
Modelación y Simulación

Departamento de Ingeniería en Informática

Lab: Simulación de multitudes

1 La multitud

En clase estudiamos la modelación de grupos de agentes con **comportamiento de tipo bandada**, tal como una bandada de aves o un cardumen de peces. A estos grupos **los modelamos con leyes de conducción** basada en **fuerzas de alineación**, **repulsión** y **separación**. El resultado es un conjunto de individuos que se mueven en relativa sincronía y donde no se estorban entre ellos.

En el caso de grupos de personas que se mueven en espacios cerrados y muy cercanas unas con otras el conjunto de fuerzas es distinto. Estas deben modelar, no solo **fuerzas de repulsión entre individuos** sino también **fuerzas de roce** o fricción entre personas y **fuerzas de las paredes del recinto**.

Además, en estos casos, las personas **se mueven con un objetivo definido**, como por ejemplo dirigirse a la salida o, todos caminar en una misma dirección.

Las variables básicas para modelar este problema son

- $\mathbf{p}_i(t)$: posición de la persona i en tiempo t . \mathbf{p}_i tiene componentes x e y
- r_i : radio de la persona i , que en nuestro caso corresponde al tamaño de la persona, si esta se representa como un círculo.
- m_i : masa de la persona i
- $\mathbf{v}_i(t)$: velocidad de i en tiempo t

Todas las variables en **boldface** son **vectores bidimensionales**, con componentes x e y . Las variables sin boldface son escalares.

2 Modelación de fuerzas

Las **fuerzas ejercidas en una multitud** pueden modelarse de la siguiente manera:

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i(t)}{dt} = m_i \frac{v_i^0 \mathbf{e}_i^0(t) - \mathbf{v}_i(t)}{\tau_i} + \sum_{j \neq i} \mathbf{f}_{ij}(t) + \sum_w \mathbf{f}_{iw}(t) \quad (1)$$

donde

- $v_i^0(t)$: magnitud deseada de velocidad
- $\mathbf{e}_i^0(t)$: dirección deseada de desplazamiento de la persona i
- τ_i : tiempo característico de movimiento de la persona i
- $\mathbf{f}_{ij}(t)$: fuerza ejercida por persona j sobre persona i
- $\mathbf{f}_{iw}(t)$: fuerza ejercida por pared w sobre persona i

Para simplificar, asumimos que todos tienen masa unitaria. De ahora en adelante omitiremos el uso de la variable tiempo t

3 Fuerzas entre personas

3.1 Fuerza de repulsión

La fuerza de repulsión que experimenta la persona i debido a la persona j es

$$\mathbf{f}_{ij}^R = A \exp\{-(d_{ij} - r_{ij})/B\} \mathbf{n}_{ij} \quad (2)$$

donde

$$r_{ij} = r_i + r_j \quad (3)$$

$$d_{ij} = \|\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j\| \quad (4)$$

$$\mathbf{n}_{ij} = \frac{\mathbf{p}_i - \mathbf{p}_j}{d_{ij}} \quad (5)$$

Así, d_{ij} corresponde a la distancia entre i y j , y \mathbf{n}_{ij} es el vector unitario que apunta de j a i .

Esta fuerza decrece exponencialmente en función de la separación entre las personas. A y B son constantes dadas.

3.2 Fuerzas de contacto

Cuando $d_{ij} \leq r_{ij}$ significa que las personas se están tocando, y por lo tanto se incluyen las siguientes dos fuerzas

La fuerza corporal

$$\mathbf{f}_{ij}^C = 2k(r_{ij} - d_{ij})\mathbf{n}_{ij} \quad (6)$$

y la fuerza de fricción:

$$\mathbf{f}_{ij}^F = \kappa(r_{ij} - d_{ij})\nabla v_{ij}^t \mathbf{t}_{ij} \quad (7)$$

donde k y κ son constantes dadas.

La velocidad relativa tangencial ∇v_{ij}^t es un escalar definido por el producto punto entre la velocidad relativa entre i y j , y la dirección tangencial \mathbf{t}_{ij} :

$$\nabla v_{ij}^t = \langle (\mathbf{v}_j - \mathbf{v}_i), \mathbf{t}_{ij} \rangle$$

La dirección tangencial es simplemente la dirección unitaria perpendicular al vector \mathbf{n}_{ij} :

$$\mathbf{t}_{ij} = [-\mathbf{n}_{ij}(y) \ \mathbf{n}_{ij}(x)]$$

Note que en Ecuación (7), es aún necesario multiplicar por la dirección tangencial, pues esa es la dirección en que actúa la fuerza de fricción.

Si las personas no se están tocando, es decir cuando $d_{ij} > r_{ij}$, entonces $\mathbf{f}_{ij}^C = \mathbf{f}_{ij}^F = 0$.

3.3 Vecindad de acción

Al igual que en el caso de Reynolds visto en clases, las fuerzas que experimenta una persona son sólo de aquellas personas que se encuentran en una vecindad circular definida por el radio R . Luego, si $d_{ij} > R$, entonces las fuerzas de persona a persona valen cero.

4 Fuerzas de las paredes

Una de las grandes diferencias entre el caso de las aves y el de las multitudes, es que en el último caso las personas se mueven en un lugar delimitado por paredes, las cuales ejercen fuerzas equivalentes a las fuerzas de persona a persona. Es decir, una persona experimenta las mismas 3 fuerzas anteriores cuando se encuentra muy cerca de una pared.

Si w representa el índice de una pared, entonces tenemos

$$\mathbf{f}_{iw}^R = A \exp\{-(d_{iw} - r_i)/B\} \mathbf{n}_{iw} \quad (8)$$

$$\mathbf{f}_{iw}^C = 2k(r_i - d_{iw}) \mathbf{n}_{iw} \quad (9)$$

$$\mathbf{f}_{iw}^F = \kappa(r_i - d_{iw}) \nabla v_i^t \mathbf{t}_{iw} \quad (10)$$

donde d_{iw} es la dirección perpendicular a la pared w , \mathbf{n}_{iw} es el vector perpendicular unitario que apunta desde la pared w hacia la persona i . La velocidad tangencial de la persona respecto de la pared es $\nabla v_i^t = \langle \mathbf{v}_i, \mathbf{t}_{iw} \rangle$, y \mathbf{t}_{iw} es el vector unitario tangencial a la pared w , es decir es perpendicular a \mathbf{n}_{iw} .

Note que los vectores \mathbf{n}_{iw} siempre apuntan hacia al interior de la sala, lo que es lo mismo que hacia las personas.

5 Setup

La simulación consiste en que un conjunto de personas se dirigen por una pasillo hacia una salida, relativamente estrecha. El pasillo se angosta a medida que nos acercamos a la salida, como muestra la Figura 1.

Las dimensiones de la sala son de width=700 × height=500. La pared superior tiene comienzo en (0, 0) y termina en (600, 226). La pared inferior comienza en (600, 274) y termina en (0, 500). Recuerde que en processing el sistema de coordenadas tiene su origen en la esquina superior izquierda, y que el eje x es la eje horizontal y el y el vertical.

Inicialmente, las personas se iniciarán en alguna posición aleatoria dentro del pasillo y se moverán hacia la derecha intentando salir de la sala. A medida que se acercan a la salida, las fuerzas entre ellas será cada vez más grandes, pues estarán más cercanas, y por lo tanto las fuerzas de repulsión hará que algunas personas tengan que moverse en dirección hacia las paredes. Este movimiento es el resultado natural del juego de fuerzas.

Las personas tendrán un radio de 10 unidades y se dibujarán como círculos.

Note que el ancho de la salida es 48 unidades y por lo tanto sólo caben dos personas al mismo tiempo en la salida, como muestra la Figura 2. Usted no debe forzar cómo salen las personas por la salida; es muy probable que solo salga una a la vez, pero lo que si es importante es que las personas tengan una dirección hacia dónde dirigirse. Esta dirección es justamente la dirección deseada de movimiento \mathbf{e}_i^0 (ver Ecuación (1))

5.1 Dirección deseada de movimiento

La dirección deseada de movimiento está determinada por la posición actual de la persona, la forma de la sala y la ubicación de la salida. En nuestro caso, es relativamente simple establecer la dirección deseada.

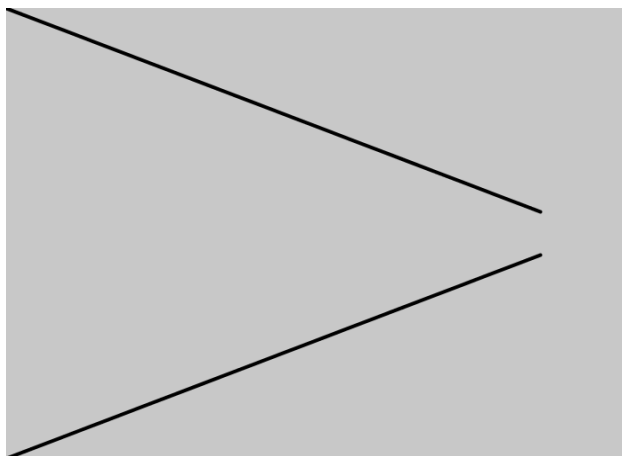


Figure 1: El setup de paredes.

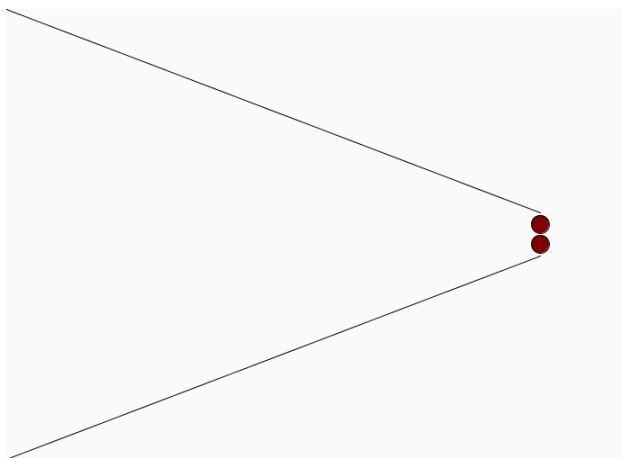


Figure 2: El pasillo y la salida.

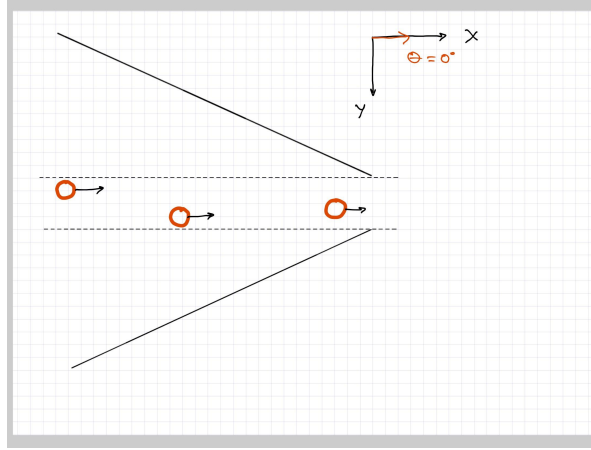


Figure 3: Dirección deseada de movimiento cuando se encuentra frente a la salida.

Dirección deseada cuando la persona se encuentra frente a la puerta Cuando la posición de una persona se encuentre **frente a la puerta**, entonces su dirección de movimiento es derecho hacia la salida. Esto se ejemplifica en la Figura 3, donde se observa tres personas que se encuentran en varias posiciones en la sala, pero todas ellas "frente" a la salida. En este caso su dirección deseada de movimiento, respecto del eje x es $\theta = 0$, es decir

$$\mathbf{e}_i^0 = [1 \ 0]$$

Note que esta dirección es independiente de la dirección actual de movimiento ($\mathbf{v}_i(t)$).

Dirección deseada cuando la persona NO se encuentra frente a la puerta Cuando la persona se encuentra **fuera del "pasillo principal"**, como ejemplifica la Figura 4, la persona apunta hacia el extremo de la salida más cercano a él. Esto es lo que va provocando el efecto embudo en las salidas.

Si la persona **se encuentra en la parte superior de la sala**, apunta a **salir por la posición (600, 239)**. Si se encuentra en la **parte inferior**, su punto es **(600, 261)**. Note que todos quienes se encuentren en **la parte superior de la sala tendrán un θ positivo**, quienes se encuentren en **la parte inferior un θ negativo**.

Una vez que una persona sale de la sala continúa con dirección $\theta = 0$. La sala se considera toroidal, es decir **las personas vuelven a aparecer en el otro extremo de la sala**. La simulación continúa así indefinidamente.

6 Creando personas

La creación de personas se hará en **forma aleatoria a partir de un lugar específico de la sala**. La Figura (5) muestra la línea desde donde se crearán las personas. **Las coordenadas de esta línea son (40, 100) y (40, 400)**. Esto quiere decir que solo **el componente Y es elegido aleatoriamente al inicio**. **Se debe usar una distribución uniforme para elegir Y** .

Usted debe idear un mecanismo para que las personas NO se creen todas al mismo tiempo

El número de personas debe estar parametrizado por la variable **NumeroPersonas**. Se aconseja comenzar con un número pequeño (por ejemplo 10) y luego usar un número más grande, como por ejemplo 100.

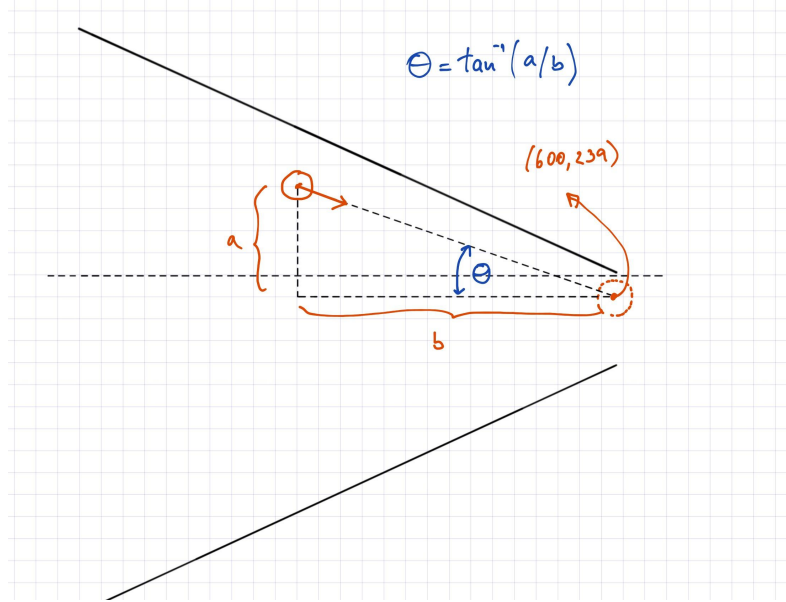


Figure 4: Dirección deseada de movimiento cuando no se encuentra frente a la salida.

Todas las personas comienzan con velocidad $\mathbf{v}_i(0) = 0$, y dirección de salida $\mathbf{e}_i(0)$ según la descripción anterior.

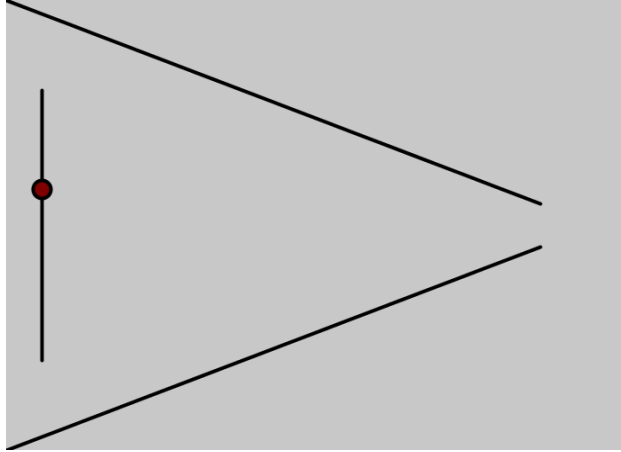


Figure 5: Lugar dónde se originan las personas.

7 Constantes

Las constantes de la simulación son

- $A_i = 25.0$
- $B_i = 0.08$
- $k = 750$
- $\kappa = 3000$
- $v_i^0 = 5.0$
- $\tau_i = 0.5$

Sin embargo, como sabemos **Processing** incorpora implícitamente un Δ_t en su método de actualización del sistema, por lo que usted debe ajustar estos valores tal que la simulación mantenga un flujo apropiado de personas.

Fuerza máxima y velocidad máxima En los sistemas de Reynold's, la simulación acota la velocidad a una velocidad máxima y la fuerza a una fuerza máxima. Esto tiene como objetivo evitar que las fuerzas se multipliquen y provoquen aumento sucesivo de las velocidades de los agentes.

Luego, usted debe incorporar una fuerza máxima (y posiblemente) una velocidad máxima si es que las constantes de la simulación y el avance del tiempo no logran estabilizar la simulación. Se recomienda cambiar esas variables en la simulación de las aves para visualizar qué sucede cuando esos valores son grandes.

8 Entregable

Entregue la solución `multitud.pde` (y puede incluir varios archivos además del principal) a más tardar el 14 de marzo del 2021 a las 23:59 hrs.