Entrega 1:

Ejercicio 9, Guia 1

El jugador Montiel convirtio los 12 penales que pateo al dia de la fecha en su carrera profesional

a) Usando un prior beta de la probabilidad que tiene Montiel de convertir un penal, es decir tita ~ Beta(alpha, beta) encontrar la distribución posterior para tita y graficarla (definir a gusto los parámetros alpha y beta de la distribución).

In [1]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import beta
```

```
/home/matias/.local/lib/python3.10/site-packages/matplotlib/projections/__init__.py:63: UserWarning: Unable to import Axes3D. This may be due to multiple versions of Matplotlib being installe
d (e.g. as a system package and as a pip package). As a result, the 3D projection is not available.
  warnings.warn("Unable to import Axes3D. This may be due to multiple versions of "
```

- Usamos como Prior Beta(13, 2) porque nos parece una distribucion que modela bien la probabilidad de que un jugador convierta un penal.

Recordar que:

- **Prior** : $p(\theta) = Beta(\theta|\alpha, \beta)$ = $\dfrac{\theta^{\alpha-1} * (1-\theta)^{\beta-1}}{Beta(\alpha, \beta)}$
- **Post no normalizado** : $p(\theta|D)\ \alpha\ L(\theta|D) * p(\theta)$
- **Post normalizado** : $\dfrac{p(\theta|D)}{Sum(p(\theta|D))}$
- **Likelihood** : $L(\theta \mid D) = \binom{n}{k}\theta^k(1-\theta)^{n-k}\ \alpha\ \theta^k(1-\theta)^{n-k}$

- Ademas, queremos encontrar la distribucion posterior para θ. Esto es facilmente calculable:

1. θ ~ $Beta$(13, 2), calculamos su *Likelihood*

- L(θ) = p(12/12 | θ) = θ^{12} (* 12 goles en 12 penales *)

2. Como ya conocemos su *Prior*:

- p(θ) = θ^{12} * (1 - θ)

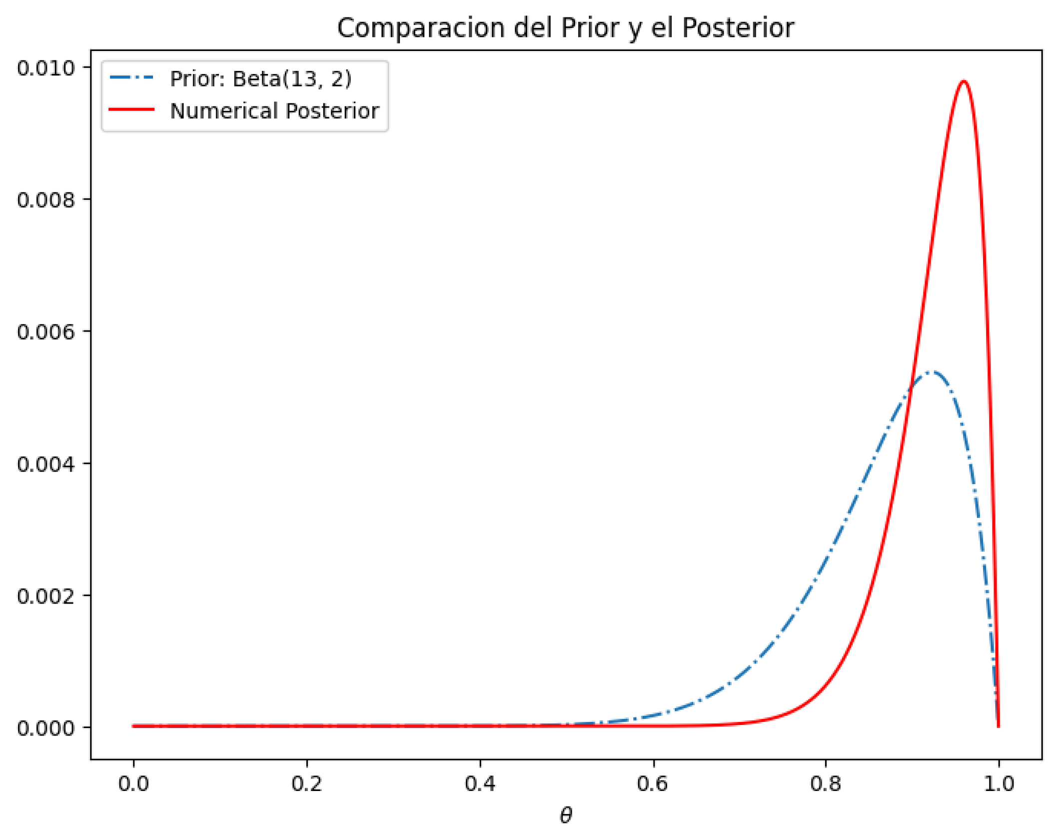
3. Podemos calcular la *Post*:

- Post(θ | 12/12) = L(θ) * p(θ)
- Post(θ | 12/12) = θ^{12} * (θ^{12} * (1 - θ))
- Post(θ | 12/12) = θ^{24} * (1 - θ)

4. Casualmente nos da que la Posterior Analitica es:

- $Beta(13+12, 2+0) = Beta(25, 2)$

In [2]:
```
# alpha y beta de nuestra distribucion Beta.
alpha_prior = 13
beta_prior = 2

metidos = 12
tiros = 12
errados = 0     # No lo uso

# Generamos 1000 titas randoms
titas = np.linspace(0, 1, 1000)

prior = beta.pdf(titas, alpha_prior, beta_prior)
#prior = np.ones(len(titas))
prior /= np.sum(prior)

# Likelihood de que Montiel meta todos los penales
likelihood = titas ** metidos

unnormalized_posterior = prior * likelihood
posterior = unnormalized_posterior / np.sum(unnormalized_posterior)

# Agregamos a alpha los exitos
alpha_post = alpha_prior + metidos

# Agregamos a beta los fracasos
beta_post = beta_prior + (tiros - metidos)

analytical_posterior = beta.pdf(titas, alpha_post, beta_post)
#analytical_posterior /= np.sum(analytical_posterior)  # Normalize

plt.figure(figsize=(8, 6))

# Prior
plt.plot(titas, prior, label=f'Prior: Beta({alpha_prior}, {beta_prior})', linestyle='-.')

# Numerical Posterior
plt.plot(titas, posterior, label='Numerical Posterior', linestyle='-', color = "red")

# Analytical Posterior
#plt.plot(titas, analytical_posterior, label=f'Analytical Posterior: Beta({alpha_post}, {beta_post})', linestyle='-.', color = "green")

plt.title('Comparacion del Prior y el Posterior')
plt.xlabel(r'$\theta$')
plt.legend()

plt.show()
```

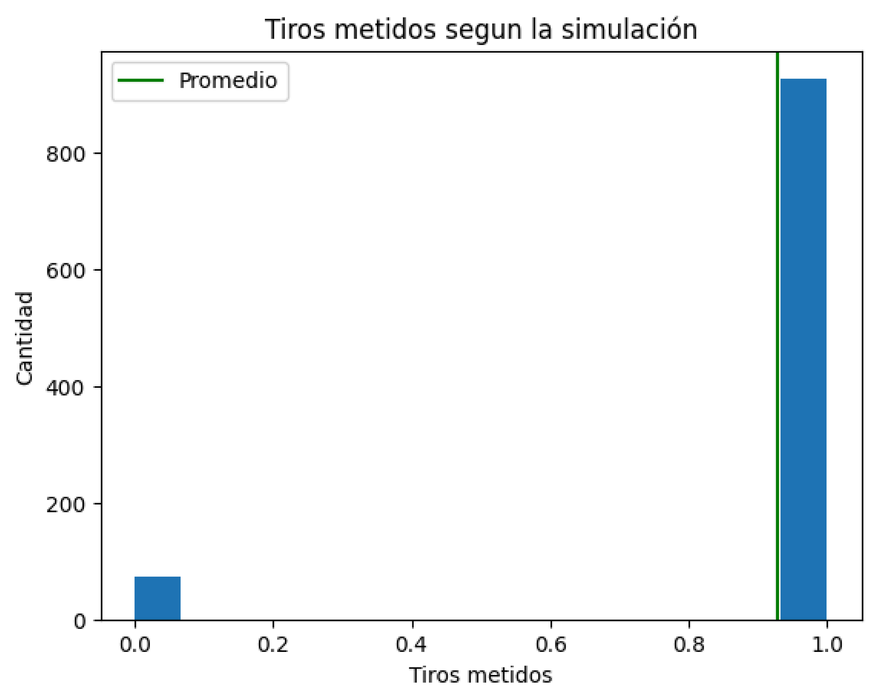


b) ¿Cual es la probabilidad de que convierta el penal número 13? ¿Cómo se compara con la estimación frecuentista?

Vamos a buscar la probabilidad de que Montiel convierta el penal numero 13.

In [7]:
```
# Vamos a simular este experimento 10mil veces:

tiros_predichos = np.array([])
for i in range(1,1000):
    # Obtengo un tita randomizado calculado en el Posterior . (ver grafico a)
    tita_samples = np.random.choice(titas, p = posterior)

    # Generamos aleatoriamente si metio o no el tiro.
    goles = np.random.binomial(1, tita_samples)

    # Guardamos los tiros en un array
    tiros_predichos = np.append(tiros_predichos, goles)

mean= np.mean(tiros_predichos)
print("Promedio predicho:", mean)
fig, ax = plt.subplots(1)
ax.hist(tiros_predichos, bins = 15)
ax.axvline(mean, color = "green", label = "Promedio")
ax.legend()
plt.xlabel("Tiros metidos")
plt.ylabel("Cantidad")
ax.set_title("Tiros metidos segun la simulación")
plt.show()
```

```
Promedio predicho: 0.9279279279279279
```



- Segun los Bayesianos, tenemos un 92% de probabilidades de ver a Montiel meter el 13vo tiro.

- Mientras que los frecuentistas dirian que es el 100%.

---

c) ¿Qué supuestos estamos haciendo sobre el proceso que generó los datos?

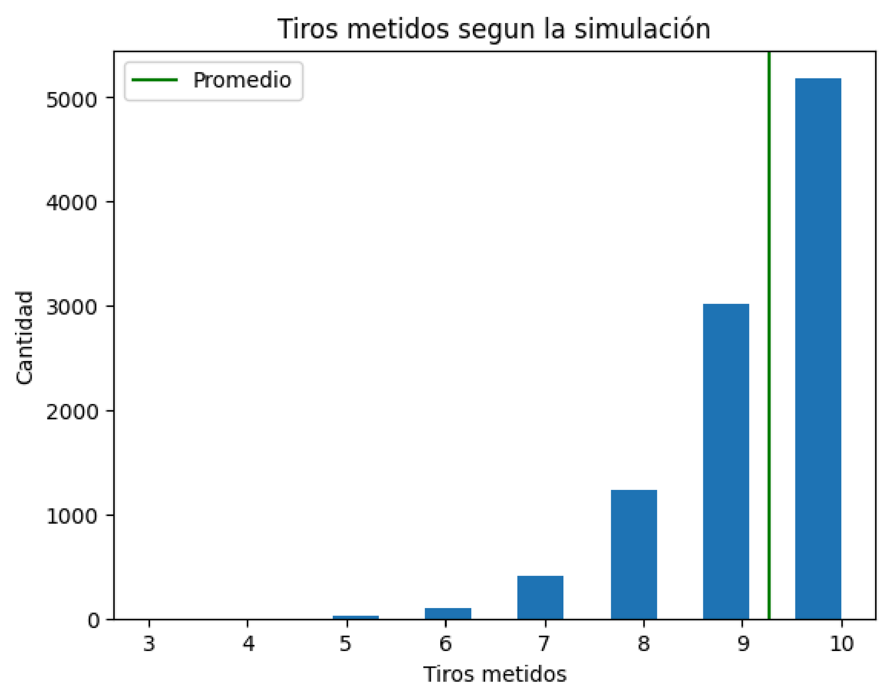
- Estamos tomando por sentado muchas cosas que deberian influir en su precision, (arquero, pelota, etc).
- Estamos asumiendo que nadie mete el 100% de los tiros.

---

d) Haciendo simulaciones, crear un histograma de la distribución predicha de penales convertidos en los próximos 10 penales que ejecute Montiel (posterior predictive distribution).

In [9]:
```
# Vamos a simular este experimento 10mil veces:

tiros_predichos = np.array([])
for i in range(1,10000):
    # Obtengo un tita randomizado calculado en el Posterior . (ver grafico a)
    tita_samples = np.random.choice(titas, p = posterior)

    # Generamos aleatoriamente cuantos goles metió de los 10 tiros.
    goles = np.random.binomial(10, tita_samples)

    # Guardamos los tiros en un array
    tiros_predichos = np.append(tiros_predichos, goles)
print("Nuestro array de tiros metidos:", tiros_predichos)

mean= np.mean(tiros_predichos)
print("Promedio predicho:", mean)

fig, ax = plt.subplots(1)
ax.hist(tiros_predichos, bins = 15)
ax.axvline(mean, color = "green", label = "Promedio")
ax.legend()
plt.xlabel("Tiros metidos")
plt.ylabel("Cantidad")
ax.set_title("Tiros metidos segun la simulación")
plt.show()
```

```
Nuestro array de tiros metidos: [10. 10.  8. ... 10. 10. 10.]
Promedio predicho: 9.266026602660267
```



---

e) Estimar la probabilidad de que Montiel meta al menos 8 de los próximos 10 penales que patee.

Teniendo el Histograma anterior, podriamos simplemente sumar los casos en que Montiel haya metido 8, 9 y 10 penales y dividirlos por la cantidad total de intentos.

In [6]:
```
# Filtramos los casos en que Montiel haya metido >= 8 goles
tiros_predichos_filtrados = [tiro for tiro in tiros_predichos if tiro >= 8]
```

```python
# Calculamos el promedio de que meta >= 8 goles.
print("La probabilidad que Montiel meta al menos 8 de los 10 penales es", len(tiros_predichos_filtrados) / len(tiros_predichos))
```

```
La probabilidad que Montiel meta al menos 8 de los 10 penales es 0.968996899689969
```