

Arboles B+

6) Arbol de orden 5.

Mínimo de claves por nodo: $5/2 - 1 = 1$

Máximo de claves por nodo: 4

Política de resolución de underflow: Izquierda y derecha.

- a) +19
- b) +25
- c) -63
- d) -62

NODO 2 (i, 4 elemento/s) 0(23)1(54)3(62)4(79)5

NODO 0 (h, 4 elemento/s) (18) (20) (21) (22) Siguiente hoja: 1

NODO 1 (h, 4 elemento/s) (23) (26) (33) (38) Siguiente hoja: 3

NODO 3 (h, 1 elemento/s) (54) Siguiente hoja: 4

NODO 4 (h, 2 elemento/s) (62) (63) Siguiente hoja: 5

NODO 5 (h, 3 elemento/s) (79)(80) (91) Siguiente hoja: -1

- a) +19: Leo NODO 2 y NODO 0. Agrego la clave 19 pero NODO 0 queda en overflow.

NODO 2 (i, 4 elemento/s) 0(23)1(54)3(62)4(79)5

NODO 0 (h, 4 elemento/s) (18) (19) (20) (21) (22) Siguiente hoja: 1

NODO 1 (h, 4 elemento/s) (23) (26) (33) (38) Siguiente hoja: 3

NODO 3 (h, 1 elemento/s) (54) Siguiente hoja: 4

NODO 4 (h, 2 elemento/s) (62) (63) Siguiente hoja: 5

NODO 5 (h, 3 elemento/s) (79)(80) (91) Siguiente hoja: -1

Se parte el NODO 0 quedandose con las claves (18) (19). Se crea NODO 6 con las claves (20) (21) (22). Se promueve la clave (20) al NODO 2 y queda en overflow.

NODO 2 (i, 4 elemento/s) 0(20)6(23)1(54)3(62)4(79)5

NODO 0 (h, 4 elemento/s) (18) (19) Siguiente hoja: 6

NODO 6 (h, 3 elemento/s) (20) (21) (22) Siguiente hoja: 1

NODO 1 (h, 4 elemento/s) (23) (26) (33) (38) Siguiente hoja: 3

NODO 3 (h, 1 elemento/s) (54) Siguiente hoja: 4

NODO 4 (h, 2 elemento/s) (62) (63) Siguiente hoja: 5

NODO 5 (h, 3 elemento/s) (79)(80) (91) Siguiente hoja: -1

Se parte el NODO 2 quedandose con las claves (20) (23). Como es una operación en nodos internos, se crea NODO 7 con las claves (62) (79) y la (54) se promueve sin copiarse. Se crea NODO 8 como raíz y se promueve la clave (54) a este.

NODO 8 (I, 1 elemento/s) 2(54)7
NODO 2 (i, 4 elemento/s) 0(20)6(23)1
NODO 7 (i, 3 elemento/s) 3(62)4(79)5
NODO 0 (h, 4 elemento/s) (18) (19) Siguiente hoja: 6
NODO 6 (h, 3 elemento/s) (20) (21) (22) Siguiente hoja: 1
NODO 1 (h, 4 elemento/s) (23) (26) (33) (38) Siguiente hoja: 3
NODO 3 (h, 1 elemento/s) (54) Siguiente hoja: 4
NODO 4 (h, 2 elemento/s) (62) (63) Siguiente hoja: 5
NODO 5 (h, 3 elemento/s) (79)(80) (91) Siguiente hoja: -1

Costo de la operación: L2, L0, E0, E6, E2, E7, E8

- b) +25: Leo NODO 8, NODO 2 y NODO 1. Agrego la clave (25) pero NODO 1 queda en overflow

NODO 8 (I, 1 elemento/s) 2(54)7
NODO 2 (i, 4 elemento/s) 0(20)6(23)1
NODO 7 (i, 3 elemento/s) 3(62)4(79)5
NODO 0 (h, 4 elemento/s) (18) (19) Siguiente hoja: 6
NODO 6 (h, 3 elemento/s) (20) (21) (22) Siguiente hoja: 1
NODO 1 (h, 4 elemento/s) (23) (25) (26) (33) (38) Siguiente hoja: 3
NODO 3 (h, 1 elemento/s) (54) Siguiente hoja: 4
NODO 4 (h, 2 elemento/s) (62) (63) Siguiente hoja: 5
NODO 5 (h, 3 elemento/s) (79)(80) (91) Siguiente hoja: -1

Se parte NODO 1 quedandose con las claves (23) (25). Se crea NODO 9 con las claves (26) (33) (38). Se copia la clave (26) al NODO 2.

NODO 8 (I, 1 elemento/s) 2(54)7
NODO 2 (i, 4 elemento/s) 0(20)6(23)1(26)9
NODO 7 (i, 3 elemento/s) 3(62)4(79)5
NODO 0 (h, 4 elemento/s) (18) (19) Siguiente hoja: 6
NODO 6 (h, 3 elemento/s) (20) (21) (22) Siguiente hoja: 1
NODO 1 (h, 2 elemento/s) (23) (25) Siguiente hoja: 9
NODO 9 (h, 3 elemento/s) (26) (33) (38) Siguiente hoja: 3
NODO 3 (h, 1 elemento/s) (54) Siguiente hoja: 4
NODO 4 (h, 2 elemento/s) (62) (63) Siguiente hoja: 5
NODO 5 (h, 3 elemento/s) (79)(80) (91) Siguiente hoja: -1

Costo de la operación: L8, L2, L1, E1, E9, E2

- c) -63: Leo NODO 8, NODO 7 y NODO 4. Escribo NODO 4 para borrar la clave (63). Nodo 4 queda con 1 clave (no hay underflow).

NODO 8 (I, 1 elemento/s) 2(54)7
NODO 2 (i, 4 elemento/s) 0(20)6(23)1(26)9
NODO 7 (i, 3 elemento/s) 3(62)4(79)5

NODO 0 (h, 4 elemento/s) (18) (19) Siguiente hoja: 6
NODO 6 (h, 3 elemento/s) (20) (21) (22) Siguiente hoja: 1
NODO 1 (h, 2 elemento/s) (23) (25) Siguiente hoja: 9
NODO 9 (h, 3 elemento/s) (26) (33) (38) Siguiente hoja: 3
NODO 3 (h, 1 elemento/s) (54) Siguiente hoja: 4
NODO 4 (h, 2 elemento/s) (62) Siguiente hoja: 5
NODO 5 (h, 3 elemento/s) (79)(80) (91) Siguiente hoja: -1

Costo de la operación: L8, L7, L4, E4

- d) -62: Leo NODO 8, NODO 7 y NODO 4. Borro la clave (62) pero NODO 4 queda en underflow.

NODO 8 (l, 1 elemento/s) 2(54)7
NODO 2 (i, 4 elemento/s) 0(20)6(23)1(26)9
NODO 7 (i, 3 elemento/s) 3(62)4(79)5
NODO 0 (h, 4 elemento/s) (18) (19) Siguiente hoja: 6
NODO 6 (h, 3 elemento/s) (20) (21) (22) Siguiente hoja: 1
NODO 1 (h, 2 elemento/s) (23) (25) Siguiente hoja: 9
NODO 9 (h, 3 elemento/s) (26) (33) (38) Siguiente hoja: 3
NODO 3 (h, 1 elemento/s) (54) Siguiente hoja: 4
NODO 4 (h, 2 elemento/s) () Siguiente hoja: 5
NODO 5 (h, 3 elemento/s) (79) (80) (91) Siguiente hoja: -1

Como NODO 3 tiene el mínimo de claves posibles, la política indica que resuelva con el NODO 5. Tomo la clave (79) para el NODO 3 y como en el NODO 7 se encuentra el (79), copio la clave (80) a este ultimo.

NODO 8 (l, 1 elemento/s) 2(54)7
NODO 2 (i, 4 elemento/s) 0(20)6(23)1(26)9
NODO 7 (i, 3 elemento/s) 3(62)4(80)5
NODO 0 (h, 4 elemento/s) (18) (19) Siguiente hoja: 6
NODO 6 (h, 3 elemento/s) (20) (21) (22) Siguiente hoja: 1
NODO 1 (h, 2 elemento/s) (23) (25) Siguiente hoja: 9
NODO 9 (h, 3 elemento/s) (26) (33) (38) Siguiente hoja: 3
NODO 3 (h, 1 elemento/s) (54) Siguiente hoja: 4
NODO 4 (h, 2 elemento/s) (79) Siguiente hoja: 5
NODO 5 (h, 3 elemento/s) (80) (91) Siguiente hoja: -1

Costo de la operación: L8, L7, L4, L5, E4, E5, E7

7) Árbol de orden 7

Mínimo de claves por nodo: $7/2 - 1 = 2$

Máximo de claves por nodo: 6

Política de resolución de underflow: Derecha.

- a) -173
- b) +172
- c) -92

Árbol:

10: 2(165)9
2: 0(92)1(104)3(130) 4
9: 5(178)6(264)7(378) 8
0: (59) (85) (89) 1
1: (92)(94) 3
3: (104) (120) 4
4: (130) (163) 5
5: (166) (167) (168) (169) (171) (173) 6
6: (178) (187) (197) (198) 7
7: (264) (266) (269) 8
8: (378) (390) (395) (400) -1

- a) **-173: Leo NODO 10, NODO 9 y NODO 5. Borro (173) y el nodo queda con 5 claves (sin underflow).**

10: 2(165)9
2: 0(92)1(104)3(130) 4
9: 5(178)6(264)7(378) 8
0: (59) (85) (89) 1
1: (92)(94) 3
3: (104) (120) 4
4: (130) (163) 5
5: (166) (167) (168) (169) (171) 6
6: (178) (187) (197) (198) 7
7: (264) (266) (269) 8
8: (378) (390) (395) (400) -1

Costo de la operación: L10, L9, L5, E5

- b) **+172: Leo NODO 10, NODO 9 y NODO 5. Agrego (172) y el nodo queda con 6 claves (sin overflow).**

10: 2(165)9
2: 0(92)1(104)3(130) 4
9: 5(178)6(264)7(378) 8
0: (59) (85) (89) 1
1: (92)(94) 3
3: (104) (120) 4
4: (130) (163) 5
5: (166) (167) (168) (169) (171) (172) 6

6: (178) (187) (197) (198) 7
7: (264) (266) (269) 8
8: (378) (390) (395) (400) -1

Costo de la operación: L10, L9, L5, E5

- c) -92: Leo NODO 10, NODO 2 y NODO 1. Borro el (92) pero NODO 1 queda en underflow.

10: 2(165)9
2: 0(92)1(104)3(130) 4
9: 5(178)6(264)7(378) 8
0: (59) (85) (89) 1
1: (94) 3
3: (104) (120) 4
4: (130) (163) 5
5: (166) (167) (168) (169) (171) (172) 6
6: (178) (187) (197) (198) 7
7: (264) (266) (269) 8
8: (378) (390) (395) (400) -1

Como no puedo redistribuir claves con el nodo derecho por tener el mínimo de claves posibles (NODO 3), la política derecha indica que en este caso excepcional puedo redistribuir con el nodo izquierdo (NODO 0). La clave (92) del NODO 2 y la (89) del NODO 0 se escriben en el NODO 1, se borra la (89) del NODO 0 y se escribe la misma en el NODO 2, en reemplazo de la (92).

10: 2(165)9
2: 0(89)1(104)3(130) 4
9: 5(178)6(264)7(378) 8
0: (59) (85) 1
1: (89) (92) (94) 3
3: (104) (120) 4
4: (130) (163) 5
5: (166) (167) (168) (169) (171) (172) 6
6: (178) (187) (197) (198) 7
7: (264) (266) (269) 8
8: (378) (390) (395) (400) -1

Costo de la operación: L10, L2, L1, L0, E1, E0, E2

8) Arbol de orden 4.

Mínimo de claves por nodo: $4/2 - 1 = 1$

Máximo de claves por nodo: 3

Política de resolución de underflow: Derecha.

- a) -80
- b) -33
- c) +39
- d) +57

Nodo 0: 1, i, 1(65)2
Nodo 1: 2, i, 3(33)4(55)5
Nodo 2: 1, i, 6(79)7
Nodo 3: 3, h, (20)(22) (23) ->4
Nodo 4: 3, h, (34)(35)(37) ->5
Nodo 5: 3, h, (55) (62) (63)->6
Nodo 6: 3, h, (74)(75) (76)->7
Nodo 7: 1, h, (80) ->-1

- a) **-80: Leo NODO 0, NODO 2 y NODO 7. Elimino la clave (80) pero NODO 7 queda en underflow.**

Nodo 0: 1, i, 1(65)2
Nodo 1: 2, i, 3(33)4(55)5
Nodo 2: 1, i, 6(79)7
Nodo 3: 3, h, (20)(22) (23) ->4
Nodo 4: 3, h, (34)(35)(37) ->5
Nodo 5: 3, h, (55) (62) (63)->6
Nodo 6: 3, h, (74)(75) (76)->7
Nodo 7: 0, h, () ->-1

Como no existe nodo adyacente derecho, la política indica que en este caso excepcional se redistribuya con el nodo adyacente de la izquierda(NODO 6). La clave (79) del NODO 2 pasa al NODO 7 y la (76) del NODO 6 pasa al NODO 2.

Nodo 0: 1, i, 1(65)2
Nodo 1: 2, i, 3(33)4(55)5
Nodo 2: 1, i, 6(76)
Nodo 3: 3, h, (20)(22) (23) ->4
Nodo 4: 3, h, (34)(35)(37) ->5
Nodo 5: 3, h, (55) (62) (63)->6
Nodo 6: 2, h, (74)(75) ->7
Nodo 7: 1, h, (79) ->-1

Costo de la operación: L0, L2, L7, L6, E6, E7, E2

- b) **-33: Leo NODO 0, NODO 1 y NODO 4. Como la clave (33) no se encuentra en el nodo hoja finaliza el algoritmo.**

Costo de la operación: L0, L1, L4

- c) +39: Leo NODO 0, NODO 1 y NODO 4. Agrego la clave (39) al NODO 4 pero queda en overflow.

Nodo 0: 1, i, 1(65)2
 Nodo 1: 2, i, 3(33)4(55)5
 Nodo 2: 1, i, 6(76)7
 Nodo 3: 3, h, (20)(22) (23) ->4
Nodo 4: 3, h, (34)(35)(37)(39) ->5
 Nodo 5: 3, h, (55) (62) (63)->6
 Nodo 6: 2, h, (74)(75) ->7
 Nodo 7: 1, h, (79) ->-1

Se parte el NODO 4, quedándose con las claves (34) (35), se crea el NODO 8 con las claves (37) (39). Como NODO 4 es una hoja, se copia la clave (37), que ahora se encuentra en el NODO 8 y se escribe en el NODO 1.

Nodo 0: 1, i, 1(65)2
Nodo 1: 3, i, 3(33)4(37)8(55)5
 Nodo 2: 1, i, 6(76)7
 Nodo 3: 3, h, (20)(22) (23) ->4
Nodo 4: 2, h, (34)(35) ->8
Nodo 8: 2, h, (37)(39) ->5
 Nodo 5: 3, h, (55) (62) (63)->6
 Nodo 6: 2, h, (74)(75) ->7
 Nodo 7: 1, h, (79) ->-1

Costo de la operación: L0, L1, L4, E4, E8, E1

- d) +57: Leo NODO 0, NODO 1 y NODO 5. Agrego la clave (57) al NODO 5 pero queda en overflow.

Nodo 0: 1, i, 1(65)2
 Nodo 1: 3, i, 3(33)4(37)8(55)5
 Nodo 2: 1, i, 6(76)7
 Nodo 3: 3, h, (20)(22) (23) ->4
 Nodo 4: 2, h, (34)(35) ->8
 Nodo 8: 2, h, (37)(39) ->5
Nodo 5: 4, h, (55) (57) (62) (63)->6
 Nodo 6: 2, h, (74)(75) ->7
 Nodo 7: 1, h, (79) ->-1

Se parte el NODO 5, quedándose con las claves (55) (57), se crea el NODO 9 con las claves (62) (63). Como el NODO 5 es una hoja, se copia la clave (62) que ahora se encuentra en el NODO 9 y se escribe en el NODO 1, dejando a este en overflow.

Nodo 0: 1, i, 1(65)2
Nodo 1: 4, i, 3(33)4(37)8(55)5(62)9
 Nodo 2: 1, i, 6(76)7
 Nodo 3: 3, h, (20)(22) (23) ->4
 Nodo 4: 2, h, (34)(35) ->8
 Nodo 8: 2, h, (37)(39) ->5
Nodo 5: 2, h, (55) (57) ->9

Nodo 9: 2, h, (62) (63) ->6

Nodo 6: 2, h, (74)(75) ->7

Nodo 7: 1, h, (79) ->-1

Se parte el NODO 1, quedándose con las claves (33) (37), se crea el NODO 10 con las claves (55) (62), pero como el NODO 1 es un nodo interno, inmediatamente se promueve la clave (55) del NODO 10 (sin copiarse) al NODO 0.

Nodo 0: 1, i, 1(55)10(65)2

Nodo 1: 2, i, 3(33)4(37)8

Nodo 10:1,l, 5(62)9

Nodo 2: 1, i, 6(76)7

Nodo 3: 3, h, (20)(22) (23) ->4

Nodo 4: 2, h, (34)(35) ->8

Nodo 8: 2, h, (37)(39) ->5

Nodo 5: 2, h, (55) (57) ->9

Nodo 9: 2, h, (62) (63) ->6

Nodo 6: 2, h, (74)(75) ->7

Nodo 7: 1, h, (79) ->-1

Costo de la operación: L0, L1, L5, E5, E9, E1, E10, E0