

The role of attentional networks in the access to the numerical magnitude of fractions in adults / El rol de las redes atencionales en el acceso a la magnitud numérica de fracciones en adultos

Paulo Barraza, Rodrigo Avaria & Ivo Leiva

To cite this article: Paulo Barraza, Rodrigo Avaria & Ivo Leiva (2017): The role of attentional networks in the access to the numerical magnitude of fractions in adults / El rol de las redes atencionales en el acceso a la magnitud numérica de fracciones en adultos, Estudios de Psicología, DOI: [10.1080/02109395.2017.1295575](https://doi.org/10.1080/02109395.2017.1295575)

To link to this article: <http://dx.doi.org/10.1080/02109395.2017.1295575>



Published online: 29 Mar 2017.



Submit your article to this journal [↗](#)



View related articles [↗](#)



View Crossmark data [↗](#)

The role of attentional networks in the access to the numerical magnitude of fractions in adults / *El rol de las redes atencionales en el acceso a la magnitud numérica de fracciones en adultos*

Paulo Barraza, Rodrigo Avaria, and Ivo Leiva

Universidad de Chile CIAE, Centro de Investigación Avanzada en Educación, Universidad de Chile.

(Received 15 November 2016; accepted 21 December 2016)

Abstract: This study explored the relationship between the efficiency of alerting, orienting and executive control networks (attentional executive function) and accessing numerical magnitudes in adults, during a fraction comparison task, presenting pairs of fractions either with (CC) or without (WCC) common components. The results indicate that CC fractions are processed in a componential style, are affected by a whole number bias (WNB) and that performance in this block does not depend on the efficiency of attentional networks. By contrast, pairs of WCC fractions are processed in a holistic way, the WNB interacts with the numerical distance between fractions and performance in this block correlates with the efficiency of attentional orienting and executive control systems. Taken together, our findings show that the efficient selection of information and inhibitory control of intervening variables play an important role in processing fractions, particularly when the task requires the use of more holistic strategies to access the numerical magnitude of the fraction.

Keywords: executive functions; comparison of fractions; numerical cognition; whole number bias; attentional networks test

Resumen: En este estudio se indagó la relación entre la eficiencia de redes de alerta, orientación y control ejecutivo (función ejecutiva atencional) y el acceso a la magnitud numérica durante una tarea de comparación de fracciones con y sin componentes comunes (CC y SCC) en adultos. Los resultados indican que las fracciones CC son procesadas en un estilo componencial, son afectadas por el sesgo del número entero (SNE) y el rendimiento en este bloque no depende de la eficiencia de redes atencionales. Por el contrario, los pares de fracciones SCC son procesados de una forma holística, el SNE interactúa con la distancia numérica entre fracciones y el rendimiento en este bloque correlaciona con la eficiencia de los sistemas de orientación atencional y control ejecutivo. En su conjunto, nuestros hallazgos revelan

English version: pp. 1–13 / *Versión en español*: pp. 14–26

References / *Referencias*: pp. 26–28

Translated from Spanish / *Traducción del español*: Liza D'Arcy

Authors' Address / *Correspondencia con los autores*: Paulo Barraza, Centro de Investigación Avanzada en Educación, Periodista José Carrasco Tapia 75, Santiago 8330014, Chile. E-mail: paulo.barraza@ciae.uchile.cl

que la eficiente selección de información y control inhibitorio de variables intervinientes juegan un rol importante en el procesamiento de fracciones, particularmente cuando la tarea demanda el uso de estrategias más holísticas para acceder a la magnitud numérica de la fracción.

Palabras clave: funciones ejecutivas; comparación de fracciones; cognición numérica; sesgo del número entero; test de redes atencionales

Recent research shows that the processing of fractions is often problematic, not only for children and adolescents (Meert, Grégoire, & Noël, 2010; Van Hoof, Lijnen, Verschaffel, & Van Dooren, 2013), but also for educated adults and even expert mathematicians (Obersteiner, Van Dooren, Van Hoof, & Verschaffel, 2013; Vamvakoussi, Van Dooren, & Verschaffel, 2012). This problem can be explained in part by interference generated by the emergence of mathematical knowledge of natural numbers during tasks involving the processing of rational numbers such as fractions (Bonato, Fabbri, Carlo Umiltà, & Zorzi, 2007). The above is known as the ‘whole number bias’ effect (WNB) (Ni & Zhou, 2005), which is usually manifested by an increase in errors committed and/or longer reaction times in fraction comparison tasks when the numerical value of the components of the fraction is inconsistent with the numerical value of the fraction as a whole (e.g., inconsistent: $2/5$ vs. $2/8$; consistent: $1/7$ vs. $3/7$). In this regard, it has recently been suggested (DeWolf & Vosniadou, 2015) that the WNB could be interacting with what is called the numerical distance effect (Moyer & Landauer, 1967), which refers to reaction times and error rates negatively correlating with the numerical distance between two numbers. This numerical distance effect would be an index of access to a representation of the magnitude of numbers along a mental number line (Dehaene, 1997). A distance effect has also been reported in the case of the fractions (Zhang, Fang, Gabriel, & Szűcs, 2016).

So far, efforts have focused on understanding how mathematical knowledge associated with natural numbers hinders (and in other cases facilitates) operations with fractions. Although interesting, other equally relevant lines of research, such as the study of cognitive functions that are at the base of processing fractions, have not received enough attention (Blair, Knipe, & Gamson, 2008). Regarding the relationship between cognitive functions and numerical cognition, recent studies highlight the link between executive functions and general mathematical performance (Cragg & Gilmore, 2014; Gilmore, Keeble, Richardson, & Cragg, 2015). Executive functions consist of a set of higher cognitive skills involved in the generation of adaptive behaviours through reasoning, planning and efficient resolution of problems (Diamond, 2013; Hofmann, Schmeichel, & Baddeley, 2012). The central aspects of executive functions are working memory, cognitive flexibility and inhibitory control (Hofmann et al., 2012; Kolkman, Hoijtink, Kroesbergen, & Leseman, 2013).

Given that the processing of fractions is affected by the interference of irrelevant numerical information (whole number bias), it is promising to study the inhibitory control of interference to better understand this phenomenon. Interference control is a type of attentional inhibitory control that allows us to

selectively focus on a stimulus while we suppress irrelevant or distracting information (Diamond, 2013). Other attentional aspects that could potentially play an active role during the processing of fractions are the alerting mechanisms and the orienting system (Fan & Posner, 2004), which can facilitate the selection of relevant sensory information and redirection of attentional focus during the process of accessing the numerical magnitude of the fraction. To date, only one study (Gómez, Jiménez, Bobadilla, Reyes, & Dartnell, 2015) has reported results about the relationship between inhibitory capabilities and performance in processing fractions. Gómez et al. (2015) found an indirect relationship between inhibition (measured with a numerical Stroop task) and successes in a task comparing fractions, in children aged 10–12 years. Specifically, they reported that the relationship between inhibitory skills and successes when comparing fractions was mediated by general mathematical knowledge. To our knowledge, there are no studies exploring the relationship between the alert mechanism, orienting system and inhibitory control of interferences with the effect of whole number bias and accessing the numerical magnitude of fractions in adults.

The purpose of this study is to explore the relationship between the efficiency of alerting, orienting and executive control networks (Petersen & Posner, 2012; Posner & Petersen, 1990) with performance in a fraction comparison task. CC and WCC pairs of fractions were used (CC: $1/5$ vs. $1/9$ or $2/7$ vs. $4/7$; WCC: $5/9$ vs. $6/8$ or $3/7$ vs. $2/5$). To evaluate WNB, pairs of fractions were categorized as consistent or inconsistent depending on the consistency between the numerical value of their components and the numerical value of the fraction as a whole. We hypothesize that a more efficient executive control network will be associated with a lower error rate and shorter reaction times (RT) when comparing pairs of inconsistent fractions, this association being much greater in the case of WCC pairs of fractions. To test this hypothesis, an attentional networks test (ANT) (Fan, McCandliss, Sommer, Raz, & Posner, 2002) was used to evaluate the efficiency of three attentional mechanisms, namely: (i) the alerting network associated with maintaining states of readiness for action; (ii) orienting network, linked to the selection of sensory information and change of attentional focus; and (iii) executive control network, related to the suppression of irrelevant or distracting stimuli and top-down attention control. To analyse performance in fractions processing, we recorded the behavioural response of each participant while they performed a visual fraction comparison task. Pairs of CC and WCC fractions were presented in different blocks, in order to analyse the effect derived from the potential use of different cognitive strategies during the comparison of both types of pairs of fractions (Ischebeck, Schocke, & Delazer, 2009).

Method

Participants

Twenty-three university students from Santiago de Chile took part in a behavioural experiment. Three participants were excluded from further analysis given that they presented RT equal to or greater than two standard deviation points

above the group mean in the fraction task (Ratcliff, 1993). Data from the other 20 participants (15 males, age range: 19–31 years old, mean = 23.45 years old) were analysed. All participants were native Spanish speakers and right-handed, with normal hearing and normal or corrected to normal vision, and had no history of neurological and/or psychiatric illness. All participants gave their written informed consent before the experiment.

Task 1: ANT

Stimulus

Five horizontal black arrows were presented on an opaque grey background. The target stimulus was the central arrow. The arrows flanking the central arrow could be pointing in the same direction as the target stimulus (congruent condition) or in the opposite direction (incongruent condition), or they could be lines with no arrowheads (neutral condition). The row of arrows could appear above or below a fixation cross in the centre of the screen. Participants had to indicate which direction the central arrow pointed. To evaluate alertness and orientation, a visual cue (an asterisk) may appear before the arrows appear. To alert the participant, the asterisk appeared in the same position as the fixation cross (centre cue), or above and below the fixation cross (double cue). To orient them, the asterisk could appear either above or below the fixation cross (spatial cue). In the case that no visual cue was presented, the fixation cross was maintained (no cue) until the arrows appeared (Figure 1).

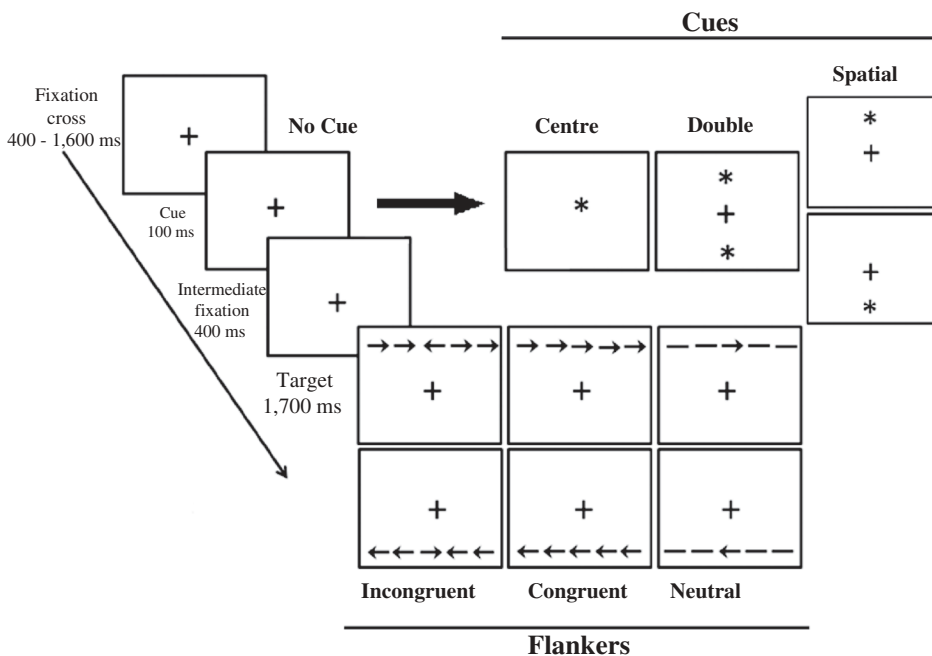


Figure 1. Attentional networks test.

Procedures

Before the experiment, participants read the instructions on how to perform the attentional task. An experimental session consisted of a block of 24 trials with feedback and three experimental blocks of 96 trials each without feedback. The trials were presented randomly. Each experimental trial began with a fixation cross in the centre of the screen with a variable duration of 400–1,600 ms; subsequent to that a visual cue would appear, or not, for 100 ms, followed by a brief fixation period of 400 ms. Finally, the row of five arrows was shown for 1,700 ms or until the participant answered. After this, a variable post-stimulus fixation period was presented, based on the duration of the first fixation period and Response Time (RT) (3,500 ms — [duration of the first fixation period — RT]) (Fan et al., 2002). At the end of this post-stimulus fixation period the next trial began.

Participants' task was to identify the direction the centre arrow was pointing (target stimulus) by pressing one of two response buttons. The presentation of stimuli and recording of behavioural responses was conducted using E-Prime 2.0 (Psychology Software Tools, Inc).

Data analysis

The calculation of the three attentional networks' efficiency was obtained as follows: alerting network = RT no cue — RT double cue, orienting network = RT centre cue — RT spatial cue, control network = RT incongruent — RT congruent (see Fan & Posner, 2004). The average RT, error rate and attentional networks scores were analysed with repeated measures ANOVA with two within-subjects factors, cue type (with four levels: neutral, centre, double and orienting) and flanker type (with three levels: neutral, congruent and incongruent). The alpha level was set at .05 for all tests and, when necessary, we applied the Greenhouse-Geisser correction.

Task 2: fractions comparison

Stimulus

We used 156 different pairs of fractions with single-digit numerators and denominators in a fraction comparison task. The resulting fractions were always proper fractions. The fractions were presented as two digits vertically separated by a horizontal line and displayed in opaque white on a black background. Each fraction measured 1.5 cm × 5.5 cm (width and height). Fractions were located at 2 cm to the left or right of the centre of the screen. The distance of the participants to the screen was 63 ± 3 cm.

As previously suggested (Ischebeck et al., 2009; Obersteiner et al., 2013), CC and WCC fractions were presented in different blocks to prevent the overlap of different cognitive strategies that usually accompany the processing of both types of pairs of fractions (Bonato et al., 2007; Sprute & Temple, 2011). Each block contained 78 pairs of fractions. Within each block, the order of presentation of fraction pairs was pseudo-random. The order of presentation of the blocks was

counterbalanced between the participants. To evaluate the effect of whole number bias (Ni & Zhou, 2005), the fractions could be consistent (e.g., CCcoh.: 2/7 compared to 4/7; WCCcoh.: 2/5 compared to 5/9), inconsistent (e.g., CCinc.: 1/5 compared to 1/8, WCCinc.: 4/7 compared to 3/5) or neutral (e.g., WCCneu.: 2/5 compared to 1/7) in regard to the consistency between the numerical value of the natural numbers that form the fraction and its numerical value. Given that there were no pairs of neutral CC fractions, for subsequent analyses only the consistent and inconsistent fractions of each experimental block were considered.

Procedures

Before the experiment, participants read the instructions on how to perform the comparison of fractions task. Each experimental trial began with the presentation of a fixation cross in the centre of the screen with a variable duration of 1,500–2,400 ms, followed by the visual display of a pair of fractions for 3,000 ms. During this period, the participant had to indicate which of the two fractions was greater by pressing one of two possible response buttons. The fractions remained on the screen for 3,000 ms or until the participant answered.

Data analysis

The error rate and average RT were analysed with repeated measures ANOVA with two within-subjects factors: component (with two levels: CC and WCC) and type of consistency (with two levels: consistent and inconsistent). To measure the relative contribution of the numerical distance between fractions and numerical distance between components of the fraction to the RT, a linear regression with log-scaled RT only for trials answered correctly was used, using the participants as a random factor. For a pair of fractions a/b and c/d , its distance was measured as $\text{abs}(a/b - c/d)$, while the distance between its components was quantified as $\text{abs}(a - c) + \text{abs}(b - d)$. The alpha level was set at .05 for all tests and when necessary we applied the Greenhouse-Geisser correction.

To evaluate the relationship between efficiency of attentional networks and behavioural performance during the fraction comparison task, a robust linear regression (Holland & Welsch, 1977) was conducted using the scores of the three attentional networks as predictors and the RTs associated with different conditions in the fractions task as a dependent variable. Compared to the standard linear regression analysis, the analysis of robust linear regression uses a bi-quadratic weighting function so that the influence of data that deviate from the expected line is reduced. In addition, the robust fit is less affected by extreme values (Hampel, Ronchetti, Rousseeuw, & Stahel, 2011; Holland & Welsch, 1977). For this analysis the MATLAB™ *robustfit.m* (Mathworks, Natick, USA) was used with default parameters.

Results

ANT

Behavioural results

The results of the reaction times are shown in Figure 2 (a). Global RT was 462 ms ($SD = 49.58$ ms). A 4×3 ANOVA showed that the type of cue ($F(3, 57) = 114.231$, $p < .0001$, $\eta^2 p = .857$), flanker type ($F(3, 57) = 114.231$, $p < .0001$, $\eta^2 p = .857$), and the interaction between cue and flanker ($F(6, 114) = 8.349$, $p < .0001$, $\eta^2 p = .305$) were significant.

The results of the error rate are shown in Figure 2 (b). The overall error rate was 2.4% ($SD = 1.64\%$). A 4×3 ANOVA showed that the type of cue ($F(3, 57) = 8.178$, $p < .0001$, $\eta^2 p = .301$), flanker type ($F(2, 38) = 27.369$, $p < .0001$, $\eta^2 p = .590$), and the interaction between cue and flanker ($F(6, 114) = 86.615$, $p < .0001$, $\eta^2 p = .258$) were significant.

Efficiency of attentional networks

The scores of each network expressed as the difference between reaction times (ΔRT) are shown in Figure 2 (c). The scores of the alerting, orienting and control networks were 35.76 ms ($SD = 20.34$ ms), 45.4 ms ($SD = 20.78$ ms) and 90.31 ms ($SD = 20.59$ ms) respectively. The scores from the three attentional networks were

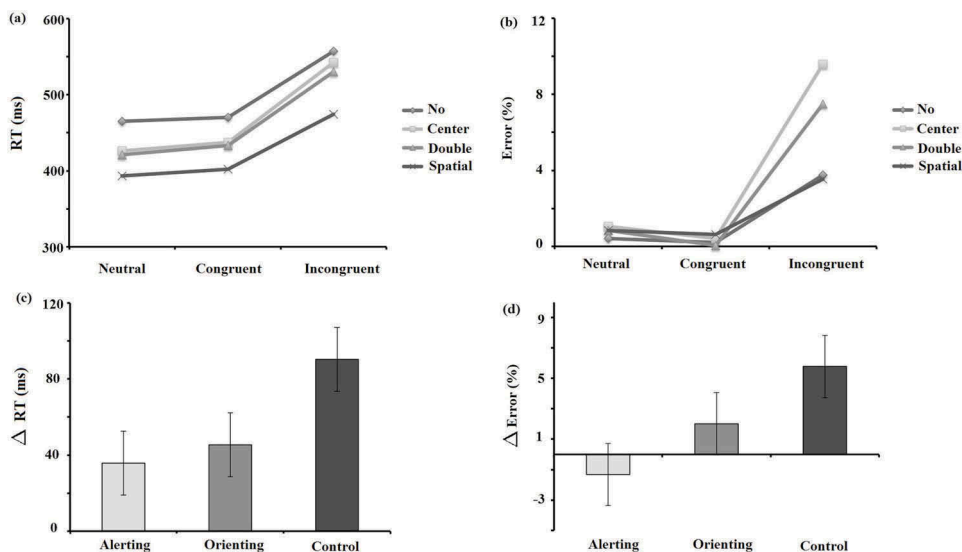


Figure 2. Efficiency of attentional networks. (a) Average RT of correct trials as a function of cue and flanker conditions. (b) Error rate for each condition. (c) Efficiency of attentional networks expressed in difference of RTs. (d) Efficiency of attentional networks expressed in difference of error rate. The error bars represent ± 2 standard errors.

significant (alerting: $F(1, 19) = 61.786, p < .0001, \eta^2p = .765$; orienting: $F(1, 19) = 95.390, p < .0001, \eta^2p = .834$; control: $F(1, 19) = 384.834, p < .0001, \eta^2p = .953$). No significant correlations between the attentional networks scores were observed.

The difference in error rates (ΔER) for each attentional network is shown in Figure 2 (d). The ΔER for alerting, orienting and control was -1.31% ($SD = 1.88\%$), 2.01% ($SD = 3.03\%$) and 5.78% ($SD = 4.71\%$) respectively. The scores from the three attentional networks were significant (alerting: $F(1, 19) = 9.814, p = .005, \eta^2p = .341$; orienting: $F(1, 19) = 8.785, p = .008, \eta^2p = .316$; control: $F(1, 19) = 30.094, p < .0001, \eta^2p = .613$). A significant correlation between the ΔER for orienting and control networks ($r_s(19) = .838, p < .0001$) was observed.

Comparing fractions

Behavioural results

The error rate in the CC block was 7.31% with an average RT of $1,653.03$ ms, while for the WCC block it was 16.86% with an average RT of $2,340.88$ ms. Both the error rate ($F(1, 19) = 10.385, p = .004, \eta^2p = .353$) and the RT ($F(1, 19) = 13.706, p = .002, \eta^2p = .419$) were significantly different between blocks. The results of RT and error rate (by block and type of consistency) are shown in Figure 3. The RT average in the consistent CC condition was $1,501.06$ ms with an error rate of 4.6% , while for the inconsistent CC condition it was $1,817.49$ ms with an error rate of 10.35% . The RT average for the consistent WCC condition was $2,620.14$ ms with an error rate of 28.15% , while for the inconsistent WCC the RT average was $2,540.14$ ms with an error rate of 18.95% . A 2×2 ANOVA revealed that for both the error rate and the RTs, the components factor (%Error: $F(1, 19) = 19.887, p < .0001, \eta^2p = .511$; RT: $F(1, 19) = 16.038, p = .001, \eta^2p = .458$) and the interaction between components and type of consistency (%Error: $F(1, 19) = 4.916, p = .039, \eta^2p = .206$; RT: $F(1, 19) = 7.364, p = .014$,

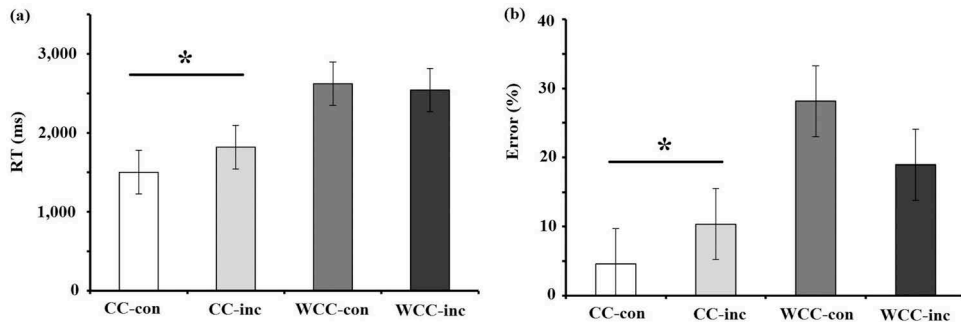


Figure 3. Comparison of CC fractions and WCC. (a) Average RT of correct trials as a function of the block and consistency type conditions. (b) Error rate for each condition. The error bars represent ± 2 standard errors. The asterisks show significant differences between conditions ($p < .05$). .

$\eta^2p = .279$) were significant. The interaction analysis revealed that the differences in error rate and RT are only seen in the comparison between consistent CC and inconsistent CC (%Error: $F(1, 19) = 14.647, p = .001, \eta^2p = 0.435$; RT: $F(1, 19) = 22.623, p < .0001, \eta^2p = .544$) and not between consistent WCC and inconsistent WCC (%Error: $F(1, 19) = 2.492, p = .131, \eta^2p = .116$; RT: $F(1, 19) = 0.410, p = .530, \eta^2p = .021$) (Figure 3).

To analyse possible interactions between the numerical distance between fractions and the WNB, the CC and WCC blocks were divided into pairs of fractions with close and far distance. The median of the distance of all pairs of fractions (0.22) was used to group together the fractions into close and far distance. On average, the close distance between CC fractions was 0.14 and between WCC fractions was 0.13. In the case of far distance, it was 0.42 for pairs of CC fractions and 0.24 for pairs of WCC fractions. The results are shown in Figure 4. For reaction times, it was found that the difference between consistent CC conditions and inconsistent CC conditions, both in close ($t(760) = -4.940, p < .0001$) and far distance ($t(682) = -5.372, p < .0001$), was significant. In the case of the error rate, it was found that both the difference between consistent CC conditions and inconsistent CC conditions ($t(838) = -2.982, p = .003$), and between consistent WCC conditions and inconsistent WCC conditions ($t(838) = 5.092, p < .0001$) were significant only when the distance between pairs was close.

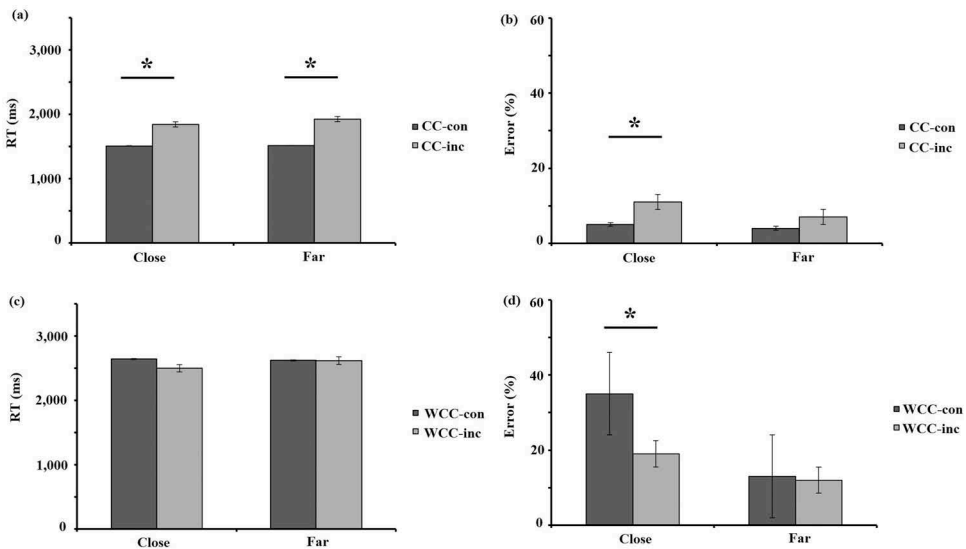


Figure 4. Distance effect. (a) Average RT of correct trials in the CC block as a function of the distance and consistency type conditions. (b) Error rate for each condition in block CC. (c) Average RT of correct trials in the WCC block as a function of the distance and consistency type conditions. (d) Error rate for each condition in WCC block. The error bars represent ± 2 standard errors. The asterisks show significant differences between conditions ($p < .05$). .

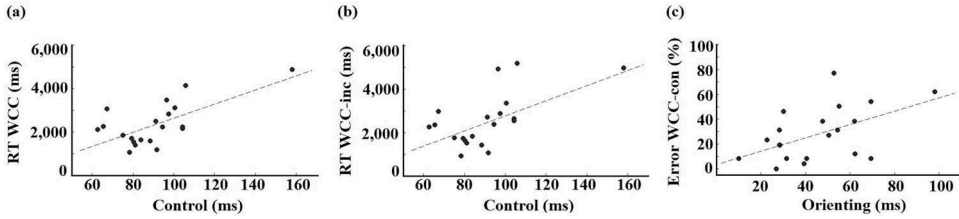


Figure 5. Relationship between efficiency of attentional networks and performance in the fraction comparison task. (a) Relationship between the efficiency of the executive control network and reaction times in the WCC block. (b) Relationship between the efficiency of the executive control network and reaction times in the WCC-inc block. (c) Relationship between the efficiency of the orienting network and error rates in the WCC-con block.

To evaluate the use of different strategies in CC and WCC blocks, we measured the relative contribution of the numerical distance between components of the fractions and the magnitude of the fraction in performance during comparison of fractions. A likelihood ratio test showed that the numerical distance between the components of the fractions explained important part of variance only in the CC condition (CC: $X^2(1) = 3.01$, $p = .08$; SCC: $X^2(1) = 0.02$, $p = .86$), while the numerical distance between fractions significantly improved the fit only for the WCC condition (CC: $X^2(1) = 0.74$, $p = .38$; WCC: $X^2(1) = 37.004$, $p < .0001$).

Regression analysis

The results are shown in Figure 5. A robust regression analysis showed that the efficiency of the executive control network predicts reaction times in the WCC block ($t(16) = 3.747$, $p = .001$). Grouping the results of the WCC block according to the type of consistency, it was found that the efficiency of the executive control network predicts reaction times particularly in the inconsistent WCC condition ($t(16) = 3.247$, $p = .005$), while the efficiency of attentional orienting network predicts the error rate in the consistent WCC condition ($t(16) = 2.198$, $p = .043$).

Discussion

The main objective of this study was to investigate the relationship between attentional networks and the processing of pairs of fractions with and without common components. We found that pairs of CC fractions are processed preferentially in a componential style (comparison based on numerators and denominators) and are affected by the WNB, and their processing seems not to depend on the efficiency of attentional networks. In contrast, the pairs of WCC fractions are processed in a holistic manner (comparison based on the numerical magnitude of fractions), the WNB interacts with numerical distance between fractions, and their processing relates to the efficiency of attentional orienting and executive control

networks. Below we discuss our main findings and their implications in more detail.

Cognitive strategies

Behavioural data indicate that the processing of CC fractions involves the use of componential strategies, while processing pairs of WCC fractions uses holistic strategies. Componential strategies consider only the numerators and denominators to resolve the task and their use is favoured when the fractions that are being compared share common components (Meert, Grégoire, & Noël, 2009). Holistic processing strategies involve processing the fraction as a whole and are preferably used when the fractions being compared do not have common components (Schneider & Siegler, 2010). Although both strategies may be useful to determine which fraction is greater, only the holistic strategy involves access to the numerical magnitude of fractions to solve the task. Our results derived from the analysis of reaction times and error rate show that the processing of CC fractions is faster and more successful, compared with the processing of WCC fractions, which would indicate that componential processing seems to require less cognitive effort than holistic processing (Obersteiner et al., 2013). From a neurocognitive perspective (Barraza Gómez, Oyarzun, & Dartnell, 2014), it has been suggested that the use of more cognitive resources to access the numerical magnitude of the fraction via holistic processing requires large-scale coordination of distant neuronal assemblies for the formation of a global workspace (Dehaene, Kerszberg, & Changeux, 1998), while the componential resolution of the problem only activates some of the modules of the global workspace, which can operate autonomously without the need for a strong interaction between them.

Whole number bias and distance effect

The results reveal a differential WNB effect between pairs of CC and WCC fractions. In the case of CC fractions, the WNB manifested in the expected direction given that greater reaction times and percentage of error are observed for inconsistent CC fractions than for consistent CC fractions. This suggests that the resolution of a problem includes thinking that ‘the greater the numerical value of the components, the greater the numerical value of the fraction’. For pairs of WCC fractions the WHB showed an opposite trend to what was expected; that is, the consistent WCC fractions had greater reaction times and error rates than inconsistent WCC fractions. Although at first glance this result seems counter-intuitive, it has been previously explained (DeWolf & Vosniadou, 2015; Fazio, DeWolf, & Siegler, 2016) as a way of solving fraction comparison by thinking that the size of the denominator is conversely related to the numerical value of the fraction; in other words, ‘the greater the numerical value of the denominator, the smaller the numerical value of the fraction’.

Recently it has been suggested (DeWolf & Vosniadou, 2015) that the WNB may be interacting with the numerical distance effect when comparing fractions.

The analysis of pairs of CC fractions with close and far distance shows that the difference in reaction time between inconsistent CC fractions and consistent CC fractions is preserved regardless of the numerical distance between fractions, but not in the case of error rate since, even when the difference between inconsistent CC and consistent CC is maintained, the WNB effect is most significant in pairs of CC fractions with close distance, which tends to decrease between pairs of CC fractions with far distance. In the case of pairs of WCC fractions, for both close and far distance, no differences in reaction times between consistent and inconsistent WCC fractions were observed. Along with the above, it was observed that the average RT for WCC was much higher than for the CC condition. As for the error rate for WCC fractions, this varied in relation to the numerical distance, with a significant difference between consistent WCC and inconsistent WCC with close distance, and a considerable decrease in the difference between consistent and inconsistent pairs of WCC fractions with far distance. Our results show that for CC fractions, the RTs are a clear indicator of WNB, while the error rate shows the effect of numerical distance. Conversely, for pairs of WCC fractions, the RTs seem to reveal the use of more cognitive resources to solve the task, while the error rate shows a WNB effect only when the WCC fractions to be compared have a close distance.

Attentional networks and processing of fractions

Our experimental findings show that performance in the fraction comparison task with common components, whether they are consistent or inconsistent, is not related to the efficiency of the attentional networks evaluated. This result could be associated with the idea that componential processing is a more intuitive, faster and less conscious processing type (Obersteiner et al., 2013; Vamvakoussi et al., 2012), so the use of attentional resources would not be necessary for resolution of the task.

In the case of pairs of fractions without common components, we find that performance for this task is related to the efficiency of two attentional networks, namely the executive control network and the attentional orienting network. Executive control is an attentional component of executive functions that participates in the management of irrelevant information (Fan & Posner, 2004; Petersen & Posner, 2012) and the monitoring and resolution of cognitive conflicts (Rothbart, Sheese, & Posner, 2007). The attentional orienting network participates in the selection of specific information between multiple stimuli, and the engagement, disengagement or redirection of attention (Fan & Posner, 2004; Petersen & Posner, 2012). Our results show that the efficiency of the executive control network predicts reaction times for WCC fractions, which, when analysed with the findings presented above, allow us to suggest the active role of the executive control of attention when accessing the numerical magnitude of the fraction. Thus, it is suggested that access to the magnitude of the fraction is a conscious process, which requires both the ability to maintain information in the working memory for subsequent integration (Barraza et al., 2014; DeWolf & Vosniadou, 2015) and

effective executive control for managing irrelevant information that could interfere with this task. This would be in line with the proposal made by Diamond (2013), whose model of executive functions outlines a relationship of mutual determination between the working memory and inhibitory control. In regard to our results that show how the efficiency of attentional orienting network predicts the error rate when comparing pairs of WCC fractions, we suggest that this network reveals the cognitive flexibility of the subject to redirect their attention towards different sources of information (componential-holistic) when the task becomes more complex. Alternatively, this result could indicate that the number of errors made during the task with WCC fractions is related to the ability of the subject to benefit from visual cues to respond. Future experiments should directly address these interpretations.

In summary, the results of our study reveal how basic cognitive processes such as executive control and attentional orienting interact moment to moment with mathematical knowledge during processing of fractions, and in particular when the difficulty of the task demands access to fractions as a whole for the representation of their numerical magnitudes. This finding shows the importance of taking into account not only skills in mathematics, but also the executive and attentional functions during processing of complex fractions. As has been previously proposed for general mathematical knowledge (Blair et al., 2008), it is suggested that the relationship between cognitive functions and skills in mathematics could be further researched in the context of learning fractions at school.

El rol de las redes atencionales en el acceso a la magnitud numérica de fracciones en adultos

Recientes investigaciones muestran que el procesamiento de fracciones suele ser problemático no solo para niños y adolescentes (Meert, Grégoire, & Noël, 2010; Van Hoof, Lijnen, Verschaffel, & Van Dooren, 2013), sino también para adultos educados e incluso matemáticos expertos (Obersteiner, Van Dooren, Van Hoof, & Verschaffel, 2013; Vamvakoussi, Van Dooren, & Verschaffel, 2012). Este problema se explicaría en parte por la interferencia que genera la emergencia del conocimiento matemático de los números naturales durante tareas que implican el procesamiento de números racionales como las fracciones (Bonato, Fabbri, Carlo Umiltà, & Zorzi, 2007). A lo anterior se le denomina el efecto del ‘sesgo del número entero’ (SNE) (Ni & Zhou, 2005), el cual se manifiesta generalmente en un aumento en la comisión de errores y/o mayores tiempos de reacción en tareas de comparación de fracciones, cuando el valor numérico de los componentes de la fracción es incongruente con el valor numérico de la fracción como un todo (e.g., incongruente: $2/5$ vs. $2/8$; congruente: $1/7$ vs. $3/7$). Al respecto, se ha propuesto recientemente (DeWolf & Vosniadou, 2015) que el SNE podría estar interactuando con lo que se denomina el efecto de distancia numérica (Moyer & Landauer, 1967), el cual refiere al hecho que los tiempos de reacción y el porcentaje de error correlacionan negativamente con la distancia numérica entre dos números. Este efecto de distancia entre números sería indicativo del acceso a una representación de la magnitud de los números en una línea numérica mental (Dehaene, 1997). En el caso de las fracciones también se ha reportado un efecto de distancia (Zhang, Fang, Gabriel, & Szűcs, 2016).

Hasta ahora los esfuerzos se han concentrado en entender el modo en que el conocimiento matemático asociado a números naturales obstaculiza (y en otros casos facilita) las operaciones con fracciones. Aun cuando interesante, otras líneas de investigación igualmente relevantes, como el estudio de las funciones cognitivas que se encuentran a la base del procesamiento de fracciones, no han recibido suficiente atención (Blair, Knipe, & Gamson, 2008). En cuanto a la relación entre funciones cognitivas y cognición numérica, recientes estudios destacan el vínculo entre las funciones ejecutivas y el rendimiento matemático general (Cragg & Gilmore, 2014; Gilmore, Keeble, Richardson, & Cragg, 2015). Las funciones ejecutivas dan cuenta de un conjunto de habilidades cognitivas superiores que participan en la generación de conductas adaptativas, vía razonamiento, resolución y planificación eficiente de problemas (Diamond, 2013; Hofmann, Schmeichel, & Baddeley, 2012). Los aspectos centrales de las funciones ejecutivas son la

memoria de trabajo, la flexibilidad cognitiva y el control inhibitorio (Hofmann et al., 2012; Kolkman, Hoijtink, Kroesbergen, & Leseman, 2013).

Dado que el procesamiento de fracciones se ve afectado por la interferencia de información numérica irrelevante (sesgo del número entero), resulta promisorio el estudio del control inhibitorio de interferencias para comprender mejor este fenómeno. El control de interferencias es un tipo de control inhibitorio atencional que nos permite enfocarnos selectivamente en un estímulo mientras suprimimos información irrelevante o distractora (Diamond, 2013). Otros aspectos atencionales que pudieran potencialmente tener un rol activo durante el procesamiento de fracciones son el mecanismo de alerta y el sistema de orientación (Fan & Posner, 2004) los cuales facilitarían la selección de información sensorial relevante y la redirección del foco atencional durante el acceso a la magnitud numérica de la fracción. A la fecha, solo un estudio (Gómez, Jiménez, Bobadilla, Reyes, & Dartnell, 2015) ha reportado resultados acerca de la relación entre capacidades inhibitorias y rendimiento en procesamiento de fracciones. Gómez et al. (2015) encontró una relación indirecta entre inhibición (medida con una tarea de Stroop numérico) y aciertos en una tarea de comparación de fracciones, en niños entre 10–12 años. Específicamente, se reporta que la relación entre habilidades inhibitorias y aciertos al comprar fracciones estaba mediada por el conocimiento matemático general. Según nuestro conocimiento, no existen estudios que indaguen acerca de la relación entre mecanismo de alerta, sistema de orientación y control inhibitorio de interferencias, con el efecto del sesgo del número entero y el acceso a la magnitud numérica de fracciones en adultos.

El propósito del presente estudio es explorar la relación entre la eficiencia de las redes atencionales de alerta, orientación y control inhibitorio ejecutivo (Petersen & Posner, 2012; Posner & Petersen, 1990) con el rendimiento en una tarea de comparación de fracciones. Se usaron pares de fracciones con y sin componentes comunes (CC: $1/5$ vs. $1/9$ o $2/7$ vs. $4/7$; SCC: $5/9$ vs. $6/8$ o $3/7$ vs. $2/5$). Para evaluar el SNE, los pares de fracciones se catalogaron como congruentes o incongruentes según la consistencia entre el valor numérico de sus componentes y el valor numérico de la fracción como un todo. Se hipotetizó que una red de control ejecutivo más eficiente se asocia con un menor porcentaje de error y menores tiempos de reacción (TR) durante la comparación de pares de fracciones incongruentes, siendo esta asociación mucho mayor en el caso de pares de fracciones SCC. Para testear esta hipótesis, se usó un test de redes atencionales (ANT sigla en inglés) (Fan, McCandliss, Sommer, Raz, & Posner, 2002) para evaluar la eficiencia de tres mecanismos atencionales, a saber: (i) la red de alerta, asociada con la mantención de estados de preparación para la acción; (ii) la red de orientación, vinculada con la selección de información sensorial y cambio de foco atencional; y (iii) la red de control ejecutivo, relacionada con la inhibición de estímulos irrelevantes o distractores y el control top-down de la atención. Para analizar el rendimiento en el procesamiento de fracciones, nosotros registramos la respuesta conductual de sujetos mientras realizan una tarea de comparación de fracciones visual. Los pares de fracciones CC y SCC fueron presentados en bloques diferentes para analizar el efecto derivado del potencial uso de diferentes

estrategias cognitivas durante la comparación de ambos tipos de pares de fracciones (Ischebeck, Schocke, & Delazer, 2009).

Método

Participantes

Veintitrés estudiantes universitarios de Santiago de Chile participaron en un experimento conductual. Tres sujetos fueron excluidos de análisis posteriores dado que presentaron TR iguales o mayores a dos desviaciones estándar por sobre la media del grupo en la tarea de fracciones (Ratcliff, 1993). Los datos de los otros 20 sujetos (15 hombres, rango de edad: 19–31 años, media = 23.45 años) fueron analizados. Todos eran hablantes nativos de Español, diestros, con audición normal y visión normal o corregida, sin historial de enfermedades neurológicas o psiquiátricas. Todos los participantes dieron su consentimiento informado escrito antes del experimento.

Tarea 1: ANT

Estímulo

Se presentan cinco flechas negras horizontales sobre un fondo gris opaco. El estímulo objetivo es la flecha central. Las flechas que flanquean a la flecha central pueden estar apuntando en la misma dirección que el estímulo objetivo (condición congruente), hacia el lado opuesto (condición incongruente), o ser solo líneas sin punta de flecha (condición neutral). La fila de flechas podía aparecer por sobre o debajo de una cruz de fijación ubicada en el centro de la pantalla. Los participantes tenían que indicar la dirección en la que apuntaba la flecha central. Para evaluar el estado de alerta y orientación, antes de la aparición de las flechas podía aparecer o no una clave visual (un asterisco). Para alertar al sujeto el asterisco aparecía en la misma posición que la cruz de fijación (clave central), o arriba y abajo de la cruz de fijación (doble clave). Para orientarlo, el asterisco podía aparecer o bien arriba o debajo de la cruz de fijación (clave espacial). En el caso de no presentar clave visual solo se mantenía la cruz de fijación (sin clave) hasta que aparecieran las flechas (Figura 1).

Procedimientos

Antes del experimento, los participantes leyeron las instrucciones para rendir la tarea atencional. Una sesión experimental estaba compuesta por un bloque de práctica de 24 ensayos con retroalimentación, y tres bloques experimentales de 96 ensayos cada uno sin retroalimentación. Los ensayos eran presentados de forma aleatoria. Cada ensayo experimental comenzaba con una cruz de fijación en el centro de la pantalla con una duración variable entre 400–1,600 ms, luego aparecía o no una clave visual durante 100 ms, seguido de un breve período de fijación de 400 ms. Finalmente, se presentaba la fila de cinco flechas durante 1,700 ms o hasta que el participante conteste. Luego de esto se presenta un

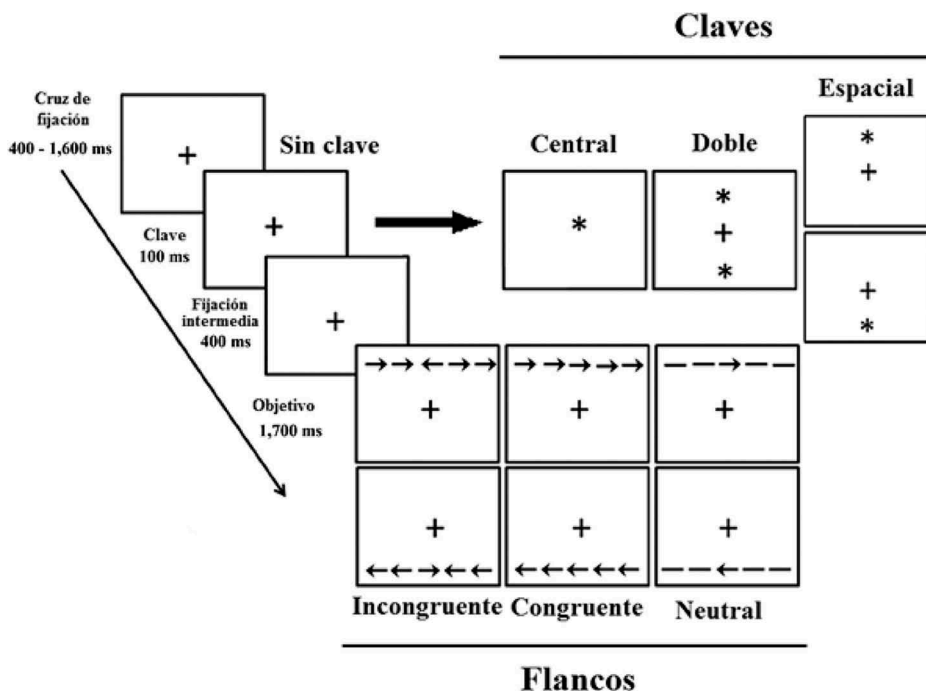


Figura 1. Test de redes atencionales.

período de fijación post-estímulo variable, basado en la duración del primer período de fijación y el Tiempo de Respuesta (TR) (3,500 ms — [duración del primero período de fijación — TR]) (Fan et al., 2002). Al término de este período de fijación post-estímulo comenzaba el siguiente ensayo.

La tarea de los participantes era identificar la dirección a la que apuntaba la flecha central (estímulo objetivo) presionando uno de dos posibles botones de respuesta. La presentación de los estímulos y el registro de respuestas conductuales se llevó a cabo usando el software E-Prime 2.0 (Psychology Software Tools, Inc).

Análisis de datos

El cálculo de eficiencia de las tres redes atencionales se obtuvo de la siguiente manera: red de alerta = TR sin clave — TR doble clave, red de orientación = TR clave central — TR clave espacial, red de control = TR incongruente — TR congruente (ver Fan & Posner, 2004). La media de los TR, porcentaje de error y puntaje de redes atencionales fue analizado con ANOVA de medidas repetidas con dos factores intra-sujetos, uno denominado tipo de clave (con cuatro niveles: neutral, central, doble y orientación) y otro denominado tipo de flaqueo (con tres niveles: neutral, congruente e incongruente). El nivel de alfa fue fijado al .05 para todos los test y cuando fuera necesario, aplicamos corrección Greenhouse-Geisser.

Tarea 2: comparación de fracciones

Estímulo

Se usaron 156 pares diferentes de fracciones, con numerador y denominador de un dígito, en una tarea de comparación de fracciones. Las fracciones resultantes siempre fueron propias. Las fracciones fueron presentadas como dos dígitos en posición vertical separados por una línea horizontal y desplegadas en color blanco opaco sobre un fondo negro. Cada fracción medía $1.5\text{ cm} \times 5.5\text{ cm}$ (ancho y alto). Las fracciones se localizaban a 2 cm a la izquierda o a la derecha del centro de la pantalla. La distancia de los sujetos a la pantalla fue de $63 \pm 3\text{ cm}$.

Como se ha sugerido previamente (Ischebeck et al., 2009; Obersteiner et al., 2013) las fracciones CC y SCC fueron presentadas en bloques distintos para evitar el cruce de distintas estrategias cognitivas que habitualmente acompañan el procesamiento de ambos tipos de pares de fracciones (Bonato et al., 2007; Sprute & Temple, 2011). Cada bloque contenía 78 pares de fracciones. Dentro de cada bloque el orden de presentación de los pares de fracciones fue cuasi-aleatorio. El orden de presentación de los bloques fue contrabalanceado entre los sujetos. Para evaluar el efecto del sesgo del número entero (Ni & Zhou, 2005), las fracciones podían ser congruentes (e.g., CCcon: $2/7$ vs. $4/7$; SCCcon: $2/5$ vs. $5/9$), incongruentes (e.g., CCinc: $1/5$ vs. $1/8$, SCCinc: $4/7$ vs. $3/5$) o neutrales (e.g., SCCneu: $2/5$ vs. $1/7$) en cuanto a la consistencia entre el valor numérico de los números naturales que componen la fracción y el valor numérico de ésta. Dado que no existen pares de fracciones neutrales en la condición CC, para los análisis posteriores solo se consideraron las fracciones congruentes e incongruentes de cada bloque experimental.

Procedimientos

Antes del experimento, los participantes leyeron las instrucciones para rendir la tarea de comparación de fracciones. Cada ensayo experimental comenzó con la presentación de una cruz de fijación en el centro de la pantalla con una duración variable entre 1,500–2,400 ms, seguido por la presentación visual de un par de fracciones por 3,000 ms. Durante este periodo, el sujeto debía indicar cuál de las dos fracciones era mayor presionando uno de dos posibles botones de respuesta. Las fracciones permanecían en la pantalla por 3,000 ms o hasta que el sujeto contestaba.

Análisis de datos

El porcentaje de error y TR promedio fue analizado con ANOVA de medidas repetidas con dos factores intra-sujetos, uno denominado componente (con dos niveles: CC y SCC) y otro denominado tipo de congruencia (con dos niveles: congruente e incongruente). Para medir la contribución relativa de la distancia numérica entre fracciones y de la distancia numérica entre componentes de la fracción a los TR, se usó una regresión lineal con tiempos de respuestas log-escalados solo para los ensayos contestados correctamente, considerando a los

participantes como un factor aleatorio. Para un par de fracciones a/b y c/d , su distancia fue medida como $\text{abs}(a/b - c/d)$, mientras que la distancia entre sus componentes fue cuantificada como $\text{abs}(a - c) + \text{abs}(b - d)$. El nivel de alfa fue fijado a .05 para todos los test y cuando fuera necesario, aplicamos corrección Greenhouse-Geisser.

Para evaluar la relación entre eficiencia de redes atencionales y el rendimiento conductual durante la tarea de comparación de fracciones, se realizó una regresión lineal robusta (Holland & Welsch, 1977) usando los puntajes de las tres redes atencionales como predictores y los TRs asociados a las diferentes condiciones en la tarea de fracciones como variable dependiente. Comparado a los análisis de regresión lineal estándar, el análisis de regresión lineal robusta usa una función de ponderación bicuadrada de modo que los datos que se apartan de la línea esperada reducen su influencia. Además, el ajuste robusto se ve menos afectados por valores extremos (Hampel, Ronchetti, Rousseeuw, & Stahel, 2011; Holland & Welsch, 1977). Para este análisis se utilizó la función *robustfit.m.* de MATLAB™ (Mathworks, Natick, USA) con sus parámetros por defecto.

Resultados

ANT

Resultados conductuales

Los resultados de tiempos de reacción son mostrados en la [Figura 2\(a\)](#). El TR global fue de 462 ms ($DS = 49.58$ ms). Un ANOVA 4×3 mostró que los factores tipo de clave ($F(3, 57) = 114.231, p < .0001, \eta^2 p = .857$), tipo de flanqueo ($F(2, 38) = 369.884, p < .0001, \eta^2 p = .951$), y la interacción entre clave y flanqueo ($F(6, 114) = 8.349, p < .0001, \eta^2 p = .305$) fueron significativos.

Los resultados de porcentaje de error son mostrados en la [Figura 2\(b\)](#). El porcentaje de error global fue de 2.4% ($DS = 1.64\%$). Un ANOVA 4×3 mostró que los factores tipo de clave ($F(3, 57) = 8.178, p < .0001, \eta^2 p = .301$), tipo de flanqueo ($F(2, 38) = 27.369, p < .0001, \eta^2 p = .590$), y la interacción entre clave y flanqueo ($F(6, 114) = 86.615, p < .0001, \eta^2 p = .258$) fueron significativos.

Eficiencia de redes atencionales

El puntaje de cada red expresada como la diferencia entre tiempos de reacción (ΔTR) son mostradas en la [Figura 2\(c\)](#). Los puntajes de la red de alerta, orientación y control fueron 35.76 ms ($DS = 20.34$ ms), 45.4 ms ($DS = 20.78$ ms), y 90.31 ms ($DS = 20.59$ ms) respectivamente. Los puntajes de las tres redes atencionales fueron significativos (alerta: $F(1, 19) = 61.786, p < .0001, \eta^2 p = .765$; orientación: $F(1, 19) = 95.390, p < .0001, \eta^2 p = .834$; control: $F(1, 19) = 384.834, p < .0001, \eta^2 p = .953$). No se observaron correlaciones significativas entre los puntajes de las redes atencionales.

La diferencia en los porcentajes de error (ΔER) para cada red atencional se muestran en la [Figura 2\(d\)](#). El ΔER de las redes de alerta, orientación y control fue -1.31% ($DS = 1.88\%$), 2.01% ($DS = 3.03\%$), y 5.78% ($DS = 4.71\%$)

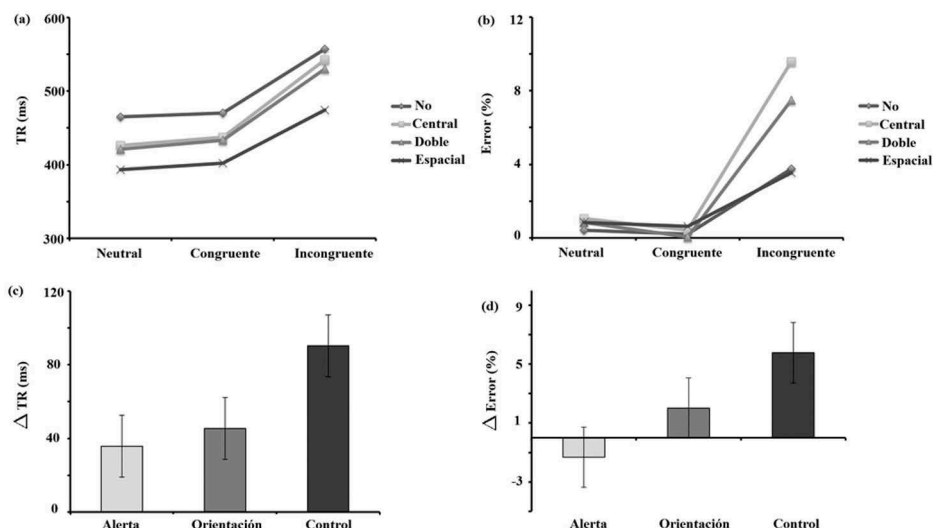


Figura 2. Eficiencia de redes atencionales. (a) TR Promedio de los ensayos correctos como una función de las condiciones clave y flanqueo. (b) Porcentaje de error para cada condición. (c) Eficiencia de redes atencionales expresada en diferencia de TRs. (d) Eficiencia de redes atencionales expresada en diferencia de porcentaje de error. Las barras de error representan ± 2 errores estándar.

respectivamente. Los puntajes de las tres redes atencionales fueron significativos (alerta: $F(1, 19) = 9.814$, $p = .005$, $\eta^2 p = .341$; orientación: $F(1, 19) = 8.785$, $p = .008$, $\eta^2 p = .316$; control: $F(1, 19) = 30.094$, $p < .0001$, $\eta^2 p = .613$). Se observó una correlación significativa entre los ΔER de la red de orientación y la red de control ($r_s(19) = .838$, $p < .0001$).

Comparación de fracciones

Resultados conductuales

El porcentaje de error en el bloque CC fue de 7.31% con un TR promedio de 1,653.03 ms, mientras que en el bloque SCC fue de 16.86% con un TR promedio de 2,340.88 ms. Tanto el porcentaje de error ($F(1, 19) = 10.385$, $p = .004$, $\eta^2 p = .353$) como los TR ($F(1, 19) = 13.706$, $p = .002$, $\eta^2 p = .419$) fueron significativamente diferentes entre bloques. Los resultados de TR y porcentaje de error (por bloque y tipo de congruencia) se muestran en la Figura 3. El TR promedio en la condición CC congruente fue de 1,501.06 ms con un porcentaje de error de 4.6%, mientras que en la condición CC incongruente fue de 1,817.49 ms con un porcentaje de error de 10.35%. Para la condición SCC congruente el TR promedio fue de 2,620.14 ms con un porcentaje de error de 28.15%, mientras que para SCC incongruente el TR promedio fue de 2,540.14 ms con un porcentaje de error de 18.95%. Un ANOVA 2×2 reveló que tanto para el porcentaje de error como para los TRs, el factor componentes (%Error: $F(1, 19) = 19.887$, $p < .0001$, $\eta^2 p = .511$; TR: $F(1, 19) = 16.038$, $p = .001$,

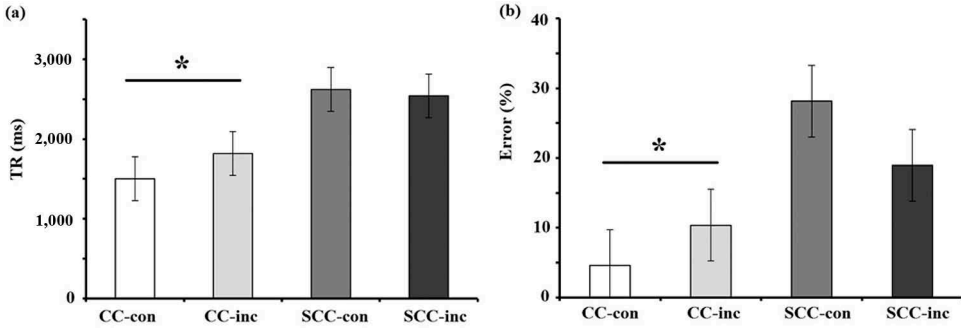


Figura 3. Comparación de fracciones CC y SCC. (a) TR Promedio de los ensayos correctos como una función de las condiciones bloque y tipo de congruencia. (b) Porcentaje de error para cada condición. Las barras de error representan ± 2 errores estándar. Los asteriscos muestran diferencias significativas entre condiciones ($p < .05$).

$\eta^2 p = .458$) y la interacción entre componentes y tipo de congruencia (%Error: $F(1, 19) = 4.916$, $p = .039$, $\eta^2 p = .206$; TR: $F(1, 19) = 7.364$, $p = .014$, $\eta^2 p = .279$) fueron significativos. El análisis de la interacción revela que las diferencias en porcentaje de error y TRs solo se observan en la comparación entre CC congruente y CC incongruente (%Error: $F(1, 19) = 14.647$, $p = .001$, $\eta^2 p = .435$; TR: $F(1, 19) = 22.623$, $p < .0001$, $\eta^2 p = .544$) y no entre SCC congruente y SCC incongruente (%Error: $F(1, 19) = 2.492$, $p = .131$, $\eta^2 p = .116$; TR: $F(1, 19) = 0.410$, $p = .530$, $\eta^2 p = .021$) (Figura 3).

Para analizar posibles interacciones entre la distancia numérica entre fracciones y el SNE, los bloques CC y SCC fueron divididos en pares de fracciones con distancia corta y larga. Se utilizó la mediana de la distancia de todos los pares de fracciones (0.22) para reagrupar las fracciones en distancia corta y larga. En promedio, la distancia corta entre fracciones CC fue de 0.14 y entre fracciones SCC fue de 0.13. Para el caso de la distancia larga fue de 0.42 para pares de fracciones CC y de 0.24 para pares de fracciones SCC. Los resultados son mostrados en la Figura 4. Para los tiempos de reacción, solo se encontró que la diferencia entre las condiciones CC congruente y CC incongruente, tanto en distancia corta ($t(760) = -4.940$, $p < .0001$) como larga ($t(682) = -5.372$, $p < .0001$), fue significativa. En el caso del porcentaje de error, se encontró que tanto la diferencia entre condiciones CC congruente y CC incongruente ($t(838) = -2.982$, $p = .003$), como entre las condiciones SCC congruente y SCC incongruente ($t(838) = 5.092$, $p < .0001$) fueron significativas solo cuando la distancia entre pares era corta.

Para evaluar el uso de estrategias distintas en los bloques CC y SCC, medimos la contribución relativa de la distancia numérica entre los componentes de las fracciones y de la magnitud de la fracción en el rendimiento durante la comparación de fracciones. Un test de razón de verosimilitud mostró que la distancia numérica entre los componentes de las fracciones explican parte importante de la varianza solo en la condición CC (CC: $X^2(1) = 3.01$, $p = .08$; SCC: $X^2(1) = 0.02$, $p = .86$), mientras que la distancia numérica entre fracciones mejora

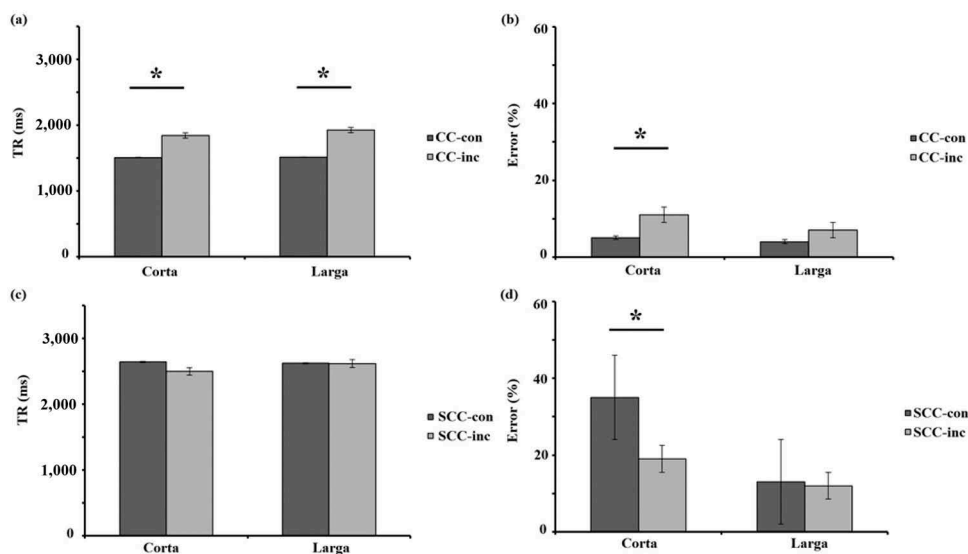


Figura 4. Efecto de distancia. (a) TR Promedio de los ensayos correctos en el bloque CC como una función de las condiciones distancia y tipo de congruencia. (b) Porcentaje de error para cada condición en el bloque CC. (c) TR Promedio de los ensayos correctos en el bloque SCC como una función de las condiciones distancia y tipo de congruencia. (d) Porcentaje de error para cada condición en el bloque SCC. Las barras de error representan ± 2 errores estándar. Los asteriscos muestran diferencias significativas entre condiciones ($p < .05$).

significativamente el ajuste solo para la condición SCC (CC: $X^2(1) = 0.74$, $p = .38$; SCC: $X^2(1) = 37.004$, $p < .0001$).

Análisis de regresión

Los resultados son mostrados en la Figura 5. Un análisis de regresión robusta mostró que la eficiencia de la red de control ejecutivo predice los tiempos de reacción en el bloque SCC ($t(16) = 3.747$, $p = .001$). Reagrupando los resultados del bloque SCC según tipo de congruencia, se encontró que la eficiencia de la red de control ejecutivo predice los tiempos de reacción particularmente en la condición SCC incongruente ($t(16) = 3.247$, $p = .005$), mientras que la eficiencia de la red de orientación atencional predice el porcentaje de error en la condición SCC congruente ($t(16) = 2.198$, $p = .043$).

Discusión

El objetivo principal de este estudio fue investigar la relación entre redes atencionales y el procesamiento de pares de fracciones con y sin componentes comunes. Encontramos que los pares de fracciones CC son procesados preferencialmente en un estilo componencial (comparación basada en numeradores o denominadores), son afectados por el SNE y su procesamiento parece no depender de la eficiencia

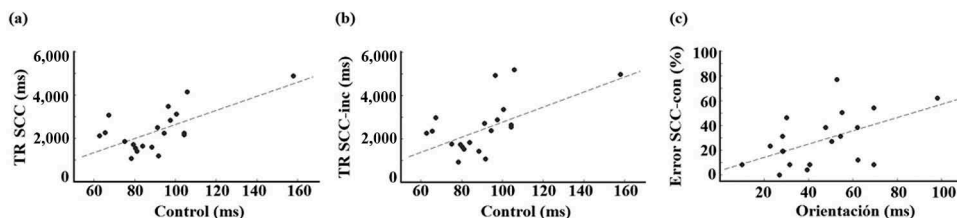


Figura 5. Relación entre eficiencia de redes atencionales y rendimiento en tarea de comparación de fracciones. (a) Relación entre la eficiencia de la red de control ejecutivo y los tiempos de reacción en el bloque SCC. (b) Relación entre la eficiencia de la red de control ejecutivo y los tiempos de reacción en el bloque SCC-inc. (c) Relación entre la eficiencia de la red de orientación y los porcentajes de error en el bloque SCC-con.

de redes atencionales. Por el contrario, los pares de fracciones SCC son procesados de una forma holística (comparación basada en la magnitud numérica de las fracciones), el SNE interactúa con la distancia numérica entre fracciones y su procesamiento se relaciona con la eficiencia de redes atencionales de orientación y control ejecutivo. A continuación discutiremos nuestros principales hallazgos y sus implicaciones en más detalle.

Estrategias cognitivas

Los datos conductuales indican que el procesamiento de fracciones CC involucra el uso de estrategias componenciales, mientras que para los pares de fracciones SCC se utilizan estrategias holísticas. Las estrategias componenciales implican la consideración solo de numeradores o denominadores para resolver la tarea y su uso se ve favorecido cuando las fracciones a comparar comparten componentes comunes (Meert, Grégoire, & Noël, 2009). Por su parte, las estrategias holísticas involucran el procesamiento de la fracción como un todo y son utilizadas preferentemente cuando las fracciones a comparar no poseen componentes comunes (Schneider & Siegler, 2010). Aun cuando ambas estrategias pueden ser útiles para decidir cual fracción es mayor, solo la estrategia holística implica el acceso a la magnitud numérica de las fracciones para resolver la tarea. Nuestros resultados derivados del análisis de tiempos de reacción y porcentaje de error muestran que el procesamiento de fracciones CC resulta ser más rápido y acertado, comprado con el procesamiento de fracciones SCC, lo cual indicaría que el procesamiento componencial parece requerir un menor esfuerzo cognitivo que el procesamiento holístico (Obersteiner et al., 2013). Desde una perspectiva neurocognitiva (Barraza Gómez, Oyarzun, & Dartnell, 2014), se ha planteado que el uso de más recursos cognitivos para acceder a la magnitud numérica de la fracción vía procesamiento holístico, requeriría la coordinación a gran escala de asambleas neuronales distantes entre si para la conformación de un espacio de trabajo global (Dehaene, Kerszberg, & Changeux, 1998), mientras que la resolución componencial del problema solo activaría alguno de los módulos del espacio de trabajo

global, los cuales pueden operar de forma autónoma sin necesidad de una fuerte interacción entre ellos.

Sesgo del número entero y efecto distancia

Los resultados revelan un efecto del SNE diferenciado entre pares de fracciones CC y SCC. En el caso de fracciones CC el SNE se manifestó en la dirección esperada dado que se observan mayores tiempos de reacción y porcentaje de error ante fracciones CC incongruentes que CC congruentes. Lo anterior sugiere que la manera de resolver el problema pasó por pensar que ‘a mayor valor numérico de los componentes, mayor el valor numérico de la fracción’. Para los pares de fracciones SCC el SNE presenta una tendencia contraria a lo esperado, es decir, las fracciones SCC congruentes presentan mayores tiempos de reacción y porcentaje de error que las fracciones SCC incongruentes. Aunque a primera vista parezca contra-intuitivo, este resultado ha sido explicado previamente (DeWolf & Vosniadou, 2015; Fazio, DeWolf, & Siegler, 2016) como una manera de resolver la comparación de fracciones pensando que el tamaño del denominador está en una relación inversa con el valor numérico de la fracción, en otras palabras ‘a mayor valor numérico del denominador, menor el valor numérico de la fracción’.

Recientemente se ha planteado (DeWolf & Vosniadou, 2015) que el SNE puede interactuar con el efecto de distancia numérica durante la comparación de fracciones. El análisis de pares de fracciones CC con distancia corta y larga arrojó que la diferencia en tiempos de reacción entre fracciones CC incongruentes y CC congruentes se conservaba con independencia de la distancia numérica entre fracciones, no así el porcentaje de error dado que, aun cuando se mantiene la diferencia entre CC incongruente y CC congruente, el efecto del SNE se observa con mayor fuerza en pares de fracciones CC con distancia corta, lo cual tiende a disminuir entre pares CC con distancia larga. En el caso de pares de fracciones SCC, tanto para distancia corta y larga, no se observaron diferencias en los tiempos de reacción entre fracciones SCC congruentes y SCC incongruentes. Junto a lo anterior, se observó que el TR promedio en SCC es mucho mayor que en la condición CC. En cuanto al porcentaje de error para fracciones SCC, este varió en relación con la distancia numérica, observándose una diferencia importante entre SCC congruente y SCC incongruente con distancia corta, y una considerable disminución de esa diferencia entre pares SCC congruentes e incongruentes con distancia larga. De nuestros resultados se desprende que para fracciones CC los TRs son un claro indicador de SNE, mientras que el porcentaje de error revelaría el efecto de distancia numérica. En cambio, para pares de fracciones SCC, los TRs parecen revelar el uso de más recursos cognitivos para resolver la tarea, mientras que el porcentaje de error muestra un efecto del SNE solo cuando las fracciones SCC a comparar tienen una distancia corta.

Redes atencionales y procesamiento de fracciones

Nuestros hallazgos experimentales muestran que el rendimiento en la tarea de comparación de fracciones con componentes comunes, sean estas congruentes o incongruentes, no se relaciona con la eficiencia de las redes atencionales evaluadas. Este resultado podría estar vinculado con la idea de que el procesamiento componencial es un tipo de procesamiento más bien intuitivo, rápido y menos consciente (Obersteiner et al., 2013; Vamvakoussi et al., 2012), por lo cual el uso de recursos atencionales no sería necesario para cumplir el objetivo.

En el caso de la comparación de pares de fracciones sin componentes comunes, encontramos que el rendimiento en esta tarea se relaciona con la eficiencia de dos redes atencionales, a saber, la red de control ejecutivo y la red de orientación atencional. El control ejecutivo es un componente atencional de las funciones ejecutivas, el cual participa en el manejo de información irrelevante (Fan & Posner, 2004; Petersen & Posner, 2012) y el monitoreo o resolución de conflictos cognitivos (Rothbart, Sheese, & Posner, 2007). Por su parte, la red de orientación atencional participa de la selección de información específica entre múltiples estímulos, y del enganche, desenganche o redirección de la atención (Fan & Posner, 2004; Petersen & Posner, 2012). Nuestros resultados muestran que la eficiencia de la red de control ejecutivo predice los tiempos de reacción ante fracciones SCC, lo cual, analizado a la luz de los hallazgos presentados anteriormente, permiten proponer un rol activo del control ejecutivo de la atención en el acceso a la magnitud numérica de la fracción. Así, se sugiere que el acceso a la magnitud de la fracción sería un proceso consciente, que requeriría tanto la capacidad de mantener información en memoria de trabajo para su posterior integración (Barraza et al., 2014; DeWolf & Vosniadou, 2015), como un eficiente control ejecutivo para el manejo de información irrelevante que pudiera interferir en esta tarea. Lo anterior estaría en línea con la propuesta de Diamond (2013) quien plantea en su modelo de funciones ejecutivas una relación de mutua determinación entre memoria de trabajo y control inhibitorio. En cuanto a nuestros resultados que muestran cómo la eficiencia de la red de orientación atencional predice el porcentaje de error al comparar pares de fracciones SCC, proponemos que esta red revela la flexibilidad cognitiva del sujeto para redirigir su atención hacia diferentes fuentes de información (componencial-holística) cuando la tarea se torna más compleja. Alternativamente, este resultado podría estar indicando que la cantidad de errores cometidos durante la tarea con fracciones SCC se relaciona con la capacidad del sujeto para beneficiarse de claves visuales para responder. Futuros experimentos deberían abordar directamente estas interpretaciones.

En resumen, los resultados de nuestro estudio revelan la manera en que procesos cognitivos básicos como el control ejecutivo y la orientación atencional, interactúan momento a momento con el conocimiento matemático durante el procesamiento de fracciones, en particular cuando la dificultad de la tarea demanda el acceso a las fracciones como un todo para la representación de sus magnitudes numéricas. Este hallazgo muestra la importancia de tener en cuenta no solo las habilidades matemáticas, sino también las funciones ejecutivas y

atencionales durante el procesamiento de fracciones complejas. Tal como ha sido propuesto previamente para el conocimiento matemático general (Blair et al., 2008), se sugiere que esta relación entre funciones cognitivas y habilidades matemáticas podría ser investigada en el futuro en el contexto del proceso de aprendizaje de las fracciones en la escuela.

Acknowledgements / Agradecimientos

This research was supported by the Associative Research Programme of CONICYT under Grant Basal Funds for Centres of Excellence FB 0003; PB was supported by the programme CONICYT PAI/Academia under Grant 79130005; and the Initial Teacher Training of MECESUP3 under Grant Project UCH1201. / *Esta investigación se ha realizado dentro del proyecto Basal FB0003 subvencionado por el Programa de Investigación Asociativa de CONICYT; PB fue apoyado por el proyecto N° 79130005 subvencionado por el programa PAI/Academia de CONICYT; y el proyecto UCH1201 subvencionado por el programa de entrenamiento inicial de profesores MECESUP3.*

Disclosure statement

No potential conflict of interest was reported by the authors. / Los autores no han referido ningún potencial conflicto de interés en relación con este artículo.

References / Referencias

- Barraza, P., Gómez, D. M., Oyarzún, F., & Dartnell, P. (2014). Long-distance neural synchrony correlates with processing strategies to compare fractions. *Neuroscience Letters*, 567, 40–44. doi:10.1016/j.neulet.2014.03.021
- Blair, C., Knipe, H., & Gamson, D. (2008). Is there a role for executive functions in the development of mathematics ability? *Mind, Brain, and Education*, 2, 80–89. doi:10.1111/j.1751-228X.2008.00036.x
- Bonato, M., Fabbri, S., Umiltà, C., & Zorzi, M. (2007). The mental representation of numerical fractions: Real or integer? *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 33, 1410–1419
- Cragg, L., & Gilmore, C. (2014). Skills underlying mathematics: The role of executive function in the development of mathematics proficiency. *Trends in Neuroscience and Education*, 3, 63–68. doi:10.1016/j.tine.2013.12.001
- Dehaene, S. (1997). *The number sense*. New York, NY: Oxford University Press.
- Dehaene, S., Kerszberg, M., & Changeux, J. P. (1998). A neuronal model of a global workspace in effortful cognitive tasks. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 95, 14529–14534. doi:10.1073/pnas.95.24.14529
- DeWolf, M., & Vosniadou, S. (2015). The representation of fraction magnitudes and the whole number bias reconsidered. *Learning and Instruction*, 37, 39–49. doi:10.1016/j.learninstruc.2014.07.002
- Diamond, A. (2013). Executive functions. *Annual Review of Psychology*, 64, 135–168. doi:10.1146/annurev-psych-113011-143750
- Fan, J., & Posner, M. (2004). Human attentional networks. *Psychiatrische Praxis*, 31(S 2), 210–214. doi:10.1055/s-2004-828484
- Fan, J., McCandliss, B. D., Sommer, T., Raz, A., & Posner, M. I. (2002). Testing the efficiency and independence of attentional networks. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 14, 340–347. doi:10.1162/089892902317361886

- Fazio, L. K., DeWolf, M., & Siegler, R. S. (2016). Strategy use and strategy choice in fraction magnitude comparison. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 42, 1–16
- Gilmore, C., Keeble, S., Richardson, S., & Cragg, L. (2015). The role of cognitive inhibition in different components of arithmetic. *ZDM*, 47, 771–782. doi:[10.1007/s11858-014-0659-y](https://doi.org/10.1007/s11858-014-0659-y)
- Gómez, D. M., Jiménez, A., Bobadilla, R., Reyes, C., & Dartnell, P. (2015). The effect of inhibitory control on general mathematics achievement and fraction comparison in middle school children. *ZDM*, 47, 801–811. doi:[10.1007/s11858-015-0685-4](https://doi.org/10.1007/s11858-015-0685-4)
- Hampel, F. R., Ronchetti, E. M., Rousseeuw, P. J., & Stahel, W. A. (2011). *Robust statistics: The approach based on influence functions* (Vol. 114). New York, NY: John Wiley & Sons.
- Hofmann, W., Schmeichel, B. J., & Baddeley, A. D. (2012). Executive functions and self-regulation. *Trends in Cognitive Sciences*, 16, 174–180. doi:[10.1016/j.tics.2012.01.006](https://doi.org/10.1016/j.tics.2012.01.006)
- Holland, P. W., & Welsch, R. E. (1977). Robust regression using iteratively reweighted least-squares. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 6, 813–827. doi:[10.1080/03610927708827533](https://doi.org/10.1080/03610927708827533)
- Ischebeck, A., Schocke, M., & Delazer, M. (2009). The processing and representation of fractions within the brain: An fMRI investigation. *NeuroImage*, 47, 403–413. doi:[10.1016/j.neuroimage.2009.03.041](https://doi.org/10.1016/j.neuroimage.2009.03.041)
- Kolkman, M. E., Hoijsink, H. J., Kroesbergen, E. H., & Leseman, P. P. (2013). The role of executive functions in numerical magnitude skills. *Learning and Individual Differences*, 24, 145–151. doi:[10.1016/j.lindif.2013.01.004](https://doi.org/10.1016/j.lindif.2013.01.004)
- Meert, G., Grégoire, J., & Noël, M. P. (2009). Rational numbers: Componential versus holistic representation of fractions in a magnitude comparison task. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 62, 1598–1616. doi:[10.1080/17470210802511162](https://doi.org/10.1080/17470210802511162)
- Meert, G., Grégoire, J., & Noël, M. P. (2010). Comparing 5/7 and 2/9: Adults can do it by accessing the magnitude of the whole fractions. *Acta Psychologica*, 135, 284–292. doi:[10.1016/j.actpsy.2010.07.014](https://doi.org/10.1016/j.actpsy.2010.07.014)
- Moyer, R. S., & Landauer, T. K. (1967). Time required for Judgements of Numerical Inequality. *Nature*, 215, 1519–1520. doi:[10.1038/2151519a0](https://doi.org/10.1038/2151519a0)
- Ni, Y., & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40, 27–52. doi:[10.1207/s15326985ep4001_3](https://doi.org/10.1207/s15326985ep4001_3)
- Obersteiner, A., Van Dooren, W., Van Hoof, J., & Verschaffel, L. (2013). The natural number bias and magnitude representation in fraction comparison by expert mathematicians. *Learning and Instruction*, 28, 64–72. doi:[10.1016/j.learninstruc.2013.05.003](https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2013.05.003)
- Petersen, S. E., & Posner, M. I. (2012). The attention system of the human brain: 20 years after. *Annual Review of Neuroscience*, 35, 73–89. doi:[10.1146/annurev-neuro-062111-150525](https://doi.org/10.1146/annurev-neuro-062111-150525)
- Posner, M. I., & Petersen, S. E. (1990). The attention system of the human brain. *Annual Review of Neuroscience*, 13, 25–42. doi:[10.1146/annurev.ne.13.030190.000325](https://doi.org/10.1146/annurev.ne.13.030190.000325)
- Ratcliff, R. (1993). Methods for dealing with reaction time outliers. *Psychological Bulletin*, 114, 510–532. doi:[10.1037/0033-2909.114.3.510](https://doi.org/10.1037/0033-2909.114.3.510)
- Rothbart, M. K., Sheese, B. E., & Posner, M. I. (2007). Executive attention and effortful control: Linking temperament, brain networks, and genes. *Child Development Perspectives*, 1, 2–7. doi:[10.1111/cdep.2007.1.issue-1](https://doi.org/10.1111/cdep.2007.1.issue-1)
- Schneider, M., & Siegler, R. S. (2010). Representations of the magnitudes of fractions. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 36, 1227–1238
- Sprute, L., & Temple, E. (2011). Representations of fractions: Evidence for accessing the whole magnitude in adults. *Mind, Brain, and Education*, 5, 42–47. doi:[10.1111/j.1751-228X.2011.01109.x](https://doi.org/10.1111/j.1751-228X.2011.01109.x)

- Vamvakoussi, X., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2012). Naturally biased? In search for reaction time evidence for a natural number bias in adults. *The Journal of Mathematical Behavior*, 31, 344–355. doi:[10.1016/j.jmathb.2012.02.001](https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2012.02.001)
- Van Hoof, J., Lijnen, T., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2013). Are secondary school students still hampered by the natural number bias? A reaction time study on fraction comparison tasks. *Research in Mathematics Education*, 15, 154–164. doi:[10.1080/14794802.2013.797747](https://doi.org/10.1080/14794802.2013.797747)
- Zhang, L., Fang, Q., Gabriel, F. C., & Szűcs, D. (2016). Common magnitude representation of fractions and decimals is task dependent. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 69, 764–780. doi:[10.1080/17470218.2015.1052525](https://doi.org/10.1080/17470218.2015.1052525)