

Graphs of type (SB) and domination on their cartesian products

Projektna naloga pri predmetu Finančni praktikum

Jan Hrastnik, Matic Kremžar

11. november 2024

1 Uvod

Tema najine projektne naloge je 'Graphs of type (SB) and domination on their cartesian products' oziroma v slovenskem prevodu 'Grafu tipa (SB) in dominacija na njihovem kartezičnem produktu'.

Projektna naloga bo izvedena v programu Sage.

2 Osnovna ideja in definicije

Delala bova z neusmerjenimi grafi $G = (V, E)$, kjer je G množica vozlišč, E pa množica povezav grafa.

Definicija 1. Graf G je tipa (SB), če je njegov premer enak 2 in ima dve sosednji vozlišči $v_1, v_2 \in V$, da velja:

- v_1 in v_2 nimata skupnega sosedu,
- G ima vozlišče $v^* \in V$, ki ni sosednje v_1 ali v_2 ; torej $v^* \not\sim v_1$ in $v^* \not\sim v_2$.

Zapišemo lahko particijo vozlišč grafa G kot

$$V(G) = v_1, v_2 \cup A_1 \cup A_2 \cup A^*,$$

kjer je A_1 množica vozlišč, ki so sosednja v_1 , A_2 množica vozlišč, ki so sosednja v_2 in A^* množica vozlišč, ki niso sosednja niti v_1 niti v_2 .

Definicija 2. Podmnožica vozlišč $D \subseteq V$ grafa $G = (V, E)$ se imenuje dominacijska množica grafa, če je vsako vozlišče $v \in V$ grafa v množici D , ali pa je kakšno njemu sosednje vozlišče v D . Dominacijsko število $\gamma(G)$ grafa je velikost najmanjše dominacijske množice grafa.

Definicija 3. Kartezični produkt $G \square H$ grafov G in H je graf, za katerega velja:

- vozlišča grafa $G \square H$ so kartezični produkt $V(G) \times V(H)$,
- dve vozlišči (u, v) in (u', v') sta sosednji v grafu $G \square H$ natanko tedaj, ko je:
 - $u = u'$ in v je sosed v' v H , **ali**
 - $v = v'$ in u je sosed u' v G .

3 Načrt dela

1. Napisati postopek, ki preveri, ali je dani graf tipa (SB) in poiskati vse take grafe za $n = |V| \leq 10$.
2. Naključno konstruirati grafe tipa (SB) za višje n .
3. Pridobiti nov graf tipa (SB) iz obstoječega s pomočjo majhne modifikacije (na primer dodajanje ali odzemanje vozlišč ali povezav).
4. Preveriti katere vrednosti lahko zavzame dominacijsko število kartezičnega produkta dveh grafov tipa (SB).