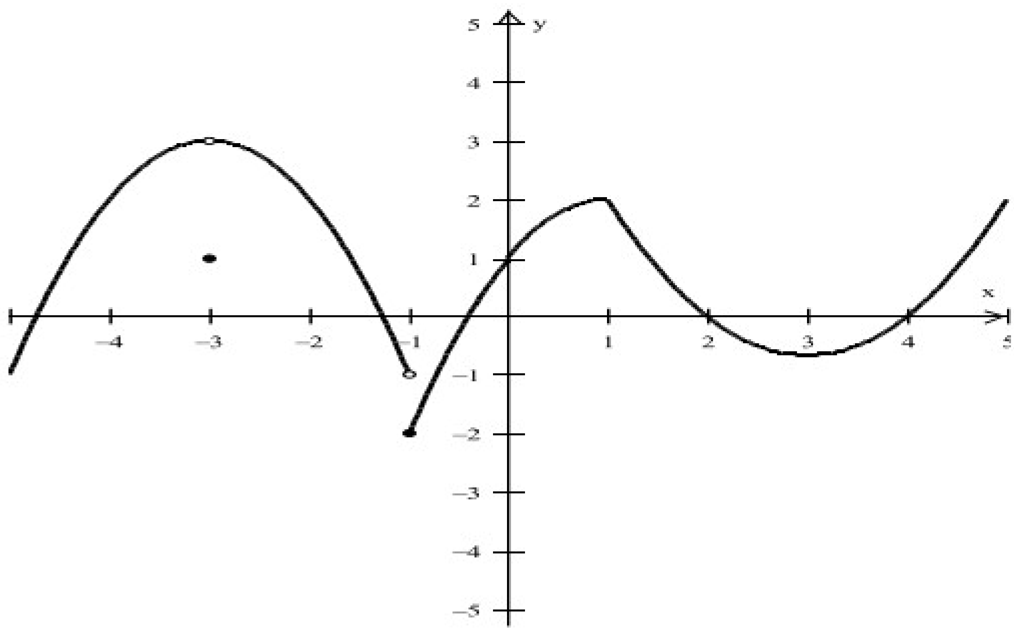
Unidad Nº 3

Práctica: Aplicaciones de la Derivada

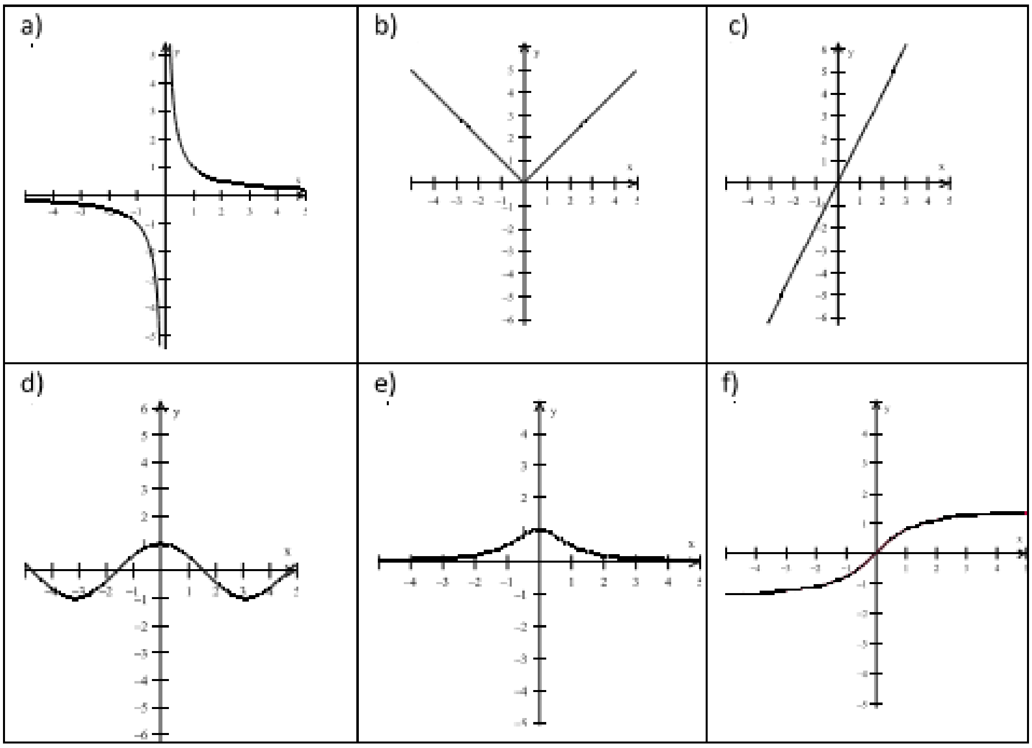
1- A partir de la gráfica de la siguiente función definida en el intervalo, señalar los puntos de máximos y mínimos relativos. Estudiar, además, condiciones de continuidad y derivabilidad en cada uno de esos puntos.

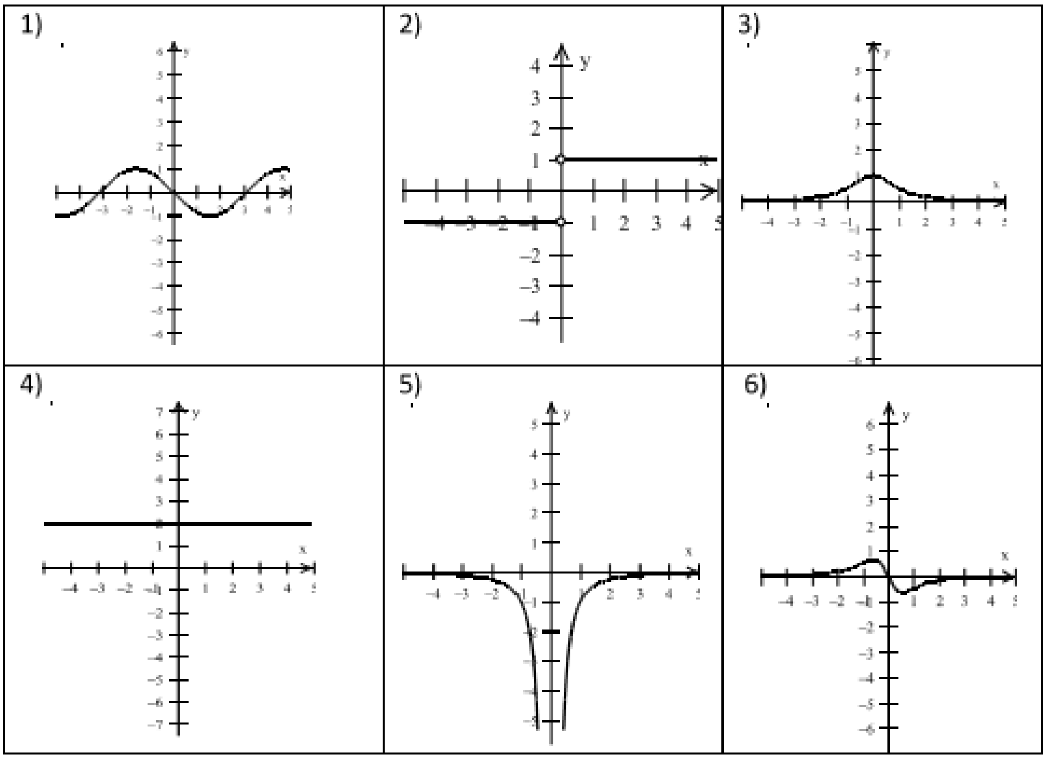


2- Los 6 primeros gráficos corresponden a funciones y los últimos 6 a sus funciones derivadas. Asociar a cada función su respectiva derivada. Tener en cuenta que:

Sea f una función continua y derivable en un intervalo I
Si $f' > 0$ $en\ I \Rightarrow f$ es creciente en I
Si $f' < 0\ \forall x \in I \Rightarrow f$ es decreciente en I

Si f es par $\Longrightarrow f'$ es impar
Si f es impar $\Longrightarrow f'$ es par


a)
b)
c)
d)
e)
f)


1)
2)
3)
4)
5)
6)

3- Evaluar los limites siguientes mediante la aplicación del Teorema de L'Hopital, independientemente del número de veces, hasta obtener cada uno de los valores de los límites pertinentes:

a. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2 sen\left(\dfrac{1}{x}\right)}{sen(x)}$

b. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-sen(x)}{x+sen(x)}$

c. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1+\ln(x)}{e^x-e}$

d. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x.e^{\left(\frac{x}{2}\right)}}{x+e^x}$

e. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{e^x-1}\right)$

f. $\lim\limits_{x\to 0}(sen(x))^x$

g. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(tg(x))^{2\cos(x)}$

h. $\lim\limits_{x\to 0}(1+x)^{\ln(x)}$

i. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\ln(x+1)}$

j. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{3x}-3x-1}{sen^2(5x)}$

k. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(x)}{1+2\ln(sen(x))}$

l. $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{\ln(x-a)}{\ln(e^x-e^a)}$

m. $\lim\limits_{x\to 0} ctg(x).(1-\cos(x))$

n. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}(\pi-2x)^{\cos(x)}$

o. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{tg(x)}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

p. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln(x-1)}{ctg(\pi x)}$

q. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2-(e^x+e^{-x}).\cos(x)}{x^4}$

r. $\lim\limits_{x\to\infty}(x+2^x)^{\frac{1}{x}}$

s. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{p}{1-x^p}-\dfrac{q}{1-x^q}\right)$

t. $\lim\limits_{y\to 0}\left(\dfrac{1}{y^2}-ctg^2(y)\right)$

u. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos(2x))^{\frac{3}{x^2}}$

v. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{1-4sen^2\left(\dfrac{\pi x}{6}\right)}{1-x^2}$

w. $\lim\limits_{x\to a} arcsen\left(\dfrac{x-a}{a}\right)ctg(x-a)$

x. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{a^{\ln(x)}-x}{\ln(x)}$

y. $\lim\limits_{x\to+\infty}(\pi-2arctg(x))\ln(x)$

z. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2+2x+sen(2x)}{(2x+sen(2x))e^{sen(x)}}$

aa. $\lim\limits_{x\to\infty}\left[x-x^2\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right]$

bb. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^{\frac{1}{x^2}}-1}{2arctg(x^2)-\pi}$

4. Determinar si las funciones enunciadas, en los intervalos dados, satisfacen las condiciones del Teorema de Rolle:

a. $f(x)=1-x^{\frac{2}{3}};[-1;1]$

b. $f(x)=\ln(\cos(x));\left[\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right]$

c. $f(x)=\ln(sen(x));\left[\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]$

5. Determinar si las funciones dadas seguidamente satisfacen las condiciones del Teorema de Lagrange; en tal caso, hallar el valor de c:

a. $g(x)=3x^2-5;[-2;0]$

b. $g(x)=\ln|x|;[1;e]$

c. $g(x)=\left(x^4(x-1)\right)^{\frac{1}{5}};\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$

6. Mediante el Teorema de Lagrange, demostrar que:

arctg(y) - arctg(x) < y - x; tal que: y>x

En particular, analizar luego de realizar la demostración, qué ocurre en el intervalo [0;x].

7. ¿Las funciones: f(x) $= e^x$ y g(x)= $\left(\frac{x^2}{(1+x2)}\right)$, satisfacen las condiciones del Teorema de Cauchy en el intervalo [-3,3]?

8. Sobre la curva g(x)= x^3, hallar el punto donde la tangente es paralela a la cuerda que une los puntos: P(-1;1) y Q(2;8).

9. Hallar los intervalos de crecimiento y/o decrecimiento de las siguientes funciones:

a. $f(x)=1-4x-x^2$

b. $f(x)=x^2(x-3)$

c. $f(x)=\frac{x}{-16-6x+x^2}$

d. $f(x)=\frac{e^x}{x}$

e. $f(x)=x^3-3x+2$

f. $f(x)=(2-x).(x+1)^2$

g. $f(x)=(3x-1)^{-1}$

h. $f(x)=x(1+\sqrt{x})$

i. $f(x)=x-2sen(x);0\leq x\leq 2\pi$

10. Investigar los extremos de las funciones:

a. $f(x)=x(1-x^2)^{\frac{1}{2}}$

b. $f(x)=sh^2(x)$

c. $f(x)=\frac{x}{\ln(x)}$

d. $f(x)=ch^2(x)$

e. $f(x)=xe^{\frac{x}{2}}$

f. $f(x)=(x^3-3x^2+3x)e^x$

g. $f(x)=\frac{16}{x(4-x^2)}$

h. $f(x)=(x-1)^4$

i. $f(x)=\sqrt[3]{2x^3+3x^2-36x}$

11. Determinar si las siguientes funciones tienen puntos de inflexión y determinar los intervalos de convexidad y/o concavidad:

a. $f(x)=x^3-6x^2+12x+4$
b. $f(x)=(1+x^2)e^x$
c. $f(x)=\dfrac{16}{x(9-x^2)}$
d. $f(x)=x-sen(x)$
e. $f(x)=x^2\ln(x)$
f. $f(x)=e^{-x^2}$
g. $f(x)=x^4-8x^3+24x$
h. $f(x)=\dfrac{x^3}{(x-2)^2}$
i. $f(x)=x^5+5x-6$

12. Obtener los Extremos relativos, en caso de existir, de las funciones siguientes:

a. $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2};en:[-1;1]$
b. $f(x)=x^3;en:[-2;4]$
c. $f(x)=2x^3+3x^2-12x+1;en:[-2;5]$

13. Hallar las Asíntotas de las siguientes curvas:

a. $f(x)=\dfrac{x}{x^2-4x+3}$
b. $f(x)=\dfrac{\cos(x)}{x}$
c. $f(x)=\dfrac{1}{(1-e^{-x})}$
d. $f(x)=x+arctg(x)$
e. $f(x)=\ln|x^2-1|+(x^2-1)^{-1}$

14. Investigar las siguientes funciones y a partir de sus elementos característicos, construir sus gráficas:

a. $f(x)=\dfrac{x^3+4}{x^2}$
b. $f(x)=(1-x^3)^{\frac{1}{3}}$
c. $f(x)=\dfrac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$
d. $f(x)=x^{-1}+e^x$
e. $f(x)=\ln(x+\sqrt{1+x^2})$

15. ¿Qué condiciones deben satisfacer los coeficientes a, b y c, para que el polinomio dado tenga Puntos de Inflexión? ¿Y para tener Máximo?

$$y=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$$