Problem Set I

Macroeconomía II

March 14, 2024

Instrucciones: Estos ejercicios se pueden trabajar en grupo (altamente recomendable). Sin embargo, por favor entreguen sus respuestas individualmente. Deben entregarlo en la ayudantía el viernes 23 de marzo.

Para sus respuestas pueden usar Matlab o Python. Los resultados deben ser enviados por email a David antes de la clase de ayudantía (formato PDF) e incluir todas las imagenes como parte del documento principal.

Para escribir sus respuestas les recomiendo que usen LaTeX. Aunque no es obligatorio, es una herramienta extremandamente útil y frecuentemente usada en el entorno de economistas. Si aún no lo usan, les va a hacer la vida más fácil de aquí en adelante (sobre todo a los que buscan hacer un Ph.D).

Ejercicio 1. Procesos ARMA e impulsos respuesta: Suponga una variable aleatoria x_t que obedece el siguiente proceso aleatorio MA(4):

$$x_t = \epsilon_t + 0.9\epsilon_{t-1} + 0.7\epsilon_{t-2} + 0.4\epsilon_{t-3} - 0.1\epsilon_{t-4}, \quad \epsilon_t \ N(0,\,1) \tag{1}$$

a. Calcule $E[x_t]$. Calcule $var(x_t)$

   [Matlab/Python]: Genere ϵ_t en Matlab o Python (ej, usando el comando "randn" en Matlab). Construya una base de datos con T = 300 observaciones utilizando el proceso MA(4) dado anteriormente. Suponga como condiciones iniciales que las realizaciones de todos los ϵ_t antes del inicio de la muestra son 0. Repita este proceso N = 1000 veces, lo que debería dejarle con 1000 muestras con 300 observaciones cada una.

b. Para cada una de las N muestras creadas, calcule la media y la varianza de la serie de tiempo. Al hacer esto, omita los primeros 100 períodos para limitar la influencia de las condiciones iniciales asumidas. En otras palabras, calcule la media y la varianza de las últimas 200 observaciones de cada una de las 1000 muestras artificiales. Luego, calcule la media de las medias a través de las N = 1000 muestras artificiales y la media de las varianzas a través de las N = 1000 muestras artificiales. Reporte esos valores aquí y comente qué tan cerca están de lo que se calculó en la parte (a).

c. En las últimas 200 observaciones de cada una de las N = 1000 muestras artificiales que ha creado, estime un proceso AR(p) para las siguientes diferentes longitudes de rezago: p = 1, p = 2, p = 4 y p = 8. Debe incluir siempre una constante en cualquier regresión estimada, incluso si no creen que sea necesaria (aquí, no lo es). Utilicen el modelo AR(p) estimado para construir la función de impulso respuesta (a un choque de una desviación estándar) hasta el horizonte H = 10 (la forma más sencilla de hacer esto es volver a escribir el AR(p) como un VAR(1)). Por lo tanto, para los cuatro valores diferentes de p, deberían producir una función de impulso respuesta para cada una de las N = 1000 muestras artificiales. Promedien estos impulso respuestas a través de las N muestras diferentes. Grafiquen la función de respuesta promedio para cada valor diferente de p y comenten qué tan bien aproxima este IRF estimado, al IRF teórico calculado con los parámetros conocidos del proceso MA dado anteriormente.

Ejercicio 2. The Hodrick-Prescott Filter: En este ejercicio, derivarán el filtro HP y crearán su propio código para implementarlo. Supongan que tienen una secuencia de datos y_t con $t = 1, \cdots, T$ (es decir, con T observaciones totales). El objetivo es encontrar una tendencia $\{\tau_t\}_{t=1}^{T}$ que minimice la siguiente función objetivo:

$$\min_{\tau_t} \sum_{t=1}^{T-1} (y_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} \left[(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})\right]^2 \tag{2}$$

Con el parámetro $\lambda \geq 0$.

a. Proporcione una interpretación verbal de esta función objetivo y a qué se está apuntando exactamente al elegir una tendencia, $\{\tau_t\}_{t=1}^{T}$.

b. Pruebe que si $\lambda = 0$, la solución es $\tau_t = y_t$. Es decir, que la tendencia y la serie de tiempo son idénticas.

c. Pruebe que si $\lambda \to \infty$, la solución es una tendencia lineal, es decir, $\tau_t = \alpha t$ para algún α.

d. En el caso en que $0 < \lambda < 0$, derive condiciones analíticas para definir la tendencia. Esto implica resolver el problema de maximización para cada t hasta T.

e. Usando Matlab/Python escriba un código que encuentre la tendencia de una serie de tiempo y_t. Para hacer esto, exprese las condiciones de primer orden en forma matricial:

$$\Lambda T = Y$$
$$T = \Lambda^{-1} Y$$

Donde Λ es una matriz de tamaño $T \times T$ cuyos elementos son funciones de λ; T es un vector de $T \times 1$ igual a $[\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_T]'$ y Y es un vector de tamaño $T \times 1$ igual a $[y_1, y_2, \cdots, y_T]'$.

f. Descargue datos trimestrales, ajustados estacionalmente, sobre el PIB real de Estados Unidos desde el primer trimestre de 1947 hasta el tercer trimestre de 2014 (esto debería estar disponible, por ejemplo, en el sitio web de datos FRED de St. Louis Fed). Tome los logaritmos naturales de los datos, y luego use su código para calcular la tendencia de HP usando = 1600. Muestre una gráfica de la tendencia. Obtenga la serie "cíclica" restando la tendencia de la serie real. Muestre una gráfica del componente cíclico. ¿Cuál es la desviación estándar del componente cíclico?

g. ¿Cuál es la disminución máxima relativa a la tendencia en el PIB durante la era de la Gran Recesión (es decir, el período desde el tercer trimestre de 2007)?

h. Repita la parte (f), pero esta vez use $= 10.000.000$. ¿Cuál es la disminución máxima en el PIB real relativa a la tendencia durante la era de la Gran Recesión? ¿Cómo se compara esto con lo que encontró en (g)? ¿Qué explica las diferencias en las respuestas?