

# Diseño factorial



En la provincia de Corrientes se desea efectuar un ensayo en plantaciones de *Pinus taeda* para comparar el efecto de distintas dosis de fertilización con superfosfato triple (SFT) sobre el crecimiento:

- I. Sin fertilización
- II. 100 g/planta de SFT
- III. 200 g/planta de SFT



Además interesa estudiar la eficacia sobre dos métodos de tratamiento del suelo:

- Pasada doble de rastra hasta los 20 cm de profundidad (método tradicional)
- Subsulado hasta los 50 cm de profundidad más dos pasadas de rastra

¿Cómo diseñar el experimento?





□ **Opción 1:**

Efectuar un ensayo para comparar dosis de fertilización con SFT y **otro ensayo** para comparar métodos de tratamiento del suelo: **2 anovas de un factor (un efecto a la vez)**

□ **Opción 2:**

Efectuar un único ensayo en el que se comparan las dosis de fertilización con SFT para todos los métodos de tratamiento del suelo: **1 anova de dos factores (diseño factorial)**

Tratamientos:

# ¿Por qué no varios experimentos unifactoriales?

---

- ❑ **Eficiencia en el uso de los recursos:** cada observación proporciona información sobre todos los factores y es posible ver las respuestas de un factor en los diferentes niveles del otro factor
- ❑ **Evaluación de la interacción entre factores:** el efecto de un determinado nivel de un factor puede ser diferente para cada nivel del otro factor. Es decir que los efectos de ambos factores no son aditivos: cuando se dan juntos, su efecto no es la suma de los efectos que tienen cuando están por separado, por lo que, si en **un determinado estudio se encuentra interacción entre dos factores, no tiene sentido estimar los efectos de los factores por separado.**

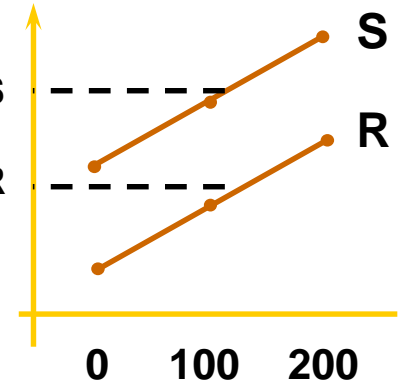
# ¿Qué cambia si hay interacción?

## No interacción

Los efectos principales de un factor tienen sentido ya que las diferencias son constantes para todos los niveles del otro factor

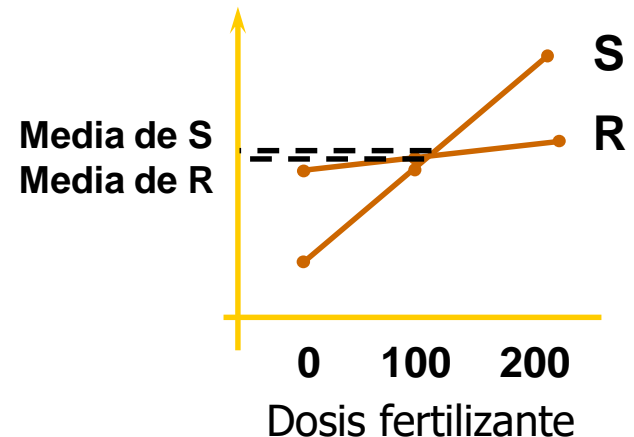
Efectos principales para trat. suelo

{ Media de S  
Media de R



## Interacción

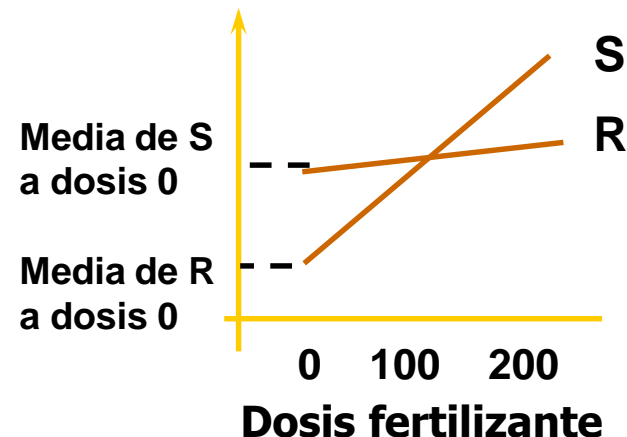
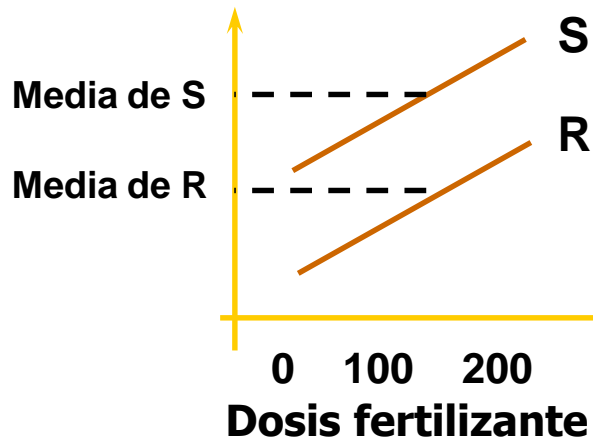
- Los efectos principales pueden carecer de sentido

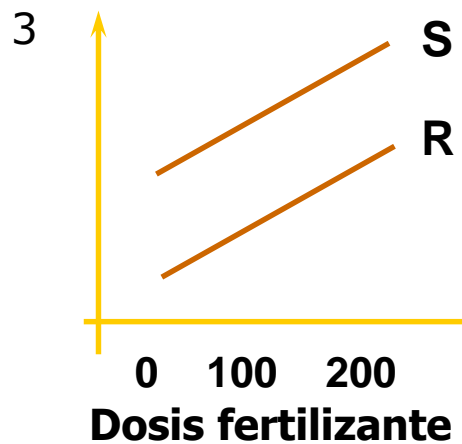
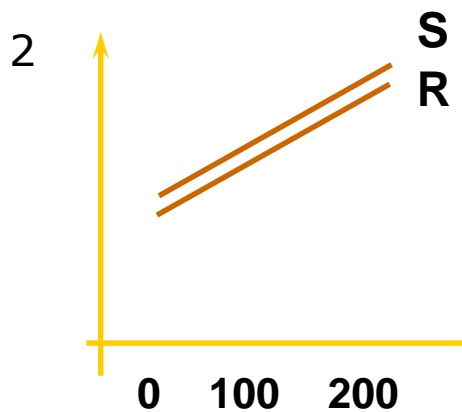
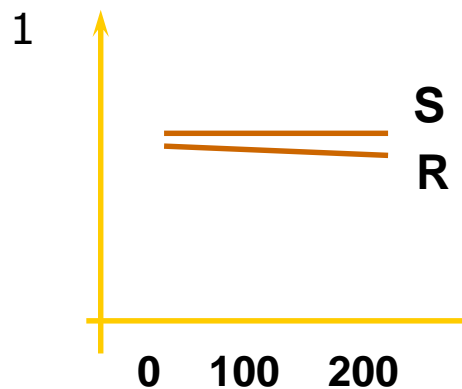


# Efectos principales y simples

□ **Efectos principales** de un factor son las comparaciones entre los niveles de un factor promediados para todos los niveles del otro factor. Tienen sentido cuando no hay interacción

□ **Efectos simples** de un factor son las comparaciones entre niveles de una factor a un solo nivel del otro. Deben aplicarse cuando hay interacción



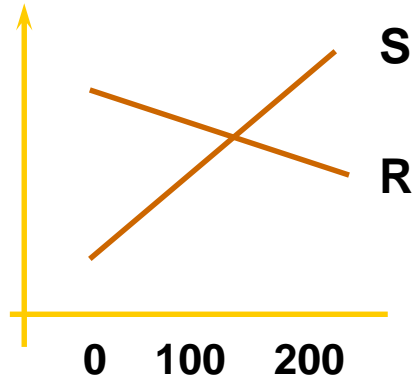


	Interacción	Efecto Dosis	Efecto Trat. suelo
1			
2			
3			

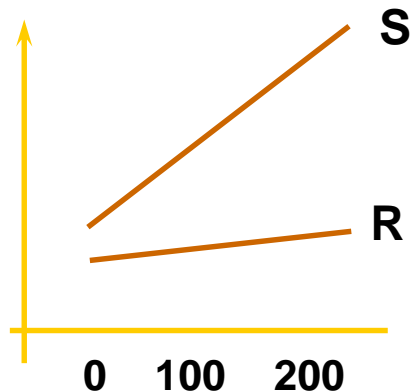
No hay Interacción:  
Los efectos son aditivos

## Interacción Significativa:

El efecto del tratamiento del suelo depende de la dosis de fertilizante utilizada (y viceversa)



Distinto  
signo



Distinta  
magnitud

**Dosis fertilizante**

Hay Interacción:  
Los efectos no son aditivos



# Ventajas y desventajas del diseño factorial

---

## Ventajas

- ▣ Es más eficiente que probar un factor por vez
- ▣ Las conclusiones son más generales
- ▣ Permite estudiar interacción

## Desventajas

- ▣ El análisis es más complejo
- ▣ Puede ser dificultosa la interpretación, sobre todo cuando las interacciones son significativas

# El modelo estadístico de ANOVA de 2 factores:

---

- $y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{ijk}$
- Donde :
- $\mu$  es la media general
- $\alpha_i$  es el efecto fila :  $\alpha_i = \mu_{i.} - \mu$
- $\beta_j$  es el efecto columna:  $\beta_j = \mu_{.j} - \mu$
- $\alpha\beta_{ij}$  es el efecto de la interacción (fila x columna):

$$E(y_{ijk}) = \mu_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij}$$
$$\alpha\beta_{ij} = \mu_{ij} - \mu - \alpha_i - \beta_j$$

- $\varepsilon_{ijk}$  es el residuo o error aleatorio (dentro)

# Hipótesis en ANOVA 2 factores:

---

## ▣ Prueba del efecto principal fila (A)

Ho:  $\alpha_i = 0 \quad \forall i = 1, \dots, a$  vs Ha:  $\exists i / \alpha_i \neq 0$

Ho:  $\mu_{i.} = \mu \quad \forall i = 1, \dots, a$  vs Ha:  $\exists i / \mu_{i.} \neq \mu$

## ▣ Prueba del efecto principal columna (B)

Ho:  $\beta_j = 0 \quad \forall j = 1, \dots, b$  vs Ha:  $\exists j / \beta_j \neq 0$

Ho:  $\mu_{.j} = \mu \quad \forall j = 1, \dots, b$  vs Ha:  $\exists j / \mu_{.j} \neq \mu$

## ▣ Prueba de interacción

Ho:  $\alpha\beta_{ij} = 0 \quad \forall ij$ , vs Ha:  $\exists ij / \alpha\beta_{ij} \neq 0$

Ho:  $\mu_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j \quad \forall ij$ , vs Ha:  $\exists ij / \mu_{ij} \neq \mu + \alpha_i + \beta_j$

# Tabla de ANOVA de 2 factores

Fuente de Variación	SC	GL	CM	F
Entre Celdas	$n_{ij} \sum_i \sum_j (\bar{y}_{ij\cdot} - \bar{y}...)^2$	(ab) -1	$\frac{\text{SC cel}}{\text{GL cel}}$	$\frac{\text{CMe}}{\text{CMd}}$
Entre Filas (A)	$bn_{ij} \sum_i (\bar{y}_{i\cdot\cdot} - \bar{y}...)^2$	a-1	$\frac{\text{SC filas}}{\text{GL filas}}$	$\frac{\text{CMf}}{\text{CMd}}$
Entre Columnas (B)	$an_{ij} \sum_j (\bar{y}_{\cdot j\cdot} - \bar{y}...)^2$	b-1	$\frac{\text{SC col}}{\text{GL col}}$	$\frac{\text{CMc}}{\text{CMd}}$
Interacción (AxB)	$\text{SC}_{\text{celdas}} - \text{SC}_{\text{fila}} - \text{SC}_{\text{col}}$	(a-1)x(b-1)	$\frac{\text{SC inter}}{\text{GL inter}}$	$\frac{\text{CMi}}{\text{CMd}}$
Dentro (error)	$\text{SC}_{\text{total}} - \text{SC}_{\text{celdas}}$	(ni-1)ab = n-ab	$\frac{\text{SC dentro}}{\text{GL dentro}}$	
Total	$\sum_{ijk} (y_{ijk} - \bar{y}...)^2$	n-1		

# Regla de decisión ANOVA de 2 factores

## Regla de decisión

### Prueba del efecto principal fila (A)

$$H_{0A} : \alpha_{iA} = 0 \quad \forall i = 1, \dots, a$$

$$H_{aA} : \exists i / \alpha_{iA} \neq 0$$

$$\text{Si } F = \frac{CM_{e.filas}}{CM_{dentro}} > F_{GL_{e.filas}, GL_{dentro}, 1-\alpha} \text{ se rechaza } H_0 \text{ con } \alpha$$

### Prueba del efecto principal columna (B)

$$H_{0B} : \beta_{jB} = 0 \quad \forall j = 1, \dots, b$$

$$H_{aB} : \exists j / \beta_{jB} \neq 0$$

$$\text{Si } F = \frac{CM_{e.columnas}}{CM_{dentro}} > F_{GL_{e.columnas}, GL_{dentro}, 1-\alpha} \text{ se rechaza } H_0 \text{ con } \alpha$$

### Prueba de interacción

$$H_{0AB} : \alpha\beta_{ijAB} = 0 \quad \forall ij$$

$$H_{aAB} : \exists ij / \alpha\beta_{ijAB} \neq 0$$

$$\text{Si } F = \frac{CM_{interacción}}{CM_{dentro}} > F_{GL_{interacción}, GL_{dentro}, 1-\alpha} \text{ se rechaza } H_0 \text{ con } \alpha$$

- ❑ OJO: recordar que en este caso debo evaluar primero la prueba de interacción *antes* de evaluar los efectos fila y columna