Partiel Electronique - CORRIGE

Les calculatrices et les documents ne sont pas autorisés. Le barème est donné à titre indicatif.

Réponses exclusivement sur le sujet. Si vous manquez de place, vous pouvez utiliser le verso des pages.

Exercice 1. QCM (4 points – pas de point négatif)

Pour chacune des questions ci-dessous, entourez la ou les bonnes réponses.

1. Soit les signaux sinusoïdaux $s(t) = S.sin(\omega t + \theta)$ et $s'(t) = S'.\cos(\omega t + \theta')$. Les amplitudes complexes de ces signaux sont :

   a. $\underline{S} = S.e^{j\theta}$ et $\underline{S'} = S'.e^{j\theta'}$
   b. $\underline{S} = S.e^{j\theta}$ et $\underline{S'} = S'.e^{j(\theta'+\frac{\pi}{2})}$
   c. $\underline{S} = S.e^{j\theta}$ et $\underline{S'} = S'.e^{j(\theta'+\pi)}$
   d. $\underline{S} = S.e^{j\theta}$ et $\underline{S'} = S'.e^{j(\theta'-\frac{\pi}{2})}$

On cherche à identifier un dipôle. Pour cela, on mesure le courant $i(t)$ qui le traverse et la tension $u(t)$ à ses bornes, et on obtient :

$$u(t) = 10\,sin(\omega t) \text{ et } i(t) = 5.10^{-3}\,cos(\omega t + \phi) \text{ avec } \omega = 1000\,rad.s^{-1}$$

2. Si $\phi = 0$, ce dipôle est :

   a. Une résistance $R = 2k\Omega$
   b. Une bobine d'inductance $L = 2\ H$
   c. Une résistance $R = 0{,}5\Omega$
   d. Un condensateur de capacité $C = 0{,}5\mu F$

3. Si $\phi = -\frac{\pi}{2}$, ce dipôle est :

   a. Une résistance $R = 2k\Omega$
   b. Une bobine d'inductance $L = 2\ H$
   c. Une résistance $R = 0{,}5\Omega$
   d. Un condensateur de capacité $C = 0{,}5\mu F$

4. Quelle est l'unité du produit $LC\omega^2$?

   a. Des Farad b. Des siemens c. Sans unité d. Des Ohms

La forme normalisée d'une fonction de transfert d'un filtre du 2ème ordre est de la forme :

$$\underline{T} = A_0.\frac{\underline{Num}(\omega)}{1 + 2.j.z.\frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

5. Si $\underline{Num}(\omega) = 2jz\frac{\omega}{\omega_0}$, alors il s'agit d'un filtre :

a. Passe-bas b. Passe-haut c. Passe-bande d. Coupe-bande

6. Si $\underline{Num}(\omega) = -\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$, alors il s'agit d'un filtre :

a. Passe-bas b. Passe-haut c. Passe-bande d. Coupe-bande

7. Pour un filtre passe-haut, A_0 est l'amplification maximale.

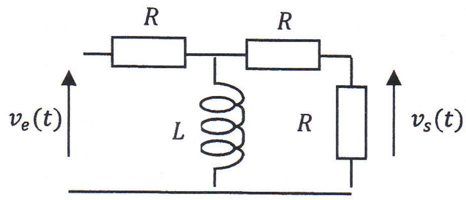
a. VRAI b. FAUX

8. Pour un filtre passe-bande, A_0 est l'amplification en très hautes fréquences.

a. VRAI b. FAUX

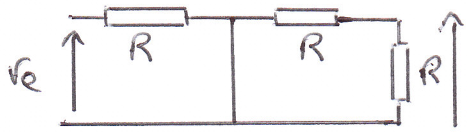
Exercice 2. Filtres du premier ordre (8 points)

A. Soit le filtre ci-contre :



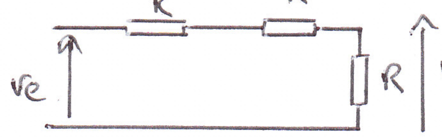
1. Etude Qualitative : Calculer les limites du gain quand f → 0 et quand f → ∞ et en déduire le type de filtre. Que vaut l'amplification maximale ?

- En TBF :



$V_s \to 0$
$A \to 0$
$G \to -\infty$.

- En THF :

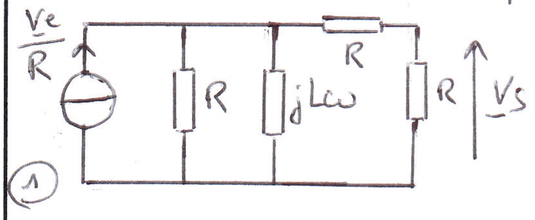


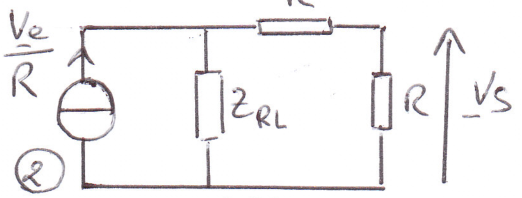
$V_s \to \frac{1}{3} V_e$
$A \to \frac{1}{3}$
$G \to 20\log\frac{1}{3}$

⇒ Filtre passe-haut, avec $A_{max} = \frac{1}{3}$

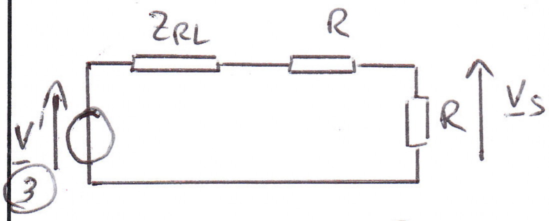
2. Déterminer sa fonction de transfert. En déduire la pulsation de coupure.

Utilisons les transformations Thévenin / Norton :





$$Z_{RL} = \frac{jRL\omega}{R + jL\omega}$$



$$\underline{V}' = Z_{RL} \cdot \frac{\underline{V_e}}{R} = \frac{jL\omega}{R + jL\omega} \underline{V_e}$$

PDT. $$\underline{V_S} = \frac{R}{\frac{jRL\omega}{R+jL\omega} + R + R} \cdot \frac{jL\omega}{R + jL\omega} \underline{V_e}$$

$$\Rightarrow \underline{T}(\omega) = \frac{j\frac{L}{R}\omega}{2 + 3j\frac{L}{R}\omega} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\frac{3}{2}j\frac{L}{R}\omega}{1 + \frac{3}{2}j\frac{L}{R}\omega}$$

Comme $\underline{T}(\omega) = A_{max} \cdot \frac{j\frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$, on a $\omega_c = \frac{2}{3}\frac{R}{L}$

3. Diagramme de Bode asymptotique. Tracer la courbe de gain. Vous préciserez les limites du gain en très basses et très hautes fréquences, ainsi l'équation de l'asymptote oblique.

D'après la question 1, on a :

$$G \xrightarrow[\omega \to 0]{} -\infty$$

$$G \xrightarrow[\omega \to \infty]{} 20 \log \frac{1}{3}$$

Équation de l'asymptote en TBF :

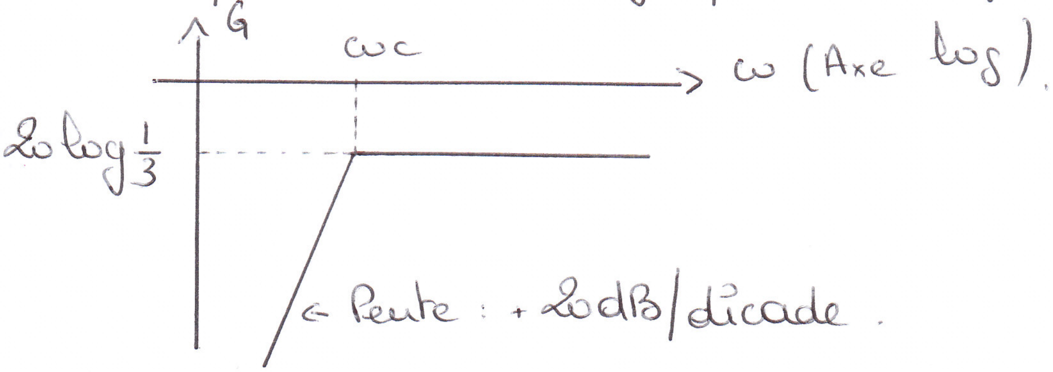
$$1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 \underset{0}{\sim} 1$$

$$A_{max} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \underset{0}{\sim} A_{max}$$

$$A(\omega) = A_{max} \cdot \frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} \underset{0}{\sim} A_{max} \cdot \frac{\omega}{\omega_c}$$

$$G(\omega) = 20\log A \underset{0}{\sim} 20\log\omega + 20\log\frac{A_{max}}{\omega_c}$$

$\Rightarrow$ Équation de l'asymptote : $20\log\omega + 20\log\frac{A_{max}}{\omega_c}$.



4. Quel type de filtre obtient-on si on remplace la bobine par un condensateur ? Justifiez votre réponse. (On ne vous demande pas de refaire une étude complète).

Comme les comportements des bobines et condensateurs sont inversés en TBF et THF, on obtiendra un filtre passe-bas si on remplace la bobine par un condensateur.

5. Si $v_e(t) = V_E sin(\omega t)$, quelle est l'expression de $v_s(t)$?

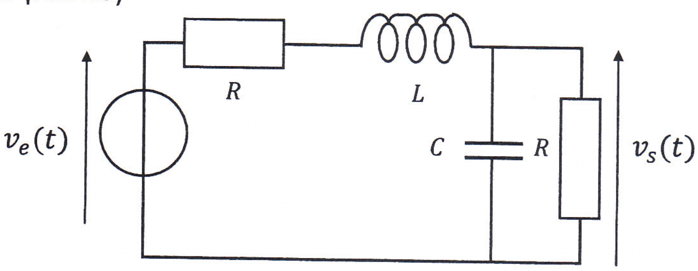
On aura $v_s(t) = V_s \sin(\omega t + \varphi_s)$ avec :

$$\rightarrow V_s = |\underline{V_s}| = \frac{L\omega}{\sqrt{4R^2 + 9(L\omega)^2}}$$

$$\rightarrow \varphi_s = \arg(\underline{V_s}) = \frac{\pi}{2} - \text{Arctan}\left(\frac{3L\omega}{2R}\right)$$

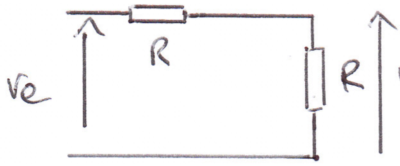
Exercice 3. Filtre du second ordre (8 points)

Soit le circuit suivant :



1. Etude Qualitative : Calculer les limites du gain quand $f \to 0$ et quand $f \to \infty$ et en déduire le type de filtre.

- En TBF :

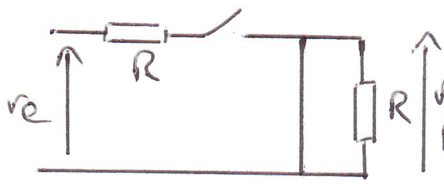


$v_s \to \frac{1}{2} v_e$

$A \to \frac{1}{2}$

$G \to -6\,dB$

- En THF :



$v_s \to 0$

$A \to 0$

$G \to -\infty$.

$\Rightarrow$ Filtre passe-bas

2. Déterminer sa fonction de transfert et la mettre sous la forme générale. Vous préciserez bien les expressions de A_0, ω_0 et z.

$$\underline{Z}_{eq} = \frac{R}{1+jRC\omega} \qquad \underline{PDT}: \underline{V_s} = \frac{\underline{Z}_{eq}}{\underline{Z}_{eq}+R+jL\omega}\underline{V_e}$$

$$\Rightarrow \underline{T}(\omega) = \frac{\frac{R}{1+jRC\omega}}{\frac{R}{1+jRC\omega}+R+jL\omega} = \frac{R}{R+R+jR^2C\omega+jL\omega-RLC\omega^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\underline{T}(\omega) = \frac{1}{2+j\left(RC+\frac{L}{R}\right)\omega-LC\omega^2}}$$

On sait que $\underline{T}(\omega) = A_0 \cdot \frac{1}{1+2jz\frac{\omega}{\omega_0}-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$

$$\Rightarrow \underline{T}(\omega) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1+j\frac{1}{2}\left(RC+\frac{L}{R}\right)\omega-\frac{LC}{2}\omega^2}$$

Par identification, on a : $\begin{cases} A_0 = \frac{1}{2} \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{2}{LC}} \\ z = \frac{1}{4}\left(RC+\frac{L}{R}\right)\omega_0 \end{cases}$

3. Diagrammes de Bode asymptotiques. Tracer les courbes de gain et de phase. Vous préciserez les limites du gain et de la phase en très basses et très hautes fréquences, ainsi l'équation de l'asymptote oblique pour la courbe de gain.

∘ Courbe de gain : On a vu, à la 1ère question, que :

$$G \xrightarrow[\omega\to 0]{} -6\,dB$$

$$G \xrightarrow[\omega\to\infty]{} -\infty$$

Équation de l'asymptote oblique en THF :

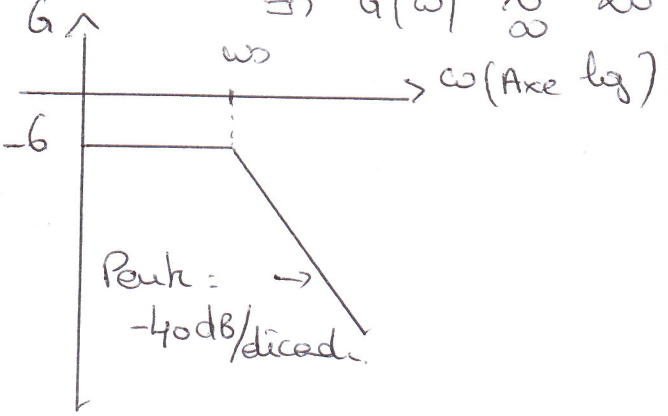
$$1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \underset{\infty}{\sim} -\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$$

$$\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 \underset{\infty}{\sim} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4.$$

$$\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(2z\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \underset{\infty}{\sim} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^4.$$

$$A(\omega) = A_0 \frac{1}{\sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)^2 + \left(2z\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \underset{\infty}{\sim} A_0 \cdot \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2$$

$$\Rightarrow G(\omega) \underset{\infty}{\sim} 20\log\left(A_0\omega_0^2\right) - 40\log\omega.$$

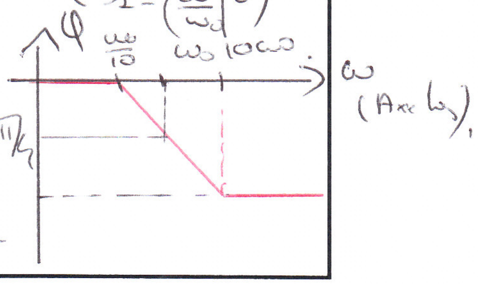


- Courbe de phase :

$$\varphi = -\text{Arctan}\left(\frac{2z\frac{\omega}{\omega_0}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}\right)$$

$$\varphi \xrightarrow[\omega\to 0]{} 0$$

$$\varphi \xrightarrow[\omega\to\infty]{} -\pi/2.$$



4. Quel type de filtre obtient-on si on inverse la bobine et le condensateur? Justifiez votre réponse. (On ne vous demande pas de refaire une étude complète).

Comme les comportements des bobines et condensateurs sont inversés en TBF et en THF, on obtiendra un filtre passe-haut si on inverse la bobine et le condensateur.