

DWUWYMIAROWY MODEL ISINGA

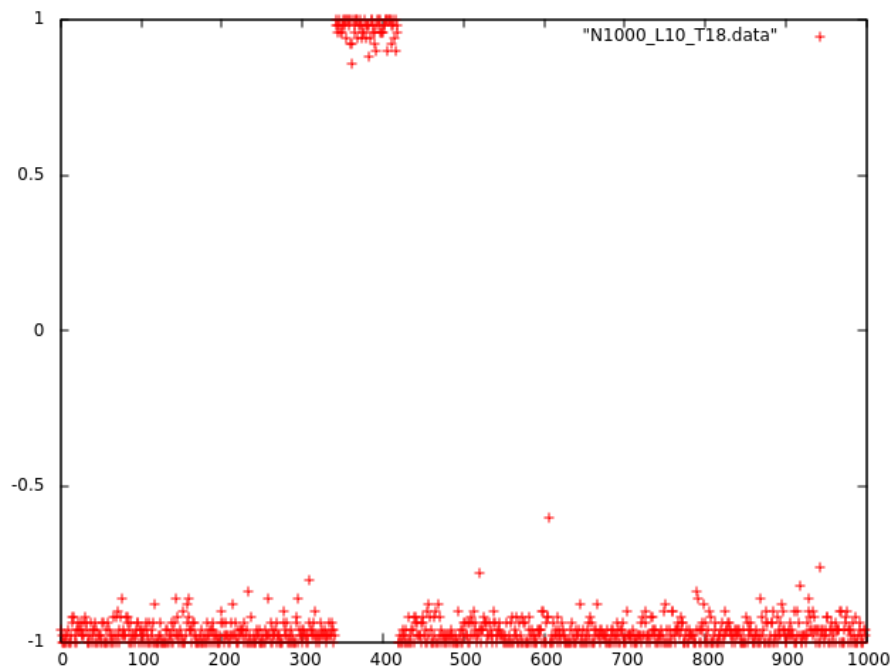
WSTĘP TEORETYCZNY

1. PODSTAWOWE PARAMETRY UKŁADU

Eksperyment rozpocząłem od sprawdzenia poprawności działania programu. W tym celu wygenerowałem kilka konfiguracji typowych dla pewnych przedziałów temperatur, obserwowałem zmiany magnetyzacji i energii układu w procesie termalizacji oraz obserwowałem przebiegi magnetyzacji podczas wykonywania kolejnych kroków MC.

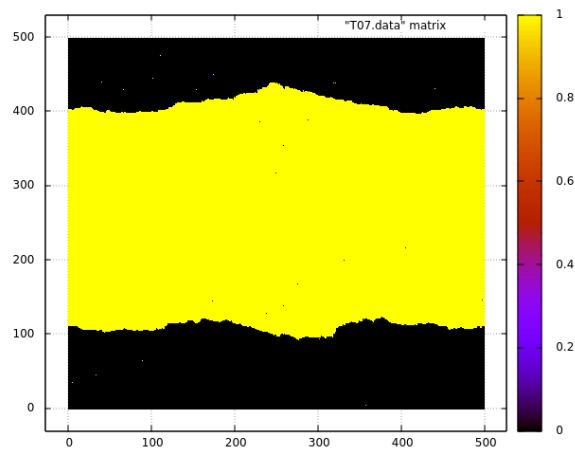
Flip

Badanie przebiegów magnetyzacji podczas wykonywania kolejnych kroków MC dla niskich temperatur okazało się zajęciem dość monotonnym i nudnym. Dopiero obserwacja układu $L=10$ przy temperaturze zredukowanej $T^* = 1,8$ na przestrzeni 100000 MCS przełamała rutynę nagłym dwukrotnym przemagnesowaniem układu, co widać na poniższej grafice:

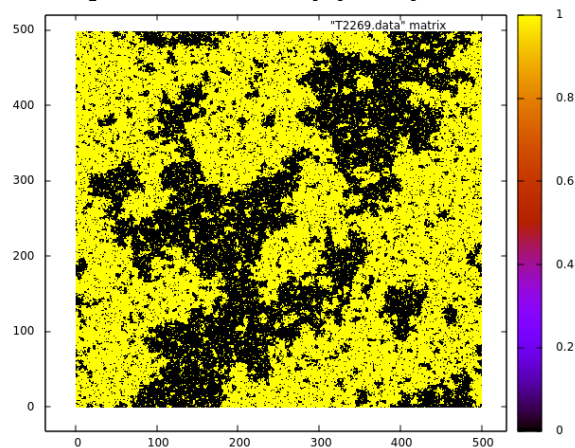


Konfiguracje charakterystyczne dla wybranych temperatur

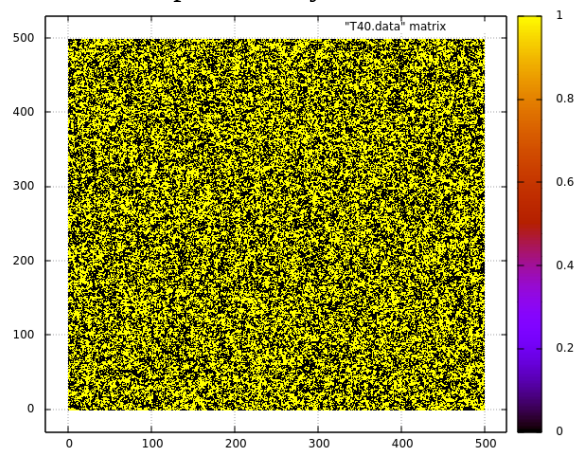
Temperatura niska $T^* = 0,7$



Temperatura bliska krytycznej $T^* = 2,269$



Temperatura wysoka $T^*=4.0$



Magnetyzacja i energia podczas termalizacji

2. WARTOŚCI ŚREDNIE

Na podstawie danych wyznaczonych w poprzednim punkcie obliczyłem średnie wartości wybranych parametrów fizycznych układu przy różnych temperaturach. W szczególności są to

- średnia magnetyzacja układu $\langle m \rangle$
- średnia podatność magnetyczna $\langle X \rangle$

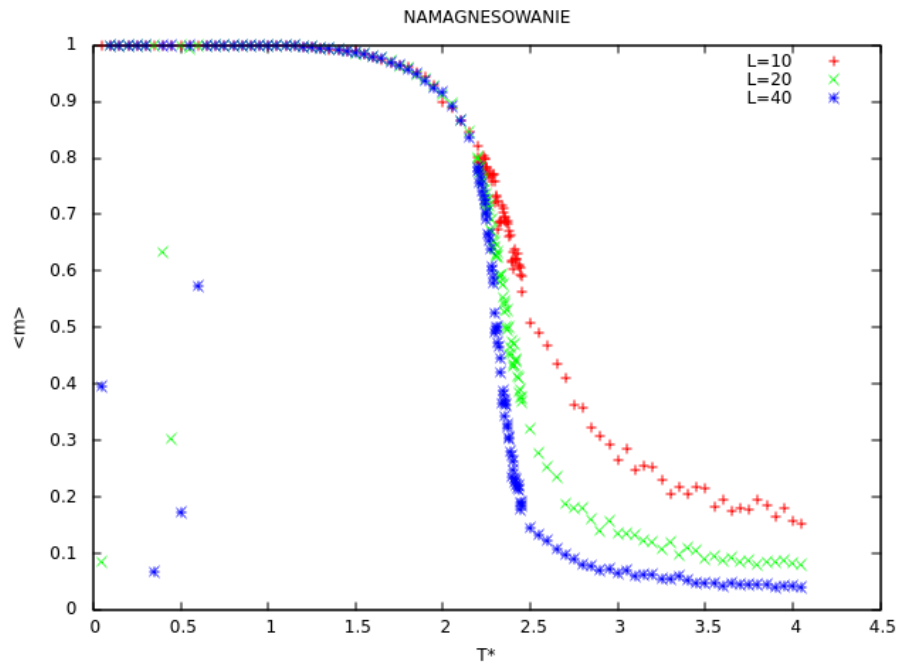
- średnia energia pojedynczej domeny magnetycznej $\langle E \rangle$
- średnia pojemność cieplna $\langle C \rangle$

Średnia magnetyzacja

Powyższą wielkość fizyczną obliczyłem korzystając z następującego wzoru:

$$\langle m \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |m_i|$$

otrzymując następujące charakterystyki średniej magnetyzacji od temperatury dla różnych wielkości symulowanego układu:

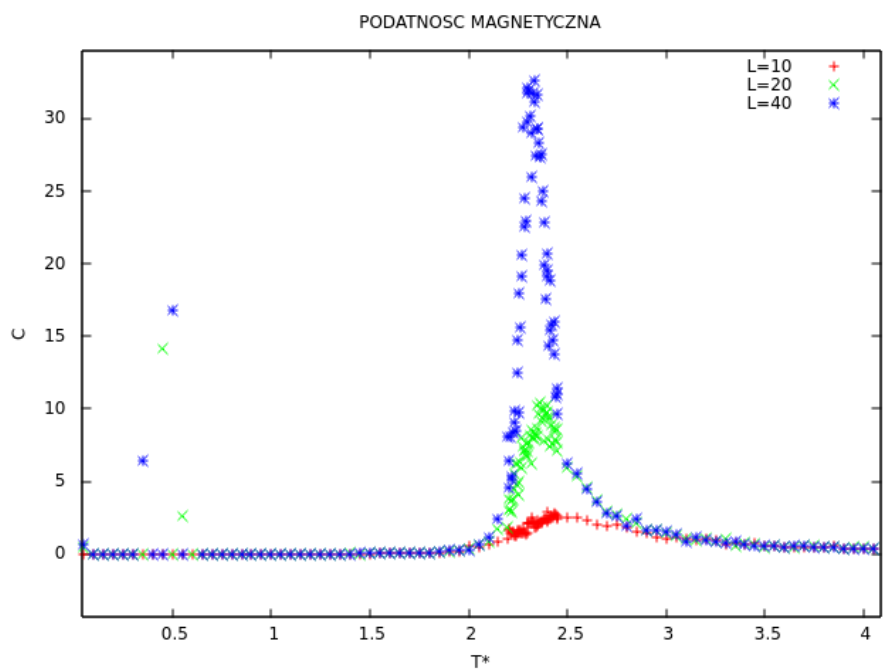


Średnia podatność magnetyczna

Korzystając ze wzoru

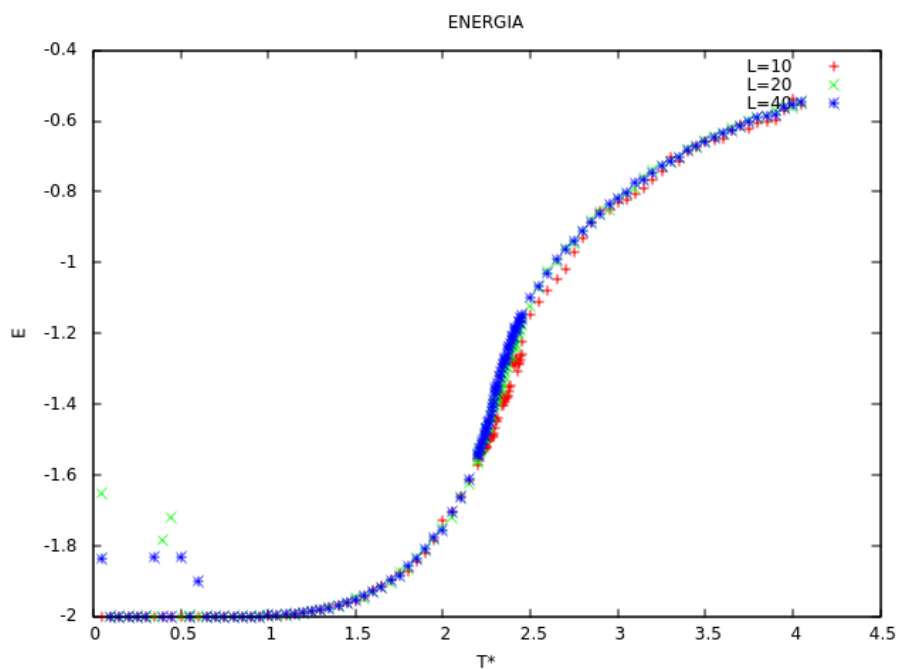
$$X = \frac{N}{k_B T} (\langle m^2 \rangle - \langle m \rangle^2)$$

wyznaczyłem wartości podatności magnetycznej w funkcji temperatury otrzymując następujące wyniki:

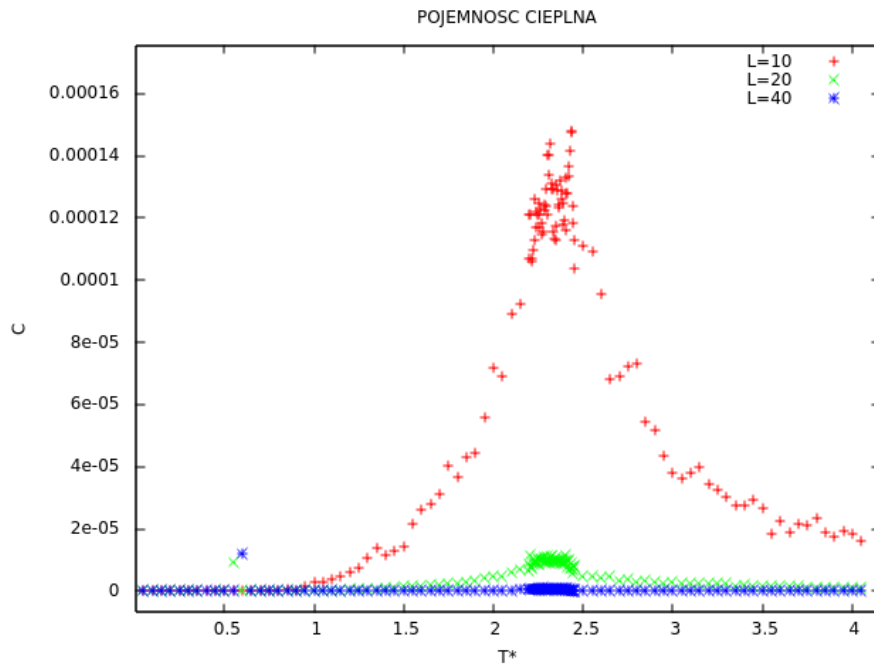


Średnia energia domeny magnetycznej

Wyzaczyłem również średnią energię przypadającą na komórkę. Zgodnie z oczekiwaniami, dla niskiej temperatury energia jest bliska wartości $E = -2$, co fizycznie należy interpretować jako fakt, że wszystkie domeny mają identyczny zwrot wektora pola magnetycznego. W pełni pokrywa się to z teorią.



Średnia pojemność cieplna



3. SKALOWANIE

W tym zadaniu główną trudnością jest nieliniowość przekształcenia bazowego układu współrzędnych w końcowy. Powoduje to zmianę odległości pomiędzy punktami pomiarowymi przy przejściu pomiędzy układami – pomiar średniej magnetyzacji w funkcji temperatury o stałym przyroście temperatury ΔT na ogół daje nam jednorodny i czytelny obraz, jednak po logarytmicznym przeskalowaniu wielkości punkty pomiarowe wykazują tendencję do „zlewania się” w jednym miejscu. Aby przetestować teorię skalowania zmodyfikowałem sposób wyznaczania temperatury dla której prowadzone będą obliczenia. Przekształcając wzór

$$X(T) = \ln\left(\frac{|T_c - T|}{T_c} * L^{1/\nu}\right) = \ln(L^{1/\nu}) - \ln(T_c) + \ln(|T_c - T|)$$

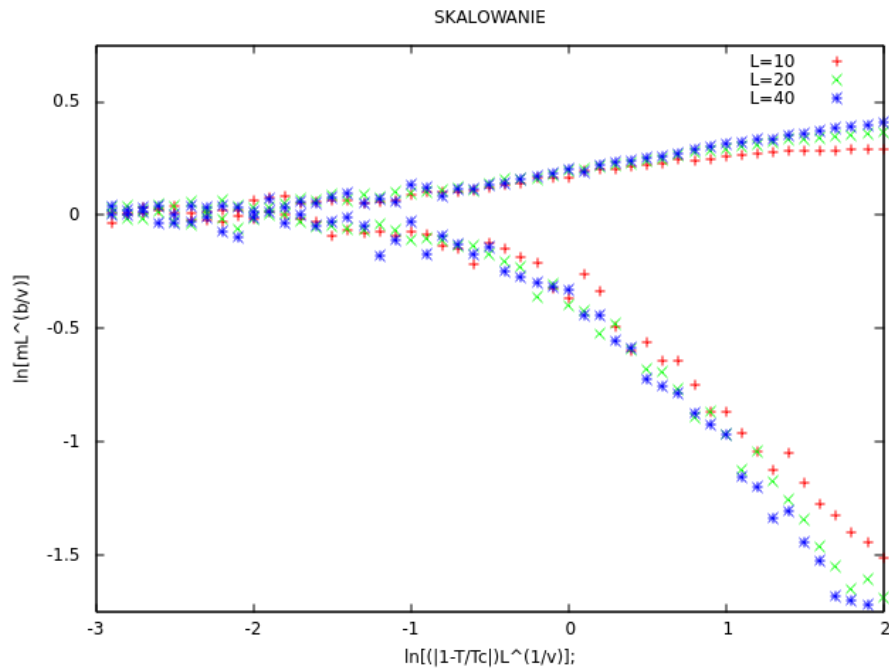
$$|T_c - T| = \exp[X - \ln(L^{1/\nu}) + \ln(T_c)]$$

$$T = T_c + \exp[X - \ln(L^{1/\nu}) + \ln(T_c)]$$

lub

$$T = T_c - \exp[X - \ln(L^{1/\nu}) + \ln(T_c)]$$

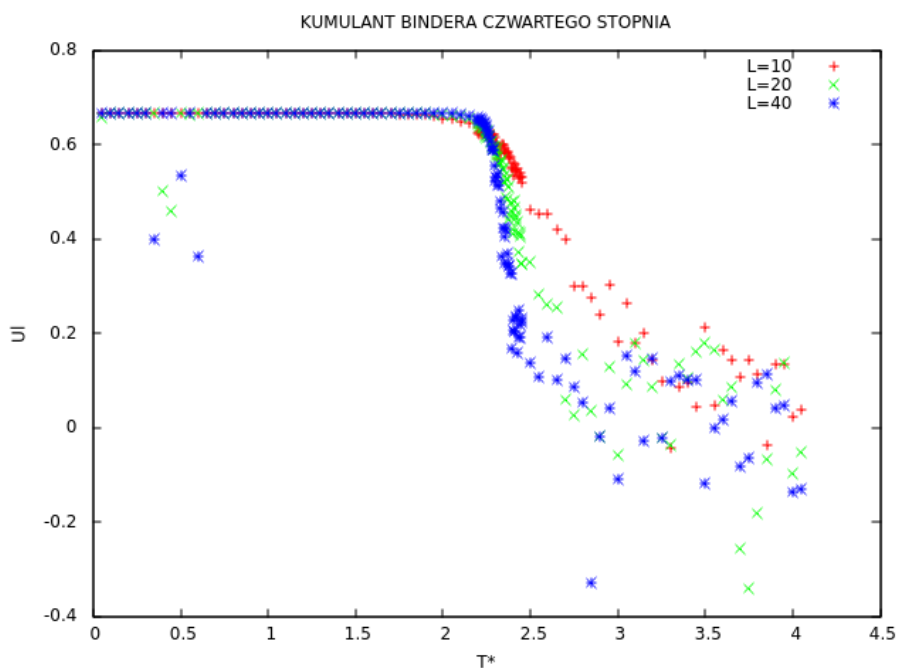
otrzymałem formułę pozwalającą obliczyć T^* dla wybranego punktu osi X . Korzystając z niego przeprowadziłem symulacje dla X o wartościach pomiędzy -3 a 2 z krokiem o 0,1 otrzymując następujące wyniki:



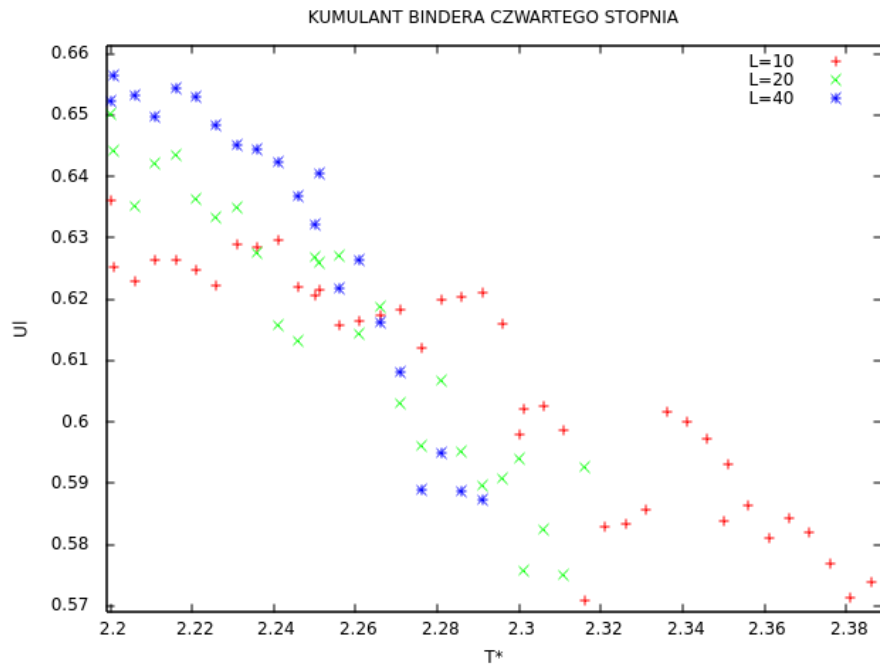
Otrzymane wyniki zdają się potwierdzać powyższe założenia.

4. WYZNACZENIE TEMPERATURY KRYTYCZNEJ

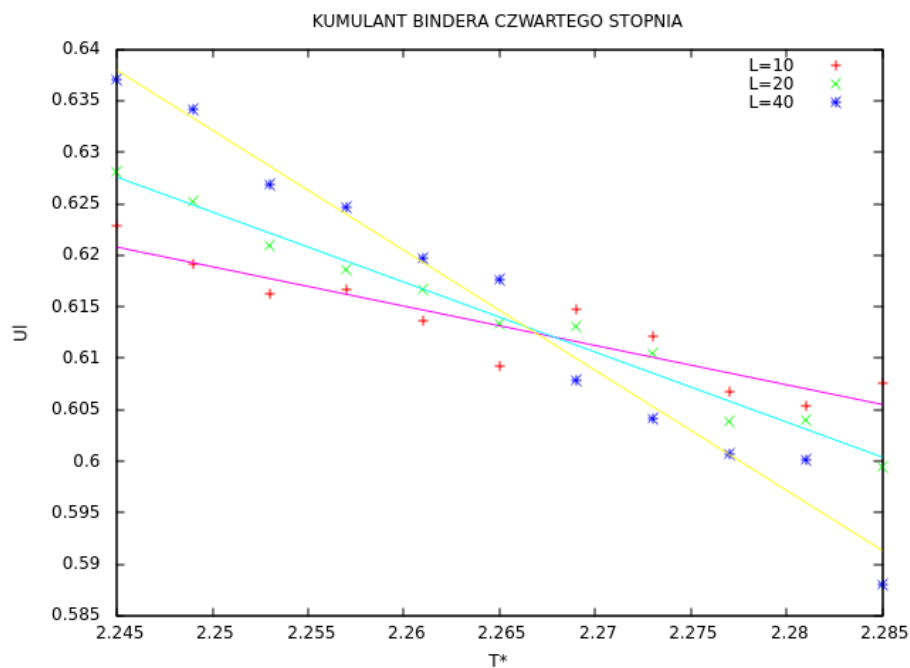
Wyznaczenie temperatury krytycznej przebiegało dwuetapowo. Najpierw na podstawie danych zebranych podczas liczenia wartości średnich dla układów o wielkościach 10, 20 i 40 obliczyłem zależności wartości kumulantów bindera czwartego stopnia w funkcji temperatury i wyznaczyłem przedział temperatur w którym przebiegi przy wszystkich trzech wielkościach się pokrywają. Dla pełnego zakresu badanych temperatur wykres kumulantów bindera od temperatury zredukowanej wygląda następująco:



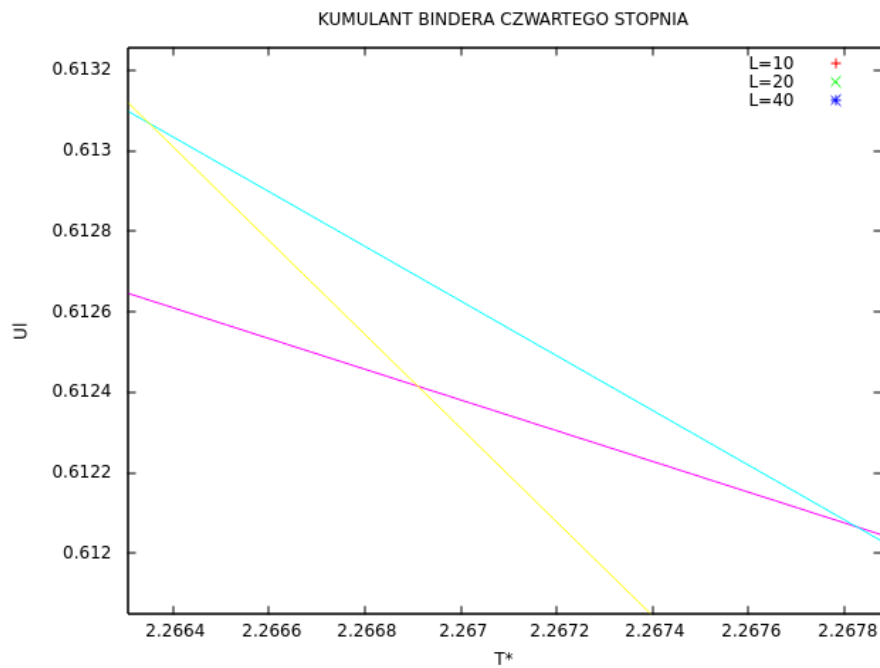
Oraz jego wycinek w pobliżu punktu przecięcia się charakterystyk:



Następnie, wiedząc że temperatura krytyczna powinna zawierać się pomiędzy 2,245 a 2,285 przeprowadziłem symulacje dla punktów położonych pomiędzy tymi temperaturami z krokiem ΔT^* równym 0,004 i długim czasem symulacji (2000000 MCS) co pozwoliło na otrzymanie większej dokładności zebranych danych. Korzystając z funkcji programu GNUPLOT wykonałem regresję liniową tych punktów otrzymując następujące wyniki:



Wizualizacja punktów przecięcia się prostych będących wynikiem regresji został przedstawiona poniżej:



Na podstawie powyższych szacuję wartość temperatury krytycznej na

$$T_{\text{zredukowana}} \approx 2,2671 \pm 0,0007$$

Jak łatwo zauważyć rzeczywista wartość temperatury curie $T_C = 2,269$ leży blisko wyznaczonego przedziału – różnica wynosi zaledwie jedną tysięczną, co pozwala wnioskować o poprawnym przebiegu eksperymentu.