BIOMETRÍA II CLASE 11 DISEÑO DE MEDIDAS REPETIDAS

Adriana Pérez Depto de Ecología, Genética y Evolución FECN, UBA

Efecto del tratamiento con broncodilatadores para el tratamiento del asma

72 pacientes asmáticos fueron asignados en forma aleatoria y balanceada a uno de los siguientes tratamientos: droga A, droga B o placebo (P)

 Se midió el volumen espiratorio forzado (VEF) antes de la administración del tratamiento (basal) y a intervalos de 1 hora luego de esta, hasta las 8

hs

UE para el tratamiento

□ VR

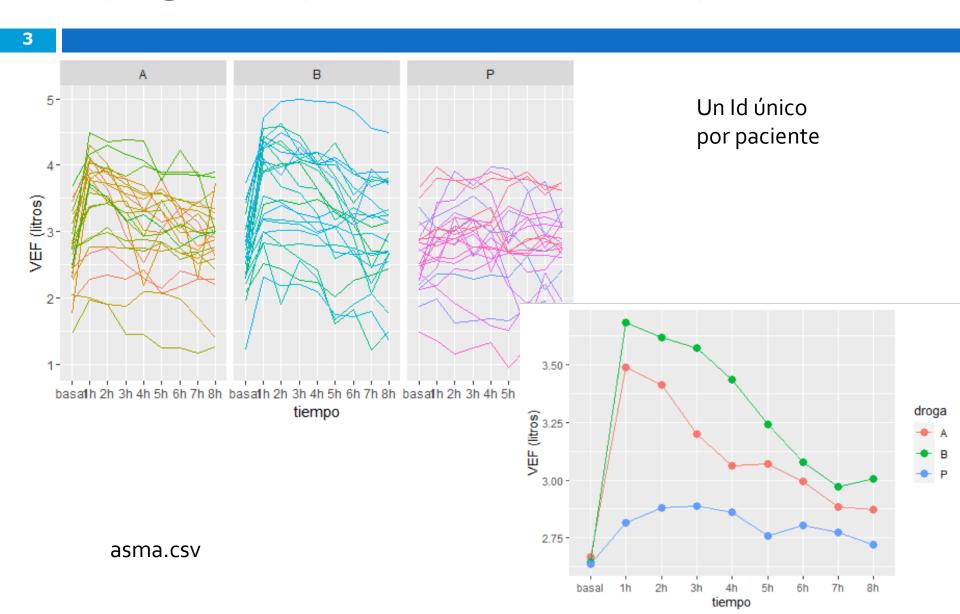
Tipo, potencial distribución de probabilidades

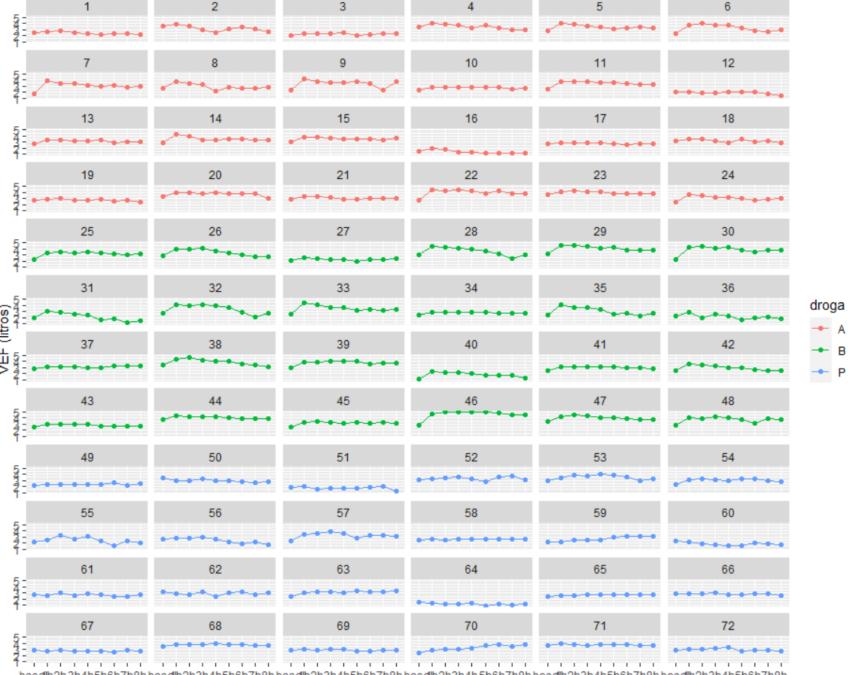
VE

Tipo, de efectos fijos o aleatorios

paciente	droga 🏻	tiempo [©]	vef [‡]
1	A	basal	2.46
1	Α	1h	2.68
1	Α	2h	2.76
1	Α	3h	2.50
1	Α	4h	2.30
1	Α	5h	2.14
1	Α	6h	2.40
1	Α	7h	2.33
1	Α	8h	2.20
2	Α	basal	3.50
2	Α	1h	3.95
2	Α	2h	3.65
2	Α	3h	2.93

Spaguetti plots /Gráficos de perfiles





Diseño de medidas repetidas

- Se utiliza cuando una misma unidad experimental es sometida a mediciones sucesivas a lo largo del tiempo o en cierto orden
- Proporcionan información sobre tendencias en el tiempo de la variable respuesta bajo distintas condiciones (tratamientos)
- Se los denominan también datos longitudinales
- Las observaciones efectuadas sobre la misma ue están correlacionadas acarrean un mismo efecto de ue - y no pueden por tanto considerarse como observaciones independientes
- Debemos modelar esa estructura de correlación. Y como ya vimos hay dos opciones:
- Eso se hace mediante distintos modelos para la matriz de covarianza

¿Cómo modelamos datos correlacionados?

 Modelos Condicionales, sujeto-específicos (efectos fijos + efectos aleatorios). El modelo incluye VE de efecto aleatorio. Esto induce la correlación entre observaciones

Las mediciones de VEF a lo largo del tiempo para cada individuo se modelan individualmente para cada individuo. Ordenada al origen: efecto aleatorio (distinto para cada sujeto). Esto resulta en residuos independientes. Permite estimar componentes de varianza. Ime, Imer

 Modelos Marginales (efectos fijos + estructura de correlación residual). El modelo incluye una estructura de correlación explícita entre las observaciones (matriz de covarianzas).

Las mediciones de VEF para cada individuo se modelan con un modelo de regresión lineal múltiple de efectos fijos y se explicita la estructura de correlación de los residuos dentro de cada individuo con una matriz de covarianza. gls

Varianza, covarianza, correlación?

 Varianza: es el promedio de las desviaciones a la media, elevadas al cuadrado. Es una medida de la variabilidad de UNA variable. [Y]

$$\sigma_Y^2 = E(Y - E_Y)^2 = \frac{\sum (y_i - \mu_Y)^2}{N}$$

 Covarianza: es una medida de la variación conjunta de DOS variables aleatorias cuantitativas. [Y1Y2]

$$Cov_{Y_1Y_2} = \sigma_{Y_1Y_2} = E(Y_1 - E_{Y_1})(Y_2 - E_{Y_2}) =$$

$$= \frac{\sum (y_{i1} - \mu_{Y_1})(y_{i2} - \mu_{Y_2})}{N}$$

Estimador insesgado de la varianza:

$$S_Y^2 = \frac{\sum (y_i - \overline{y})^2}{n-1}$$

Estimador insesgado de la covarianza:

$$S_{Y_1Y_2} = \frac{\sum (y_{i1} - \overline{y}_1)(y_{i2} - \overline{y}_2)}{n - 1}$$

Covarianza

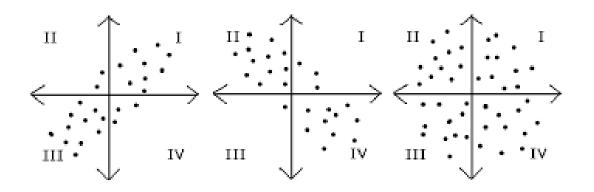
- Las variables asociadas en forma directa tienen covarianza positiva,
 mientras que las asociadas en forma indirecta, la tienen negativa
- Además

$$\sigma_{yy} = \sigma_y^2$$

$$\sigma_{Y_1Y_2} = \sigma_{Y_2Y_1}$$

$$\sigma_{aY} = 0$$

$$-\infty < \sigma_{Y_1Y_2} < +\infty$$



$$\sigma_{Y_1Y_2} = E(Y_1 - E_{Y_1})(Y_2 - E_{Y_2})$$

 Si dos variables son independientes, su covarianza vale o (la recíproca no es necesariamente cierta)

Correlación

 Coeficiente de correlación lineal de Pearson: es una estandarización de la covarianza. Sin unidades

$$\rho_{Y_1Y_2} = \frac{\sigma_{Y_1Y_2}}{\sigma_{Y_1}\sigma_{Y_2}}$$

Además

$$\rho_{yy} = 1$$

$$\rho_{Y_1Y_2} = \rho_{Y_2Y_1}$$

$$\rho_{aY} = 0$$

$$-1 < \rho_{Y_1Y_2} < +1$$

- Si dos variables son independientes el coeficiente vale o
- Equivale a calcular la covarianza con las variables estandarizadas

 Estimador insesgado del coeficiente de correlación de Pearson:

$$r_{Y_1Y_2} = \frac{S_{Y_1Y_2}}{S_{Y_1}S_{Y_2}}$$

Se deduce que la covarianza puede expresarse como:

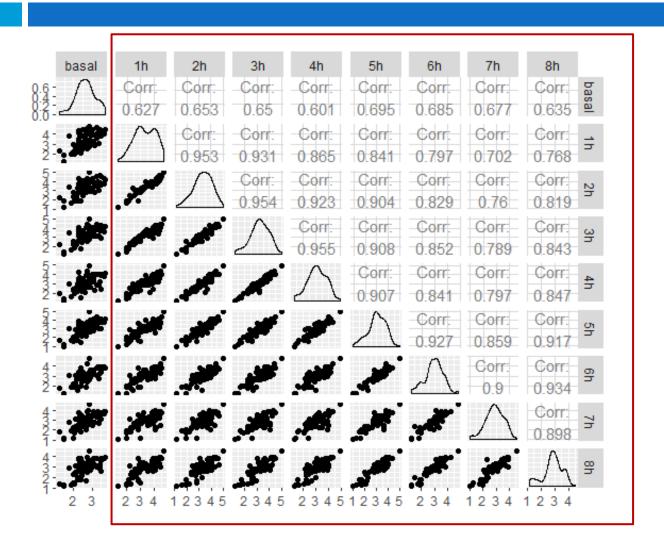
$$\sigma_{Y_1Y_2} = \rho_{Y_1Y_2}\sigma_{Y_1}\sigma_{Y_2}$$

Asociación en medidas repetidas

Podemos pensarlos como distintas variables

pacientê	droga 🌣	basal ‡	1h [‡]	2h ‡	3h [‡]	4h ‡	5h [‡]	6h [‡]	7h ‡	8h ‡
1	Α	2.46	2.68	2.76	2.50	2.30	2.14	2.40	2.33	2.20
2	Α	3.50	3.95	3.65	2.93	2.53	3.04	3.37	3.14	2.62
3	Α	1.96	2.28	2.34	2.29	2.43	2.06	2.18	2.28	2.29
4	Α	3.44	4.08	3.87	3.79	3.30	3.80	3.24	2.98	2.91
5	Α	2.80	4.09	3.90	3.54	3.35	3.15	3.23	3.46	3.27
6	Α	2.36	3.79	3.97	3.78	3.69	3.31	2.83	2.72	3.00
7	Α	1.77	3.82	3.44	3.46	3.02	2.98	3.10	2.79	2.88
8	Α	2.64	3.67	3.47	3.19	2.19	2.85	2.68	2.60	2.73
9	Α	2.30	4.12	3.71	3.57	3.49	3.64	3.38	2.28	3.72
10	Α	2.27	2.77	2.77	2.75	2.75	2.71	2.75	2.52	2.60

Matriz de diagramas de dispersión



Las observaciones están asociadas

Matriz de covarianza Σ

pacientê	droga [‡]	basal ‡	1h ‡	2h ‡	3h ‡	4h ‡	5h ‡	6h [‡]	7h ‡	8h ‡
1	Α	2.46	2.68	2.76	2.50	2.30	2.14	2.40	2.33	2.20
2	Α	3.50	3.95	3.65	2.93	2.53	3.04	3.37	3.14	2.62
3	Α	1.96	2.28	2.34	2.29	2.43	2.06	2.18	2.28	2.29
4	Α	3.44	4.08	3.87	3.79	3.30	3.80	3.24	2.98	2.91
5	Α	2.80	4.09	3.90	3.54	3.35	3.15	3.23	3.46	3.27
6	Α	2.36	3.79	3.97	3.78	3.69	3.31	2.83	2.72	3.00
7	Α	1.77	3.82	3.44	3.46	3.02	2.98	3.10	2.79	2.88
8	Α	2.64	3.67	3.47	3.19	2.19	2.85	2.68	2.60	2.73
9	Α	2.30	4.12	3.71	3.57	3.49	3.64	3.38	2.28	3.72
10	A	2.27	2.77	2.77	2.75	2.75	2.71	2.75	2.52	2.60
			1							

50104 tiempos para que las matrices sean chicas

$$\Sigma = \begin{bmatrix} T1 \\ \sigma_{1}^{2} \\ \sigma_{21} \\ \sigma_{21} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{42} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{34} \\ \sigma_{43} \\ \sigma_{44} \\ \sigma_{44} \\ \sigma_{44} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$
variable σ_{i}^{2} . En el resto, las covarianza pares de variables
$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1}^{2} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{32} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{43} \\ \sigma_{43} \\ \sigma_{43} \\ \sigma_{43} \\ \sigma_{44} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$
 Matriz cuadrada y simétrica ($\sigma_{12} = \sigma_{21}$)
$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1}^{2} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{24} \\ \sigma_{34} \\ \sigma_{43} \\ \sigma_{43} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$
 Matriz no estandarizada, tiene unidado
$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1}^{2} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{34} \\ \sigma_{43} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1}^{2} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{34} \\ \sigma_{43} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1}^{2} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{34} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1}^{2} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{34} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1}^{2} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{34} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1}^{2} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{34} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{34} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{24} \\ \sigma_{34} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{24} \\ \sigma_{34} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{24} \\ \sigma_{34} \\ \sigma_{44} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{24} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{24} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{24} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V = \frac{T}{3} \begin{bmatrix} \sigma_{1} \\ \sigma_{14} \\ \sigma_{14} \end{bmatrix}$$

$$V =$$

- en la diagonal principal, las varianzas de cada variable σ^2_i . En el resto, las covarianzas σ_{ij} entre
- Matriz no estandarizada, tiene unidades
- Σ : matriz poblacional, S: matriz muestral

Estructura de la matriz de covarianza para medidas repetidas

- Simple
- Simetría compuesta corcompSymm
- Autoregresiva de orden 1 (AR1) COPAR1
- Toeplitz o autoregresivo general
- Desestructurada corsymm
- Autoregresiva continua de orden 1 o Interdependencia de primer orden corcar1

Se pueden combinar con varianzas heterogéneas

Requieren tiempos igualmente espaciados

Estructura simple de la matriz de covarianza Σ

Si las observaciones fuesen independientes (i.e. suponiendo que en cada tiempo se midió a un individuo distinto, o todos los diseños vistos antes de mixtos) las covarianzas son nulas.

$$T1$$
 $T2$ $T3$ $T4$
 $T1 \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}$
 $T4 \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma^2 \end{bmatrix}$

Suponiendo homocedasticidad Más parsimoniosa; más restringida No suponiendo homocedasticidad (varident)

Estructura de simetría compuesta

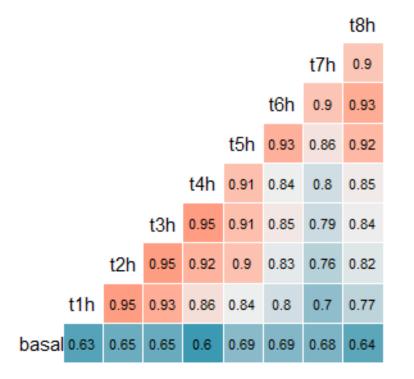
- Si los datos provienen de la misma UE no son independientes y por lo tanto la covarianza entre mediciones sucesivas no es nula
- Suponiendo misma varianza en cada tiempo y misma covarianza entre tiempos: $\sigma_{y,y_2} = \rho_{y,y_2} \sigma_{y_1} \sigma_{y_2} = \rho \sigma^2$

Matriz de simetría compuesta corCompSymm

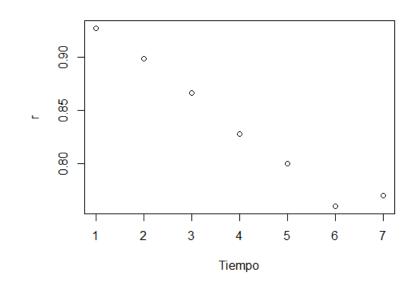
Asume igual correlación entre cualquier par de MR

de parámetros?

Matriz de correlación (heatmap)



Coeficiente de correlación vs lapso entre tiempos



 La matriz de simetría compuesta puede ser poco realista en DMR: las observaciones adyacentes estarán más fuertemente asociadas que las más alejadas en el tiempo. Sin embargo puede funcionar para tiempos cortos.

0.9

8.0

0.7

Es esperable en DBA, en anidados, en diseño de parcela dividida

Estructura autoregresiva de primer orden

Supongamos que la correlación entre tiempos disminuye exponencialmente según la distancia entre tiempos Δt : $\rho_{t_i,t_{i+\Delta t}} = \rho^{\Delta t}$

Supongamos que la correlación entre las observaciones de dos tiempos con la misma diferencia de tiempo es siempre la misma, ρ

$$\sigma^{2} \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho^{2} & \rho^{3} \\ \rho & 1 & \rho & \rho^{2} \\ \rho^{2} & \rho & 1 & \rho \\ \rho^{3} & \rho^{2} & \rho & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz de correlación autoregresiva de primer orden AR1 corAR1

- Para tiempos igualmente espaciados. Si no es el caso, usar Autoregresiva continua de orden 1 o Interdependencia de primer orden corcar
- Estos modelos suponen homocedasticidad (σ^2 común) pero pueden modelarse con heterocedasticidad

Matriz desestructurada

- No hay restricciones sobre los parámetros de la matriz
- Es la menos parsimoniosa, con menores restricciones (mayor cantidad de parámetros)

Matriz de correlación desestructurada corsymm

parámetros Desestructurada homogénea: t(t-1)/2 Desestructurada heterogénea: t(t+1)/2

Modelos marginales Modelamos la estructura de covarianza

- Ajusta un modelo general para la estructura promedio de la población de individuos
- No incluye VE de efectos aleatorios
- Se explicita una estructura para la matriz de covarianza de los errores

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha \beta_{ij} + \gamma_k + \varepsilon_{ijk}$$
 $i = 1a \ 3, j = 1a \ 8, k = 1a \ 24$

donde Y_{ijk} es la respuesta de cada individuo a cada tiempo

 $\omega_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha \beta_{ij} + \gamma_k + \varepsilon_{ijk}$ $\varepsilon_{ijk} \approx N(0, \Sigma_j)$

- μ es la media general o media de la población
- α_i es el efecto fijo del tratamiento i
- $\checkmark \quad \beta_i$ es el efecto fijo del tiempo j
- $\alpha \beta_{ii}$ es el efecto de la interacción fija tratamiento-tiempo
- $\checkmark \quad \gamma_k$ es el valor basal
- \checkmark ε_{ijk} es el error aleatorio
- En formato "regresión con v.indicadoras" (un plomo):

$$Y_{i} = \beta_{0} + \beta_{1}drogaA_{i} + \beta_{2}drogaB_{i} + \beta_{3}T_{2i} + \beta_{3}T_{3i} + ... + \beta_{10}T_{2i} + \beta_{11}T_{3i} + ... + \varepsilon_{i}$$

Modelos marginales

library(nlme)
gls

```
#Modelo 1: Simetría compuesta.
m1<-gls(vef ~droga*tiempo+basal, | correlation | = corCompSymm(form =
~ 1 | paciente), bd)
#Modelo 2: Simetría compuesta. varianzas distintas
m2<-gls(vef ~droga*tiempo+basal, correlation = corCompSymm(form =</pre>
~ 1 | paciente), bd, weights=varIdent(form= ~ 1|tiempo ))
#Modelo 3: AR1, varianzas iquales
m3 < -gls(vef \sim droga*tiempo+basal, correlation = corAR1(form = ~ 1)
| paciente), bd)
#Modelo 4: AR1, varianzas distintas
m4<-gls(vef ~droga*tiempo+basal, correlation = corAR1(form = ~ 1
| paciente), bd, weights=varIdent(form= ~ 1|tiempo ))
#Modelo 5: matriz desestructurada
m5<-gls(vef ~droga*tiempo+basal, correlation = corSymm(form = ~ 1
| paciente), bd)
```

Simetría compuesta

> summary(m1)

Generalized least squares fit by REML
Model: vef ~ droga * tiempo + basal
Data: bd2
AIC BIC logLik
401.2902 517.707 -173.6451

 $\sigma^{2} \begin{bmatrix} 1 & \rho & \rho & \rho \\ \rho & 1 & \rho & \rho \\ \rho & \rho & 1 & \rho \\ \rho & \rho & \rho & 1 \end{bmatrix}$

Correlation Structure: Compound symmetry

Formula: ~1 | paciente Parameter estimate(s):

Rho 0.7656626

> getVarCov(m1)

Marginal variance covariance matrix

[,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8] [1,] 0.26938 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 [2,] 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 [3,] 0.20626 0.20626 0.26938 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 [4,] 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 [5,] 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 [5,] 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 [6,] 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 0.20626 [7,] 0.20626 0.2062

Standard Deviations: 0.51902 0.51902 0.51902 0.51902 0.51902 0.51902 0.51902 0.51902

$$\sigma_{Y_1Y_2} = \rho_{Y_1Y_2}\sigma_{Y_1}\sigma_{Y_2} \qquad \rho = \frac{\sigma_{Y_1}\sigma_{Y_2}}{\sigma_{Y_2}} = \frac{\sigma_{Y_1Y_2}}{\sigma^2} \qquad \hat{\rho} = \frac{0.20626}{0.26938} = 0.766$$

Simetría compuesta con varianzas distintas

```
> summary(m2)
Generalized least squares fit by REML
  Model: vef ~ droga * tiempo + basal
  Data: bd2
               BIC
       AIC
                      logLik
 409.8817 556.4807 -170.9409
Correlation Structure: Compound symmetry
 Formula: ~1 | paciente
 Parameter estimate(s):
      Rho
0.7676804
Variance function:
 Structure: Different standard deviations per stratum
 Formula: ~1 | tiempo
 Parameter estimates:
      1h
               2h
                        3h
                                 4h
                                          5h
                                                   6h
                                                            7h
                                                                     8h
1.000000 1.029784 1.001406 1.096472 1.071529 1.034628 1.128791 1.116516
```

Requiere tiempos igualmente espaciados

```
> anova(m1, m2, m3, m4, m5)
```

```
Model df
                                logLik Test L.Ratio p-value
                AIC
                         BIC
      1 27 401.2902 517.7070 -173.64508
m1
m2
      2 34 409.8817 556.4807 -170.94086 1 vs 2 5.40844 0.6102
      3 27 329.0350 445.4519 -137.51752 2 vs 3 66.84668
                                                        <.0001
m3
      4 34 324.5664 471.1653 -128.28318 3 vs 4 18.46869
                                                        0.0100
m4
                                                         <.0001
m5
      5 54 261.4179 494.2516 -76.70896 4 vs 5 103.14842
```



> summary(m5)

Generalized least squares fit by REML
Model: vef ~ droga * tiempo + basal
Data: bd2
AIC
BIC logLik
261.4179 494.2516 -76.70896

Correlation Structure: General

Parámetros:

- 1 varianza
- 28 covarianzas
- 24 (8x₃) medias
- 1 Beta

> getVarCov(m5)

Marginal variance covariance matrix

[,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8]

[1,] 0.26467 0.23843 0.23576 0.20718 0.18119 0.18029 0.13272 0.16837

[2,] 0.23843 0.26467 0.24099 0.22902 0.21071 0.18381 0.14981 0.18112

[3,] 0.23576 0.24099 0.26467 0.24009 0.21212 0.19635 0.16386 0.19186

[4,] 0.20718 0.22902 0.24009 0.26467 0.21395 0.19133 0.17070 0.19507

[5,] 0.18119 0.21071 0.21212 0.21395 0.26467 0.22473 0.18971 0.22059

[6,] 0.18029 0.18381 0.19635 0.19133 0.22473 0.26467 0.21254 0.23109

[7,] 0.13272 0.14981 0.16386 0.17070 0.18971 0.21254 0.26467 0.21365

[8,] 0.16837 0.18112 0.19186 0.19507 0.22059 0.23109 0.21365 0.26467

Standard Deviations: 0.51446 0.51446 0.51446 0.51446 0.51446 0.51446 0.51446 0.51446

Modelo condicional

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha \beta_{ij} + B_{k(i)} + \varepsilon_{ijk}$$

i=1,2,3

j=1,...,9

lacktriangle donde y_{ijk} es la respuesta de cada individuo a cada tiempo

k=1,...24

- $\ \ \ \ \ \mu$ es la media general o media de la población
- α_i es el efecto fijo del tratamiento i
- β_i es el efecto del tiempo k
- $\alpha \gamma_{ik}$ es el efecto de la interacción tratamiento-tiempo
- $B_{k(i)}$ es el efecto aleatorio del nivel j anidado en i (individuo anidado en tratamiento)
- oxdot $arepsilon_{ijk}$ es el error aleatorio

$$B_{k(i)} \approx NID \left(0, \sigma_{indiv}^{2}\right)$$

 $\varepsilon_{ijk} \approx NID \left(0, \sigma_{e}^{2}\right)$
 $B_{k(i)} \text{ y } \varepsilon_{ijk} \text{ independientes entre sí}$

Modelo condicional

library(nlme)
lme

No se modela la matriz de covarianza y se incluye el efecto aleatorio de individuo anidado en droga:

```
m6<-lme(vef ~droga*tiempo+basal, random = ~1|paciente, bd)
```

La matriz de covarianza que se induce implícitamente es la de **simetría compuesta**. Es decir que equivale a:

```
m1<-gls(vef ~droga*tiempo+basal,
~ 1 | paciente), bd)</pre>
```

Los resultados para los efectos fijos son los mismos, pero estima componentes de varianza

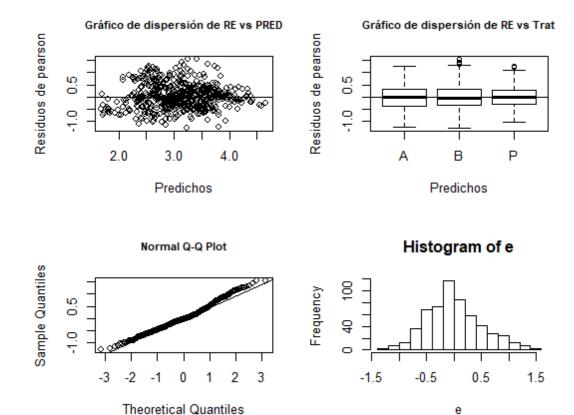
No es muy aplicable a DMR

```
correlation = corCompSymm(form =
```

Random effects:

```
Formula: ~1 | paciente
(Intercept) Residual
StdDev: 0.4541552 0.2512505
```

Supuestos m5

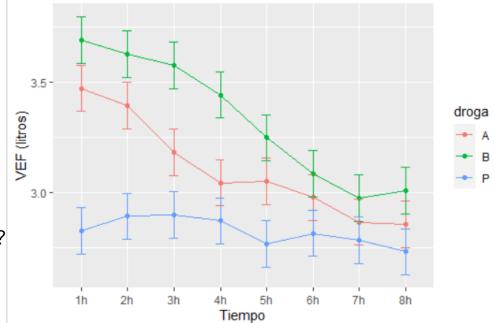


```
> anova(m5)
Denom. DF: 551
                   F-value p-value
             numDF
(Intercept)
                  1 3526.681
                              <.0001
droga
                       9.776
                                1e-04
tiempo
                      13.251
                               <.0001
basal
                      82.045
                              <.0001
droga:tiempo
                 14
                       3.963
                               <.0001
```

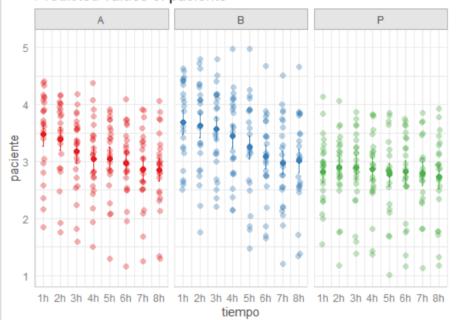
- ¿Son paralelos los perfiles de respuesta en los grupos?
- Si son paralelos, ¿difieren entre tratamientos?
 - Si son paralelos, ¿son constantes en el tiempo?

```
> CLD(emmeans(m5, pairwise ~ droga | tiempo))
tiempo = 1h:
 droga emmean
                       SE df lower.CL upper.CL .group
       2.826998 0.1050225 551 2.620705 3.033292 1
       3.471804 0.1050309 551 3.265494 3.678114
       3.689948 0.1050156 551 3.483668 3.896228
tiempo = 2h:
                       SE df lower.CL upper.CL .group
 droga emmean
       2.892832 0.1050225 551 2.686538 3.099125
       3.395137 0.1050309 551 3.188827 3.601447
       3.625364 0.1050156 551 3.419084 3.831644
tiempo = 3h:
                       SE df lower.CL upper.CL .group
 droga
       2.898248 0.1050225 551 2.691955 3.104542 1
       3.182221 0.1050309 551 2.975911 3.388530 1
       3.576198 0.1050156 551 3.369918 3.782478
tiempo = 4h:
                       SE df lower.CL upper.CL .group
 droga
       2.871582 0.1050225 551 2.665288 3.077875 1
       3.044721 0.1050309 551 2.838411 3.251030 1
       3.442448 0.1050156 551 3.236168 3.648728
tiempo = 5h:
 droga
                       SE df lower.CL upper.CL .group
       2.768665 0.1050225 551 2.562371 2.974959
       3.051804 0.1050309 551 2.845494 3.258114
       3.248281 0.1050156 551 3.042001 3.454561
```

Variación de VEF en función del tiempo según tratamiento Media ± error estándar a partir del modelo



Predicted values of paciente



Otras opciones de análisis de MR

- Reducir el número de observaciones por individuo a 1, de manera de romper la dependencia entre observaciones:
 - Si se midieron sólo dos tiempos (inicial y final) calcular para cada individuo la diferencia en la respuesta (final-inicial por ejemplo) y aplicar un anova de un factor
 - Usar como VR el área bajo la curva para cada individuo
 - Modelar solo observaciones a un tiempo (final por ejemplo)



- Usar el valor inicial como covariable. En experimentos, puede evitar que exista interacción significativa
- MANOVA (anova multivariado): supone una matriz de covarianzas desestructurada. Baja potencia si hay pocas réplicas en relación al DMR univariado

Diseño de parcela dividida (split plot)

- Se usa cuando se requieren UE mayores para un factor que para el otro
- Uno de los factores tratamiento (Factor A) se asigna a unidades experimentales de mayor tamaño (parcela principal) y dentro de cada parcela principal se identifican subparcelas o parcelas de menor tamaño sobre las cuales se asigna al azar el segundo factor tratamiento (Factor B)
- La aleatorización está restringida y es en dos etapas:
 - ¹ los niveles del factor A en las parcelas principales
 - 2° los niveles del factor B en cada subparcela

A ₁	B ₁	B ₃	B ₄	B ₂
A_3	B ₄	B ₂	B ₁	B ₃
A_2	B ₄	B ₃	B ₂	B ₁

 A_1 T_1 T_2 T_3 T_4 A_3 T_1 T_2 T_3 T_4 T_4 T_5 T_4 T_7 T_8 T_8 T_8 T_8 T_8 T_8 T_8

Parcela dividida

Medidas repetidas

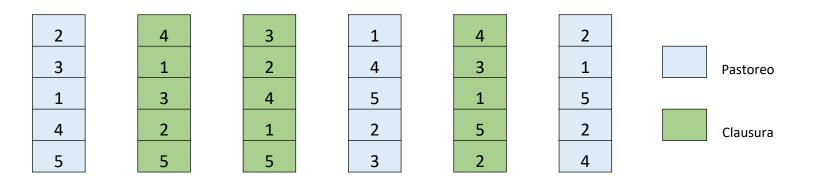
Experiencias de largo plazo para el manejo de una hierba invasora de pastizales: El caso de *Hieracium pilosella* L. en la Estepa Fueguina

Ecología Austral 24:135-144. Agosto 2014

P.A. CIPRIOTTI¹; M.B. COLLANTES²; C. ESCARTÍN³; S. CABEZA⁴; R.B. RAUBER⁵ & K. BRAUN²

El experimento a campo se estableció en la Estancia Cullen, ubicada al norte de la estepa Fueguina, en un sector utilizado para la implantación de pasturas hace 30 años y con una cobertura actual promedio de la especie invasora mayor al 15%. Se seleccionaron seis áreas homogéneas de aproximadamente 1 ha (parcelas) que contuvieran aproximadamente al menos 100 parches de H. pilosella de aproximadamente 2 m de diámetro. Tres de las seis parcelas delimitadas fueron seleccionados al azar y excluidas al ganado ovino mediante la construcción de un cerco permanente. De este modo, se consideraron a las tres parcelas abiertas al pastoreo doméstico pertenecientes al tratamiento "pastoreo" y a las tres parcelas excluidas al ganado ovino correspondientes al tratamiento "clausura". Antes del establecimiento del experimento, las seis parcelas (con y sin pastoreo) tuvieron un manejo y carga animal similar durante las últimas décadas. Además, todas las parcelas tenían una posición topográfica, pendiente del terreno, cobertura vegetal y composición florística similar, incluyendo la cobertura de la maleza exótica H. pilosella (ca. 35%).

Dentro de cada parcela se establecieron cinco sub-parcelas (5 x 5 m) asegurando por lo menos la existencia de un parche de *H. pilosella* (diámetro aprox. 2 m), lo que resultó en un total de 30 subparcelas. Cuatro tratamientos de control y un testigo sin tratar fueron asignados al azar a las sub-parcelas: (1) Testigo sin tratar; (2) Inter-siembra de pastura + fertilización NP con fosfato diamónico; (3) Fertilización NP con fosfato diamónico; (4) Aplicación de herbicida selectivo de hoja ancha; y (5) Aplicación de herbicida no selectivo. Las variables de respuesta estudiadas al final de la séptima estación de crecimiento fueron la cobertura de la maleza, la cobertura de las formas de vida dominantes y la cobertura de suelo descubierto.



Análogo al DMR (parcela ppal≈ individuos anidados en factor A; subparcela ≈ tiempos (pero con niveles del factor B aleatorizados)

Biblio

An Integrated Shiny App for a Course on Repeated Measurements Analysis (completed)

March 18, 2016

By Dimitris Rizopoulos

Repeated Measurements Analysis



Statistical Analysis of Repeated Measurements Data

