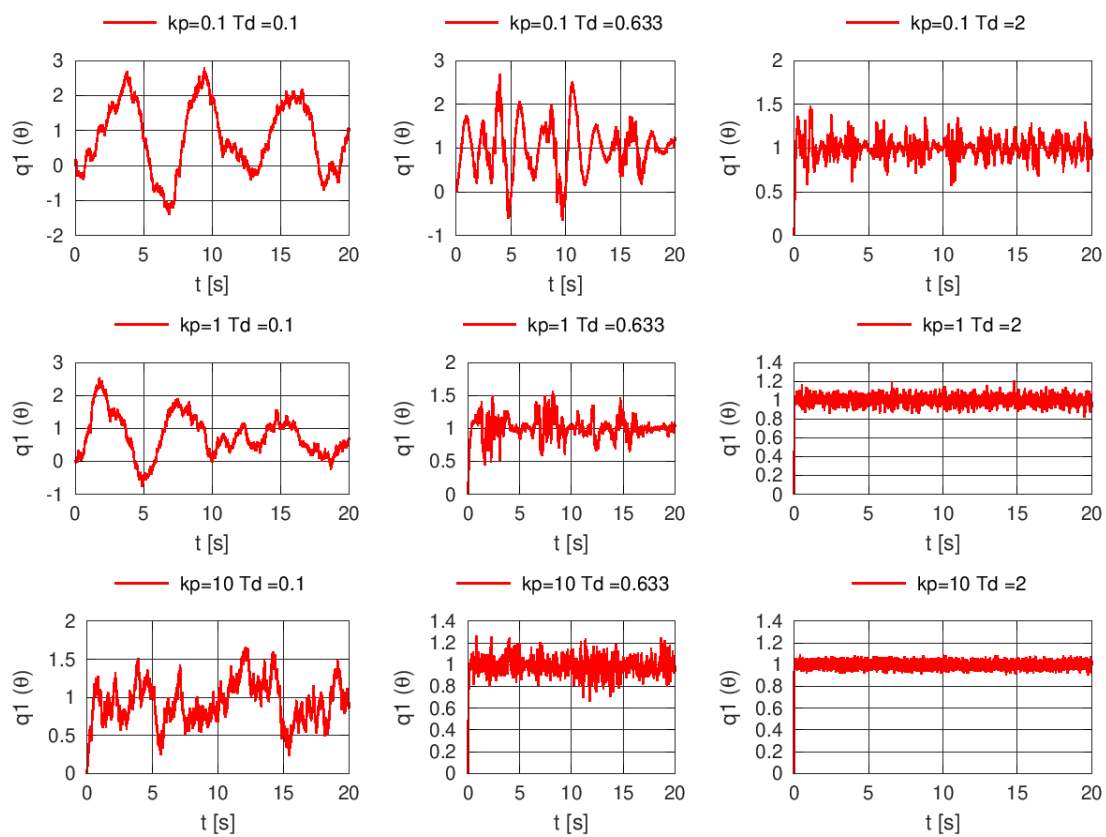


Figura 12: Ruido de 5 %



hacia la siguiente muestra de salida e incluso se amplifica. No solo que el controlador no atenúa el ruido sino que en algunos casos hasta lo amplifica. Esto es causado debido a las características del controlador proporcional derivativo. Sin embargo, en ninguno de los casos (para este tiempo de simulación utilizado) se puede afirmar que el ruido altera lo suficiente el sistema como para volverlo inestable.