Aula nº33 e 34

Unidade temática 2: Sistema de circuitos lógicos

Sumário:Sistema de circuitos lógicos.(Historial).

Em meados do século XIX o matemático inglês George Boole desenvolveu um sistema matemático de análise lógica Em meados do século XX, o americano Claude Elwood Shannon sugeriu que a Álgebra Booleana poderia ser usada para análise e projeto de circuitos de comutação.

Nos primórdios da eletrônica, todos os problemas eram solucionados por meio de sistemas analógicos. Com o avanço da tecnologia, os problemas passaram a ser solucionados pela eletrônica digital. Na eletrônica digital, os sistemas (computadores, processadores de dados, sistemas de controle, codificadores, decodificadores, etc) empregam um pequeno grupo de circuitos lógicos básicos, que são conhecidos como portas e, ou, não e flip-flop Com a utilização adequadas dessas portas é possível implementar todas as expressões geradas pela álgebra de Boole.

Na álgebra de Boole, há somente dois estados (valores ou símbolos) permitidos.

Estado 0 (zero)

Estado 1 (um)

Em geral o estado zero representa não, falso, aparelho desligado, ausência de tensão, chave elétrica

desligada, etc.

O estado um representa sim, verdadeiro, aparelho ligado, presença de tensão, chave ligada, etc.

Nesta apresentação trataremos dos seguintes blocos lógicos.

E (AND)

OU (OR)

NÃO (NOT)

NÃO E (NAND)

NÃO OU (NOR)

OU EXCLUSIVO (XOR)

Aula nº35 e 36

Unidade temática 2: Sistema de circuitos lógicos

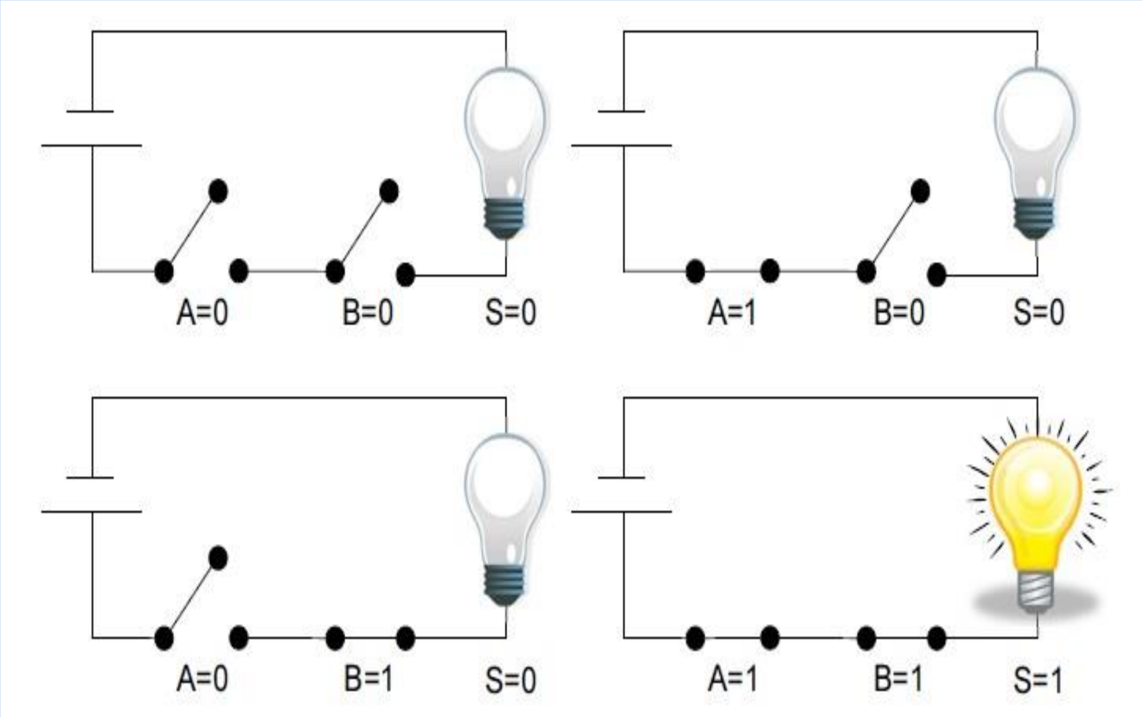
Sumário:Função E (AND).

Executa a multiplicação (conjunção) booleana de duas ou mais variáveis binárias.

Por exemplo, assuma a convenção no circuito

Chave aberta = 0; Chave fechada = 1

Lâmpada apagada = 0; Lâmpada acesa = 1



Se a chave A está aberta (A=0) e a chave B aberta (B=0), não haverá circulação de energia no circuito, logo a lâmpada fica apagada (S=0).

Se a chave A está fechada (A=1) e a chave B aberta (B=0), nãoMhaverá circulação de energia no circuito, logo a lâmpada fica apagada (S=0).

Se a chave A está aberta (A=0) e a chave B fechada (B=1), não haverá circulação de energia no circuito, logo a lâmpada fica apagada (S=0).

Se a chave A está fechada (A=1) e a chave B fechada (B=1), haverá circulação de energia no circuito e a lâmpada fica acesa (S=1)

Observando todas as quatro situações possíveis (interpretações), é possível concluir que a lâmpada fica acesa somente quando as chaves A e B estiverem simultaneamente fechadas (A=1 e B=1).

Para representar a expressão

S = A e B

Adotaremos a representação

S = A.B, onde se lê S = A e B

Porém, existem notações alternativas

S = A & B

S = A, B

S = A ʌ B

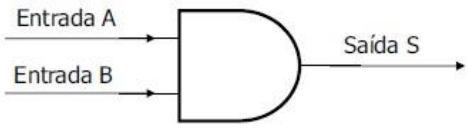
A tabela verdade é um mapa onde são colocadas todas as possíveis interpretações (situações), com seus respectivos resultados para uma expressão booleana qualquer como visto no exemplo anterior, para 2 variáveis booleanas (A e B), há 4 interpretações possíveis em geral, para N variáveis booleanas de entrada, há 2N interpretações possíveis.

Tabela Verdade da Função E (AND)

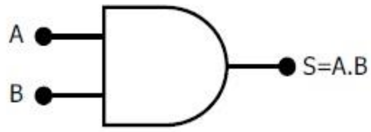
A	B	A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

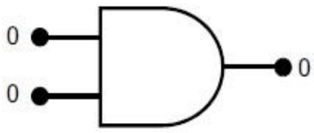
Porta Lógica **E** (**AND**)

- A porta **E** é um circuito que executa a função **E**
- A porta **E** executa a tabela verdade da função **E**
  - Portanto, a saída será 1 somente se ambas as entradas forem iguais a 1; nos demais casos, a saída será 0
- Representação

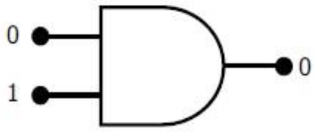


Porta Lógica **E** (**AND**)

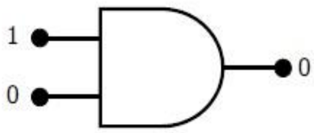




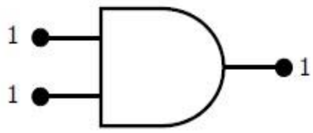
A	B	S=A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



A	B	S=A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



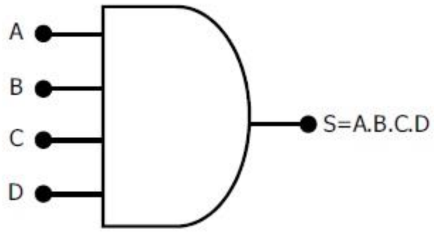
A	B	S=A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1



A	B	S=A.B
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Porta Lógica **E** (**AND**)

- Por exemplo,
  S=A.B.C.D



A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

Aula nº37 e 38

Unidade temática 2: Sistema de circuitos lógicos

Sumário:Função OU (OR).

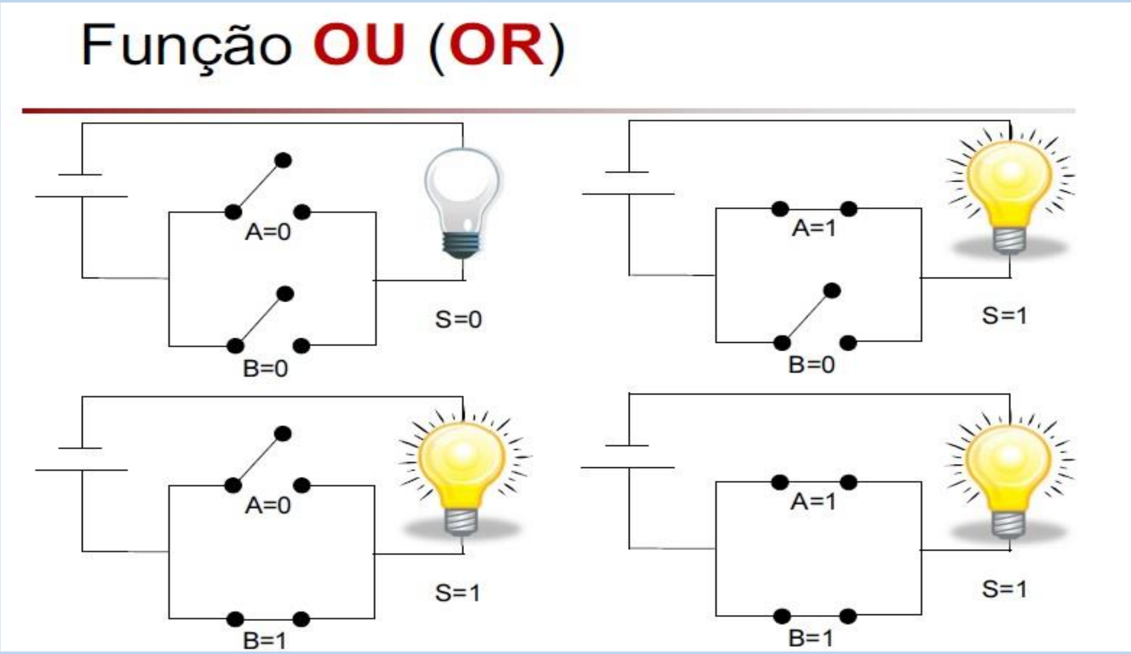
Se a chave A está aberta (A=0) e a chave B aberta (B=0), não haverá circulação de energia no circuito, logo a lâmpada fica apagada (S=0)

Se a chave A está fechada (A=1) e a chave B aberta (B=0), haverá circulação de energia no circuito e a lâmpada fica acesa (S=1)

Se a chave A está aberta (A=0) e a chave B fechada (B=1), haverá circulação de energia no circuito e a lâmpada fica acesa (S=1)

Se a chave A está fechada (A=1) e a chave B fechada (B=1), haverá circulação de energia no circuito e a lâmpada fica acesa (S=1)

Observando todas as quatro situações possíveis, é possível concluir que a lâmpada fica acesa somente quando a chave A ou a chave B ou ambas estiverem fechadas.



Para representar a expressão

S = A ou B

Adotaremos a representação

S = A+B, onde se lê S = A ou B

Porém, existem notações alternativas

S = A | B

S = A; B

S = A ∧ B

Tabela Verdade da Função **OU** (**OR**)

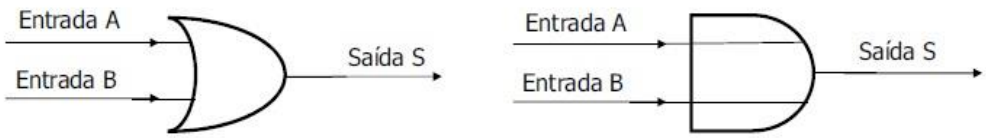
- Observe que, no sistema de numeração binário, a soma 1+1=10
- Na álgebra booleana, 1+1=1, já que somente dois valores são permitidos (0 e 1)

A	B	A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

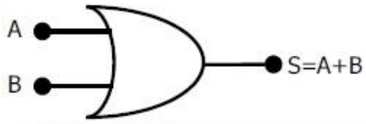
Porta Lógica **OU** (**OR**)

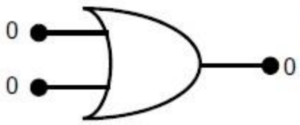
- A porta **OU** é um circuito que executa a função **OU**
- A porta **OU** executa a tabela verdade da função **OU**
  - Portanto, a saída será 0 somente se ambas as entradas forem iguais a 0; nos demais casos, a saída será 1
- Representação

Porta **OU** (**OR**)

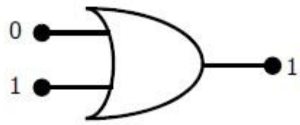


Porta Lógica **OU** (**OR**)

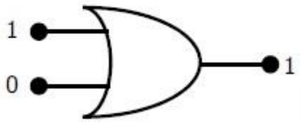




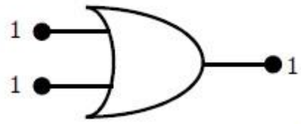
A	B	S=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



A	B	S=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



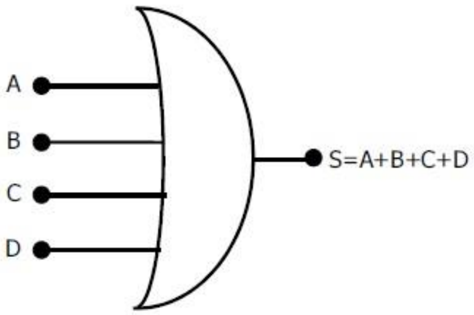
A	B	S=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1



A	B	S=A+B
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Porta Lógica **OU** (**OR**)

- Por exemplo,
  S=A+B+C+D



A	B	C	D	S
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Aula nº39 e 40

Unidade temática 2: Sistema de circuitos lógicos

Sumário:Função NÃO (NOT).

A função executa o complemento (negação) de uma variável binária.

Se a variável estiver em 0, o resultado da função é 1.

Se a variável estiver em 1, o resultado da função é 0.

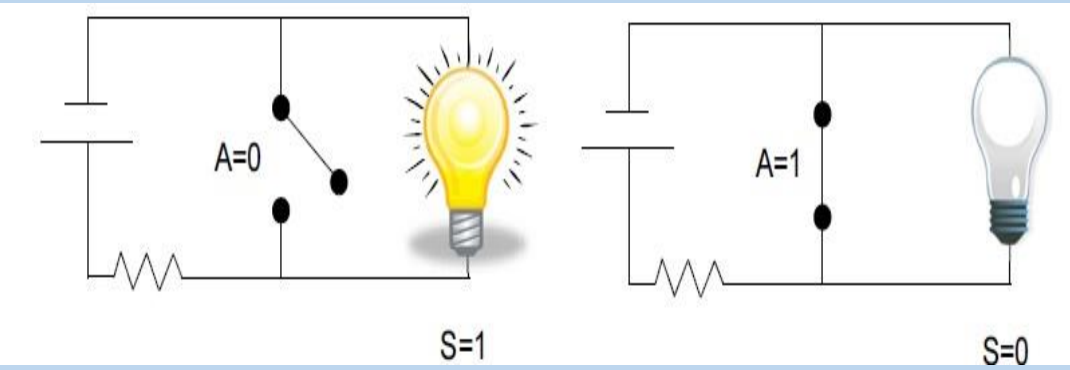
Essa função também é chamada de inversora.

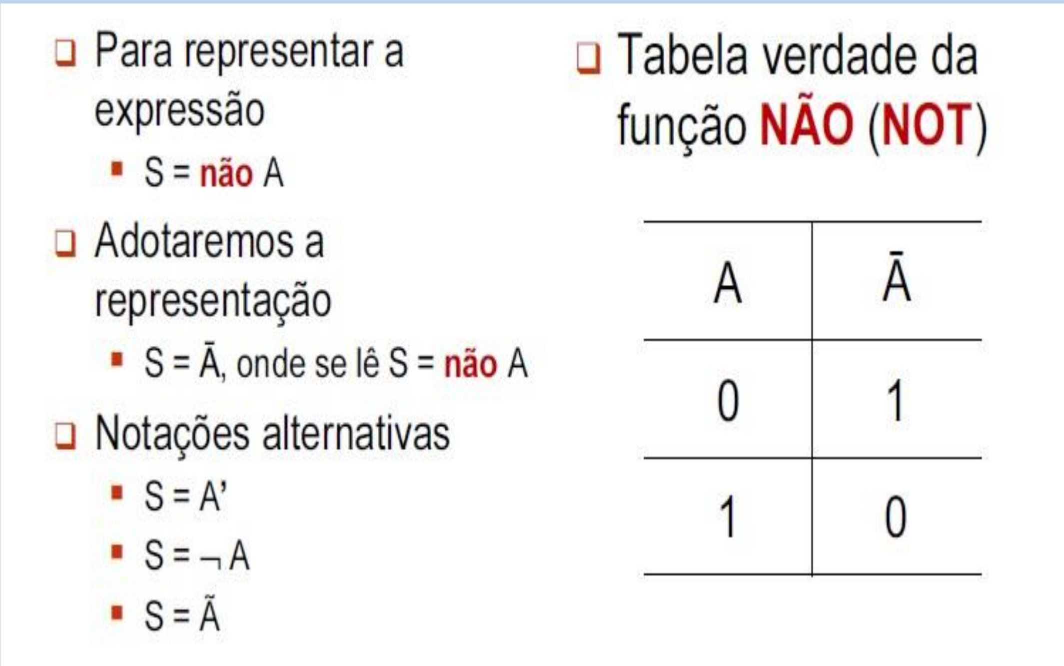
Usando as mesmas convenções dos circuitos

anteriores, tem-se que:

Quando a chave A está aberta (A=0), passará corrente pela lâmpada e ela acenderá (S=1)

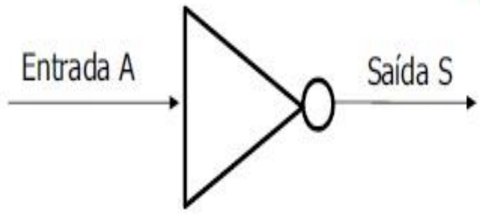
Quando a chave A está fechada (A=1), a lâmpada estará em curto-circuito e não passará corrente por ela, ficando apagada (S=0)





- A porta lógica **NÃO**, ou **inversor**, é o circuito que executa a função **NÃO**
- O inversor executa a tabela verdade da função **NÃO**
  - Se a entrada for 0, a saída será 1; se a entrada for 1, a saída será 0
- Representação

Porta **NÃO** (**NOT**)

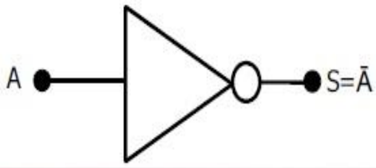


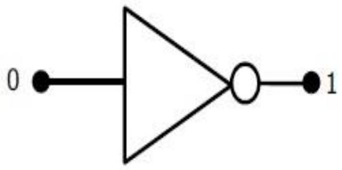
Alternativamente,

Após um bloco lógico

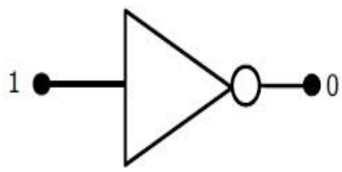
Antes de um bloco lógico

Porta Lógica **NÃO** (**NOT**)





A	S=Ā
0	1
1	0



A	S=Ā
0	1
1	0

Aula nº41 e 42

Unidade temática 2: Sistema de circuitos lógicos

Sumário:Função NÃO E (NAND).

Função NÃO E (NAND)

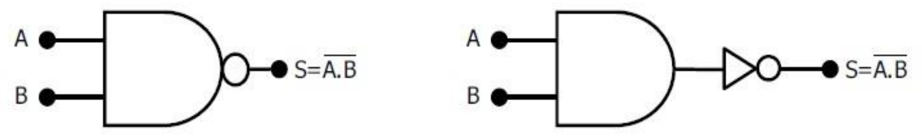
- Composição da função **E** com a função **NÃO**, ou seja, a saída da função **E** é invertida
- S $= \overline{(A.B)} = \overline{A.B}$
  $= (A.B)'$
  $= \neg(A.B)$

- Tabela verdade

A	B	$S=\overline{A.B}$
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

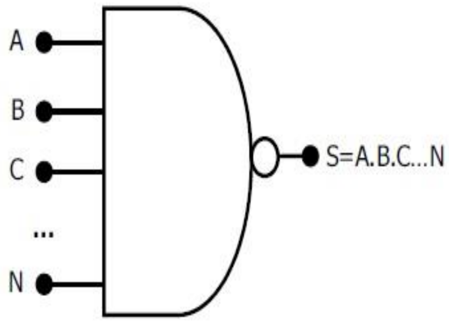
Porta NÃO E (NAND)

- A porta **NÃO E** (**NE**) é o bloco lógico que executa a função **NÃO E**, ou seja, sua tabela verdade
- Representação



Porta **NÃO E** (**NAND**)

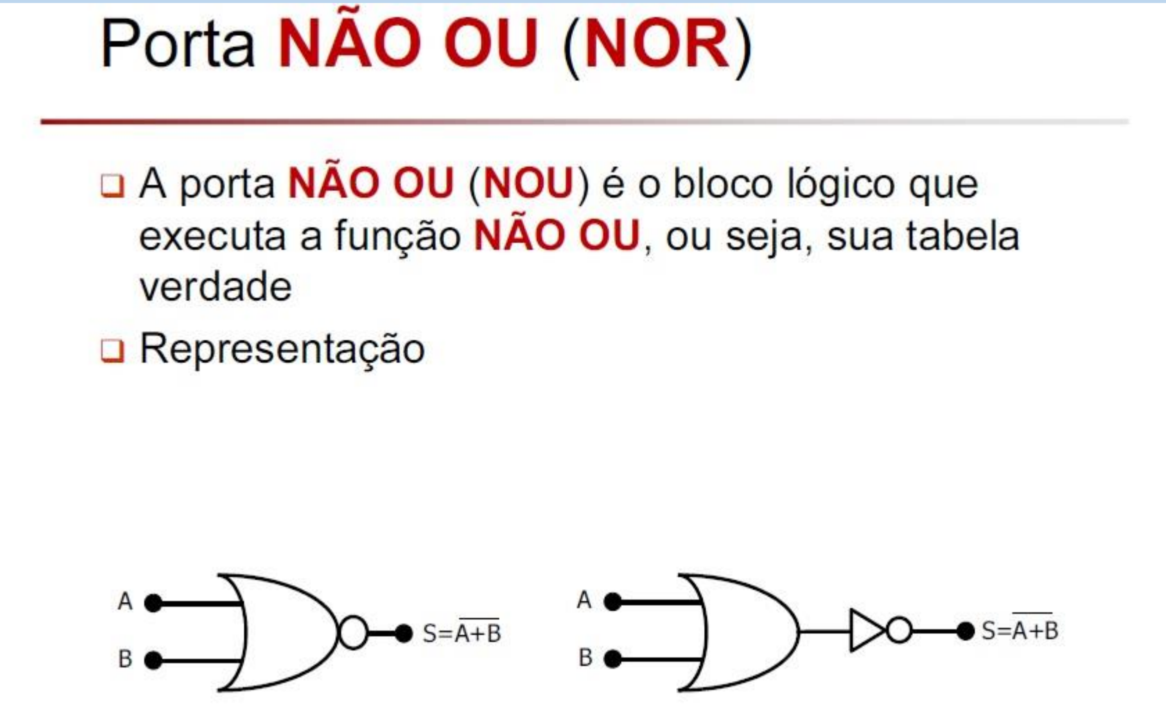
- Como a porta **E**, a porta **NÃO E** pode ter duas ou mais entradas
- Nesse caso, temos uma porta **NÃO E** com N entradas e somente uma saída
- A saída será 0 se e somente se as N entradas forem iguais a 1; nos demais casos, a saída será 1

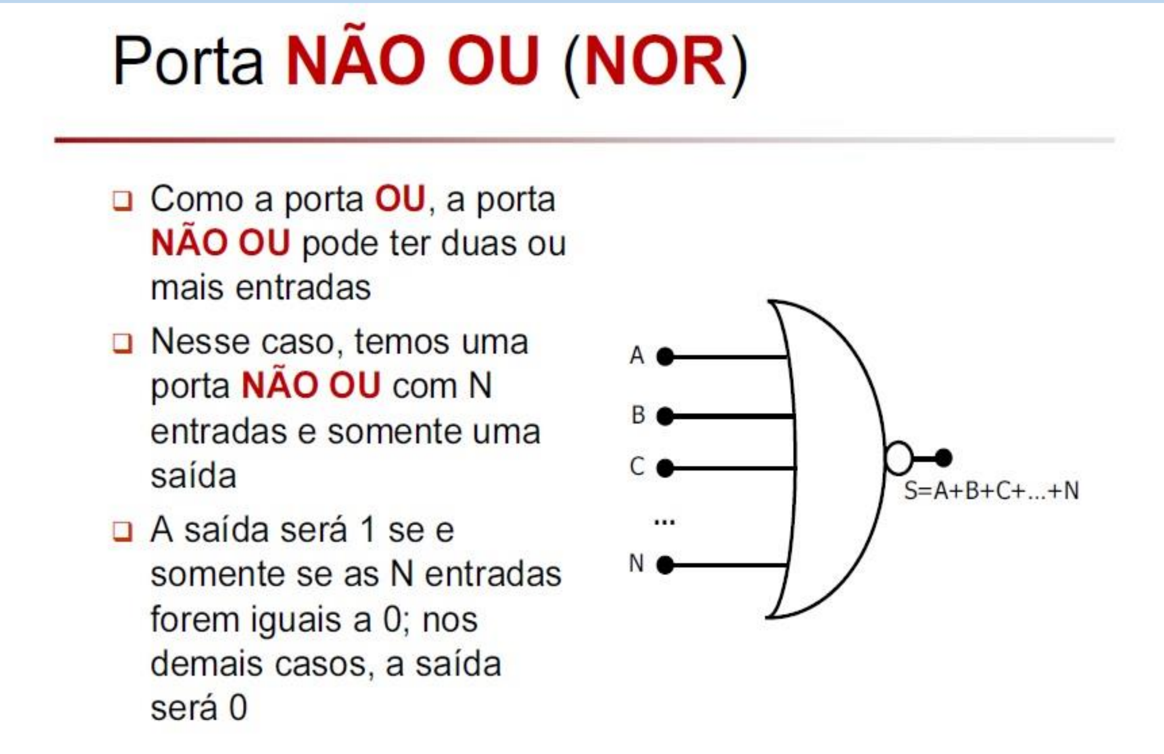


Aula nº43 e 44

Unidade temática 2: Sistema de circuitos lógicos

Sumário:Função NÃO OR (NOR).





Função **NÃO OU (NOR)**

- Composição da função **OU** com a função **NÃO**, ou seja, a saída da função **OU** é invertida
- S $= (\overline{A+B}) = \overline{A+B}$
  $= (A+B)'$
  $= \neg(A+B)$

- Tabela verdade

A	B	$S=\overline{A+B}$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Aula nº45 e 46

Unidade temática 2: Sistema de circuitos lógicos

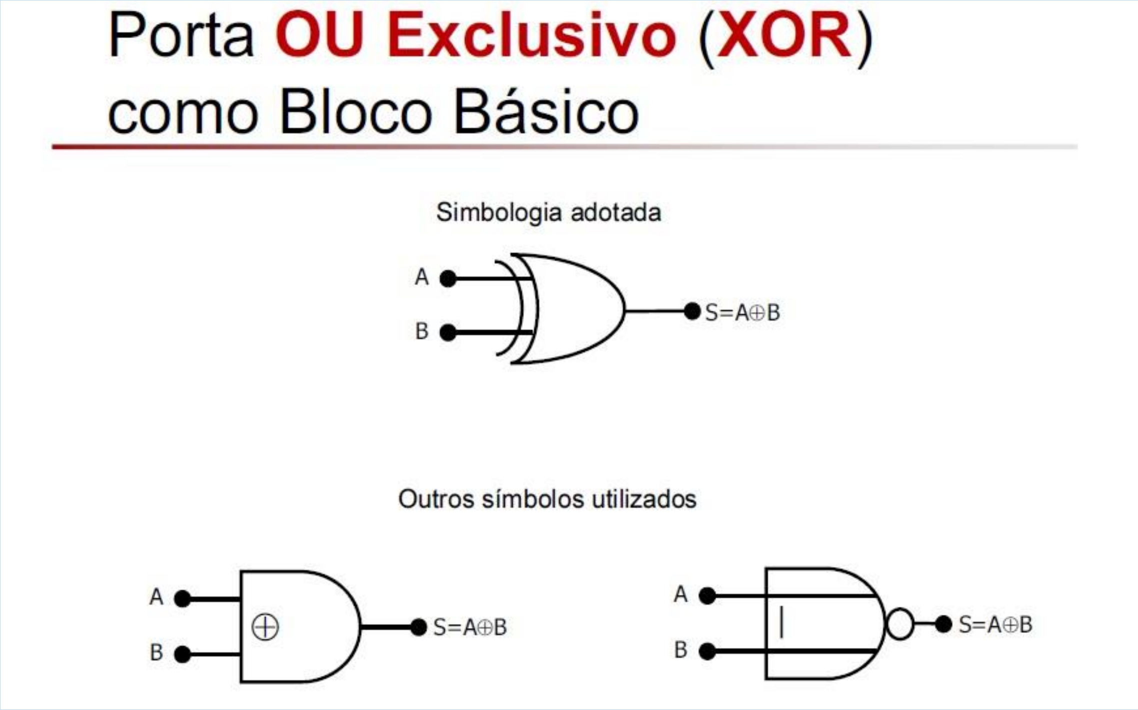
Sumário:Função OU Exclusivo (XOR).

Função **OU Exclusivo** (**XOR**)

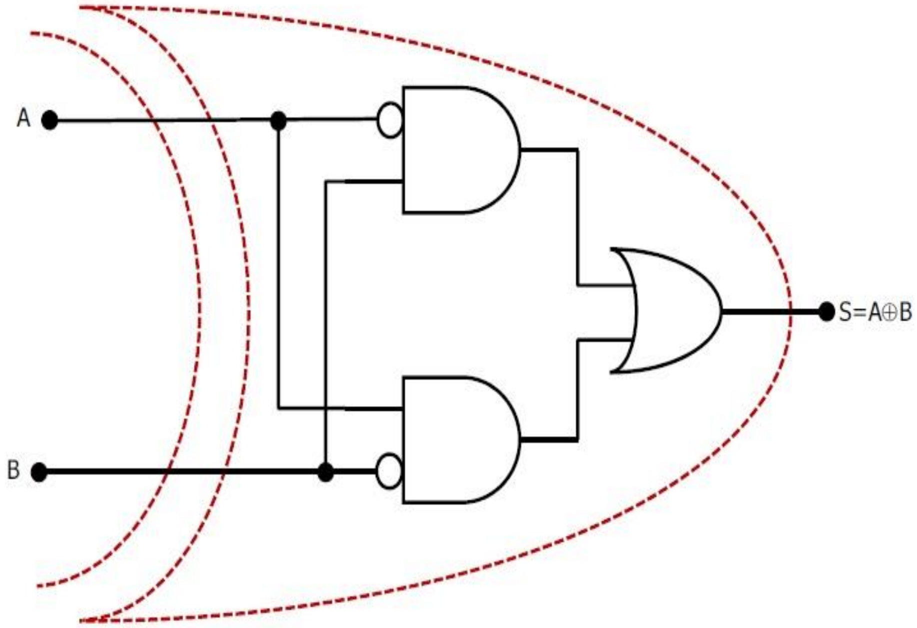
- A função **OU Exclusivo** fornece
  - 1 na saída quando as entradas forem diferentes entre si e
  - 0 caso contrário
- $S = A \oplus B = \bar{A}.B + A.\bar{B}$

- Tabela verdade

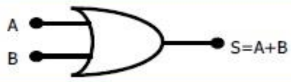
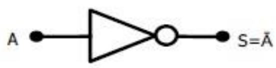
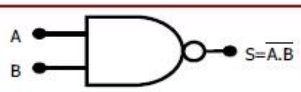
A	B	$S=A\oplus B$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0



Porta **OU Exclusivo** (**XOR**) como Circuito Combinacional



Resumo dos Blocos Lógicos Básicos

Nome	Símbolo Gráfico	Função Algébrica	Tabela Verdade
E (AND)		$S=A.B$ $S=AB$	A B | S=A.B 0 0 | 0 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 1
OU (OR)		$S=A+B$	A B | S=A+B 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 1
NÃO (NOT) Inversor		$S=\bar{A}$ $S=A'$ $S=\neg A$	A | $S=\bar{A}$ 0 | 1 1 | 0
NE (NAND)		$S=\overline{A.B}$ $S=(A.B)'$ $S=\neg(A.B)$	A B | $S=\overline{A.B}$ 0 0 | 1 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0
NOU (NOR)		$S=\overline{A+B}$ $S=(A+B)'$ $S=\neg(A+B)$	A B | $S=\overline{A+B}$ 0 0 | 1 0 1 | 0 1 0 | 0 1 1 | 0
XOR		$S=A\oplus B$	A B | $S=A\oplus B$ 0 0 | 0 0 1 | 1 1 0 | 1 1 1 | 0

Aula nº45 e 46

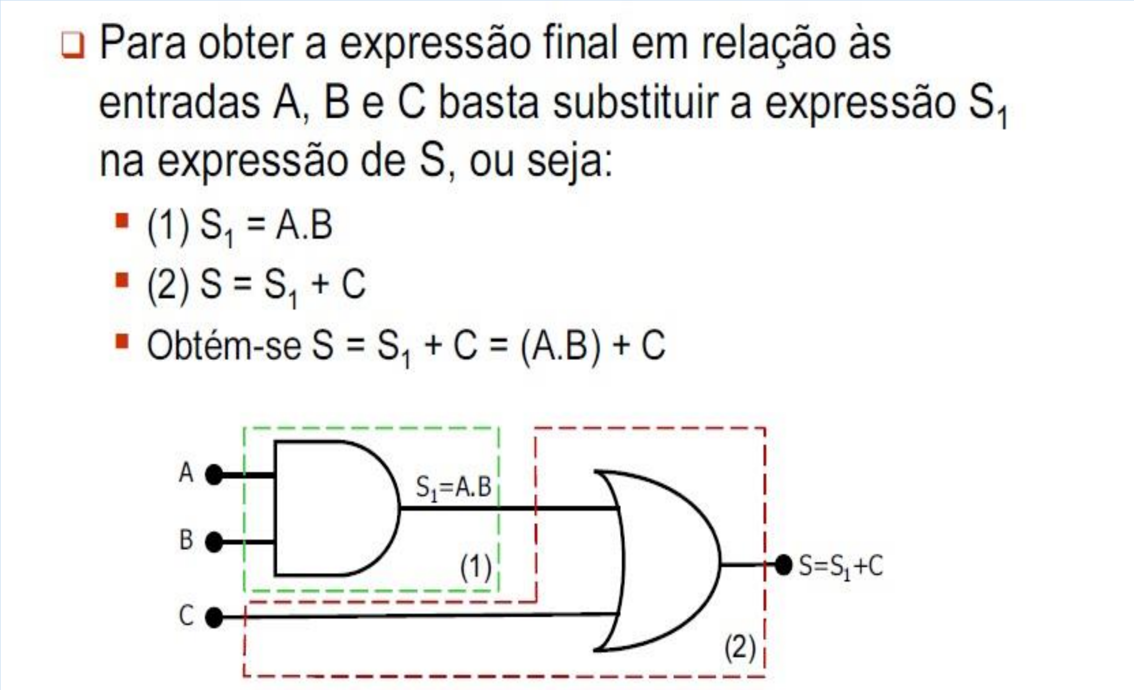
Unidade temática 2: Sistema de circuitos lógicos

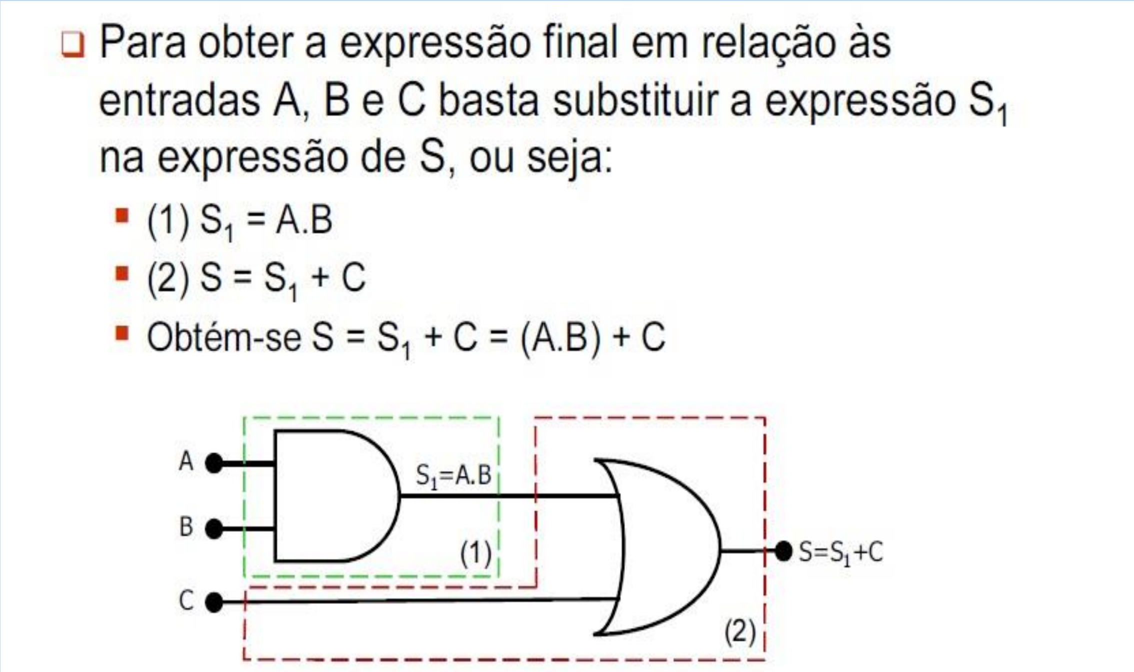
Sumário:Correspondência entre expressões circuitos e tabelas verdade.

Todo circuito lógico executa uma expressão booleana.

Um circuito, por mais complexo que seja, é composto pela interligação dos blocos lógicos básicos.

Veremos, a seguir, como obter as expressões booleanas geradas por um circuito lógico.





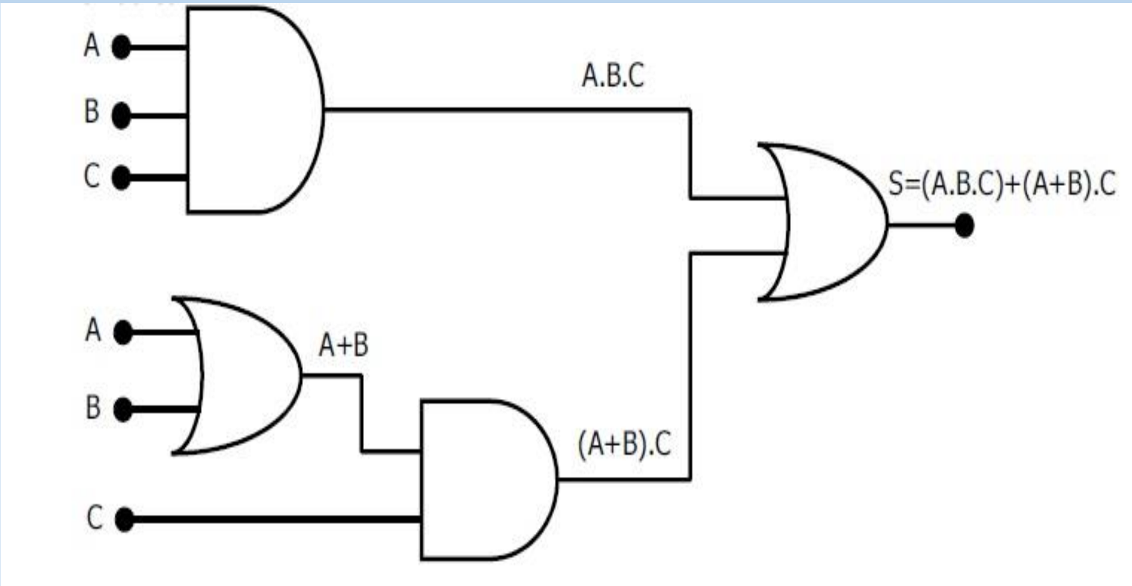
Aula nº47 e 48

Unidade temática 2: Sistema de circuitos lógicos

Sumário:Exercícios.

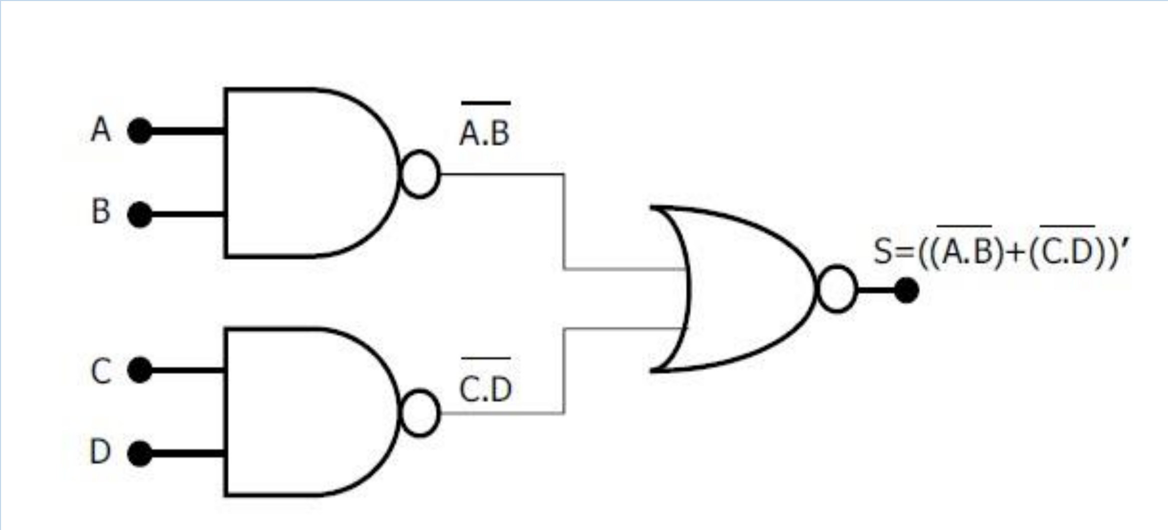
Exercício

- Desenhe o circuito lógico que executa a seguinte expressão booleana
  - $S = (A.B.C) + (A+B).C$



Exercício

- Desenhe o circuito lógico cuja expressão característica é
  - $S = (\overline{A.B} + \overline{C.D})'$



Como obter a Tabela Verdade a partir de uma Expressão

- Colocar todas as possibilidades (interpretações) para as variáveis de entrada
  - Lembrar que para *N* variáveis, há 2^N possibilidades
- Adicionar colunas para cada subfórmula da expressão
  - Preencher cada coluna com seus resultados
- Adicionar uma coluna para o resultado final
  - Preencher essa coluna com o resultado final

Exemplo

- S = A.B.C + A.D + A.B.D
- A seguir, adicionar uma coluna para cada subfórmula de S, além de uma coluna para o resultado final S
  - A.B.C
  - A.D
  - A.B.D
- Preencher cada coluna com seu respectivo resultado
- Por último, preencher a coluna do resultado final

A	B	C	D	A.B.C	A.D	A.B.D	S
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	0	1
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Exercício

- Encontre a tabela verdade da expressão
  - S = Ā+B+A.B.C'

Solução

- Encontre a tabela verdade da expressão
  - S = Ā+B+A.B.C'

A	B	C	Ā	C'	A.B.C'	S
0	0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	0	0	1
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	1

Exercício

- Montar a tabela verdade da expressão
  - S = A.B.C + A.B'.C + A'.B'.C + A'.B'.C'

Solução

- Montar a tabela verdade da expressão
  - S = A.B.C + A.B'.C + A'.B'.C + A'.B'.C'

A	B	C	A'	B'	C'	A.B.C	A.B'.C	A'.B'.C	A'.B'.C'	S
0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1

Exemplo

- Considere a expressão
  - S = A.B.C + A.D + A.B.D
- Como há 4 variáveis de entrada (A, B, C, D), há $2^4=16$ interpretações
  - Variação 1 zero, 1 um
  - Variação 2 zeros, 2 um
  - Variação 4 zeros, 4 um
  - Variação 8 zeros, 8 um

A	B	C	D
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1