Análisis Matemático I

Unidad Nº 6

Práctica: Integral Definida e Integral Impropia

1- Resolver las siguientes Integrales Definidas:

a. $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x.\ln|x|}$

b. $\int_{0}^{1} \frac{y^2 dy}{\sqrt{y^6+4}}$

c. $\int_{0}^{1} \left(\frac{e^x}{1+e^{2x}} \right) dx$

d. $\int_{0}^{1} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}$

e. $\int_{0}^{1} \left(\frac{z^3}{1+z^8} \right) dz$

f. $\int_{-3}^{0} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}}$

g. $\int_{1}^{4} \left(\frac{1+\sqrt{y}}{y^2} \right) dy$

h. $\int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \cos^2(x) dx$

i. $\int_{1}^{e} \left(\frac{sen(\ln|x|)}{x} \right) dx$

j. $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} sen(x)\cos^2(x) dx$

k. $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} tg(x) dx$

l. $\int_{0}^{\pi} \left(\frac{dx}{3+2\cos(x)} \right)$

m. $\int_{-x}^{x} e^{-t} dt$

n. $\int_{-1}^{1} \frac{dx}{(1+x^2)^2}; x = tg(t)$

2-

a. Calcular el área limitada por la sinusoide: $y = sen(x)$ y el Eje x, para: $0 \leq x \leq 2\pi$.
b. Calcular el área limitada por la sinusoide: $y = \cos(x)$ y el Eje x, para: $0 \leq x \leq 2\pi$.
c. Calcular el área limitada por las curvas $y = \sqrt{x}\,; y = x^2$
d. Calcular el área de la figura comprendida entre las curvas: $y = 2 - x^2\,; y^3 = x^2$.
e. Calcular el área delimitada por las curvas: $y^2 = 9x$; $y = 3x$.
f. Hallar el área de la figura limitada por el eje de abscisas y la curva $y = 2 - x - x^2$
g. Hallar el área de la figura limitada por la parábola: $y = \left(\frac{x^2}{2} \right)$, por las rectas: $x = 1$, $x = 3$ y por el eje de abscisas.
h. Hallar el área de la figura plana limitada por la curva: $y = \ln(x)$, el eje OX y la recta $x = e$.
i. Ídem, para: $y = x.(x-1).(x-2)$ y el Eje OX.

j. Calcular el área del dominio limitado por la elipse: $x = a.\cos(t)$, $y = b.sen(t)$.
k. Evaluar el área de la figura limitada por la hipérbola equilátera: $xy = a^2$, $y = x$.
l. Evaluar el área de la figura limitada por las curvas: $y = x^3$, $y = 2x$, $y = x$.
m. Evaluar el área de la figura comprendida entre las parábolas: $y^2 = 2px$; $x^2 = 2py$

3- Demostrar:

a. $\int_0^1 x^m (1-x)^n\, dx = \int_0^1 x^n (1-x)^m\, dx$; m, n > 0
b. $\int_0^a f(x^2)dx = \frac{1}{2}\int_{-a}^a f(x^n)dx$
c. $\int_a^b f(x)dx = -\int_a^b (a+b-x)dx$

4- Evaluar las siguientes integrales impropias, analizando su convergencia o divergencia

a. $\int_0^\infty e^{-x}dx$
b. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$
c. $\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{(x^2+2x+2)}$
d. $\int_0^\infty e^{-ax} sen(bx)dx$; $\alpha > 0$
e. $\int_0^\infty e^{-ax} \cos(bx)dx$; $\alpha > 0$

5-

a. Calcular la longitud del arco de la parábola: $y^2 = x^3$ desde el origen de coordenadas hasta el Punto P(4;8).
b. Calcular la longitud del arco de la parábola: $y = 2\sqrt{x}$ desde x=0 hasta x=1
c. Hallar la longitud de la curva: $y = e^x$, comprendido entre los puntos $\Pi(0;1)$ y $\Theta(1;e)$
d. Calcular la longitud de arco de la curva $x = \ln[\sec(y)]$ comprendido entre y=0 e y= $\frac{\pi}{3}$
e. Hallar la longitud de la curva:
$x = a[2\cos(t) - \cos(2t)]$
$y = a[2sen(t) - sen(2t)]$

6-

a. Hallar el volumen del cuerpo engendrado al girar, alrededor del Eje OX, la curva: $y = sen^2(x)$ desde x=0 hasta x=π .

b. Hallar el volumen del elipsoide. Engendrado por la rotación de la elipse: $\left(\frac{x^2}{a^2}\right)+\left(\frac{y^2}{b^2}\right)=1$ alrededor del Eje OX.

c. Hallar el volumen del cuerpo engendrado al girar, alrededor de la recta: x=a, el sector de la parábola que se intersecta con la misma recta.