

Primer Proyecto Numérico

Con la intención de crear videojuegos mas realistas, se pide crear un código que encuentre la trayectoria de un móvil bajo la acción de la gravedad terrestre. Este trabajo se divide en varias partes, cada una con condiciones diferentes.

1ª Parte proyectil cercano a la tierra.

En esta parte se estudia el movimiento de una pelota que es lanzada desde el origen de coordenadas, al nivel del mar, con velocidad inicial v_0 y ángulo θ_0 con respecto a la horizontal y sobre la cual actúa solamente la fuerza de gravedad.

1. Crear un programa en ambiente Scilab que integre numéricamente por el método de Euler, con un paso de integración de 0,001 s, las trayectorias de una pelota lanzada desde el suelo con rapidez inicial $v_0 = 30 \text{ m/s}$ y un ángulo θ_0 genérico con respecto a la horizontal entre 0 y 90°.
 - a) Determinar *analíticamente* el ángulo inicial en grados para el cual ocurre el alcance horizontal máximo (la distancia del punto inicial al punto donde toca de nuevo el suelo) y comparar con el resultado *numérico*, por ensayo y error, con una precisión de medio grado.
 - b) Graficar las trayectorias *numérica* y *analítica* en la misma ventana, para ese ángulo en particular.
2. Ahora, además del peso, suponer que actúa también la fuerza de fricción del aire, que es opuesta al vector velocidad y de módulo $F = \frac{1}{2} \rho A v^2$, donde ρ es la densidad del aire, v la rapidez, A el área efectiva de la pelota: $A = \pi r^2$ y r el radio de la pelota.
 - a) Determinar las componentes de la aceleración (a_x, a_y), a partir de las ecuación de movimiento Newton y crear un programa en Scilab de integración *numérica* para este problema usando el método de Euler .
 Considerar una pelota de fútbol típica, con $m = 0,45 \text{ kg}$ y $r = 11,0 \text{ cm}$ cm, con rapidez $v_0 = 30 \text{ m/s}$ y tomar el paso de integración de $\Delta t = 0,001 \text{ s}$. La densidad del aire a nivel del mar es aproximadamente: $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$.
 Sugerencia, observar que la fuerza se puede escribir como: $\vec{F} = -\frac{1}{2} \rho A v \vec{v}$.
 - b) Encontrar en forma *numérica* el ángulo para el cual el alcance es máximo, por ensayo y error, con precisión de 1 grado. Para éste ángulo encontrado, graficar en una misma ventana, ambos casos, con y sin aire.
 - c) Ahora que se lanza la pelota hacia arriba ($\theta_0 = 90^\circ$) con la misma velocidad inicial (30 m/s). Determine en forma *analítica*, resolviendo la ecuación diferencial, cuanto tiempo demora en llegar a la altura máxima y compáre con la solución *numérica* (Euler).
 - d) Determinar *numéricamente* el modulo del trabajo de la fuerza de rozamiento con el aire desde el punto inicial hasta el punto final, (un instante antes de tocar el suelo), y comparar con la variación de energía mecánica entre esos puntos.