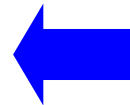


# Introducción a los métodos estadísticos bayesianos en Ecología

## Programa del curso:

1. Introducción general
2. Elementos básicos del análisis bayesiano
3. Análisis bayesiano I
4. Análisis bayesiano II
5. Modelos bayesianos jerárquicos



# Modelos Jerárquicos

## Teórico 05

- a. Incertidumbre de medición.
- b. Ciertos modelos jerárquicos: teoría básica
- c. JAGS: just another Gibbs sampler
- d. Occupancy models
- e. Binomial-mixture models: un ejemplo

## a. Incertidumbre de medición.

**Excepto** en casos muy bien definidos (ej. filtro de Kalman), la estadística frecuentista carece de métodos genéricos para tratar los errores de medición de variables.

Los **modelos jerárquicos bayesianos** modelan la incertidumbre de medición usando “**variables latentes**”.

**Latente:** denota a una condición potencialmente existe **pero** que **no es directamente observable o medible**.

**Ej:** la abundancia real de una población natural, la calidad de vida, la confianza en el clima de negocios, la moral, la felicidad, el optimismo, el conservadurismo, etc.

Estas variables latentes afectan o determinan los valores de las variables que sí podemos cuantificar directamente.

Si bien a veces el carácter de “latente” proviene de la ambigüedad de su definición, en muchos casos se denotan aspectos interesantes y complejos de la realidad. Los efectos de las vars explicativas que denotan “procesos causales” ocurren sobre las variables latentes, las que sólo registramos con incertidumbre o error de medición.

$$Y_{i,obs} = Y_{i,latente}(\text{vars explicativas}_i) + \text{error}_i.$$

(la relación no tiene por qué ser aditiva!)

El desafío es hacer inferencias correctas del efecto de las vars explicativas sobre  $Y_{i,latente}$  cuando solo tenemos  $Y_{i,obs}$

Ya hemos visto antes  
algo parecido a:

$$Y_{i,obs} = Y_{i,latente}(\text{vars explic}_i) + \text{error}_i.$$

El Modelo Lineal Mixto como un modelo condicional:  $Y = Y | b_0$   
en efectos de grupo (o aleatorios)  $b_0 \sim \text{Normal}(0, \sigma^2_{b_0})$  tal que  
 $Y \sim \text{Normal}(\mu_Y = \mu_Y(X) + b_0, \sigma^2_Y)$ .

También los GLMM:  $Y = Y | b_0$  ahora con  $Y \sim \text{BiNeg}(\mu_Y, \Phi)$  y  
efectos de grupo (o aleatorios) con  $b_0 \sim \text{Normal}(0, \sigma^2_{b_0})$  tal  
que  $\log(\mu_Y) = X\beta + b_0$ .

**Visión simplista de ranefs: serían asimilables a un “error”...**

En los GLMM, los efectos de grupo denotan parte de la co-  
varianza de  $Y$  debida al diseño experimental o de muestreo que  
no está asociada al efecto de las vars explicativas  $X$  sobre  $\mu_Y$ .

La var de respuesta  $Y$  cuya media modelamos como función lineal de las  $X$ s y del efecto de una variable latente (los ranefs!) sobre  $\log(\mu_Y)$  que no es directamente observable.

Un supuesto fundamental de los GLMM es que los efectos poblacionales (fijos) y de grupo (aleatorios) son aditivos en la escala de la función de enlace.



Pero si quisiéramos “generalizar” los GLMM:

- (a) los efectos de grupo podrían ser modelados con una distribución de probabilidades acaso diferente a Normal.
- (b) la composición de los efectos de poblacionales (fijos) y los de grupo podría no ser necesariamente aditiva.

La abundancia poblacional no se mide, se estima siempre y por tanto siempre hay un error o incertidumbre asociada.

Una lista no exhaustiva de errores comunes incluye:

a) Errores de conteo cuando  $Y > 0$ : conteos múltiples del mismo individuo, subestimación de grupos de individuos si  $N$  muy alto.

b) Cuando  $Y_{\text{obs}} = 0$ : { Ceros verdaderos: no hay individuos.  
Ceros falsos: individuos presentes pero no detectados (falso negativo).

(idem para los drogadictos y los evasores de impuestos!)

c) Incertidumbre en identificación de la especie: (se puede modelar, por ej. usando observadores múltiples)

El caso común: la abundancia REAL de una población no es directamente medible (i.e. una variable latente) debido a la incertidumbre de detección, particularmente en los ceros.

Los procesos “causales” actúan sobre la abundancia REAL, no sobre nuestra estimación inevitablemente distorsionada por los problemas de detección que deben ser modelados!.

Dos consecuencias de pretender que los conteos/presencias carecen de incertidumbre de detección como en los GLMM:

- (a) La abundancia es siempre (muy) SUBESTIMADA.
- (b) Los efectos de vars explicativa son siempre subestimados, incluyendo la estimación de tendencias (N vs t): cuando  $<0$ , la declinación poblacional real es mucho más rápida!.



Métodos de CMR basados en marcado individual permiten estimar la prob. de observación y así corregir la estimación de abundancia; requieren un importante esfuerzo empírico.

Hay además abundante bibliografía metodológica (Williams et al 2002, O'Connell et al 2010, Royle et al 2004, Kéry & Royle 2016, y muchos otros) sobre cómo estimar presencia o abundancia con infinitas variaciones adaptables a diferentes especies, usando cámaras, aviones, señuelos, sonogramas, marcas, cantos/reconocimientos, teledetección, etc.

Es imposible resumir esta vasta bibliografía en un solo curso.

Uds. tienen que entender al menos las bases de estos métodos para usarlos o al menos leer los papers y libros al respecto.

En los últimos 15+ años: diseños y metodologías de muestreo para hacer inferencias sobre presencias/conteos considerando la incertidumbre de detección sin requerir “capturas” individuales.

Esta creciente sofisticación en el análisis de la información de estos métodos dejan muy en claro que **es cada vez más difícil publicar “los datos observacionales del naturalista entusiasta”**.

**Hay paquetes de R** con funciones ya escritas para diseños de muestreo específicos: unmarked (likelihood), ahm, ubms, camtrapR, multiocc, stocc, spOccupancy, etc.



Aquí usaremos ciertos **modelos jerárquicos bayesianos** para evaluar el efecto de variables explicativas sobre la abundancia/presencia y también sobre la prob. de detección.

## b. Ciertos modelos jerárquicos: teoría básica

Estos modelos que contienen **dos GLMs interconectados** son:

(a) Occupancy model (MacKenzie et al 2002 y otros).

(b) Binomial mixture model (Royle 2004 y otros).

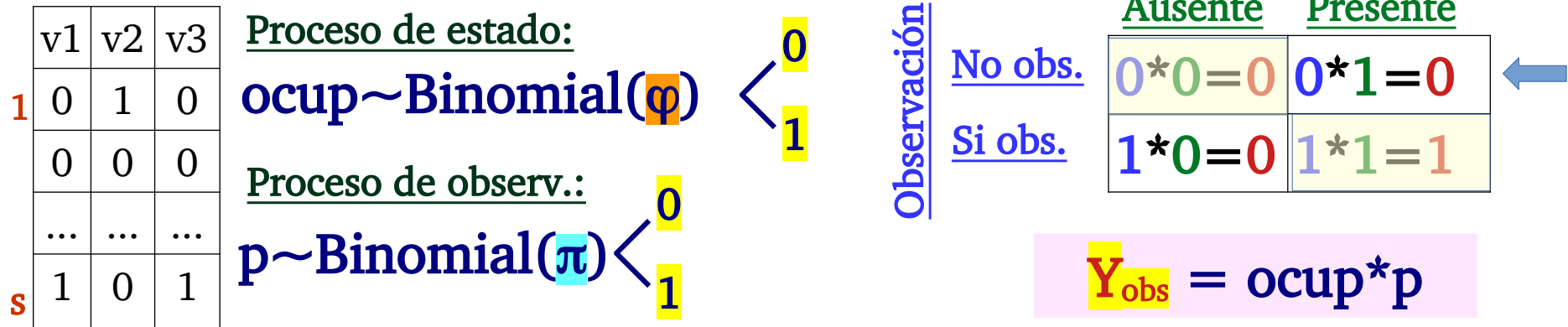
Ambos son modelos condicionales:  $Y_{\text{obs}} | C(\text{conteo})$  o  $Ocup(\text{acción})$  en el sentido que ya explicamos antes con los GLMM y **se modela explícitamente la incertidumbre de detección**.

\* Las variables REALES  $C$  o  $Ocup$  son latentes, no observables.

\* Las variables observables  $Y_{\text{obs}} = C * p$  o  $Y_{\text{obs}} = Ocup * p$  son una combinación multiplicativa del proceso real ( $C$  o  $Ocup$ ) y del proceso de observación/detección con probabilidad  $p$ .

En su forma más simple, ambos modelos usan un “diseño de visitas repetidas” en un lapso corto de tiempo (population closure) a  $s$  sitios, sin “marcar y seguir” individuos.

## Occupancy model



**ocup** es la variable latente no directamente observable y es modelada como un **efecto aleatorio BINOMIAL** que afecta  $Y_{\text{obs}}$ !

**Dos GLM  
combinados**

$$\text{logit}(\varphi) = X_1 \beta_1 + b_0$$

$$\text{logit}(\pi) = X_2 \beta_2 + b_0^*$$

En el **Binomial mixture model** se estiman abundancias locales:

	v1	v2	v3
1	0	4	2
	4	0	0
	...	...	...
s	1	12	0

Proceso de estado:

$$C \sim \text{Poisson}(\mu_C) \quad [0, 1..N]$$

$$C \sim \text{BiNeg}(\mu_C, \phi)$$

Proceso de observ.:

$$p \sim \text{Binomial}(\pi) < \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$$

Aquí **C** es la variable latente no directamente observable y es modelada como un **efecto aleatorio Poisson** que afecta  $Y_{\text{obs}}$ !

De nuevo, hay una combinación multiplicativa:  $Y_{\text{obs}} = C * p$

**Y también hay 2 GLM combinados:**

$$\log(\mu_C) = X_1\beta_1 + b_0 \quad \text{logit}(\pi) = X_2\beta_2 + b_0^*$$

**Ejemplo:**

$$\log(\mu_C) = \beta_0 + \beta_1 \text{AreaBosque} + \dots + a_G \leftarrow \text{efecto de grupo}$$

$$\text{logit}(\pi) = \beta_0^* + \beta_1^* \text{esfuerzo} + \dots + a_o \leftarrow \text{efecto observador}$$

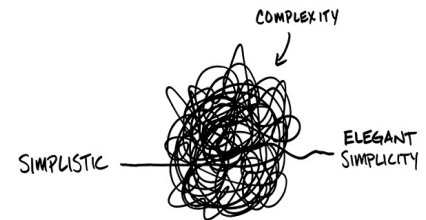
El modelo empleado para C puede también ser Binomial Negativa, ZIPoisson, ZIBinomial Negativa, o cualquier otro. Todo lo que aprendieron sobre GLM (bayesianos) se usa y aplica aquí: convergencia de cadenas, distr predictiva posterior, etc. Estos modelos básicos hay sido extendidos (y complejizados) para considerar otros diseños de muestreo, analizar datos dinámicos o en el espacio, o de varias de varias spp, etc.. Por razones técnicas, esta clase de modelos jerárquicos no se puede ajustar fácilmente con Stan (y por ende ~~brms~~). (hay ciertas reparametrizaciones y trucos, pero no son generales) Sin embargo, se pueden ajustar con JAGS, para lo cual hay que aprender a generar el input y analizar el output.

## Estos dos modelos jerárquicos suponen que:

- \* Población cerrada: sin inmigración ni emigración.
- \* Un solo sitio, una sola visita, un solo observador.
- \* No hay falsos + o conteos múltiples.
- \* Eventos de detección son independientes.
- \* Homogeneidad de detección para los  $N$  individuos.

El apartamiento de estas suposiciones (IID) requiere añadir vars. explicativas o eventualmente modificar la estructura del modelo jerárquico para incluir otros aspectos realistas.

Aumentar el realismo y la generalidad de los modelos tiene un costo en su **complejidad**...



Hay muchos protocolos de observación implementados o implementables como modelos jerárquicos, incluyendo dobles observadores (dependientes), DISTANCE, transectas, múltiples visitas (in)dependientes, modelos de ocupación con/sin metapoblaciones/comunidades, etc.

Muchas de estas ideas relacionadas con la incertidumbre en los conteos se están también muy, pero muy lentamente a emplear en ecología de comunidades.

→ Todo esto requiere métodos bayesianos, claro!

Si bien no es un curso de métodos en ecología, creo que señalo una perspectiva claramente marcada.





## c. JAGS: just another Gibbs sampler (Plummer 2003)

Fue una implementación del algoritmo de Gibbs (que vimos hace una semana) como un programa independiente.

Hay un paquete básico de interfase (**rjags**) que permite una interacción simplista y limitada con JAGS a partir de R.

Para ello hay que escribir un mínimo de código usando la sintaxis de JAGS a partir de R.



Y el post-procesamiento de las distr. posteriores y de las distr predictivas posteriores es bastante primitivo, por lo que hay que escribir algún código también.



JAGS tiene la reputación de hacer **crash** con cierta frecuencia por razones no siempre comprensibles.

**En JAGS**, un modelo se compone de:

- \* los datos
- \* la verosimilitud
- \* las distr previas
- \* las cantidades derivadas a calcular (opcional)

Es más simple crear los pedazos y luego juntarlos en una lista.

Esta **lista es guardada** como un archivo de texto (**.txt**).

**Archivo .txt** + **otras especificaciones**  
(#cadenas, #iterac., #burn-in, etc.)



**JAGS**



Dist posteriores de parámetros  
y de otras cantidades derivadas.

## d. Occupancy models

Los datos: surveys del Carbonero montano hechos 2-3 veces por año durante época de reproducción en 237 áreas de 1-km<sup>2</sup> en Suiza (Royle & Dorazio 2008).



```
> str(DF)
'data.frame': 237 obs. of 15 variables:
 $ y.1 : int 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 ...
 $ y.2 : int 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 ...
 $ y.3 : int 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 ...
 $ c.1 : int 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 0 ...
 $ c.2 : int 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 ...
 $ c.3 : int 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 ...
 $ elev : int 420 450 1050 1110 510 630 590 530 1140 770
 $ forest: int 3 21 32 35 2 60 5 13 50 57 ...
 $ dur.1 : int 240 160 120 180 210 150 115 155 165 220 ...
 $ dur.2 : int 240 155 105 170 225 180 105 140 165 230 ...
 $ dur.3 : int 240 140 85 145 235 195 95 135 180 255 ...
 $ day.1 : int 29 13 30 23 28 17 16 24 25 21 ...
 $ day.2 : int 58 39 47 44 56 56 37 47 46 38 ...
 $ day.3 : int 73 62 74 71 73 73 76 74 70 50 ...
 $ length: num 6.2 5.1 4.3 5.4 3.6 6.1 5.1 3.7 3.8 7.7 ...
```

y.1 to y.3 : detección/no detección (1/0) en c/u de las 3 visitas

c.1 to c.3 : # territorios en en cada una de las 3 visitas

elev: elevación (m)

forest: % cobertura forestal

dur.1 to dur.3: duración de cada visita (min)

day.1 to day.3: días desde 1 Abril

length: largo transecta (km)

```
DF$elev=as.vector(scale(DF$elev, center=T, scale=T))
DF$forest=as.vector(scale(DF$forest, center=T, scale=T))
> DF[,c("y.1", "y.2", "y.3")]
```

	y.1	y.2	y.3
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0

Estandariza las vars  
explicativas numéricas

**Objetivo:** determinar la abundancia global,  
tomando en cuenta la probabilidad de detección, y  
la relación entre la probabilidad de ocupación y la  
elevación y la superficie local de bosque.

**Problema:** ¿cómo interpretar los ceros i.e. las no detecciones?

0 verdadero: animal realmente ausente.

0 falso: animal presente, pero no detectado (error)

Los gráficos exploratorios con y.1, y.2 y y.3 vs. vars explicativas  
tendrían la incertidumbre de cómo interpretar los ceros.

Antes que nada, calculemos el # de visitas y el # de detecciones realizadas por sitio. (los necesitaremos)

[illegible]

**A título de ejemplo**, en estos sitios se efectuaron 3 visitas (i.e. un máximo posible de 3 detecciones) pero nunca se observó ningún individuo: **¿cómo saber si son ceros reales?**

¿Cómo saber si son ceros reales?  $\longleftrightarrow$  No podemos saberlo!

A partir de las detecciones por sitio,

```
> deteccion
```

```
[1] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 1 0 0 0 0 1 2 0 3 0 1 0 0 3 0 0 0 2 3 3 0 0 0 0 0 0 2 3 3 0 0 3 0 0 0 3 0 3 0 3 0
[51] 3 0 0 0 0 0 3 0 1 0 0 0 0 0 0 0 2 0 0 0 0 0 1 0 0 0 3 3 3 0 3 1 0 0 0 0 3 3 0 0 0 0 0 3 0 0 2 0 3 0 0
[101] 0 0 3 3 3 0 0 0 3 0 0 0 3 2 0 0 0 0 0 3 0 0 0 0 3 1 0 0 0 0 3 0 0 0 0 0 1 0 3 0 0 0 0 1 2 0 0 2 0
[151] 2 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 3 0 3 0 0 0 3 1 2 0 0 3 1 0 0 2 0 0 0 1 2 2 0 0 0 3 3 0 0 0 0 0 1 0 0
[201] 2 0 1 1 0 3 1 2 2 3 3 3 3 0 3 3 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
```

creamos el vector **ocup** que será incluido en el modelo:

```
> ocup = ifelse(detec > 0, 1, NA)
```

```
> ocup
```

```
[1] NA NA NA NA NA NA NA NA 1 1 NA NA NA NA 1 1 NA 1 NA 1 NA NA 1 NA NA NA 1 1 1 NA NA NA
[33] NA NA NA 1 1 1 NA NA 1 NA NA NA 1 NA 1 NA 1 NA 1 NA NA NA NA NA 1 NA 1 NA NA NA NA NA
[65] NA 1 NA NA NA NA NA 1 NA NA NA 1 1 1 NA 1 1 NA NA NA NA 1 1 NA NA NA NA NA 1 NA NA 1
[97] NA 1 NA NA NA NA 1 1 1 NA NA NA 1 NA NA NA 1 1 NA NA NA NA NA 1 NA NA NA NA 1 1 NA NA
[129] NA NA 1 NA NA NA NA NA NA 1 NA 1 NA NA NA NA 1 1 NA NA 1 NA 1 1 NA NA NA NA NA NA NA
[161] NA NA 1 NA 1 1 NA 1 NA NA NA 1 1 1 NA NA 1 1 NA NA 1 NA NA NA 1 1 1 NA NA NA 1 1
[193] NA NA NA NA NA 1 NA NA 1 NA 1 1 NA 1 1 1 1 1 1 1 1 1 NA 1 1 NA NA NA NA NA NA NA
[225] NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA NA
```

$ocup > 0 \rightarrow$  sitio realmente ocupado

$ocup = NA \rightarrow$  ignoramos su estado real.  $p \cdot occ[i] = 0 \rightarrow dbin(n[i], 0) = NA$

$$Y_{obs} = ocup \cdot p$$

## Modelo de ocupación para cada sitio i:

Proceso: ocupación de sitio i:

$$\text{ocup}[i] \sim \text{Bernoulli}(\varphi) \begin{matrix} 0 \\ \swarrow \searrow \\ 1 \end{matrix}$$

Pr. ocupación

**Var. latente no observable**

$$\text{con } \text{logit}(\varphi_i) = \beta_0 + \beta_1 \text{elev} + \beta_2 \text{elev}^2 + \beta_3 \text{forest}$$

Observación: detección | ocupación en sitio i

$$p[i] \sim \text{Binomial}(\pi, \text{visitas}[i])$$

← Pr. detección

$$\text{se podría: } \text{logit}(\pi) = \beta_4 + \beta_5 \text{durac.visit} + \dots$$

En cada sitio, el # de inds. detectables depende del # visitas y ambos codeterminan la prob de detección  $p[i]$ .

Los valores observables en sitio  $[i]$   $Y_{\text{obs}}$  son el producto de la variable latente binaria ocup (el “ranef” para modelar la incertidumbre) y de la prob. de detección  $p$ :  $Y_{\text{obs}} = \text{ocup} * p$ .



**En JAGS**, un modelo se compone de:

- \* los datos
- \* la verosimilitud
- \* las distr previas
- \* las cantidades derivadas a calcular (opcional)

**En JAGS los datos** se entran como una lista:

```
> jagsData <- list(y = detec, visitas = visitas, nSites = length(visitas),  
+                 ocup = ifelse(detec > 0, 1, NA),  
+                 forest = DF$forest, ele = DF$elev, ele2 = DF$elev*DF$elev)  
  
> str(jagsData)  
List of 7  
 $ y      : num [1:237] 0 0 0 0 0 0 0 0 0 2 1 ...  
 $ visitas: num [1:237] 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 3 ...  
 $ nSites  : int 237  
 $ ocup    : num [1:237] NA NA NA NA NA NA NA NA NA 1 1 ...  
 $ forest  : num [1:237] -1.15389 -0.50052 -0.10124 0.00766 -1.19019 ...  
 $ ele     : num [1:237] -1.18 -1.133 -0.205 -0.112 -1.041 ...  
 $ ele2    : num [1:237] 1.392 1.2847 0.0421 0.0126 1.0828 ...
```

Es más simple crear los pedazos  
y luego juntarlos en la lista.

Just  
Checking



Verosimilitud para cada sitio[i]

```
for(i in 1:nSites) {  
  logit(pres[i]) <- b0 + bFor*forest[i] + bElev*ele[i] + bElev2 * ele2[i]  
  ocup[i] ~ dbern(pres[i])  
  Y[i] ~ dbin(p * ocup[i], visitas[i])  
}
```

$$Y_{\text{obs}} = p * \text{ocup}$$

Recordemos:

$$\text{ocup}[i] = \{0, 1\}$$

$\text{ocup}[i] \sim \text{Bernoulli}(\varphi)$   $\varphi \equiv \text{pres}[i]$ : prob. de ocupación REAL en función Xs

$p \sim \text{Binomial}(\pi, \text{visitas}[i])$   $\pi$ : prob. de detección

Distribuciones previas: ¿cuáles son los parámetros del modelo que conjuntamente predicen  $Y_{\text{obs}}$ ?

$b_0, b_{\text{For}}, b_{\text{Elev}}, b_{\text{Elev2}}, p$  cuyas distr previas hay que especificar.

Distribuciones previas:  $b_0$ ,  $b_{For}$ ,  $b_{Elev}$ ,  $b_{Elev2}$ ,  $p$

$b_0 \sim \text{dnorm}(0, 0.5)$

$b_{For} \sim \text{dnorm}(0, 0.5)$

$b_{Elev} \sim \text{dnorm}(0, 0.5)$

$b_{Elev2} \sim \text{dnorm}(0, 0.5)$

$p \sim \text{dbeta}(3, 3)$

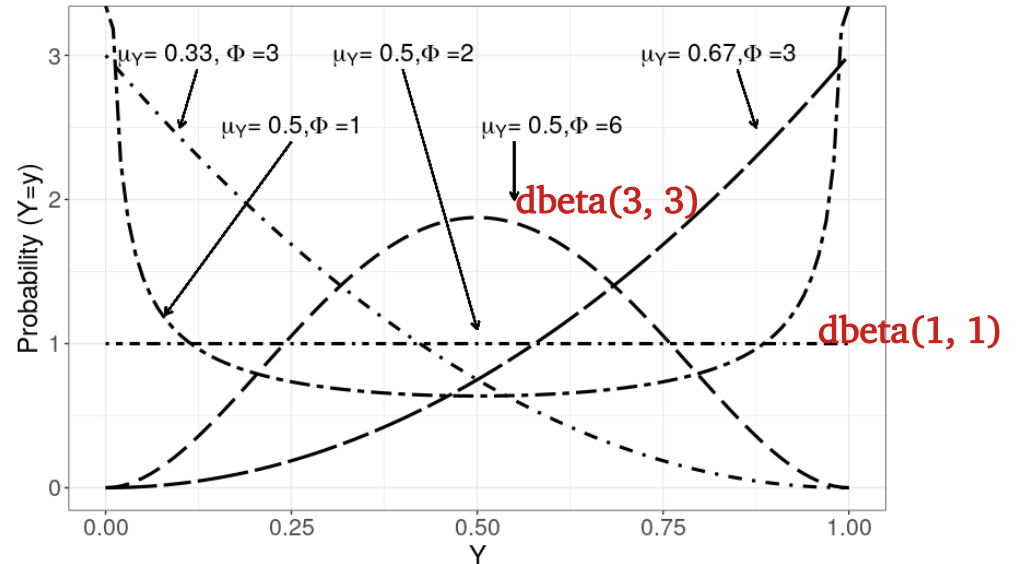
Cantidades derivadas a  
calcular (opcional):

$N \leftarrow \text{sum}(\text{ocup})$

Abundancia global a partir  
de reales ocupaciones locales

Detalle técnico MALIGNO:

En JAGS  $\text{Normal}(\text{mean}=0, \text{sd}=10)$  se  
escribe  $\text{dnorm}(\text{mean}=0, \text{tau}=1/10^2)$ .



## Poniendo todo junto:

```
jagsData <- list(y = detec, visitas = visitas, nSites = length(visitas),
  ..... ocup = ifelse(detec > 0, 1, NA),
  ..... forest = DF$forest, ele = DF$elev, ele2 = DF$elev*DF$elev)

m1="model{
  .. for(i in 1:nSites){
    ... logit(pres[i]) <- b0 + bFor * forest[i] +
    ..... bElev * ele[i] + bElev2 * ele2[i]
    ... ocup[i] ~ dbern(pres[i])
    ... Y[i] ~ dbin(p * ocup[i], visitas[i])
    }
  ..
  .. # Previas
  .. b0 ~ dnorm(0, 0.5) # intercepto
  .. bFor ~ dnorm(0, 0.5) # pendiente de forest
  .. bElev ~ dnorm(0, 0.5) # pendiente de elevation
  .. bElev2 ~ dnorm(0, 0.5) # pendiente de elevation^2
  .. p ~ dbeta(3, 3) # prob de observacion
  ..
  .. # variable calculada:
  .. N <- sum(ocup) # abundancia global a partir de ocupaciones locales
}
```

**m1** está entre  
comillas: es solo texto.

```
> dim(DF)
[1] 237 15
```

**237 sitios.**

```
out.m1=run.jags(data=jagsData,~
.....monitor=c("p", "b0", "bFor", "bElev", "bElev2", "N", "deviance"),~
.....model=m1, n.chains=3, thin=5, sample=5000, burnin=100, method="rjparallel")
```

Se descartan los primeros 100 pasos, hay 3 cadenas de 5000 pasos en las que se muestrea cada quinto valor, y se “paraleliza”

```
> summary(out.m1)
```

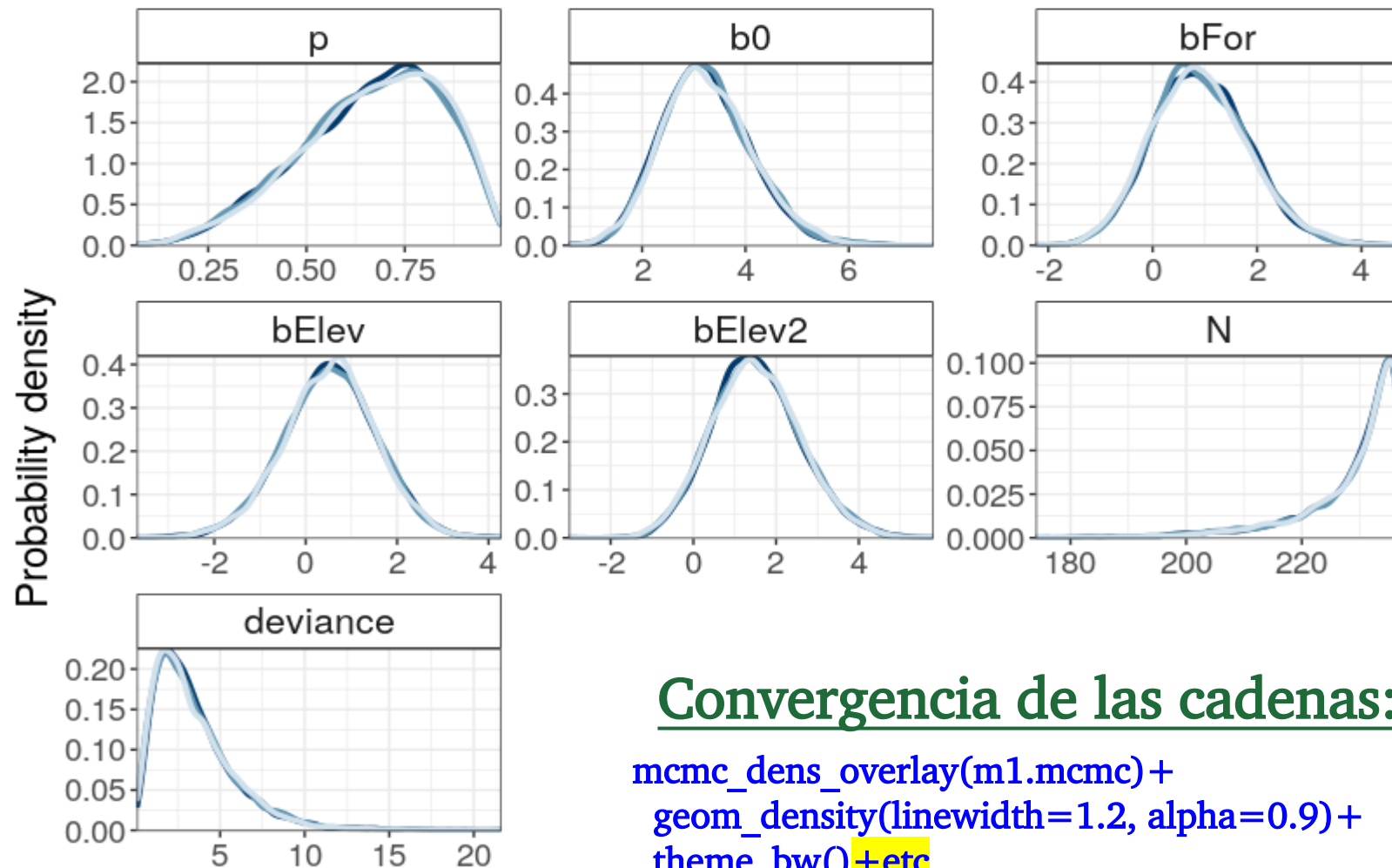
	Lower95	Median	Upper95	Mean	SD	Mode	MCerr	MC%ofSD	SSeff	AC.50	psrf
p	0.152	0.497	0.858	0.497	0.188	0.485	0.00154	0.8	15000	-0.021365	1
b0	1.650	3.220	4.975	3.264	0.863	3.120	0.00728	0.8	14068	-0.015644	1
bFor	-0.815	0.859	2.785	0.898	0.914	0.767	0.00769	0.8	14120	0.005386	1
bElev	-1.547	0.542	2.476	0.536	1.025	0.539	0.00841	0.8	14852	0.000181	1
bElev2	-0.559	1.471	3.602	1.517	1.076	1.328	0.00883	0.8	14865	-0.011292	1
N	210.000	232.000	237.000	229.188	8.870	236.000	0.07318	0.8	14691	-0.017621	1
deviance	0.203	2.835	8.172	3.408	2.358	2.042	0.01925	0.8	15000	-0.016487	1

R.hat < 1.1

MCerr:  $SD/\sqrt{n}$  SSeff: effective sample size (ajustado por autocor).

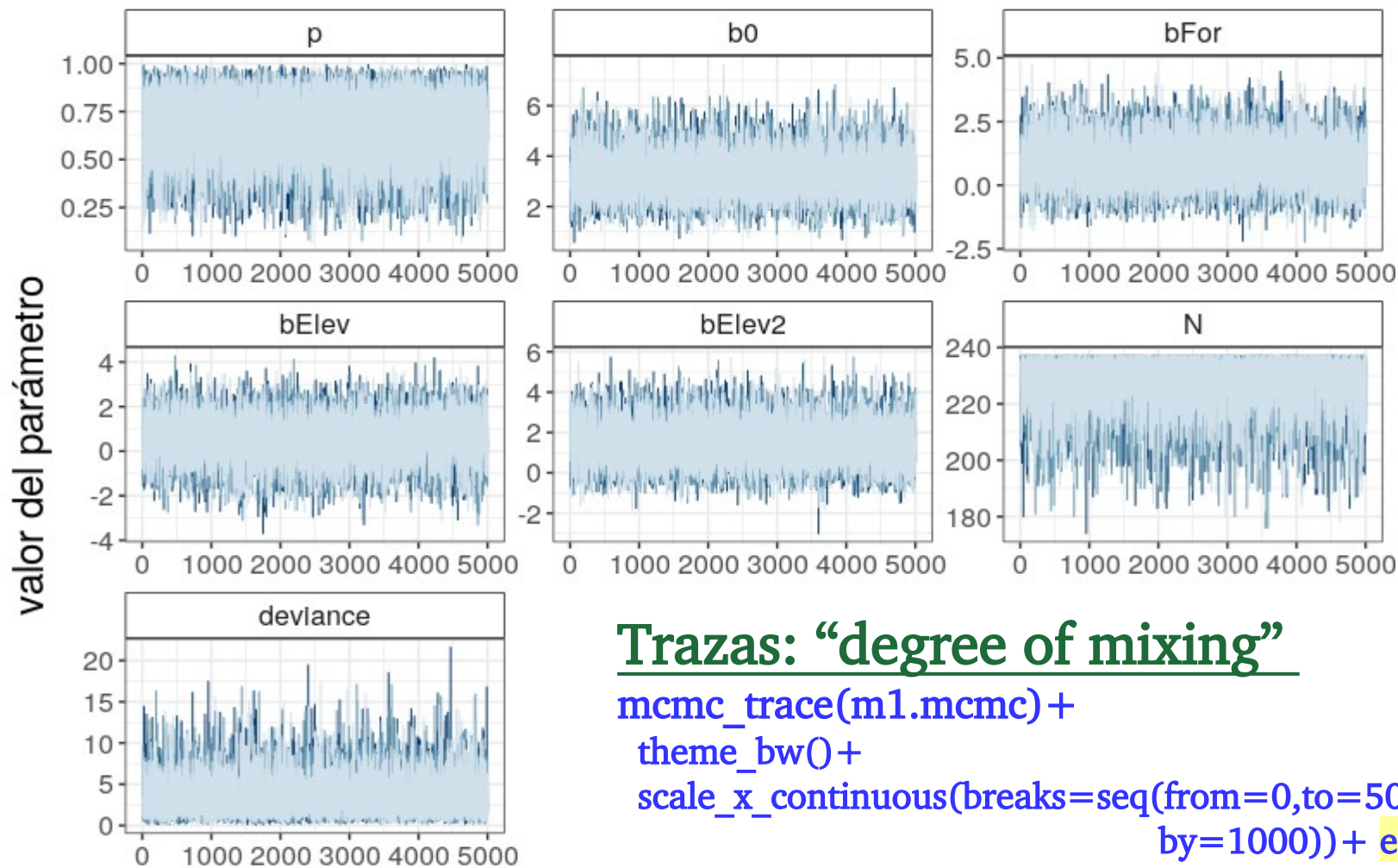
Hay que convertir el output de JAGS en objeto tipo MCMC

`m1.mcmc <- as.mcmc.list(out.m1)` para hacer gráficos.



## Convergencia de las cadenas:

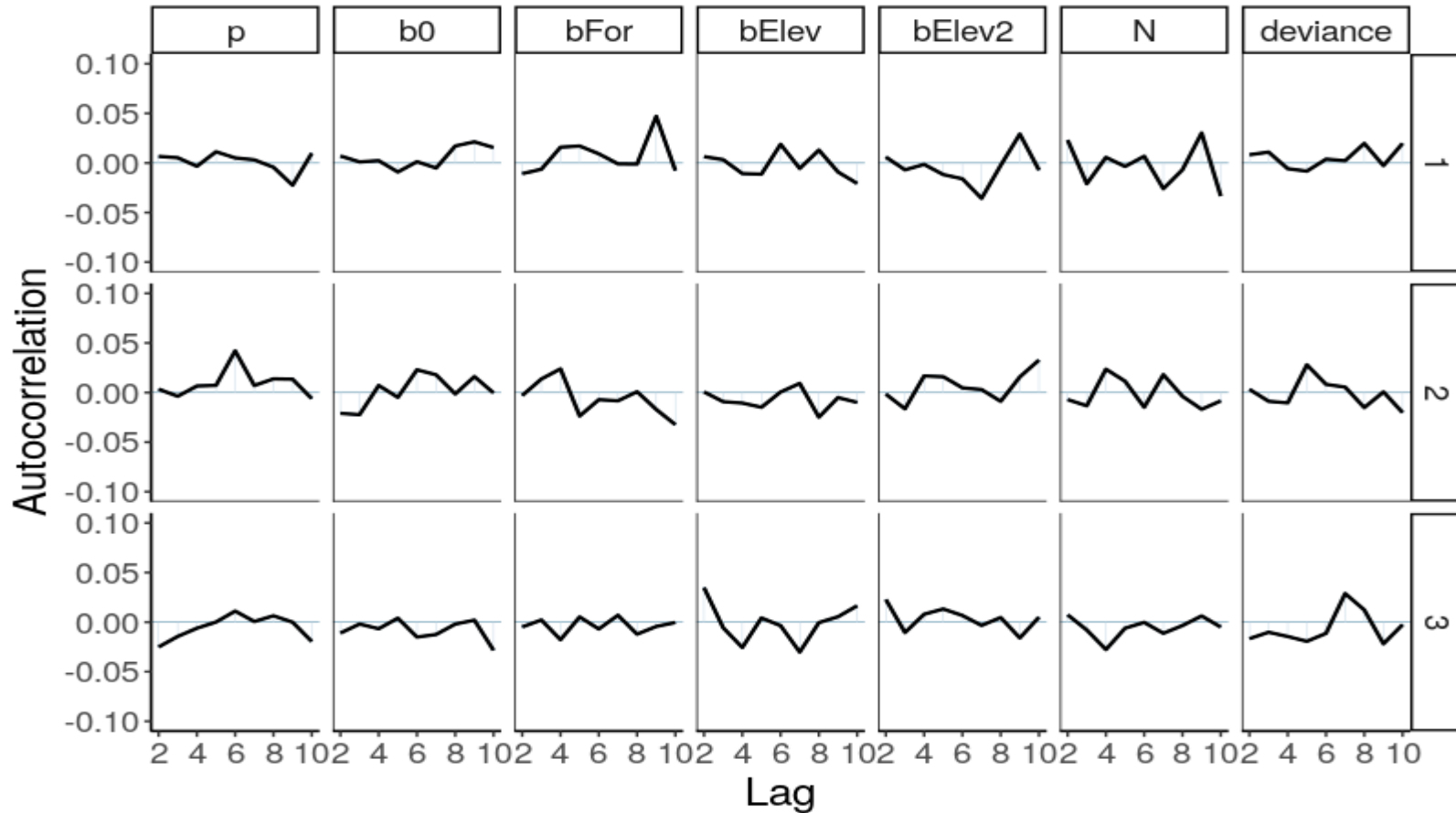
```
mcmc_dens_overlay(m1.mcmc)+  
geom_density(linewidth=1.2, alpha=0.9)+  
theme_bw()+etc
```



## Trazas: “degree of mixing”

```
mcmc_trace(m1.mcmc)+  
  theme_bw()+  
  scale_x_continuous(breaks=seq(from=0,to=5000,  
                                by=1000))+ etc
```

## Autocorrelación de los estimados:



```
mcmc_acf(m1.mcmc) +  
geom_line(size=0.8) +  
scale_x_continuous(limits=c(2,10)) +  
scale_y_continuous(limits=c(-0.1,0.1)) + etc
```



## Interpretación de los parámetros:

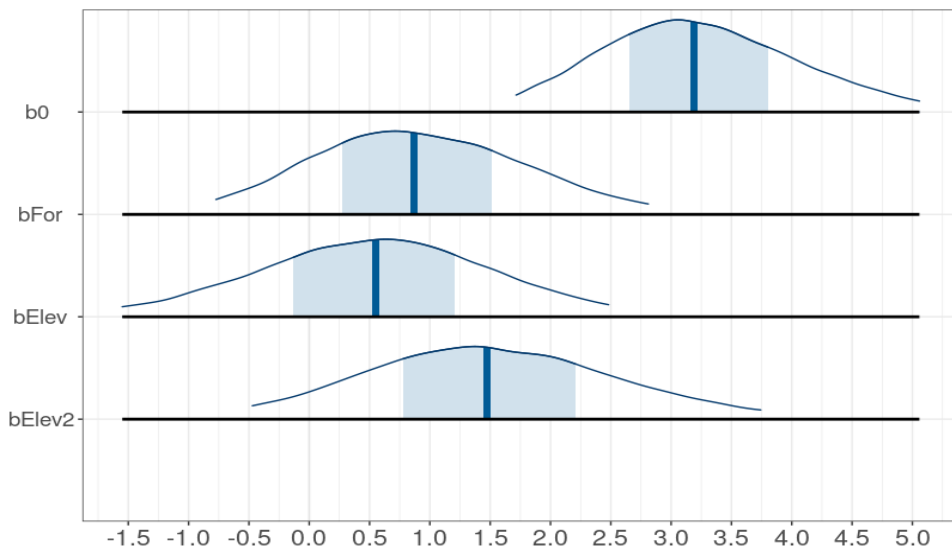
```
> summary(out.m1)
```

	Lower95	Median	Upper95	Mean	SD	Mode
p	0.152	0.497	0.858	0.497	0.188	0.485
b0	1.650	3.220	4.975	3.264	0.863	3.120
bFor	-0.815	0.859	2.785	0.898	0.914	0.767
bElev	-1.547	0.542	2.476	0.536	1.025	0.539
bElev2	-0.559	1.471	3.602	1.517	1.076	1.328
N	210.000	232.000	237.000	229.188	8.870	236.000
deviance	0.203	2.835	8.172	3.408	2.358	2.042

Como en cualquier GLM  
binomial  
(usando la “regla de 4”)

```
mcmc_areas(m1.mcmc, prob_outer = 0.95,  
            regex_pars = c("b")) +  
geom_density(linewidth=1, alpha=0.9) +  
etc
```

Con `regex_pars = c("^p")` se  
obtiene la distr posterior de la  
prob. de observación[i].





## Distribución predictiva posterior:

### Dos formas de hacerlo:

#### 1) Incluyendo “Y” en

```
out.m1=run.jags(data=jagsData,~  
.....monitor=c("p", "b0", "bFor", "bElev", "bElev2", "N", "deviance"),~  
.....model=m1, n.chains=3, thin=5, sample=5000, burnin=100, method="rjparallel").
```

```
m1="model{~  
..for(i in 1:nSites){~  
...logit(pres[i])<- b0 + bFor * forest[i] + ~  
.....bElev * ele[i] + bElev2 * ele2[i]~  
...ocup[i] ~ dbern(pres[i])~  
...Y[i] ~ dbin(p * ocup[i], visitas[i])~  
..}
```

En **out.m1** habría que separar la parte de los distr posteriores de los parámetros de la distr predictiva posterior de Y.

2) Usando:

```
DPP.m1=run.jags(data=jagsData,monitor=c("Y"),model=m1, n.chains=3, thin=5,  
.....sample=5000, burnin=100, method="rjparallel").
```

**DPP.m1** es una lista con sólo las distr posteriores de cada dato.

Convirtiendo **DPP.m1** en un dataframe:

```
DPP=as.data.frame(unlist(DPP.m1$mcmc [[1]]))
```

```
> dim(DPP)  
[1] 5000 237
```

```
> dim(DP)  
[1] 237 15
```

Hay “tres variables de respuesta binarias observadas” **y.1**, **y.2** y **y.3** con un % de ceros que son “falsas ausencias” lo que complejiza la comparación de la distr. pred. post. con los datos.

La **distr. pred. post.** contiene 5000 realizaciones en los 237 sitios con el número de “detecciones” en las (a veces) 3 visitas.

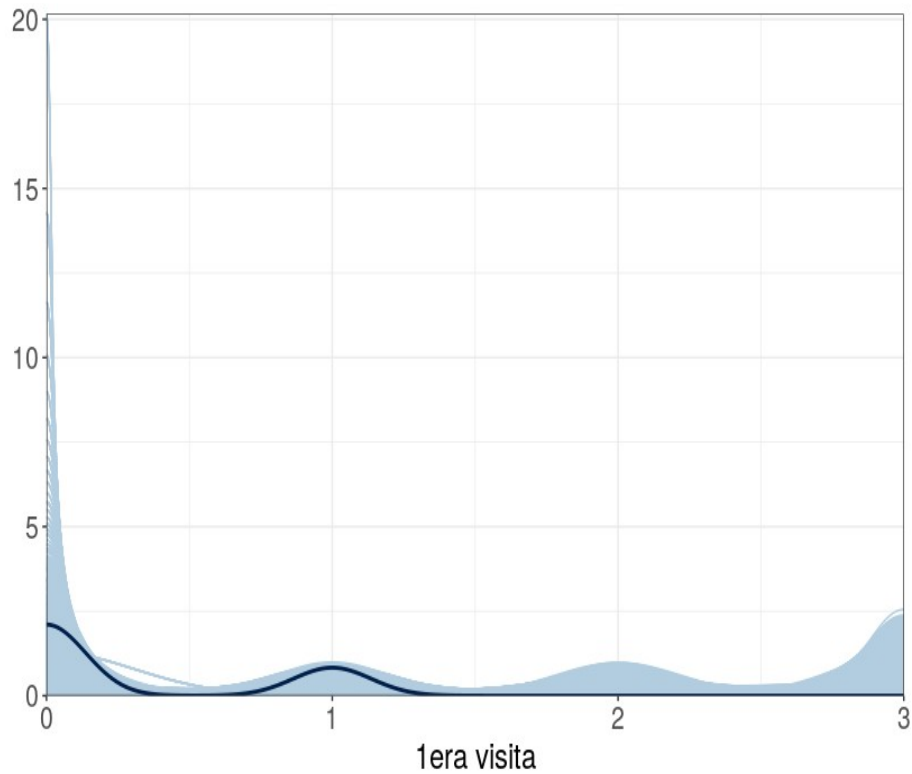
```
> summary(DPP)
```

Y[1]	Y[2]	Y[3]	Y[4]	Y[5]	Y[6]
Min. :0.00	Min. :0.0	Min. :0.00	Min. :0.00	Min. :0.00	Min. :0.00
1st Qu.:0.00	1st Qu.:0.0	1st Qu.:0.00	1st Qu.:0.00	1st Qu.:0.00	1st Qu.:0.00
Median :1.00	Median :1.0	Median :1.00	Median :1.00	Median :1.00	Median :1.00
Mean :1.35	Mean :1.4	Mean :1.42	Mean :1.41	Mean :1.31	Mean :1.45

```
> summary(DF[, c("y.1", "y.2", "y.3")])
```

y.1	y.2	y.3
Min. :0.000	Min. :0.00	Min. :0.0
1st Qu.:0.000	1st Qu.:0.00	1st Qu.:0.0
Median :0.000	Median :0.00	Median :0.0
Mean :0.283	Mean :0.26	Mean :0.3
3rd Qu.:1.000	3rd Qu.:1.00	3rd Qu.:1.0
Max. :1.000	Max. :1.00	Max. :1.0
	NA's :2	NA's :44

Veamos igual **distr. pred. post.** con la 1era visita.



A efectos de una mejor comparación, voy a crear la suma de `DF$y.1`, `DF$y.2` y `DF$y.3` que contiene NA

`DF$suma=DF$y.1+DF$y.2+DF$y.3`

```
> which(is.na(DF$suma))
[1] 36 39 52 63 70 71 85 89 102 126 145 148 153 165 181 197
[17] 202 203 204 205 207 208 209 215 218 219 220 221 222 223 224 225
[33] 226 227 228 229 230 231 232 233 234 235 236 237
```

`ppc_dens_overlay(y=DF$y.1,yrep=as.matrix(DPP),`  
`trim = F, size = 0.5,alpha = 1)+`  
`xlab("1era visita")+ etc`

Hay que excluir estas filas de DPP para no “comparar con un NA”

```
ppc_dens_overlay(y=DF$suma[which(!is.na(DF$suma))],  
  yrep=as.matrix(DPP[, which(!is.na(DF$suma))]),  
  trim = F, size = 0.5,alpha = 1)+  
xlab("Detecciones en 3 visitas")+ etc
```

No es trivial (para mi al menos)  
usar e interpretar **la dist**  
**predictiva posterior para validar el**  
**ajuste del modelo a estos datos.**

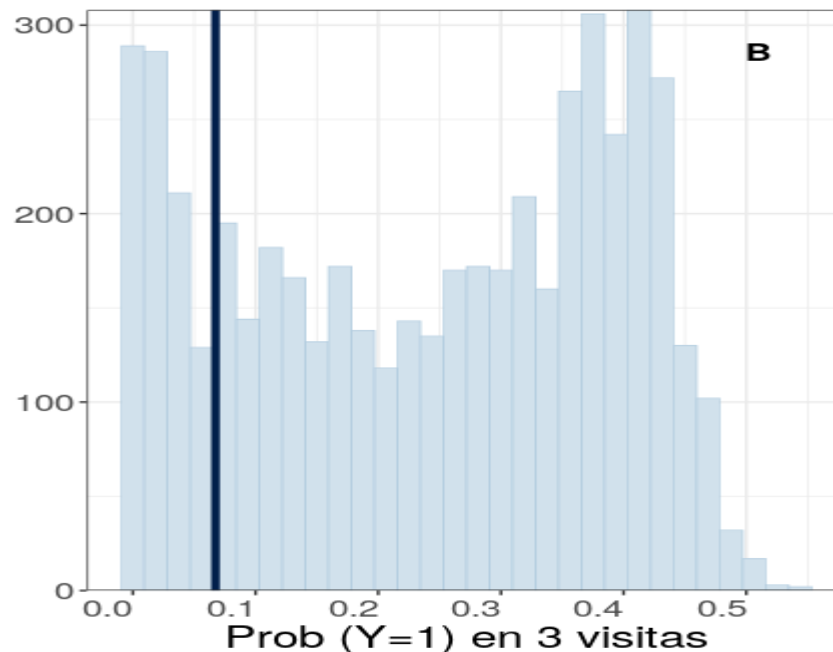
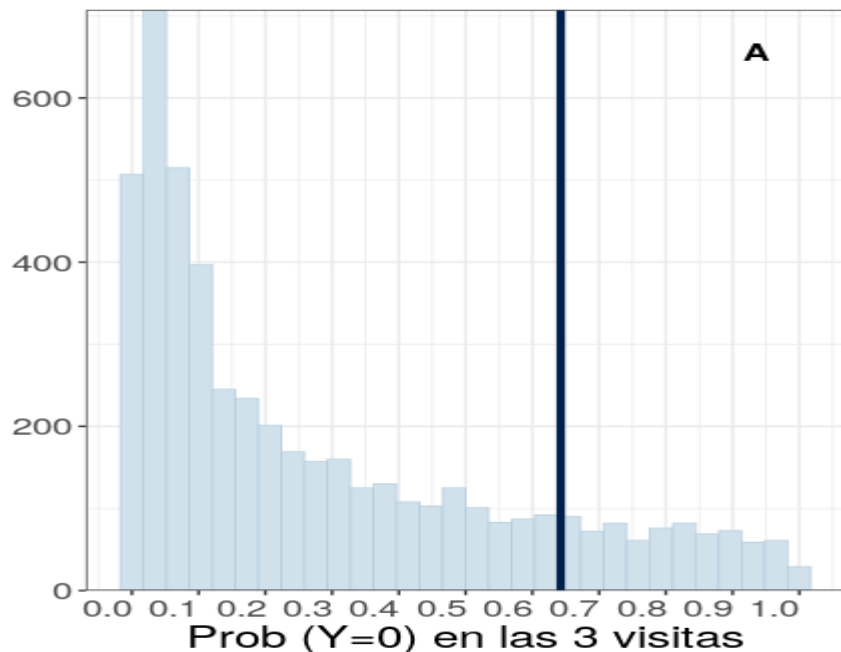
**SUSPICIOUS**



## Mis dos últimos intentos:

`cero=function (x){sum(x==0)/length(x)} # prop de ceros`

`unos=function (x){sum(x==1)/length(x)} # prop de unos`



`ppc_stat(y=DF$suma[which(!is.na(DF$suma))],  
yrep=as.matrix(DPP[, which(!is.na(DF$suma))]),stat = cero)+etc`

## e. Binomial-mixture models: un ejemplo

**Los datos:** 4 conteos de reinita hornera (nidifica en el suelo) en áreas de 100m de radio (Royle 2004). Se registró cobertura foliar sotobosque (ufc) y área basal de árboles grandes (ba) en 70 sitios.



```
> DF1=read.csv(file="ReinitaHornera Teo05.csv", header=T)
> DF1=DF1[,-1]
> summary(DF1)
```

y.1	y.2	y.3	y.4	ufc	trba
Min. :0.0	Min. :0.000	Min. :0.000	Min. :0.0	Min. :-1.471	Min. :-2.010
1st Qu.:0.0	1st Qu.:0.000	1st Qu.:0.000	1st Qu.:0.0	1st Qu.: -0.741	1st Qu.: -0.693
Median :1.0	Median :0.000	Median :0.000	Median :0.0	Median : -0.253	Median : -0.129
Mean :0.7	Mean :0.229	Mean :0.071	Mean :0.1	Mean : 0.000	Mean : 0.000
3rd Qu.:1.0	3rd Qu.:0.000	3rd Qu.:0.000	3rd Qu.:0.0	3rd Qu.: 0.984	3rd Qu.: 0.718
Max. :3.0	Max. :2.000	Max. :1.000	Max. :2.0	Max. : 2.344	Max. : 2.881

**Objetivo:** estimar la abundancia global de la especie y los determinantes de su detectabilidad local.

```
> summary(DF1)
```

	sitio	y.1	y.2	y.3	y.4	ufc	trba
1	: 1	Min. :0.0	Min. :0.000	Min. :0.000	Min. :0.0	Min. :-1.471	Min. :-2.010
2	: 1	1st Qu.:0.0	1st Qu.:0.000	1st Qu.:0.000	1st Qu.:0.0	1st Qu.: -0.741	1st Qu.: -0.693
3	: 1	Median :1.0	Median :0.000	Median :0.000	Median :0.0	Median :-0.253	Median :-0.129
4	: 1	Mean :0.7	Mean :0.229	Mean :0.071	Mean :0.1	Mean : 0.000	Mean : 0.000
5	: 1	3rd Qu.:1.0	3rd Qu.:0.000	3rd Qu.:0.000	3rd Qu.:0.0	3rd Qu.: 0.984	3rd Qu.: 0.718
6	: 1	Max. :3.0	Max. :2.000	Max. :1.000	Max. :2.0	Max. : 2.344	Max. : 2.881

(Other):64

```
> ftable(table(DF1$y.1, DF1$y.2, DF1$y.3))
```

## Los datos:

```

0 1
0 0 28 0
1 6 0
2 0 0
1 0 16 2
1 6 0
2 1 0
2 0 4 3
1 2 0
2 0 0
3 0 2 0
1 0 0
2 0 0

```

El análisis exploratorio de estos datos tiene la misma incertidumbre acerca de la interpretación de los ceros que los datos del occupancy model

Hay una combinación multiplicativa entre la variable latente ( $C \sim \text{Poisson}$ ) y la prob de observación  $p \sim \text{Bi}$ .

## El modelo estadístico:

Proceso de estado:  $\text{Conteo}[i] \sim \text{Poisson}(\mu_c)$  variable latente

Proceso de observación:  $Y_{\text{obs}} | \text{Conteo} \sim \text{Binomial}(\text{Conteo}[i], \pi)$

### El 1er modelo

(sin covariables explicativas):

### Los datos:

```
JAGSdata1<-list(nSites=70, n0cc=4, ~
```

```
.....Y=as.matrix(DF1[,c("y.1", "y.2", "y.3", "y.4")]))
```

```
.....)
```

```
~~~~~
Bimix="model{~
.....for(i in 1:nSites){~
.....# modelo de abundancia real (no observable)
.....Conteo[i] ~ dpois(lambda)~
.....# modelo de observación
.....for(j in 1:n0cc){~
.....Y[i,j] ~ dbin(p, Conteo[i])~
.....}~
.....}~
.....# Previas~
.....lambda ~ dunif(0, 10) # media de dist Poisson~
.....p ~ dbeta(1,1) # probabilidad de detección~
.....# variable derivada~
.....Ntotal <- sum(Conteo) # abundancia global~
.....}"~
~~~~~
```

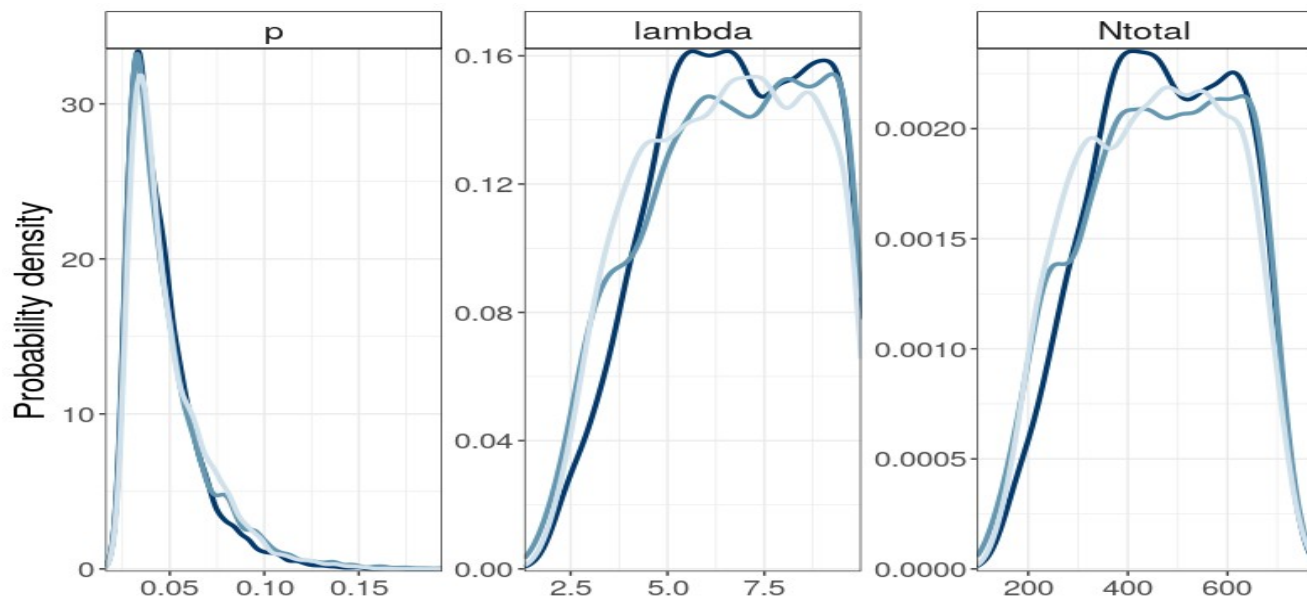
### El modelo:



# El 1er modelo:

```
m2.out=run.jags(data=JAGSdata1,model=Bimix,monitor=c("p","lambda","Ntotal"),-
.....n.chains=3,thin=5,sample=5000,burnin=100,method="rjparallel")-
> summary(m2.out)
```

	Lower95	Median	Upper95	Mean	SD	Mode	MCerr	MC%ofSD	SSeff	AC.50	psrf
p	0.0227	0.0423	0.0894	0.0481	0.02	0.0359	0.000899	4.5	497	0.481	1.02
lambda	3.1694	6.5846	9.9982	6.5359	2.03	7.0528	0.091286	4.5	493	0.526	1.02
Ntotal	200.0000	460.0000	695.0000	457.6445	142.43	357.0000	6.495729	4.6	481	0.523	1.01



```
m2.mcmc=as.mcmc.list(m2.out)
```

## Convergencia de las cadenas:

```
mcmc_dens_overlay(m2.mcmc)+
geom_density(linewidth=1.2,
alpha=0.9)+
theme_bw()+etc
```

**etc.**

## 2do modelo: con vars explicativas en prob. detección [i]

```
BiMix2="model{~
  for(i in 1:nSites){~
    # modelo de abundancia real (no observable)~
    Conteo[i] ~ dpois(lambda)~
    #probabilidad de deteccion~
    p[i] <- 1/(1+exp(-1*(b0 + b.ufc*ufc[i] + b.trba*trba[i])))~
    for(j in 1:n0cc){~
      Y[i,j] ~ dbin(p[i], Conteo[i])~
    }~
  }~
  # Distribuciones previas~
  lambda ~ dunif(0, 10) # media de dist Poisson~
  b0 ~ dnorm(0, 0.5) # previa intercepto~
  b.ufc ~ dnorm(0, 0.5) # previa pendiente parcial~
  b.trba ~ dnorm(0, 0.5) # previa pendiente parcial~
  # variable derivada~
  Ntotal <- sum(Conteo) # abundancia global~
}"~
```

$$\text{logit}(\pi) = \beta_0 + \beta_1 \text{ufc} + \beta_{12} \text{trba}$$

$$p = \frac{\exp^{x\beta}}{1 + \exp^{x\beta}} = \frac{1}{1 + \exp^{-x\beta}}$$



### Los datos:

```
JAGSdata2 <- list(nSites=nrow(DF1), n0cc=4,~
  ..... Y=as.matrix(DF1[,c("y.1", "y.2", "y.3", "y.4")]),~
  ..... ufc = DF1$ufc, trba = DF1$trba)~
```



### El modelo ajustado:

```
m3.out=run.jags(data=JAGSdata2, model=BiMix2, ~
  ..... monitor=c("b0", "b.trba", "lambda", "b.ufc", "Ntotal", "p"),~
  ..... n.chains=3, thin=5, sample=5000, burnin=100, method="rjparallel")~
```

```
> summary(m3.out)
```

```
Calculating summary statistics...
```

```
Calculating the Gelman-Rubin statistic for 75 variables....
```

(hay 70 sitios)

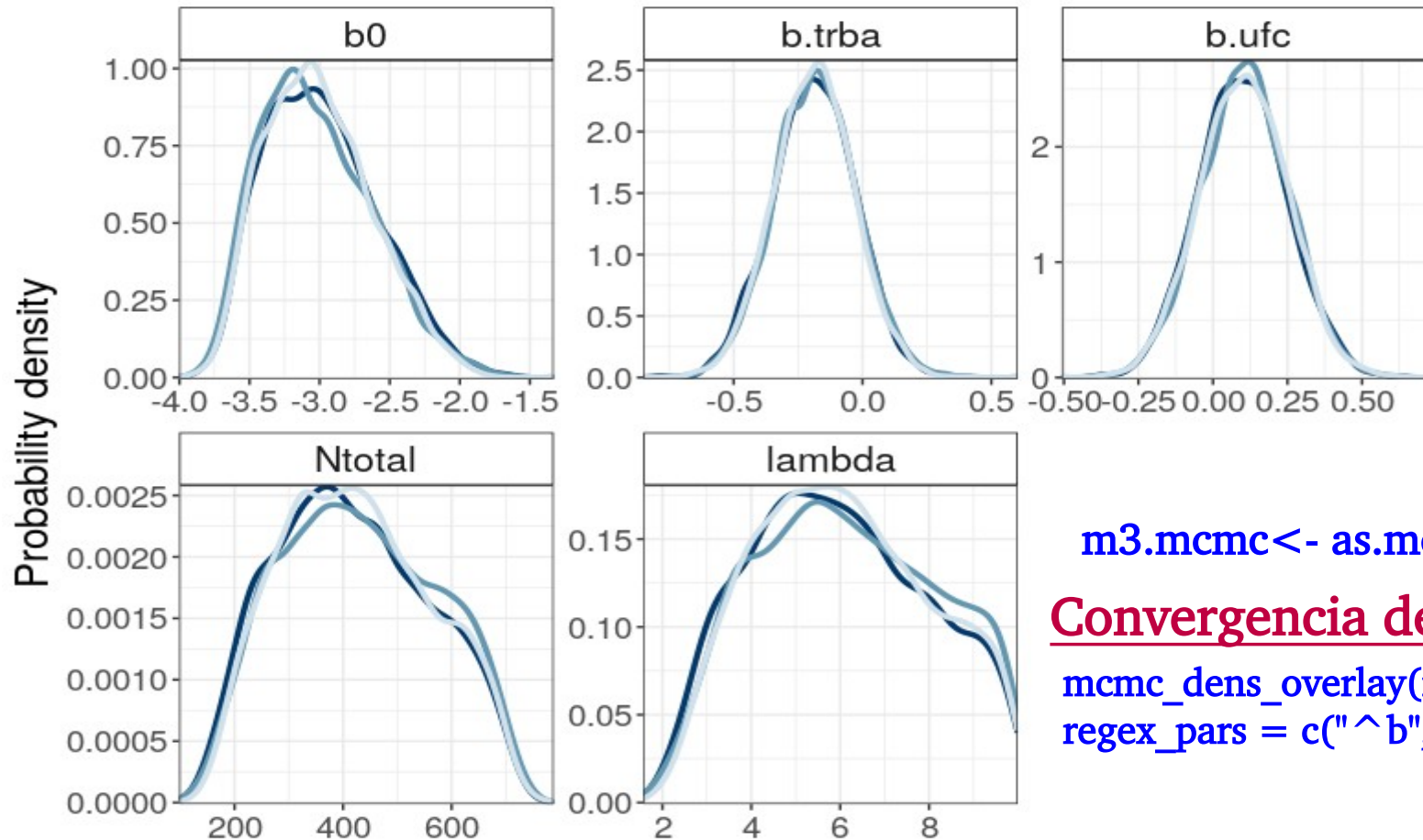
```
Note: Unable to calculate the multivariate psrf
```

	Lower95	Median	Upper95	Mean	SD	Mode	MCerr	MC%ofSD	SSeff	AC.50	psrf
b0	-3.68493	-3.0403	-2.2403	-3.0023	0.3935	-3.1430	0.017652	4.5	497	0.513042	1
b.trba	-0.50506	-0.1857	0.1155	-0.1867	0.1587	-0.1892	0.001394	0.9	12951	0.000574	1
lambda	2.87002	5.9610	9.8594	6.0641	1.9825	5.4972	0.093643	4.7	448	0.547628	1
b.ufc	-0.19404	0.1038	0.3846	0.1036	0.1482	0.1076	0.001290	0.9	13210	-0.000605	1
Ntotal	194.00000	416.0000	689.0000	424.4392	139.2070	458.0000	6.593210	4.7	446	0.546200	1
p[1]	0.02728	0.0650	0.1400	0.0730	0.0326	0.0537	0.001319	4.0	612	0.400345	1
p[2]	0.02368	0.0573	0.1231	0.0643	0.0288	0.0477	0.001184	4.1	590	0.408479	1
p[3]	0.02349	0.0618	0.1389	0.0698	0.0336	0.0503	0.001196	3.6	791	0.327359	1

Resta examinar la convergencia de las cadenas, la autocorrelación de los parámetros y estimados, así como interpretar los parámetros del GLM binomial (“regla de 4”).

Convierte el output de JAGS en objeto tipo MCMC

```
m3.mcmc <- as.mcmc.list(m3.out)
```

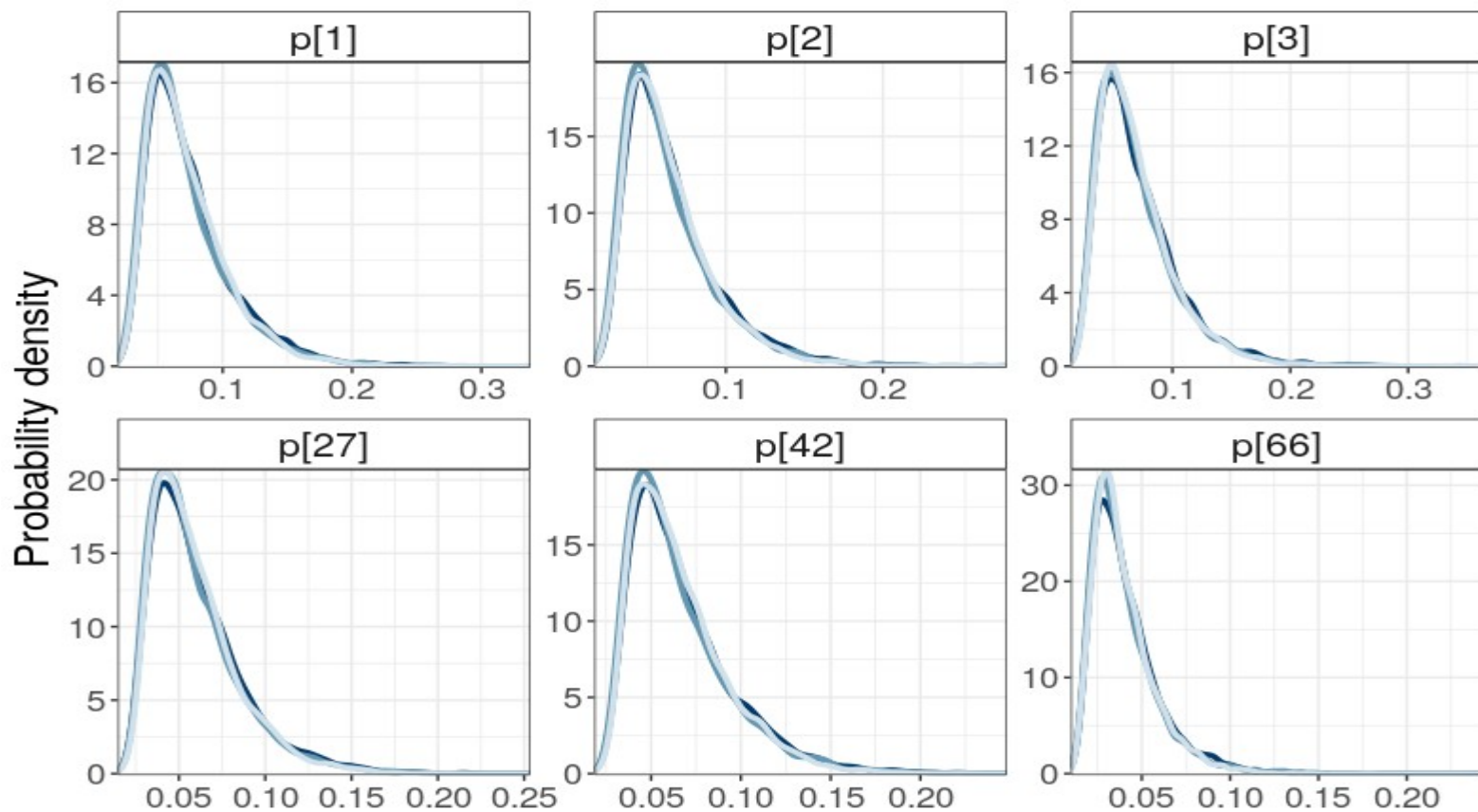


```
m3.mcmc<- as.mcmc.list(m3.out)
```

**Convergencia de las cadenas:**

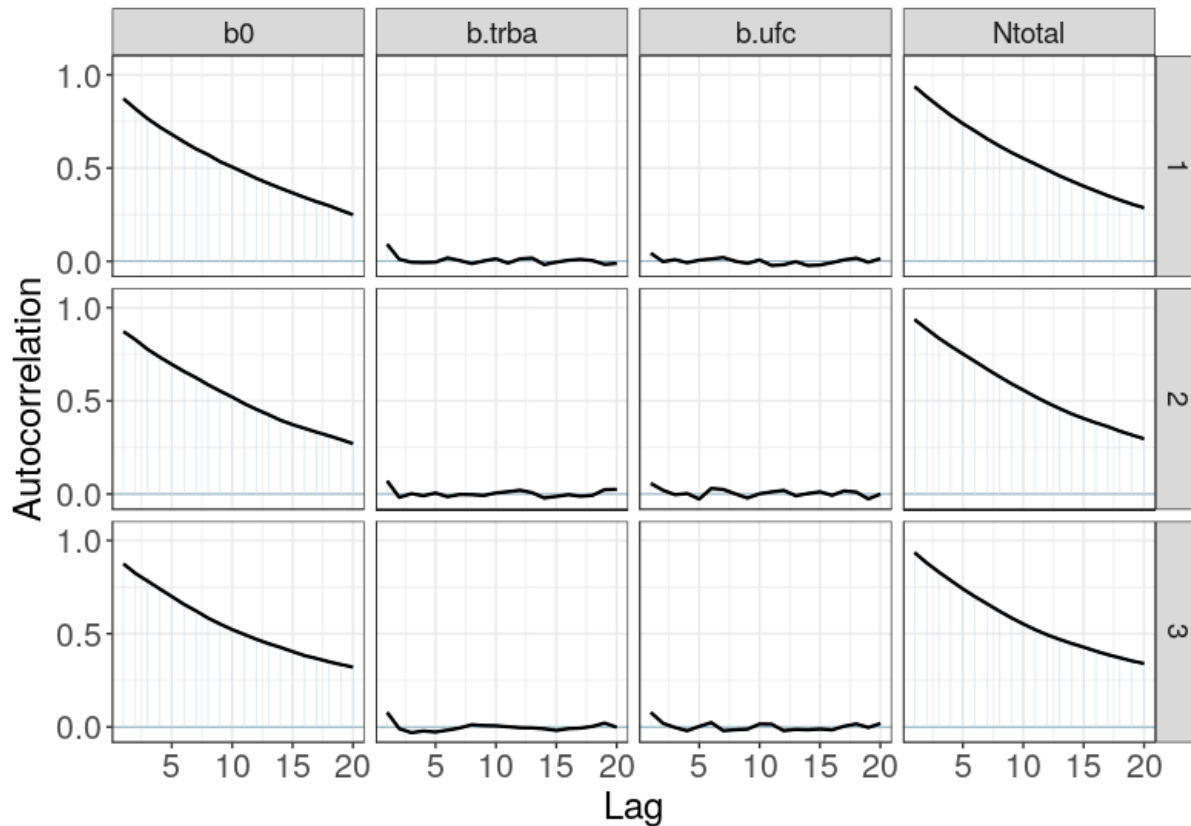
```
mcmc_dens_overlay(m3.mcmc,  
regex_pars = c("^b", "Ntotal"))+etc
```

```
mcmc_dens_overlay(m3.mcmc, pars = c("p[1]","p[2]","p[3]","p[27]","p[42]","p[66]"))+  
geom_density(lwd=1.2, alpha=0.9)+ etc
```



## Autocorrelación de los estimados:

```
mcmc_acf(m3.mcmc, regex_pars =  
c("^b", "Ntotal")) + etc
```



Well That's



Not Good

every monday @ noon



What  
Do I Do  
Now



Aumentar largo de  
cadenas o el thin...



```
> summary(m3.out)
```

```
Calculating summary statistics...
```

```
Calculating the Gelman-Rubin statistic for 75 variables....
```

```
Note: Unable to calculate the multivariate psrf
```

	Lower95	Median	Upper95	Mean	SD	Mode	MCerr	MC%ofSD	SSeff	AC.50	psrf
b0	-3.65268	-3.0356	-2.1787	-2.9888	0.3994	-3.1455	0.018459	4.6	468	0.51629	1.01
b.trba	-0.50330	-0.1820	0.1181	-0.1832	0.1574	-0.1938	0.001340	0.9	13790	0.00855	1.00
lambda	2.56269	5.9049	9.6568	5.9946	2.0060	5.4406	0.096489	4.8	432	0.55587	1.01
b.ufc	-0.19235	0.1034	0.3910	0.1043	0.1492	0.1016	0.001311	0.9	12939	0.00829	1.00
Ntotal	177.00000	412.0000	674.0000	419.6171	140.5577	417.0000	6.705053	4.8	439	0.55413	1.01
p[1]	0.02723	0.0656	0.1417	0.0738	0.0333	0.0553	0.001355	4.1	604	0.40866	1.00
p[2]	0.02427	0.0575	0.1256	0.0649	0.0292	0.0490	0.001174	4.0	617	0.41743	1.00

thin=5

```
> summary(m3.out1)
```

```
Calculating summary statistics...
```

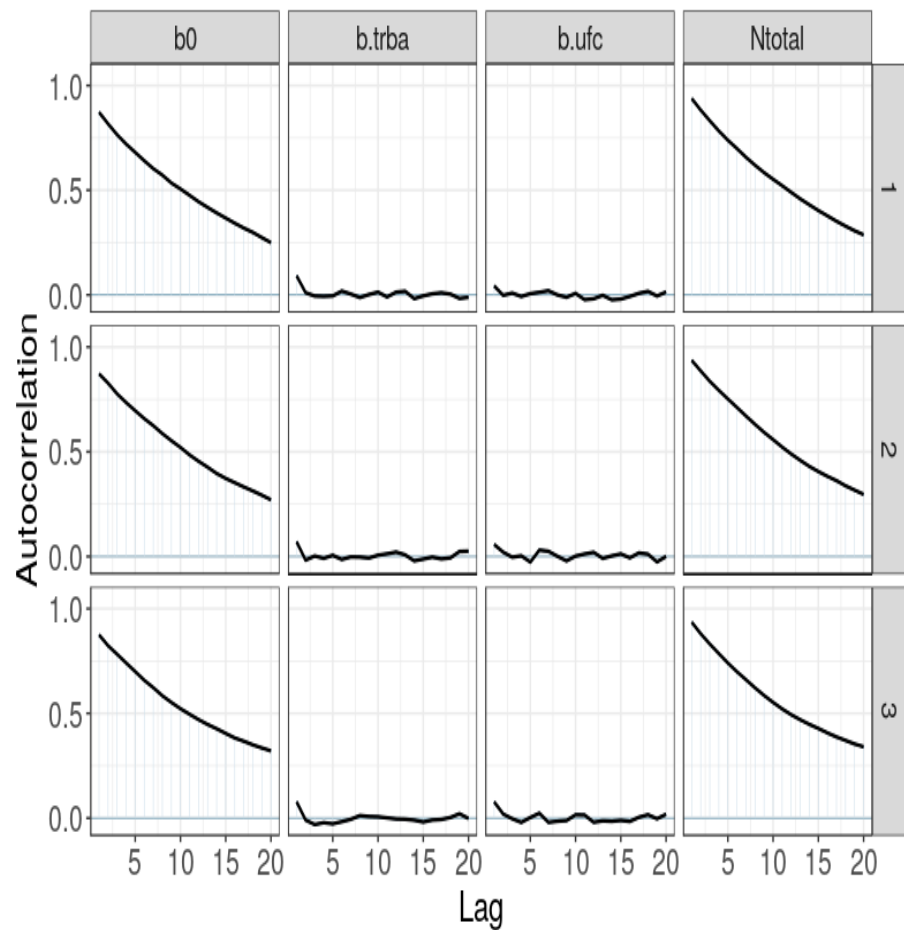
```
Calculating the Gelman-Rubin statistic for 75 variables....
```

```
Note: Unable to calculate the multivariate psrf
```

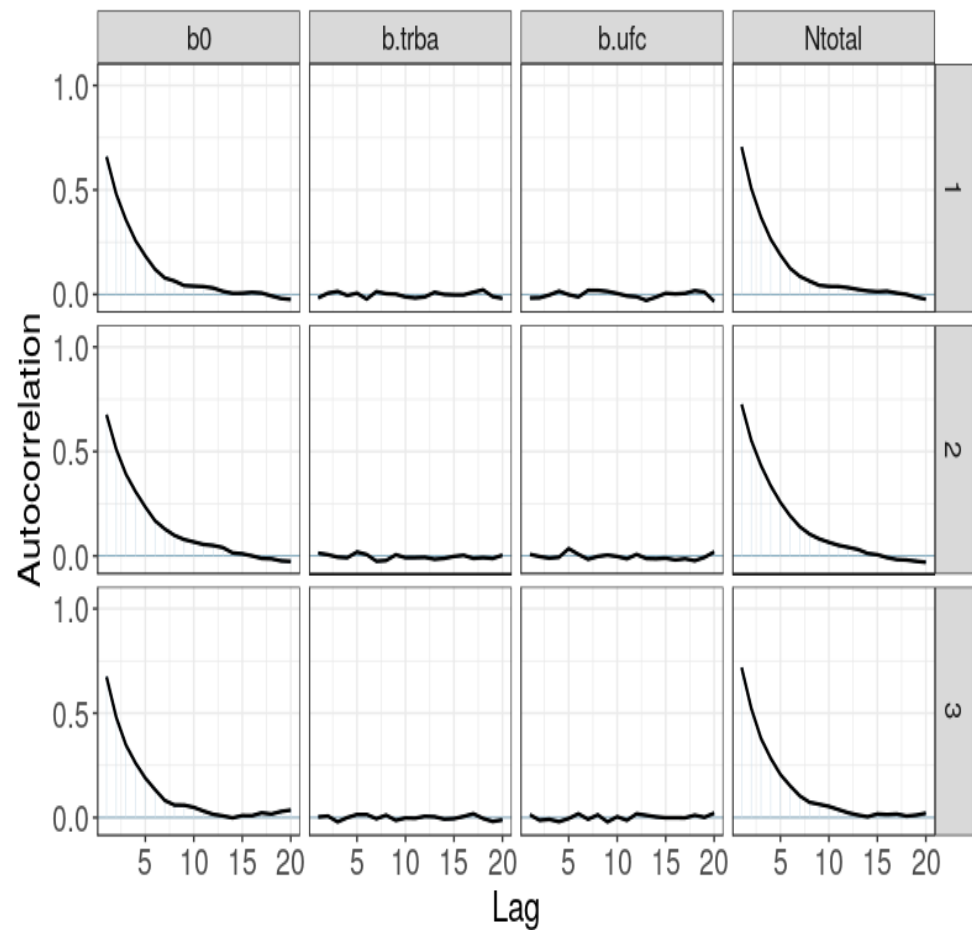
	Lower95	Median	Upper95	Mean	SD	Mode	MCerr	MC%ofSD	SSeff	AC.300	psrf
b0	-3.68810	-3.0464	-2.2283	-3.0028	0.4004	-3.1400	0.008051	2.0	2473	0.05193	1
b.trba	-0.49878	-0.1813	0.1211	-0.1827	0.1586	-0.1904	0.001295	0.8	15000	-0.00726	1
lambda	2.93328	5.9868	9.9710	6.0907	2.0365	5.4739	0.042336	2.1	2314	0.05342	1
b.ufc	-0.18289	0.1063	0.4014	0.1071	0.1494	0.1004	0.001220	0.8	15000	0.00217	1
Ntotal	189.00000	418.0000	686.0000	426.1453	142.8711	321.0000	2.944364	2.1	2355	0.05246	1
p[1]	0.02685	0.0648	0.1399	0.0729	0.0329	0.0534	0.000591	1.8	3108	0.03940	1
p[2]	0.02464	0.0569	0.1244	0.0641	0.0290	0.0473	0.000526	1.8	3037	0.03968	1

thin=30

**thin=5**

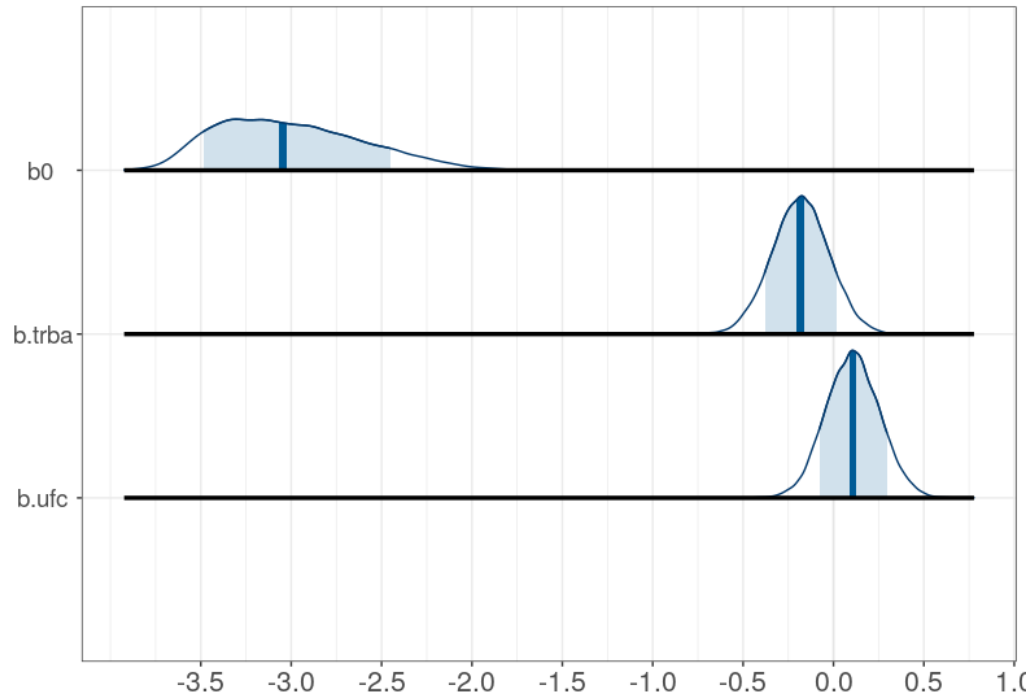


**thin=30**

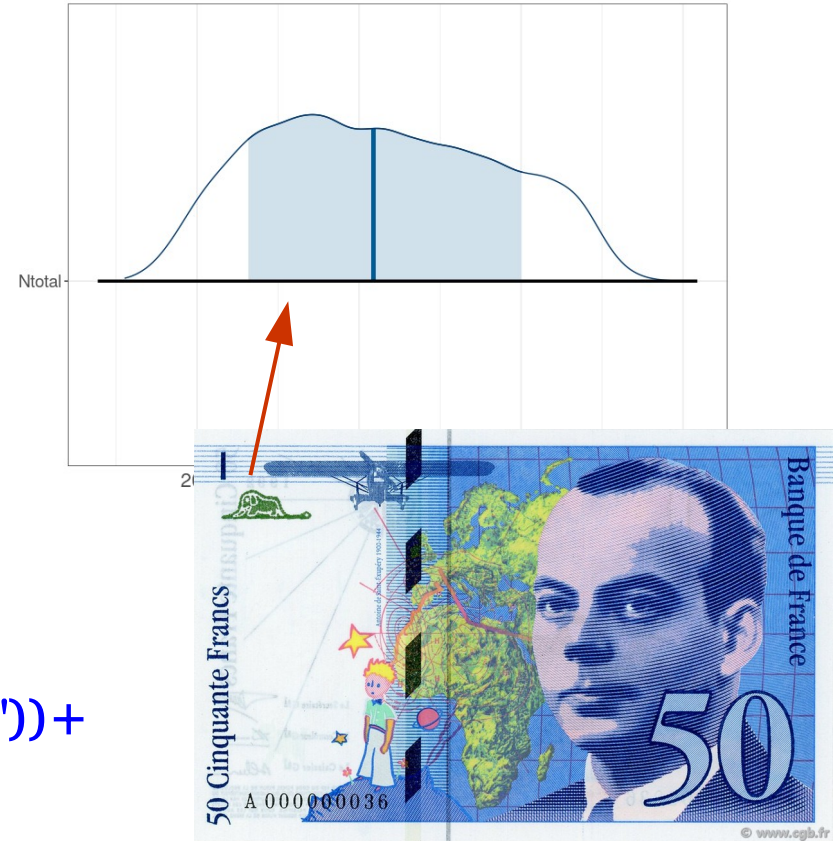




## Distribuciones posteriores de los parámetros:



```
mcmc_areas(m31.mcmc, regex_pars = c("^b")) +  
  geom_density(lwd=1.2, alpha=0.9) + etc
```



Obtiene la distr predictiva posterior de conteos Y en cada sitio y ocasión de muestreo:

```
BiMix2="model{
  for(i in 1:nSites){
    # modelo de abundancia real (no observable)
    Conteo[i] ~ dpois(lambda)
    #probabilidad de deteccion
    p[i] <- 1/(1+exp(-1*(b0 + b.ufc*ufc[i] + b.trba*trba[i])))
    for(j in 1:nOcc){
      Y[i,j] ~ dbin(p[i], Conteo[i])
    }
  }
}
```

```
m4.out=run.jags(data=JAGSdata2,model=BiMix2, monitor=c("Y"),
  n.chains=3, thin=5, sample=5000, burnin = 100, method="rjparallel")
```

Convierte el output del modelo en un objeto mcmc.list

```
m4.mcmc <- as.mcmc.list(m4.out)
```

Se unen las 3 cadenas y se convierte en data frame:

```
m4.dist.pred.post=as.data.frame(combine.mcmc(m4.mcmc))
> dim(m4.dist.pred.post)
[1] 15000 280
> names(m4.dist.pred.post)
[1] "Y[1,1]" "Y[2,1]" "Y[3,1]" "Y[4,1]" "Y[5,1]" "Y[6,1]" "Y[7,1]" "Y[8,1]" "Y[9,1]"
[10] "Y[10,1]" "Y[11,1]" "Y[12,1]" "Y[13,1]" "Y[14,1]" "Y[15,1]" "Y[16,1]" "Y[17,1]" "Y[18,1]"
[19] "Y[19,1]" "Y[20,1]" "Y[21,1]" "Y[22,1]" "Y[23,1]" "Y[24,1]" "Y[25,1]" "Y[26,1]" "Y[27,1]"
[28] "Y[28,1]" "Y[29,1]" "Y[30,1]" "Y[31,1]" "Y[32,1]" "Y[33,1]" "Y[34,1]" "Y[35,1]" "Y[36,1]"
[37] "Y[37,1]" "Y[38,1]" "Y[39,1]" "Y[40,1]" "Y[41,1]" "Y[42,1]" "Y[43,1]" "Y[44,1]" "Y[45,1]"
[46] "Y[46,1]" "Y[47,1]" "Y[48,1]" "Y[49,1]" "Y[50,1]" "Y[51,1]" "Y[52,1]" "Y[53,1]" "Y[54,1]"
[55] "Y[55,1]" "Y[56,1]" "Y[57,1]" "Y[58,1]" "Y[59,1]" "Y[60,1]" "Y[61,1]" "Y[62,1]" "Y[63,1]"
[64] "Y[64,1]" "Y[65,1]" "Y[66,1]" "Y[67,1]" "Y[68,1]" "Y[69,1]" "Y[70,1]" "Y[1,2]" "Y[2,2]"
```



Y con la distr. predictiva posterior se pueden hacer todas las evaluaciones de calidad de ajuste/predicción que conocemos....

## Modelos Jerárquicos

## Teórico 05

- a. Incertidumbre de medición.
- b. Ciertos modelos jerárquicos: teoría básica
- c. JAGS: just another Gibbs sampler
- d. Occupancy models
- e. Binomial-mixture models: un ejemplo

## Referencias:

McKenzie et al (2006) Patch occupancy models. Academic Press. NY

Kéry & Royle (2016) Applied Hierarchical Modeling in Ecology. Analysis of distribution, abundance and species richness in R and BUGS Volume 1: Prelude and Static Models. Academic Press. NY

Kéry & Royle (2021) Applied Hierarchical Modeling in Ecology. Analysis of distribution, abundance and species richness in R and BUGS\_ Volume 2: Dynamic and advanced models. Academic Press. NY

O'Connell et al (2010) Camera Traps in Animal Ecology Methods and Analyses. Springer-Verlag, NY

Royle (2004) Biometrics 60: 108-115.

Royle et al (2004) Ecology 85: 1591-1597.

Royle & Dorazio (2006) Hierarchical Modeling and Inference in Ecology: The Analysis of Data from Populations, Metapopulations and Communities.

Williams et al (2002) Analysis and management of animal populations. Academic Press. NY.