


Introducción a los métodos estadísticos bayesianos en Ecología

Programa del curso:

Pablo Inchausti

1. Introducción general
2. Elementos básicos del análisis bayesiano
3. Análisis bayesiano I
4. Análisis bayesiano II
5. Modelos bayesianos jerárquicos 

Modelos Jerárquicos

Práctico 06

a) Contracepción en Bangladesh

a. Modelo jerárquico multinomial.

La var. respuesta de la regresión logística es binaria o dicótoma (0, 1), lo que es un caso particular de una **variable policótoma** (A,B,...,Z).

En estos casos, se utiliza una funcDensProb multinomial en vez de binomial: Multi (N, $\pi_A, \pi_B, \dots, \pi_Z$) donde $\sum \pi_i = 1$ y por ende $\pi_k = 1 - \sum_{i=1, i \neq K} \pi_i$

Como en un GLM(M) logístico, **la regresión multinomial trata de establecer una relación entre las π_i de las i-1 clases de la variable de respuesta y la(s) var explicativa(s) categóricas y/o continuas.**

Los datos: 2867 datos de contracepción de mujeres de Bangladesh (Huq & Cleland 1990).

Y=método (1:esterilización; 2 pastilla; 3: tradicional; 4: ninguno)

Vars explicativas: distrito, # niños vivos (desc.viva), educ, vive(urbana, rural), religión (hindú, musulmana), prop.muj.mus.rezan y prop.muj.alf en el distrito.



```
> DF2=read.csv("bangladesh Pr06.csv", header=T, stringsAsFactors = T)
> str(DF2)
'data.frame':   2867 obs. of  8 variables:
 $ distrito      : int  1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 ...
 $ metodo        : int  4 1 4 4 4 4 4 4 2 4 ...
 $ desc.viva     : int  3 0 0 2 3 0 0 3 0 3 ...
 $ vive          : Factor w/ 2 levels "rural","urbana": 2 2 2 2 2
 $ educ          : Factor w/ 4 levels "ninguna","primaria",...: 1
1 ...
 $ religion       : Factor w/ 2 levels "hindu","musul": 2 1 1 2 2
 $ prop.muj.alf   : num  0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0.09 0
 $ prop.muj.mus.rezan: num  0.64 0.64 0.64 0.64 0.64 0.64 0.64 0.64 0
```

Objetivo:
determinantes del
uso de métodos
anticonceptivos.

Modelo estadístico: $Y \sim \text{Multinomial}(\pi_i)$

Logit multinomial(π_i) = $\beta X + \text{ef.grupo}$ (distrito)

Se usa una “variante” de logit para asegurar que $\pi_k = 1 - \sum_{i=1, i \neq K} \pi_i$

Se define un “nivel de referencia” de Y con respecto a la cual se expresan los logits de los otros niveles.

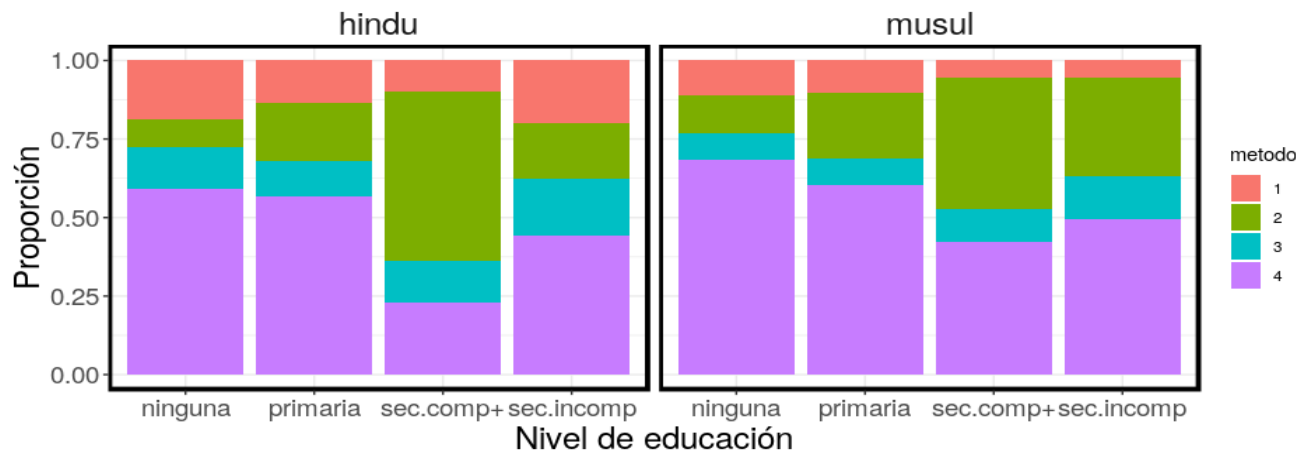
Para el nivel de referencia de Y (ej: $Y=1$):

$$Pr(Y_i=1) = \frac{\exp(\beta_0 + \sum_j \beta_j^1 X_j + \text{ef.grupo})}{1 + \exp(\beta_0 + \sum_j \beta_j^1 X_j + \text{ef.grupo})}$$

Para los otros niveles de Y ($Y \neq 1$):

$$Pr(Y_i \neq 1) = \frac{\exp(\beta_0^{k \neq 1} + \sum_j \beta_j^{k \neq 1} X_j + \text{ef.grupo})}{1 + \exp(\beta_0^{k \neq 1} + \sum_j \beta_j^{k \neq 1} X_j + \text{ef.grupo})}$$

En palabras: este logit expresa la $Pr(Y \neq 1)$ relativo a $Pr(Y=1)$ dependiendo de las X_j y de los ef.grupo.

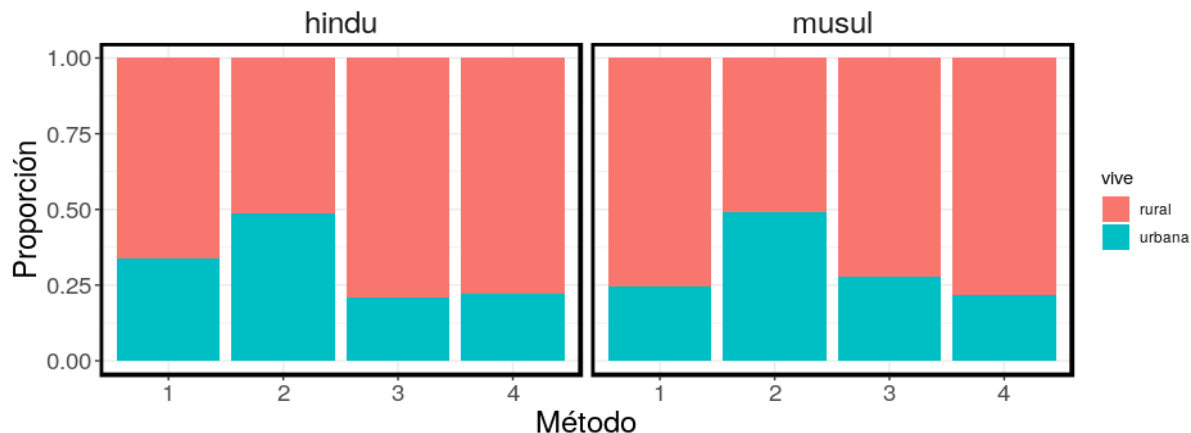


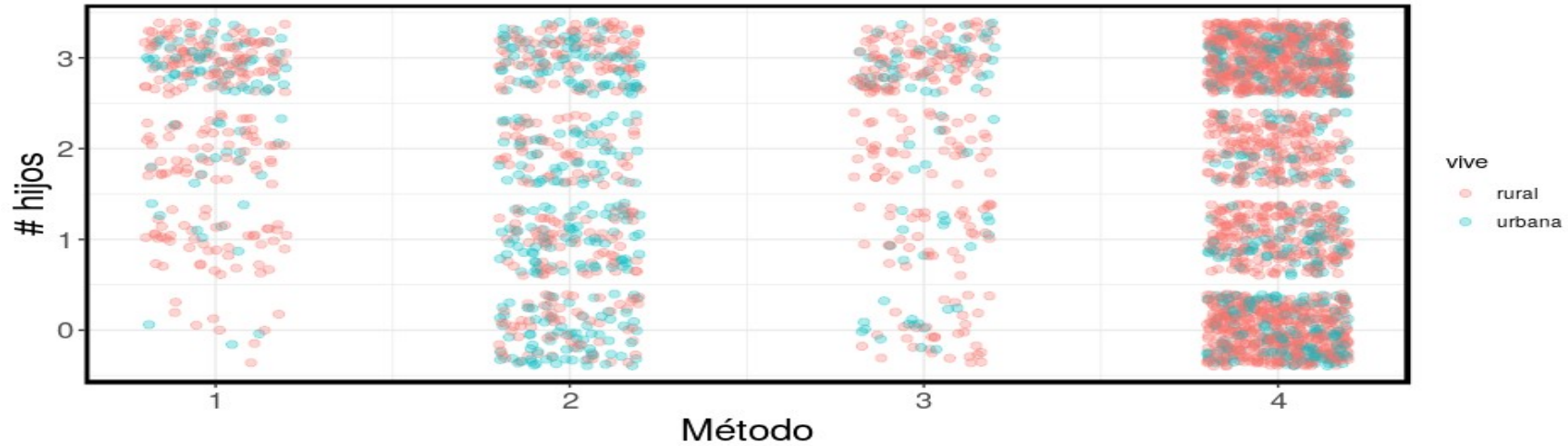
Considerar
educ:religión

```
a=as.data.frame(with(DF2, ftable(religion,educ,metodo)))
ggplot(data=a)+ geom_bar(mapping = aes(x=educ, y=Freq, fill=metodo),position="fill",
stat="identity")+ facet_wrap(~religion)+etc
```

Y con métodos
semejantes...

NO considerar
religión:vive





```
summaryBy(desc.viva~metodo,vive,
+         religion,data=DF2,FUN=mean)
metodo  vive religion desc.viva.mean
1      1   rural   hindu      2.40
2      1   rural   musul      2.19
3      1 urbana   hindu      2.36
4      1 urbana   musul      2.59
5      2   rural   hindu      1.33
6      2   rural   musul      1.73
7      2 urbana   hindu      1.41
8      2 urbana   musul      1.51
9      3   rural   hindu      1.86
10     3   rural   musul      2.08
11     3 urbana   hindu      2.00
12     3 urbana   musul      2.03
13     4   rural   hindu      1.48
14     4   rural   musul      1.58
15     4 urbana   hindu      1.20
16     4 urbana   musul      1.39
```

```
ggplot(data=DF2,aes(x=metodo,y=desc.viva))
+geom_jitter(alpha=0.3, size=2,aes(color=
vive),position =position_jitter(width = .2))+
etc.
```

Considerar
religión:desc.viva

```

> get_prior(formula=metodo~educ*religion+vive+religion*desc.viva,data=DF2,
+           family=categorical())

```

	prior	class	coef	group	resp	dpar	nlpar	bound
1			b					
2		Intercept						
3			b					
4			b			desc.viva		mu2
5			b			educprimaria		mu2
6			b	educprimaria:	religionmusul			mu2
7			b		educsec.compP			mu2
8			b	educsec.compP:	religionmusul			mu2
9			b		educsec.incomp			mu2
10			b	educsec.incomp:	religionmusul			mu2
11			b		religionmusul			mu2
12			b		religionmusul:desc.viva			mu2
13			b		viveurbana			mu2
14	student_t(3, 4, 10)	Intercept						mu2
15			b					mu3
16			b			desc.viva		mu3
17			b			educprimaria		mu3
18			b	educprimaria:	religionmusul			mu3
19			b		educsec.compP			mu3
20			b	educsec.compP:	religionmusul			mu3
21			b		educsec.incomp			mu3
22			b	educsec.incomp:	religionmusul			mu3
23			b		religionmusul			mu3
24			b		religionmusul:desc.viva			mu3
25			b		viveurbana			mu3
26	student_t(3, 4, 10)	Intercept						mu3
27			b					mu4
28			b			desc.viva		mu4
29			b			educprimaria		mu4
30			b	educprimaria:	religionmusul			mu4
31			b		educsec.compP			mu4
32			b	educsec.compP:	religionmusul			mu4
33			b		educsec.incomp			mu4
34			b	educsec.incomp:	religionmusul			mu4
35			b		religionmusul			mu4
36			b		religionmusul:desc.viva			mu4
37			b		viveurbana			mu4
38	student_t(3, 4, 10)	Intercept						mu4

Previas por defecto
SIN incluir efectos de grupo.


```

> get_prior(formula=metodo~educ*religion+vive+religion*desc.viva,data=DF2,
+           family=categorical())

```

	prior	class		coef	group	resp	dpar
1		b					
2		Intercept					
3		b					mu2
4		b		desc.viva			mu2
5		b		educprimaria			mu2
6		b	educprimaria:	religionmusul			mu2
7		b		educsec.compP			mu2
8		b	educsec.compP:	religionmusul			mu2
9		b		educsec.incomp			mu2
10		b	educsec.incomp:	religionmusul			mu2
11		b		religionmusul			mu2
12		b	religionmusul:	desc.viva			mu2
13		b		viveurbana			mu2
14	student_t(3, 4, 10)	Intercept					mu2
15	student_t(3, 0, 10)	sd					mu2
16		sd					mu2
17		sd		Intercept	distrito		mu2
18		b					mu3
19		b		desc.viva			mu3
20		b		educprimaria			mu3
21		b	educprimaria:	religionmusul			mu3
22		b		educsec.compP			mu3
23		b	educsec.compP:	religionmusul			mu3
24		b		educsec.incomp			mu3
25		b	educsec.incomp:	religionmusul			mu3
26		b		religionmusul			mu3
27		b	religionmusul:	desc.viva			mu3
28		b		viveurbana			mu3
29	student_t(3, 4, 10)	Intercept					mu3
30	student_t(3, 0, 10)	sd					mu3
31		sd					mu3
32		sd		Intercept	distrito		mu3
33		b					mu4
34		b		desc.viva			mu4
35		b		educprimaria			mu4
36		b	educprimaria:	religionmusul			mu4
37		b		educsec.compP			mu4
38		b	educsec.compP:	religionmusul			mu4
39		b		educsec.incomp			mu4
40		b	educsec.incomp:	religionmusul			mu4
41		b		religionmusul			mu4
42		b	religionmusul:	desc.viva			mu4
43		b		viveurbana			mu4
44	student_t(3, 4, 10)	Intercept					mu4
45	student_t(3, 0, 10)	sd					mu4
46		sd					mu4
47		sd		Intercept	distrito		mu4

Previas por
 defecto
CON
 efectos de
 grupo.

¿Qué se va precisamente a ajustar?

Los logit de los niveles \neq
de niv. referencia:

$$\log\left(\frac{\Pr(Y_i \neq 1)}{\Pr(Y_i = 1)}\right) = \frac{\exp(\beta_0 + b_{0j} + \beta_{1j} X_j)}{1 + \sum_{j \neq 1} \exp(\beta_0 + b_{0j} + \beta_{1j} X_j)}$$

donde los b_{0j} son interceptos variables según el distrito y
suponiendo que los $b_{0j} \sim N(0, \sigma^2_{\text{distr}})$.

↳ (rectas paralelas en escala logit multinomial).

Estas **rectas en escala logit** permitirán entender cuáles
vars explicativas diferencian las prob. de $Y \neq 1$ vs. $Y = 1$.

```
prior.m3 <- c(set_prior("normal(0,2)", class = "b"), ~
  ..... set_prior("normal(0,2)", class = "Intercept", dpar = "mu2")) ~
~
m3 = brm(formula = metodo ~ educ * religion + vive + religion * desc.viva + (1 | distrito),
  ..... family = categorical(), data = DF2, prior = prior.m3, ~
  ..... warmup = 1000, chains = 3, iter = 2000, thin = 2) ~
```



summary(m3)

\$distributo

	Estimate	Est.Error	l-95% CI	u-95% CI	Eff.Sample	Rhat
sd(mu2_Intercept)	0.274	0.1234	0.0157	0.497	231	0.999
sd(mu3_Intercept)	0.533	0.1205	0.3178	0.789	579	0.999
sd(mu4_Intercept)	0.518	0.0797	0.3746	0.685	726	1.002

	Estimate	Est.Error	l-95% CI	u-95% CI	Eff.Sample	Rhat
mu2_Intercept	0.464	0.483	-0.5079	1.3807	504	0.998
mu3_Intercept	0.625	0.494	-0.3138	1.6063	430	0.999
mu4_Intercept	2.973	0.408	2.2208	3.8454	462	0.999
mu2_educprimaria	0.949	0.613	-0.3056	2.1574	569	1.001
mu2_educsec.compP	1.933	0.540	0.8557	3.0731	528	0.998
mu2_educsec.incomp	0.544	0.583	-0.5690	1.6028	606	1.001
mu2_religionmusul	0.312	0.500	-0.7012	1.3182	486	0.998
mu2_viveurbana	0.612	0.178	0.2735	0.9669	824	1.003
mu2_desc.viva	-0.669	0.185	-1.0471	-0.3172	475	1.000
mu2_educprimaria:religionmusul	-0.399	0.649	-1.6251	0.8985	576	1.002
mu2_educsec.compP:religionmusul	-0.453	0.582	-1.5747	0.6781	531	0.999
mu2_educsec.incomp:religionmusul	0.939	0.686	-0.4238	2.2818	571	1.002
mu2_religionmusul:desc.viva	0.260	0.192	-0.1029	0.6552	496	0.999
mu3_educprimaria	0.243	0.668	-1.0561	1.4962	542	1.004
mu3_educsec.compP	0.475	0.621	-0.7450	1.5926	548	0.999
mu3_educsec.incomp	0.240	0.578	-0.8613	1.3609	616	1.001
mu3_religionmusul	-0.513	0.525	-1.5440	0.5282	432	0.999
mu3_viveurbana	-0.173	0.215	-0.5907	0.2508	697	1.001
mu3_desc.viva	-0.431	0.184	-0.8120	-0.0761	445	0.999
mu3_educprimaria:religionmusul	-0.237	0.718	-1.5720	1.2846	534	1.004
mu3_educsec.compP:religionmusul	0.385	0.676	-0.9740	1.6960	594	0.999
mu3_educsec.incomp:religionmusul	0.905	0.708	-0.4442	2.3590	481	1.002
mu3_religionmusul:desc.viva	0.276	0.204	-0.0962	0.6856	473	0.999
mu4_educprimaria	0.530	0.526	-0.4816	1.6155	646	1.003
mu4_educsec.compP	-0.738	0.558	-1.7724	0.3588	528	0.998
mu4_educsec.incomp	-0.374	0.481	-1.3078	0.5812	665	0.999
mu4_religionmusul	0.172	0.433	-0.6664	1.0013	475	0.999
mu4_viveurbana	-0.247	0.166	-0.5671	0.0992	842	1.004
mu4_desc.viva	-0.835	0.155	-1.1568	-0.5427	408	0.998
mu4_educprimaria:religionmusul	-0.576	0.560	-1.7299	0.5030	607	1.006
mu4_educsec.compP:religionmusul	0.727	0.603	-0.4423	1.9067	535	0.999
mu4_educsec.incomp:religionmusul	0.651	0.583	-0.4791	1.8406	687	0.999
mu4_religionmusul:desc.viva	0.240	0.167	-0.0817	0.5823	425	0.998

$$\log \frac{Pr(Y=2)}{Pr(Y=1)}$$

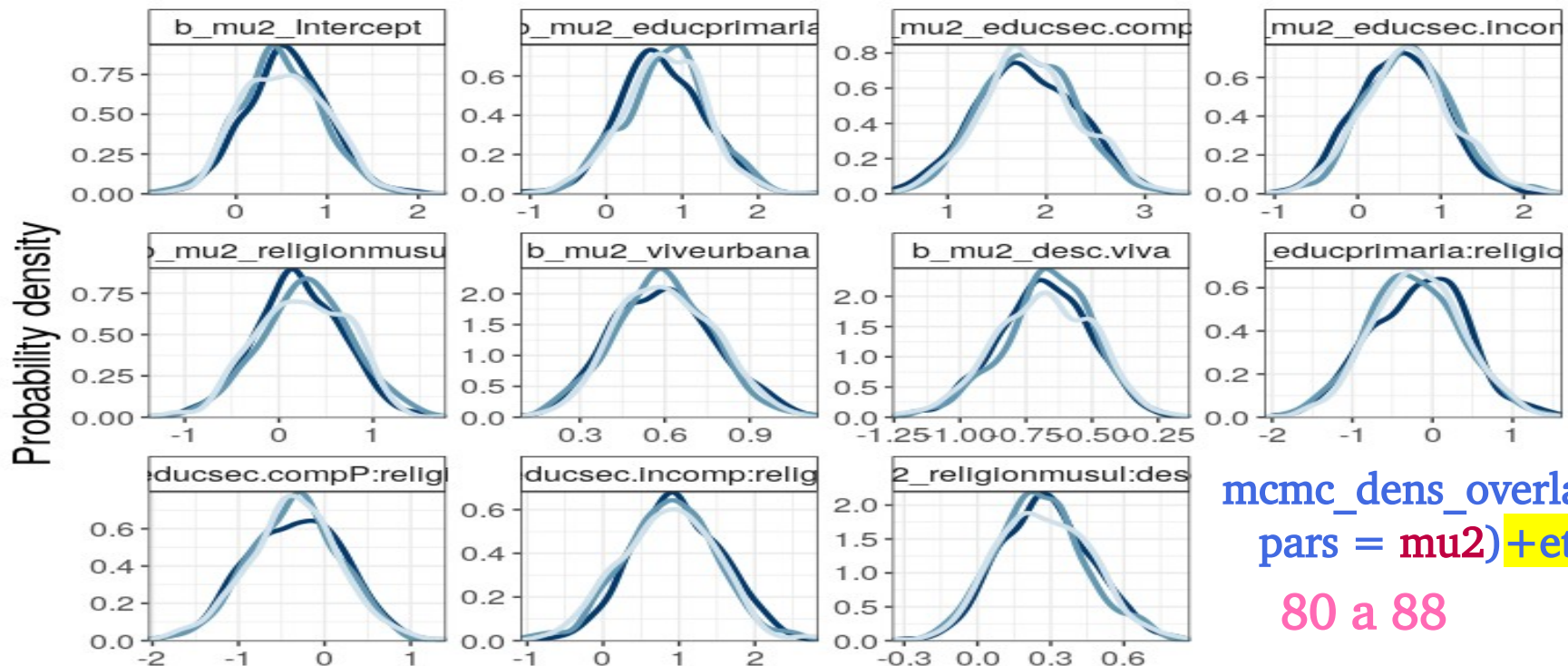
$$\log \frac{Pr(Y=3)}{Pr(Y=1)}$$

$$\log \frac{Pr(Y=4)}{Pr(Y=1)}$$

La distr posterior de m3 tiene 216 dimensiones.... `> str(variables(m3))`
`chr [1:218] "b_mu2_"`

```
mu2=interc=variables(m3)[grep("b_mu2", variables(m3))]
mu3=interc=variables(m3)[grep("b_mu3", variables(m3))]
mu4=interc=variables(m3)[grep("b_mu4", variables(m3))]
```

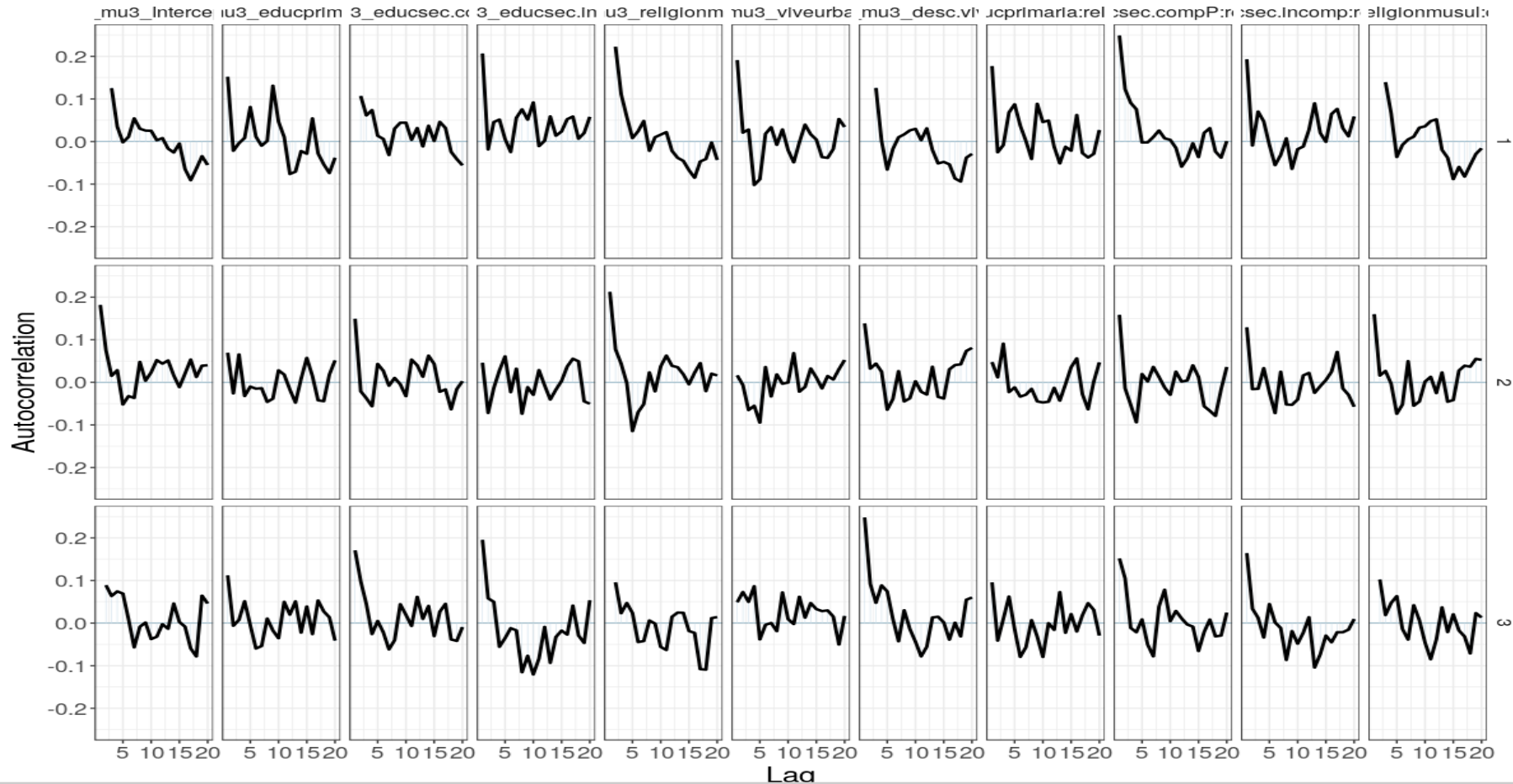
Convergencia de
cadenas:



`mcmc_dens_overlay(m3,`
`pars = mu2)` + etc
 80 a 88

Autocorrelación de los estimados:

`mcmc_acf(m3, pars= mu3)`
`+etc` 90 a 98



Entendamos solo una de estas 3 partes similares:

```
> summary(m3)$fixed
```

	Estimate	Est.Error	l-95% CI	u-95% CI	Eff.Sample	Rhat
mu2_Intercept	0.464	0.483	-0.5079	1.3807	504	0.998
mu3_Intercept	0.625	0.494	-0.3138	1.6063	430	0.999
mu4_Intercept	2.973	0.408	2.2208	3.8454	462	0.999
mu2_educprimaria	0.949	0.613	-0.3056	2.1574	569	1.001
mu2_educsec.compP	1.933	0.540	0.8557	3.0731	528	0.998
mu2_educsec.incomp	0.544	0.583	-0.5690	1.6028	606	1.001
mu2_religionmusul	0.312	0.500	-0.7012	1.3182	486	0.998
mu2_viveurbana	0.612	0.178	0.2735	0.9669	824	1.003
mu2_desc.viva	-0.669	0.185	-1.0471	-0.3172	475	1.000
mu2_educprimaria:religionmusul	-0.399	0.649	-1.6251	0.8985	576	1.002
mu2_educsec.compP:religionmusul	-0.453	0.582	-1.5747	0.6781	531	0.999
mu2_educsec.incomp:religionmusul	0.939	0.686	-0.4238	2.2818	571	1.002
mu2_religionmusul:desc.viva	0.260	0.192	-0.1029	0.6552	496	0.999

```
> levels(DF2$educ)
```

```
[1] "ninguna" "primaria" "sec.comp+" "sec.incomp"
```

```
> levels(DF2$religion)
```

```
[1] "hindu" "musul"
```

```
> levels(DF2$vive)
```

```
[1] "rural" "urbana"
```

Habrán ecuaciones para cada uno de estos grupos o combinaciones.

	ninguna	primaria	Sec.incom	Sec.Comp
Hindú	0.46	0.46+0.94	0.46+0.54	0.46+1.93
Musulmana	0.46+0.31	0.46+0.94+ 0.31-0.39	0.46+0.54+ 0.31+0.93	0.46+1.93+ 0.31-0.45

En
escala
logit!

	ninguna	primaria	Sec.incom	Sec.Comp
Hindú	0.46	1.40	1.10	2.39
Musulmana	0.74	1.32	2.24	2.25

En
escala
logit!

Recuerden la “regla
de 4” (Gelman et al
2014)

```
> summary(m3)$fixed
```

	Estimate	Est.Error	l-95% CI	u-95% CI	Eff.Sample	Rhat
mu2_Intercept	0.464	0.483	-0.5079	1.3807	504	0.998
mu3_Intercept	0.625	0.494	-0.3138	1.6063	430	0.999
mu4_Intercept	2.973	0.408	2.2208	3.8454	462	0.999
mu2_educprimaria	0.949	0.613	-0.3056	2.1574	569	1.001
mu2_educsec.compP	1.933	0.540	0.8557	3.0731	528	0.998
mu2_educsec.incomp	0.544	0.583	-0.5690	1.6028	606	1.001
mu2_religionmusul	0.312	0.500	-0.7012	1.3182	486	0.998
mu2_viveurbana	0.612	0.178	0.2735	0.9669	824	1.003
mu2_desc.viva	-0.669	0.185	-1.0471	-0.3172	475	1.000
mu2_educprimaria:religionmusul	-0.399	0.649	-1.6251	0.8985	576	1.002
mu2_educsec.compP:religionmusul	-0.453	0.582	-1.5747	0.6781	531	0.999
mu2_educsec.incomp:religionmusul	0.939	0.686	-0.4238	2.2818	571	1.002
mu2_religionmusul:desc.viva	0.260	0.192	-0.1029	0.6552	496	0.999

Para educ=ninguna,
religión=Hindú, vive=rural:
Para educ=ninguna,
religión=Hindú, vive=urbana:

do you get it?

$$\log \frac{Pr(Y=2)}{Pr(Y=1)} = 0.46 - 0.66 \text{ desc.viva}$$

$$\log \frac{Pr(Y=2)}{Pr(Y=1)} = 0.46 + 0.612 - 0.66 \text{ desc.viva}$$

Análisis de residuos:

```
post.pred.m3=predict(m3, ndraws=1e3, summary=F) ← Distr predictiva posterior de m3
qres.m3=createDHARMA(simulatedResponse = t(post.pred.m3),
  observedResponse = DF2$metodo,
  fittedPredictedResponse = apply(post.pred.m3,2, median),integerResponse=T)
res.m3=data.frame(res=qnorm(residuals(qres.m3)))
```

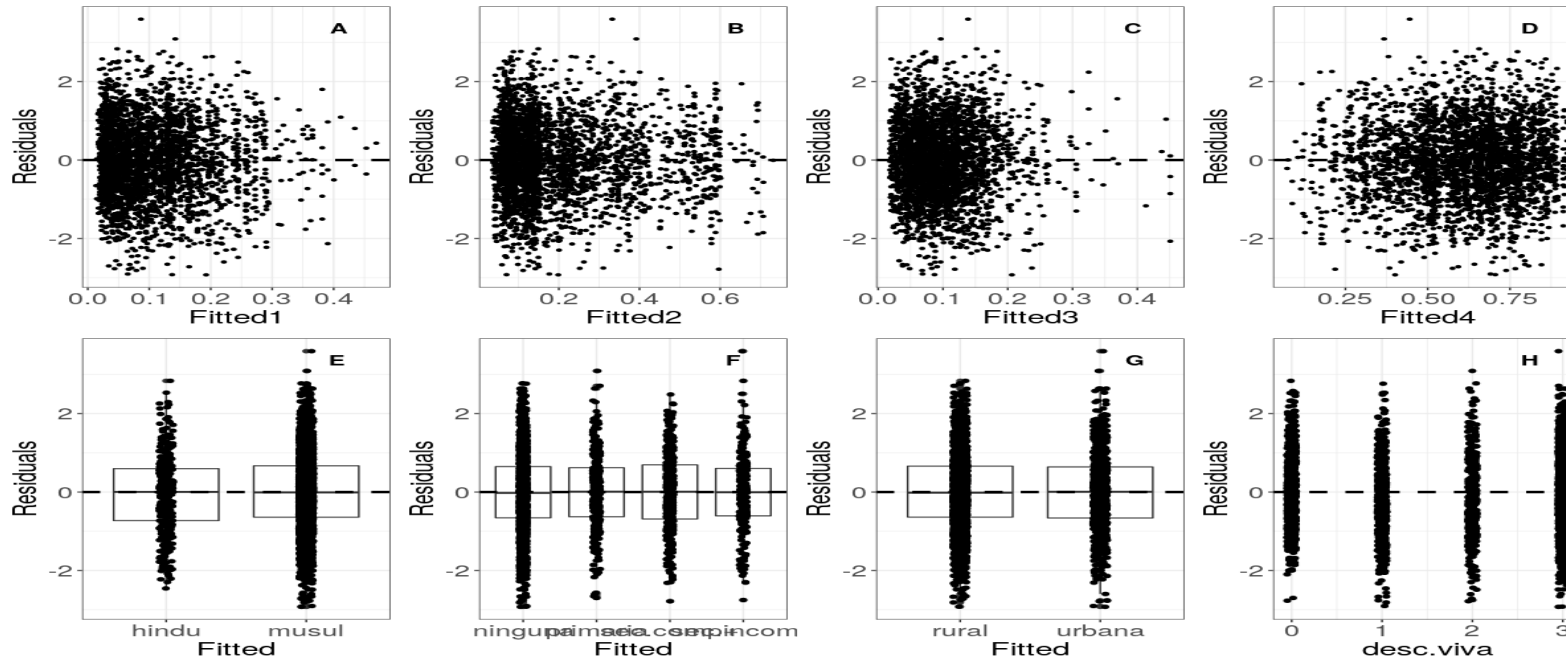
Como la var respuesta es vectorial (método), hay 4 valores predichos para cada uno de los 2867 datos.

```
> str(as.data.frame(fitted(m3, ndraws=1))) # average of fitted values
'data.frame': 2867 obs. of 16 variables:
 $ Estimate.P(Y = 1) : num 0.079 0.0494 0.0177 0.0399 0.079 ...
 $ Est.Error.P(Y = 1): num NA NA NA NA NA NA NA NA NA ...
 $ Q2.5.P(Y = 1) : num 0.079 0.0494 0.0177 0.0399 0.079 ...
 $ Q97.5.P(Y = 1) : num 0.079 0.0494 0.0177 0.0399 0.079 ...
 $ Estimate.P(Y = 2) : num 0.1598 0.1974 0.0775 0.2259 0.1598 ...
 $ Est.Error.P(Y = 2): num NA NA NA NA NA NA NA NA NA ...
 $ Q2.5.P(Y = 2) : num 0.1598 0.1974 0.0775 0.2259 0.1598 ...
 $ Q97.5.P(Y = 2) : num 0.1598 0.1974 0.0775 0.2259 0.1598 ...
 $ Estimate.P(Y = 3) : num 0.0586 0.0981 0.0494 0.0519 0.0586 ...
 $ Est.Error.P(Y = 3): num NA NA NA NA NA NA NA NA NA ...
 $ Q2.5.P(Y = 3) : num 0.0586 0.0981 0.0494 0.0519 0.0586 ...
 $ Q97.5.P(Y = 3) : num 0.0586 0.0981 0.0494 0.0519 0.0586 ...
 $ Estimate.P(Y = 4) : num 0.703 0.655 0.855 0.682 0.703 ...
 $ Est.Error.P(Y = 4): num NA NA NA NA NA NA NA NA NA ...
 $ Q2.5.P(Y = 4) : num 0.703 0.655 0.855 0.682 0.703 ...
 $ Q97.5.P(Y = 4) : num 0.703 0.655 0.855 0.682 0.703 ...
```

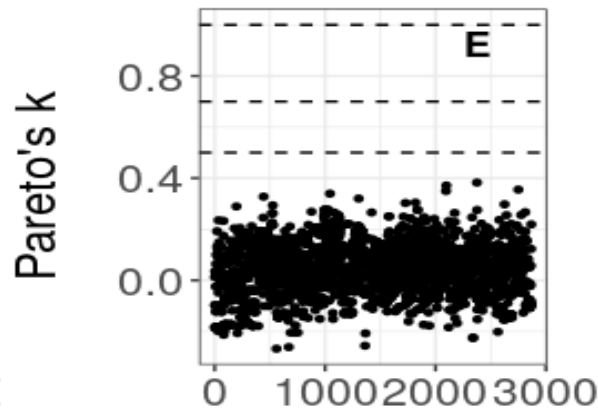
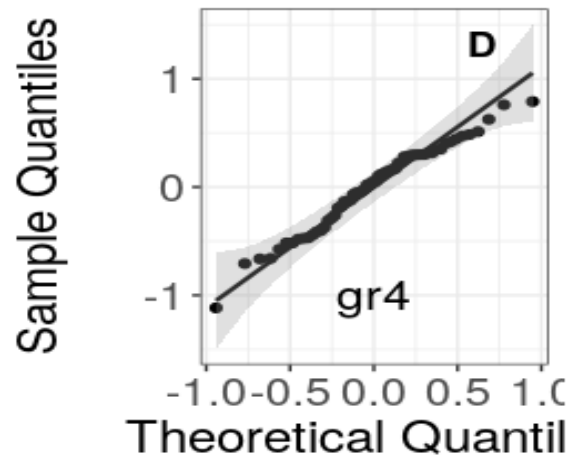
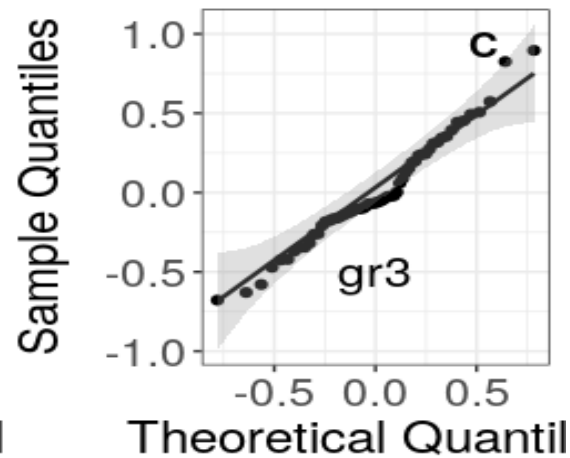
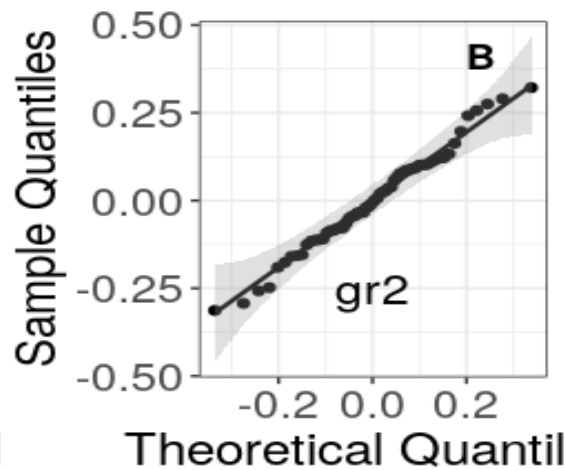
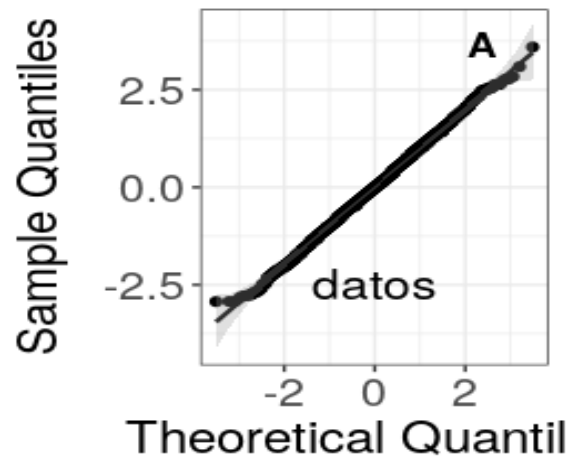
Vamos a guardar las columnas 1,5,9 y 13 como “fitted”


```
> res.m3=cbind(res.m3,
+             DF2[,c("educ","religion", "vive", "desc.viva")],
+             fitted1=as.data.frame(fitted(m3, ndraws=1000))[,1],
+             fitted2=as.data.frame(fitted(m3, ndraws=1000))[,5],
+             fitted3=as.data.frame(fitted(m3, ndraws=1000))[,9],
+             fitted4=as.data.frame(fitted(m3, ndraws=1000))[,13],
+             pareto=loo(m3, pointwise=T)$diagnostics$pareto_k)
```

**Dataframe con
todo lo necesario
para los gráficos.**

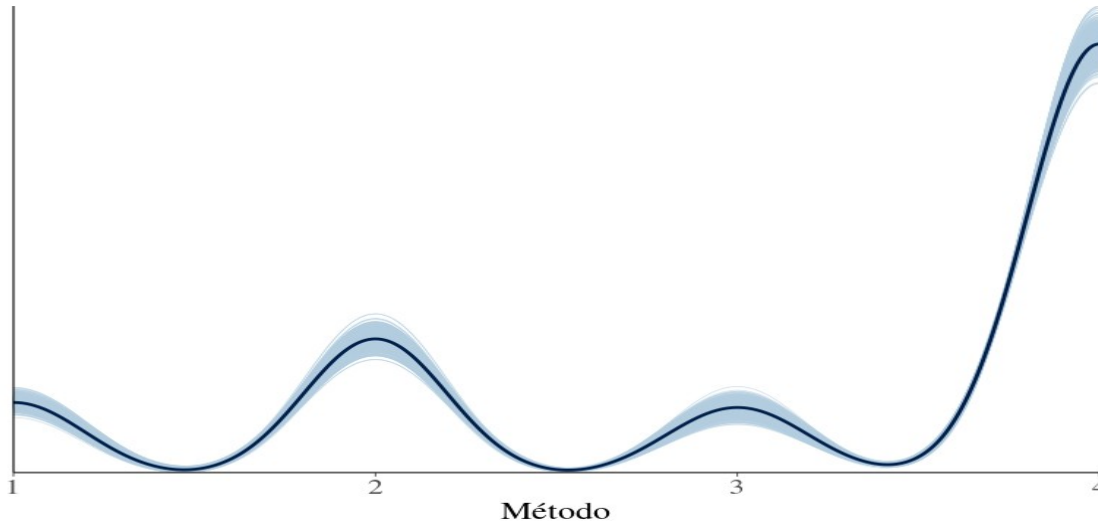


129 a 194



Tomando gr1 como
“referencia”, hay 3
sets de efectos de
grupos para los 61
distritos. 197 a 250

Distribución predictiva posterior:

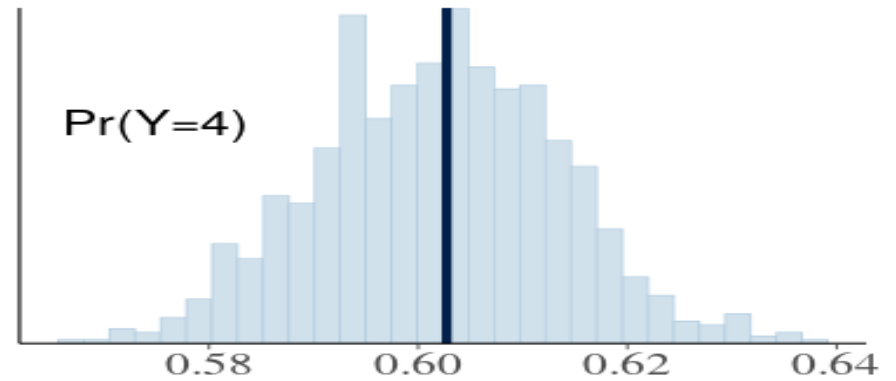
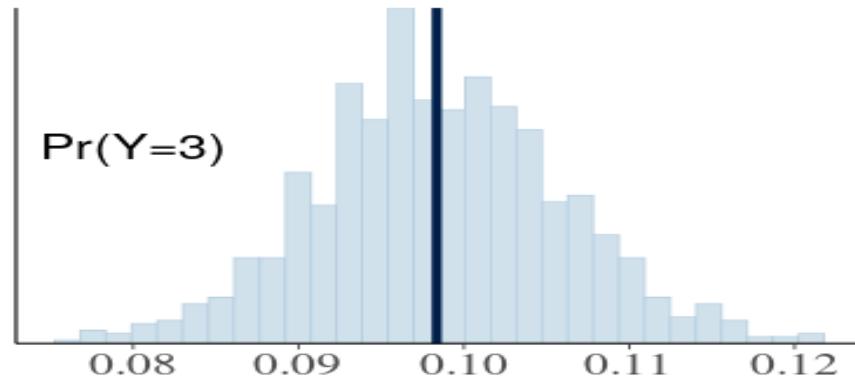
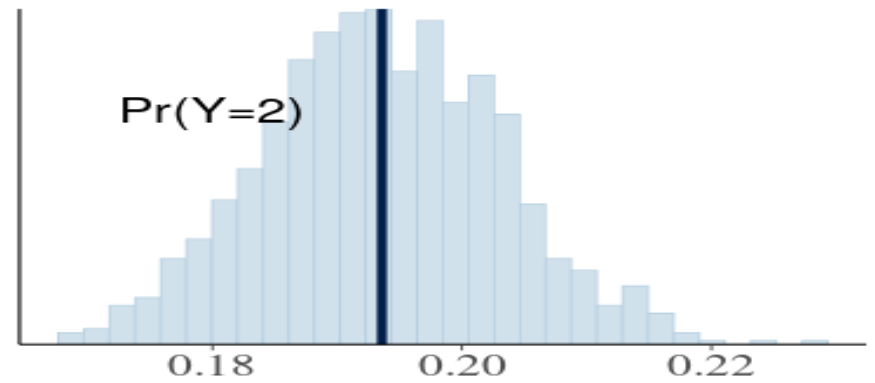
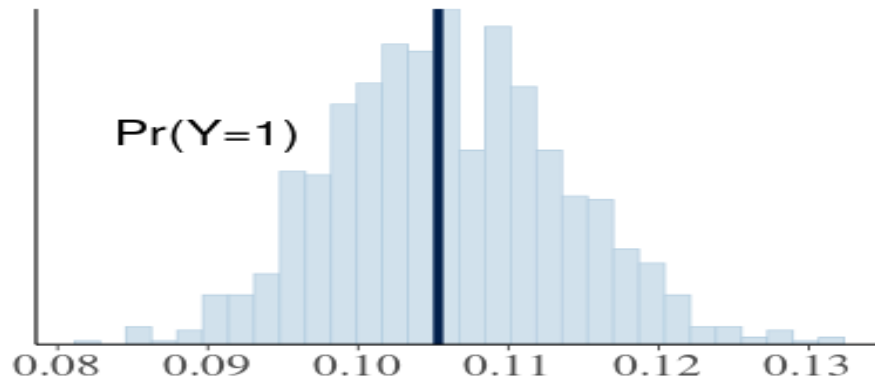


Definiendo

```
prop_uno=function(x) mean(x == 1)
prop_dos=function(x) mean(x == 2)
prop_tres=function(x) mean(x == 3)
prop_cuatro=function(x) mean(x == 4)
```

```
ppc.density=ppc_dens_overlay(y=DF2$metodo,  
yrep=post.pred.m3) + etc
```

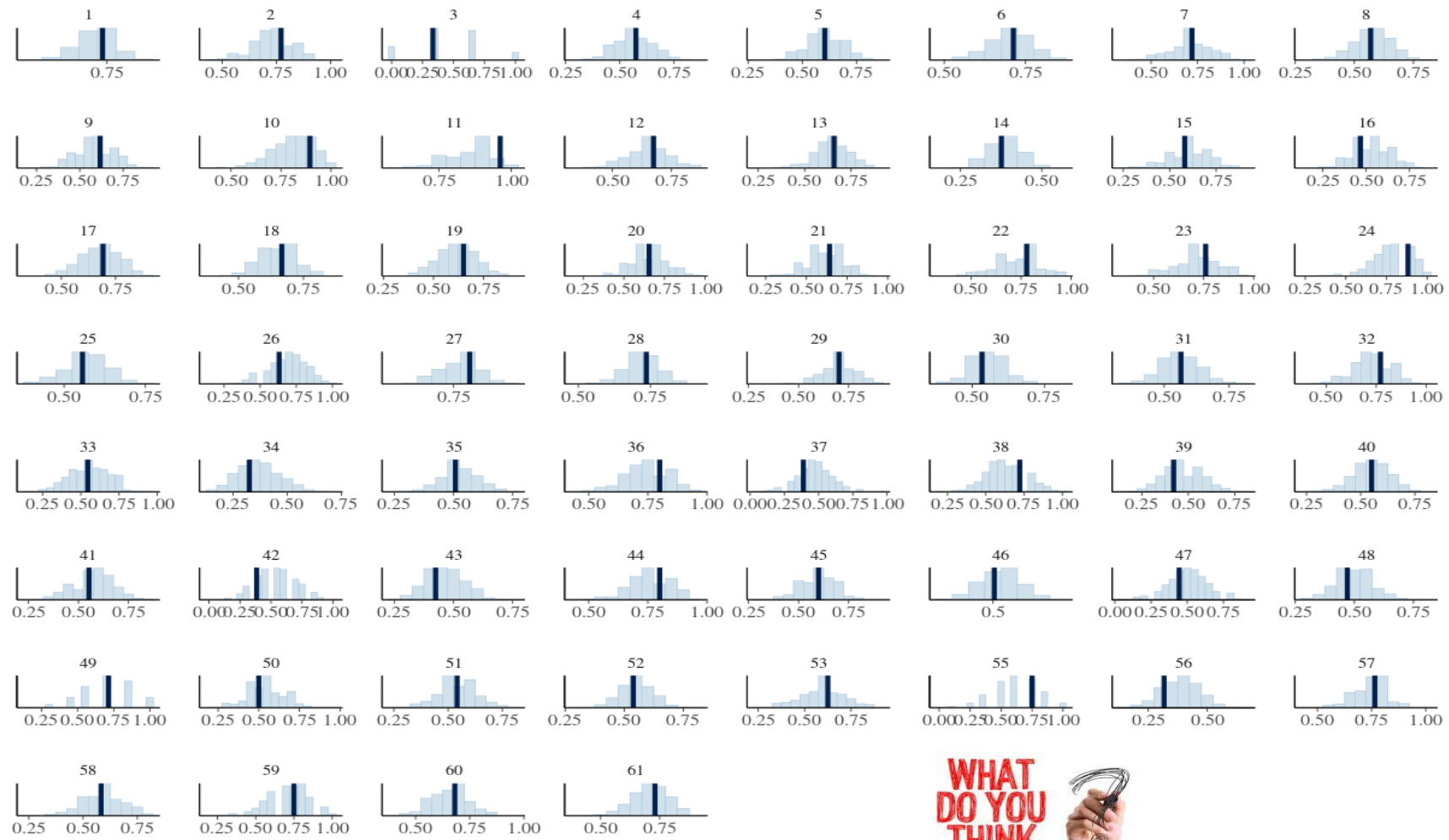
**Calcula la proporción
de cada método.**



```
ppc_stat(y=DF2$metodo, yrep=post.pred.m3, stat = "prop_uno")+  
etc
```

If something is too good to be true, enjoy every minute of it until it is proven false.

ppc_stat_grouped(y=DF2\$metodo, yrep=post.pred.m3,
stat="prop_cuatro", group=DF2\$distrito,
binwidth = 0.05)+etc

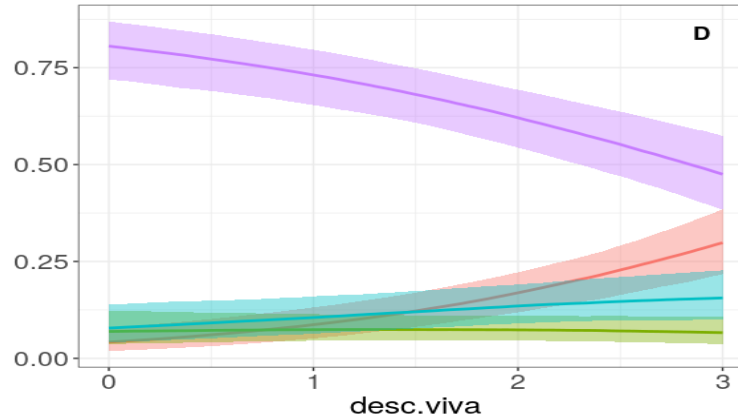
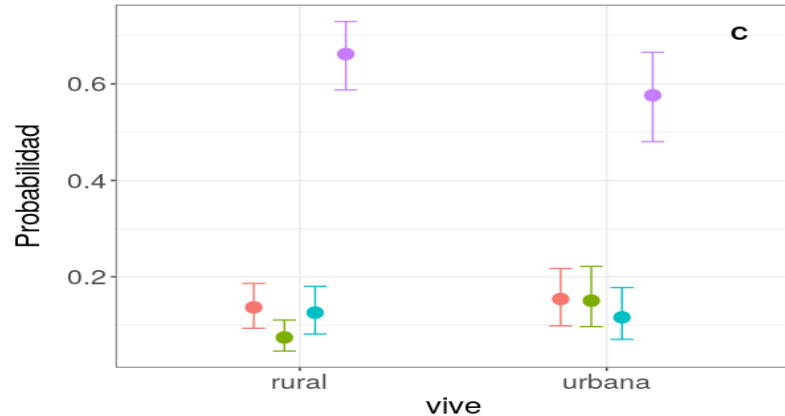
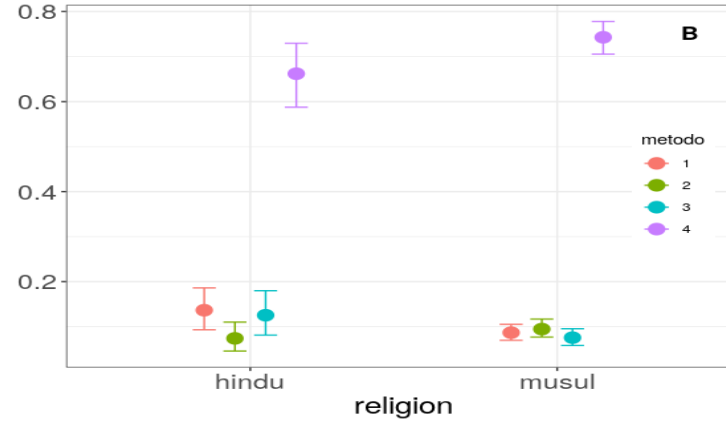
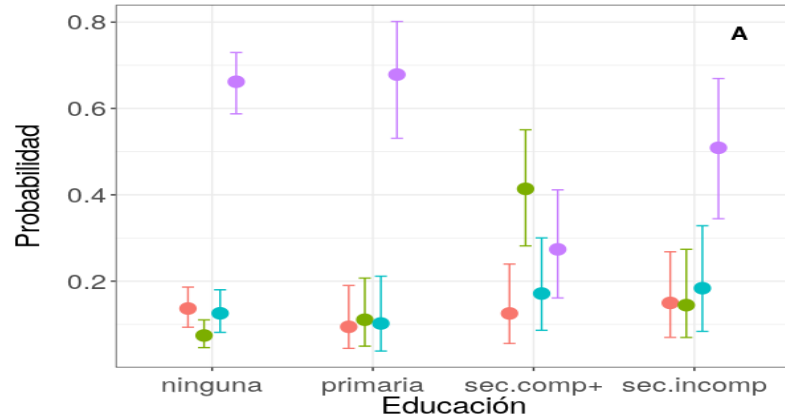


Probabilidad método 4



Curvas condicionales:

```
result.m3=marginal_effects(m3,categorical=T)  
resm3.1= plot(result.m3, plot=F)[[1]]+etc
```



299 a 326

Modelos Jerárquicos

Práctico 06

a) Contracepción en Bangladesh