Hoja (4)

(3) Sean: $\{a_n\}_{n\in N}$, $\{b_n\}_{n\in N}$, $\{c_n\}_{n\in N}$

tal que: $\forall n$: $a_n \leq b_n \leq c_n$

si: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} c_n = L \Rightarrow \lim\limits_{n\to\infty} b_n = L$

(4) Si las sucesiones: $\{a_n\}_{n\in N}$ y $\{b_n\}_{n\in N}$ son tales que: $a_n \leq b_n$ y además: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = L$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = L'$

surge que: $L \leq L'$

D/ por Reducción al Absurdo; se parte de: $L' \not< L$.

(5) Si: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = L$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = L'$, entonces:

$\{a_n + b_n\}_{n\in N}$ y $\{a_n - b_n\}$ son convergentes.

D/ Tomar para $\{a_n\}$: $\frac{\varepsilon}{2}$ y para $\{b_n\}$: $\frac{\varepsilon}{2}$.

(6) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n . b_n = \lim\limits_{n\to\infty} a_n . \lim\limits_{n\to\infty} b_n = L . L'$

(7) Si: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = L$, $L \neq 0$ y: $a_n \neq 0$

Entonces: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{a_n} = \frac{1}{L}$

(8) Si: $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = L$ y $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = L'$, con: $L' \neq 0$.

Entonces: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{L}{L'}$