

Proyecto Global Integrador: Control de Accionamiento de CA con Motor Sincrónico de Imanes Permanentes

Borquez Juan y Escobar Matías

Abstract

I. INTRODUCCIÓN

Modelado, simulación, diseño y análisis de desempeño de un Sistema de Control Automático de Posición y Movimiento para un Accionamiento electromecánico de 4 cuadrantes, compuesto por: máquina eléctrica de corriente alterna (CA) trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (PMSM), alimentada por inversor trifásico desde fuente de corriente continua (CC); reductor de velocidad de engranajes planetarios de salida hacia la carga mecánica; realimentación con 1 sensor de posición en el eje del motor, más 3 sensores de corriente instantánea de fases en la salida del inversor trifásico al estator de la máquina (PMSM) y 1 sensor de temperatura del bobinado de estator.

II. ECUACIONES

Se detallan en esta sección las ecuaciones que modelan las distintas partes del sistema, obtenidas de la guía de referencia ([1]) en donde también se detalla claramente el significado de cada uno de los términos en las ecuaciones.

- Modelo matemático simplificado equivalente no lineal de parámetros variables referido al eje de salida del tren de transmisión:

$$J_l \frac{d\omega_l(t)}{dt} = T_q(t) - b_l \omega_l(t) - T_l(t) \quad (1)$$

$$T_l(t) = k_l \sin(\theta_l(t)) + T_d(t) \quad (2)$$

$$\frac{d\theta_l(t)}{dt} \equiv \omega_l(t) \Leftrightarrow \theta_l(t) = \int_0^t \omega_l(\zeta) d\zeta + \theta_l(0) \quad (3)$$

- Modelo equivalente rígido del tren de transmisión:

$$\omega_l(t) = 1/r \cdot \omega_m(t) \quad (4)$$

$$T_q(t) = r \cdot T_{dm}(t) \quad (5)$$

- Modelo matemático equivalente del sub-sistema mecánico de la máquina eléctrica.

$$J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} = T_m(t) - b_m \omega_m(t) - T_{dm}(t) \quad (6)$$

$$\frac{d\theta_m(t)}{dt} \equiv \omega_m(t) \Leftrightarrow \theta_m(t) = \int_0^t \omega_m(\tau) d\tau + \theta_m(0) \quad (7)$$

- Coordenadas eléctricas de entrehierro $qd0^r$ (marco de referencia de rotor \neq “sincrónico”):

$$\frac{d\theta_r(t)}{dt} \equiv \omega_r(t) \Leftrightarrow \theta_r(t) = \int_0^t \omega_r(\tau) d\tau + \theta_r(0) \quad (8)$$

$$\theta_r(t) \equiv P_p \theta_m(t) \therefore \omega_r(t) = P_p \omega_m(t) \quad (9)$$

- Torque electromagnético:

$$T_m(t) = \frac{3}{2} P_p [\lambda_m^r i_{qs}^r(t) + (L_d - L_q) i_{ds}^r(t) i_{qs}^r(t)] \quad (10)$$

- Balance de tensiones eléctricas equivalentes de estator (referido a coordenadas $qd0^r$):

$$v_{qs}^r(t) = R_s(t) i_{qs}^r(t) + L_q \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + [\lambda_m^r + L_d i_{ds}^r(t)] \omega_r(t) \quad (11)$$

$$v_{ds}^r(t) = R_s(t) i_{ds}^r(t) + L_d \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} - L_q i_{qs}^r(t) \omega_r(t) \quad (12)$$

$$v_{0s}(t) = R_s(t) i_{0s}(t) + L_{ls} \frac{di_{0s}(t)}{dt} \quad (13)$$

- Modelo matemático de variación de la resistencia eléctrica del bobinado con la temperatura.

$$R_s(t) = R_{sREF} (1 + \alpha_{Cu} (T_s^\circ(t) - T_{sREF}^\circ)) \quad (14)$$

- Potencia de pérdidas calóricas:

$$P_{s\ perd}(t) = R_s(t) (i_{as}^2(t) + i_{bs}^2(t) + i_{cs}^2(t)) = \frac{3}{2} R_s(t) (i_{qs}^2(t) + i_{ds}^2(t) + 2i_{0s}^2(t))$$

- Balance térmico de estator:

$$P_{s\ perd}(t) = C_{ts} \frac{dT_s^\circ(t)}{dt} + \frac{1}{R_{ts-amb}} (T_s^\circ(t) - T_{amb}^\circ(t)) \quad (15)$$

- Vector de estado del sistema físico completo.

$$X = \begin{bmatrix} \theta_m \\ \omega_m \\ i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \\ i_{0s}^r \\ T_s \end{bmatrix} \quad (16)$$

- Vector de entradas de manipulación al modelo dinámico del sistema físico completo en coordenadas virtuales y reales respectivamente

$$u_{c(qd0)} = \begin{bmatrix} v_{qs}^r(t) \\ v_{ds}^r(t) \\ v_{0s}^r(t) \end{bmatrix} \quad u_{c(abc)} = \begin{bmatrix} v_{as}(t) \\ v_{bs}(t) \\ v_{cs}(t) \end{bmatrix} \quad (17)$$

- Vector de entradas de perturbación al modelo dinámico del sistema físico completo.

$$u_d = \begin{bmatrix} T_l(t) \\ T_{amb}^\circ(t) \end{bmatrix} \quad (18)$$

- Sistema de tensiones trifásico a la salida del inversor.

$$v_{as}(t) \approx \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot V_{sl}(t) \cdot \cos(\theta_{ev}(t)) \quad (\text{Ec. 4.1}) \quad (19)$$

$$v_{bs}(t) \approx \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot V_{sl}(t) \cdot \cos\left(\theta_{ev}(t) - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{Ec. 4.2}) \quad (20)$$

$$v_{cs}(t) \approx \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot V_{sl}(t) \cdot \cos\left(\theta_{ev}(t) + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (\text{Ec. 4.3}) \quad (21)$$

$$(22)$$

- Frecuencia eléctrica del sistema de tensiones trifásico y ángulo eléctrica

$$\omega_e(t) \equiv 2\pi \cdot f_e(t) \equiv \frac{d\theta_{ev}(t)}{dt} \iff \theta_{ev}(t) = \int_0^t \omega_e(\xi) d\xi + \theta_{ev}(0) \quad (23)$$

- Ángulo de carga de la máquina eléctrica:

$$\delta(t) \equiv \theta_r(t) - \theta_{ev}(t) = \int_0^t [\omega_r(\xi) - \omega_e(\xi)] d\xi + \theta_r(0) - \theta_{ev}(0) \quad (24)$$

III. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

El problema bajo estudio se encuentra bien detallado en la guía de referencia ([1]), por lo que en esta sección se indican solo los aspectos más relevantes de cada una de las partes del problema, sin hacer énfasis en las ecuaciones que describen los modelos de cada una de las partes ni en los parámetros de cada uno de los subsistemas.

A. Carga Mecánica

Aplicación simplificada de referencia (adaptado de [2]): control de movimiento de 1 eje (descentralizado) para articulación de brazo manipulador robótico elemental de un grado de libertad (1 g.d.l.) rotacional de eje horizontal sometido a la acción de la aceleración de gravedad (péndulo rígido actuado), con eje de rotación fijo a base en sistema de referencia inercial (Fig. 1); con parámetros equivalentes variables según sea la carga útil transportada en el extremo.

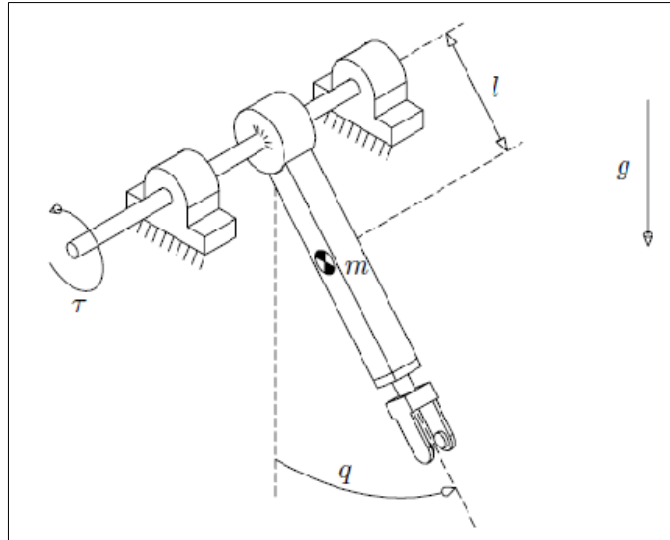


Fig. 1. Robot manipulador elemental de 1 g.d.l. en plano vertical (péndulo rígido actuado) [2].

B. Caja Reductora

Caja reductora reversible con sistema de engranajes planetarios, asumiendo acoplamiento rígido (sin elasticidad torsional y sin juego, holgura o “backlash”); momento de inercia equivalente y pérdidas de energía por fricción interna, reflejados al eje de entrada y considerados junto con el motor

C. Máquina Eléctrica PMSM

Máquina eléctrica de CA trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (PMSM) y estator conectado en estrella (simétrico y equilibrado) accesible en bornes de fases *abc*, con centro de estrella (punto “neutro”) flotante (no accesible).

1) **Subsistema Térmico:** Modelo simplificado equivalente de primer orden, considerando sólo pérdidas eléctricas resistivas por efecto Joule en bobinado de estator, despreciando pérdidas magnéticas en el núcleo; transferencia de calor por conducción y convección natural, sin ventilación forzada.

D. Inversor trifásico de alimentación (modulador de tensión)

Inversor trifásico de 4 cuadrantes (regenerativo), consistente en puente trifásico con llaves electrónicas semiconductoras alimentado desde fuente de CC de tensión constante, conmutado con modulación de ancho de pulso.

No es parte de este proyecto el análisis del detalle de operación del inversor ni su fuente de energía de CC. Se considera al inversor trifásico y la fuente de CC como un Modulador idealizado de tensión trifásico (vectorial) (modelo promediado que se indica a continuación) para alimentación al estator de la Máq. Eléctrica.

1) **Modelo Promediado:** Se considera un modelo promediado equivalente de tensiones sintetizadas de salida (componente fundamental, sin armónicos). Se trata de un sistema trifásico de tensiones de fase en bornes de estator, senoidales de secuencia positiva *abc*, equilibrado o balanceado, variable en Módulo $V_{sl}(t)$ y Frecuencia $\omega_e(t)$.

E. Sensores de retroalimentación

El sistema cuenta con los siguientes dispositivos físicos y sus canales de medición y acondicionamiento:

- 1 sensor de posición angular (codificador incremental o “encoder”) montado en el eje de motor, asumiendo proceso de “homing” y decodificación idealizados. Se logra la medición de la posición angular absoluta “rectificada” (al girar más de una revolución)

→ variable medida : $\theta_m(t)$

- 3 sensores de corriente instantánea de fase, montados en salida trifásica del inversor hacia bornes del estator.

→ variables medidas : $i_{as}(t), i_{bs}(t), i_{cs}(t)$

- 1 sensor de temperatura (ej. RTD) en bobinado de estator. Se mide la temperatura para monitoreo de calentamiento y estimación de resistencia de estator $R_s(t)$.

→ variable medida : $T_s^\circ(t)$

F. Variables principales en el Modelo Dinámico completo

Se utilizan las siguientes variables para representar el estado, las entradas y las salidas en el modelo del sistema dinámico completo.

a) Excitaciones (entradas) externas:

- Variable manipulada (vectorial): Sistema trifásico de tensiones de fase reales en bornes de estator $v_{abc}(t)$, con $V_{sl}(t)$ y $\omega_e(t)$ ajustables a través de manipulación de la modulación PWM del inversor.
- Variables de perturbación: Torque externo de carga mecánica $T_l(t)$ aplicado en la articulación del brazo manipulador. Temperatura ambiente $T_{amb}^\circ(t)$.

b) Estado interno:

- Posición $\theta_m(t)$ y velocidad $\omega_m(t)$ en eje del motor. Corrientes virtuales equivalentes de estator $i_{qd0s}^r(t)$; temperatura de estator $T_s^\circ(t)$.

c) Respuestas (salidas) externas:

- Variable controlada, no medida directamente (efector final): Posición angular de eje de la carga $q(t) \equiv \theta_l(t)$.
- Variables medidas (para realimentación): Posición angular de eje del motor $\theta_m(t)$. Sistema trifásico de corrientes de fase reales en bornes de estator $i_{abc}(t)$. Temperatura de estator $T_s^\circ(t)$.

IV. DESARROLLO DE TAREAS**A. Modelado, Análisis y Simulación dinámica del SISTEMA FÍSICO a “Lazo Abierto” (Sin Controlador externo de Movimiento)**

1) **Modelo sub-sistema mecánico completo referido al eje de la máquina eléctrica:** Multiplicando por r ambos miembros de la ecuación (6), sumando miembro a miembro con la ecuación (1) y tomando en cuenta $T_q(t)$ según la ecuación (5) obtenemos:

$$J_l \frac{d\omega_l(t)}{dt} + J_m r \frac{d\omega_m(t)}{dt} = r T_m(t) - T_l(t) - b_l \omega_l(t) - b_m r \omega_m(t)$$

Reemplazando en la anterior $\omega_l(t)$ según la ecuación (4), agrupando términos y dividiendo entre r a ambos miembros, obtenemos:

$$\left(J_m + \frac{J_l}{r^2} \right) \frac{d\omega_m(t)}{dt} = T_m(t) - \left(b_m + \frac{b_l}{r^2} \right) \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r} \quad (25)$$

Definimos ahora la inercia equivalente y el amortiguamiento equivalente respectivamente como:

$$J_{eq} = \left(J_m + \frac{J_l}{r^2} \right) \quad (26)$$

$$b_{eq} = \left(b_m + \frac{b_l}{r^2} \right) \quad (27)$$

Reemplazando (26) y (27) en (25) obtenemos el modelo matemático equivalente del sub-sistema mecánico completo con parámetros equivalentes referido al eje del motor (vease diagrama de bloques de la fig. 2):

$$J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} = T_m(t) - b_{eq} \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r} \quad (28)$$

El modelo resultante tiene un solo grado de libertad, tal como sucede en el modelo de la carga y del subsistema mecánico de la máquina eléctrica sin la transmisión. Esto se debe a la rigidez y la ausencia de "backlash" en la reducción, permitiendo un "acoplamiento directo" de la carga al eje de la máquina. Dicho de otra manera, la transmisión no incorpora dinámica al subsistema mecánico completo.

2) **Modelo dinámico del sistema físico completo:** este incorpora los sub-sistemas electromagnético, mecánico y térmico.

a) **Modelo Global No Lineal:** En la Figura 3 se muestra el diagrama de bloques del sistema físico completo, el cual está compuesto por varios subsistemas. En las Figuras 4, 2, y 5 se muestran los diagramas de bloques de los subsistemas térmico, mecánico y electromagnético respectivamente. A su vez, los componentes del sub-sistema electromagnético se detallan en las Figuras 6, 7, 8, para las corrientes (i_{qs} , i_{ds} , i_{0s} respectivamente) y en la Figura 9 para el torque motor. En las Figuras 10 y 11 se detallan las transformaciones de Park directa e inversa que se incorporan al modelo respectivamente.

Al tratarse de un sistema no lineal de parámetros variables y con no-linealidades en las variables de estado, no se puede obtener una expresión de la ecuación de estado y de salida del sistema en la forma:

Sin embargo, se puede obtener una expresión del modelo matemático vectorial en la forma más general: La 29 corresponde a la ecuación de estado del sistema mientras que la ecuación 29 corresponde a la ecuación de salida del sistema.

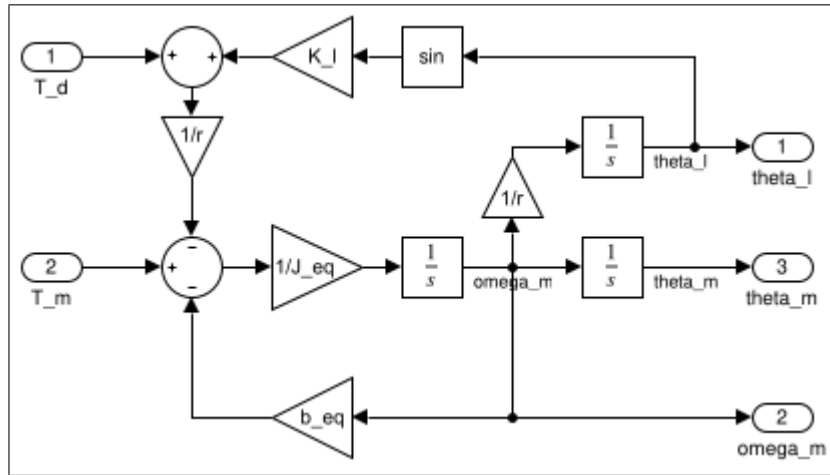


Fig. 2. Diagrama de bloques del sub-sistema mecánico completo.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \omega_m \\ i_{qs}^r \\ i_{ds}^r \\ i_{0s} \\ T_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_m \\ \frac{3}{2} \frac{P_p i_{qs}^r(t)}{J_{eq}} [\lambda_m^r + (L_d - L_q) i_{ds}^r(t)] - \frac{b_{eq}}{J_{eq}} \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{J_{eq} r} \\ \frac{1}{L_q} (v_{qs}^r(t) - R_s(t) i_{qs}^r - [\lambda_m^r + L_d i_{ds}^r] \omega_r(t)) \\ \frac{1}{L_d} (v_{ds}^r(t) - R_s(t) i_{ds}^r + L_q i_{qs}^r \omega_r(t)) \\ \frac{1}{L_s} (v_{0s}(t) - R_s(t) i_{0s}) \\ \frac{3}{2} \frac{R_s(t)}{C_{ts}} (i_{qs}^2(t) + i_{ds}^2(t) + 2i_{0s}^2(t)) - \frac{1}{C_{ts} R_{ts-amb}} (T_s - T_{amb}) \end{bmatrix} \quad (29)$$

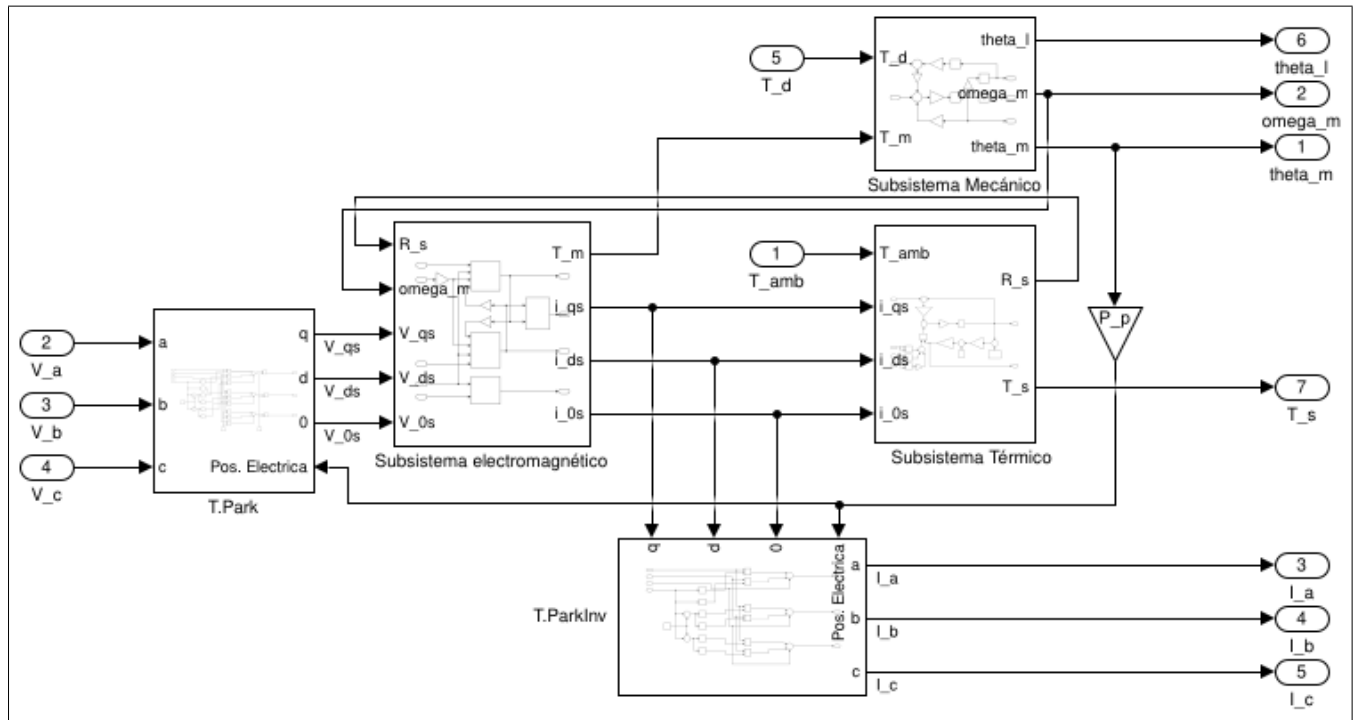


Fig. 3. Diagrama de bloques del sistema físico completo.

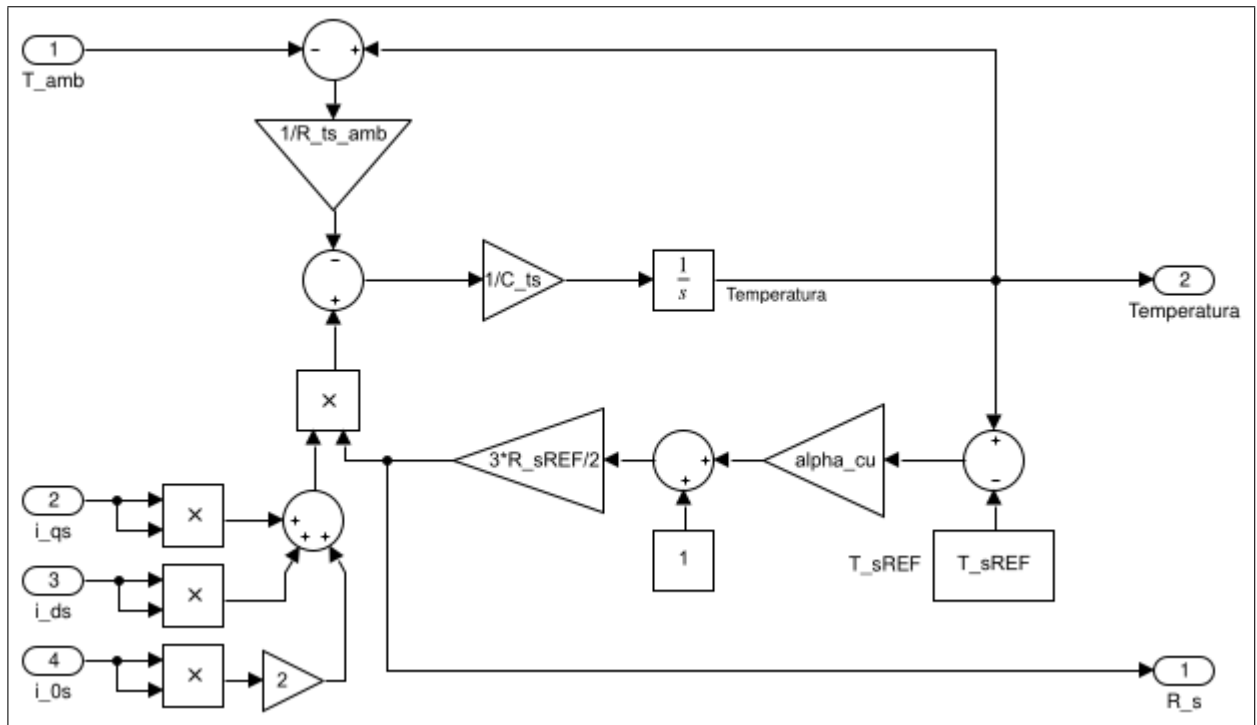


Fig. 4. Diagrama de bloques del sub-sistema térmico

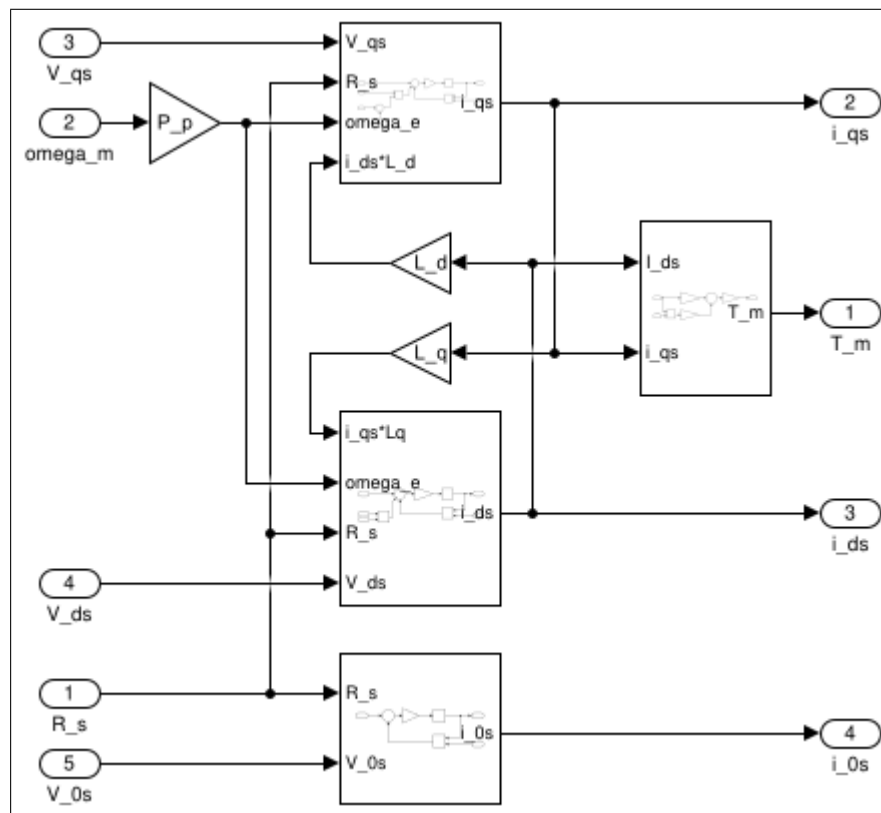


Fig. 5. Diagrama de bloques del sub-sistema electromagnético

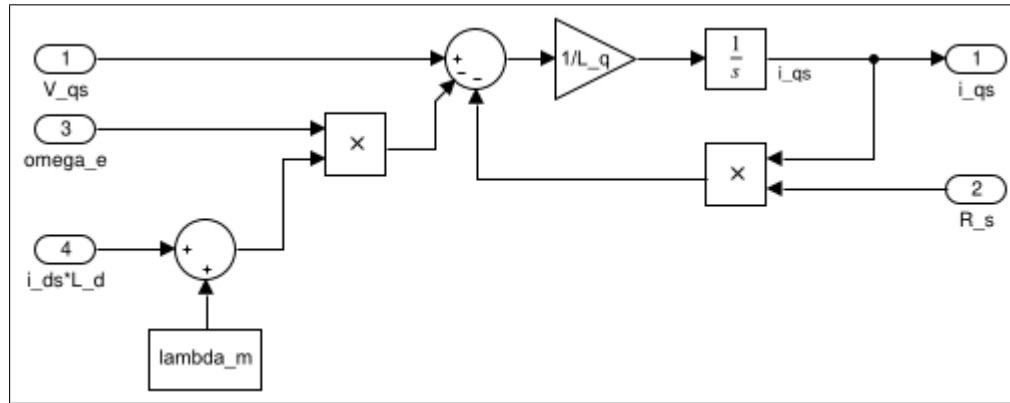


Fig. 6. Diagrama de bloques I_{qs}

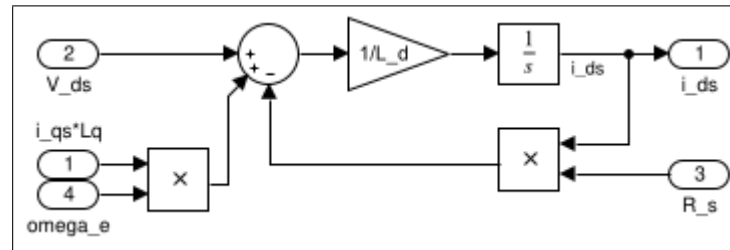


Fig. 7. Diagrama de bloques I_{ds}

V. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A. Heading 1, etc

B. Figures and Tables

Positioning Figures and Tables: Place figures and tables at the top and bottom of columns. Avoid placing them in the middle of columns. Large figures and tables may span across both columns. Figure captions should be below the figures; table heads should appear above the tables. Insert figures and tables after they are cited in the text. Use the abbreviation “Fig. 1”, even at the beginning of a sentence.

VI. CONCLUSIONES

APENDICE

Appendixes should appear before the acknowledgment.

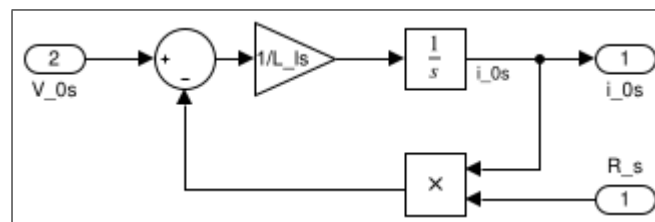


Fig. 8. Diagrama de bloques I_{0s}

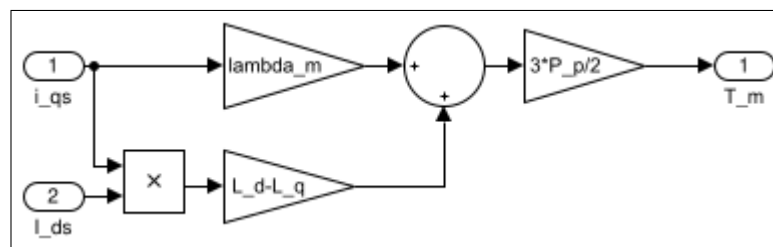


Fig. 9. Diagrama de bloques T_m

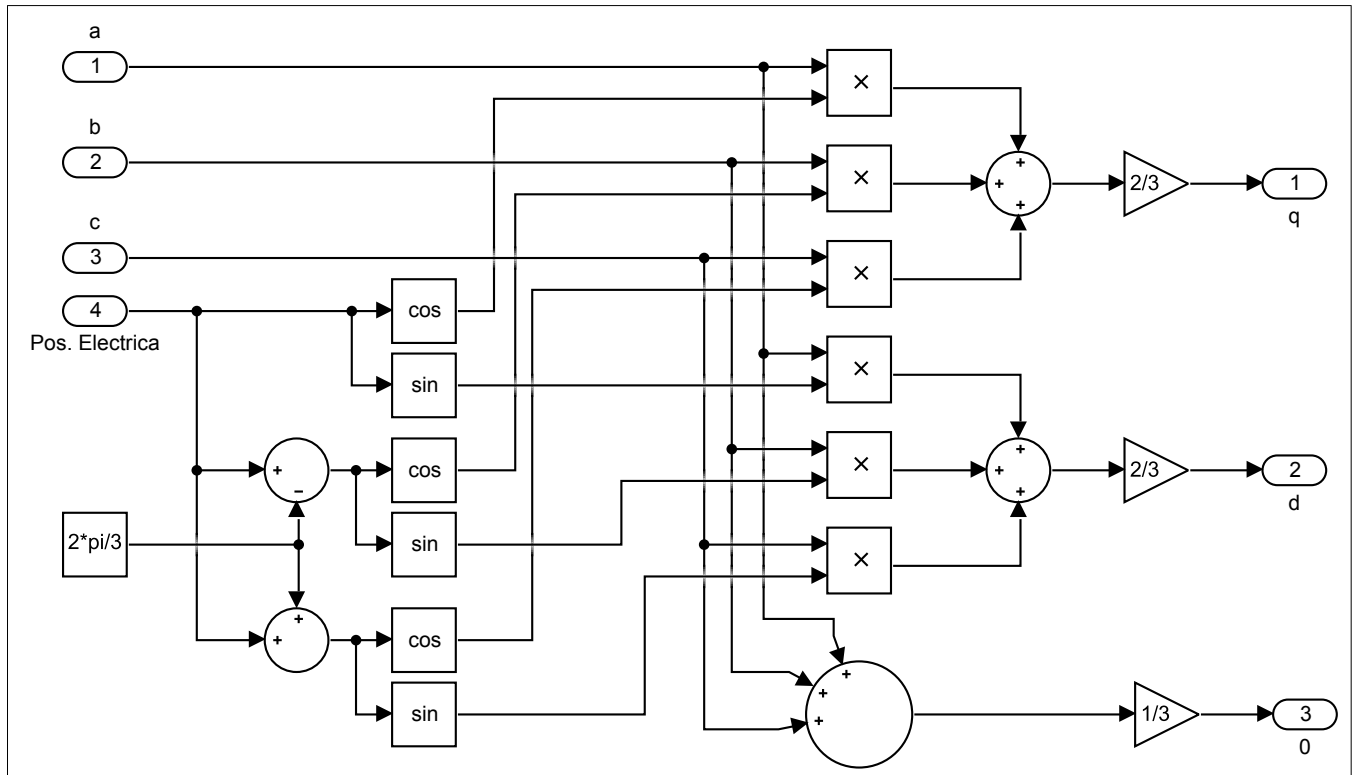


Fig. 10. Transformación de Park Directa

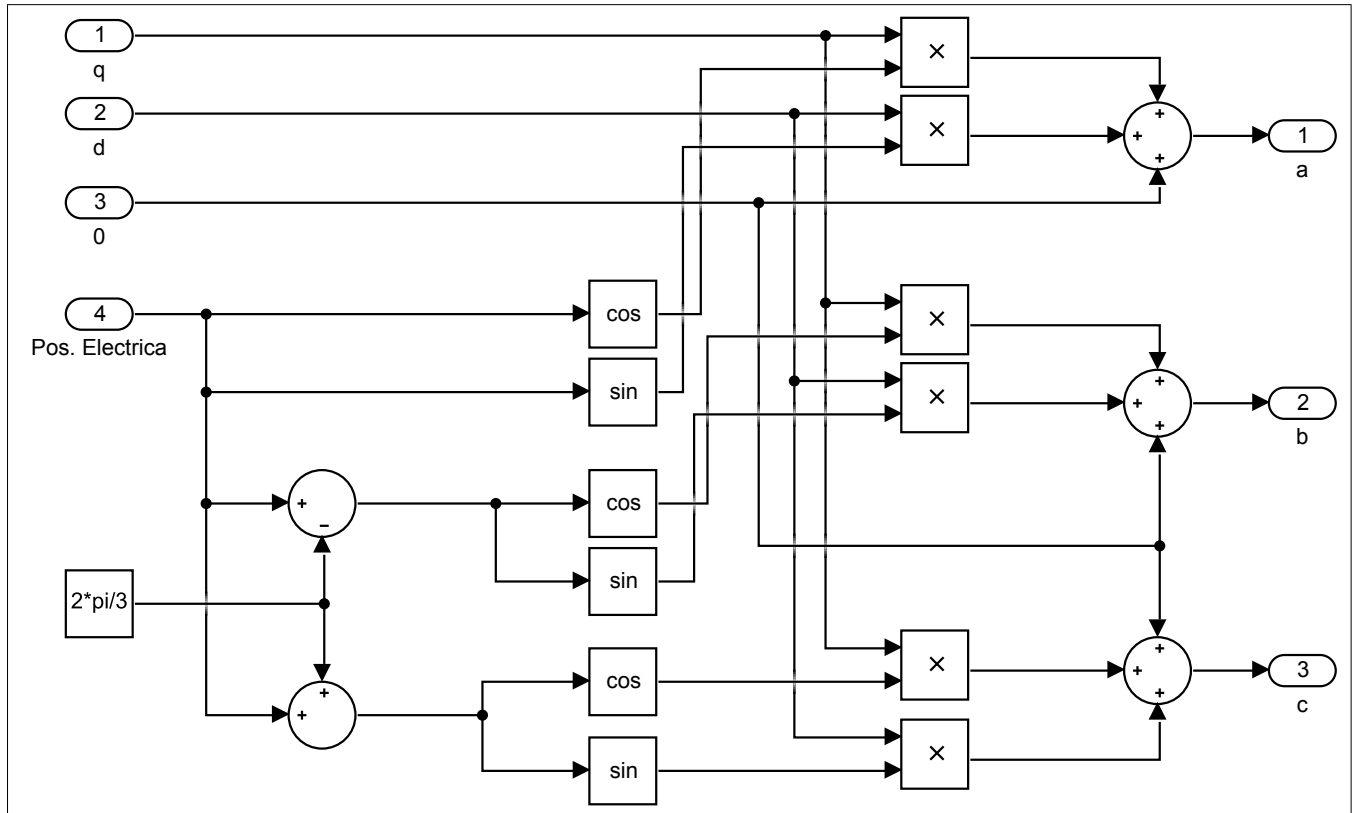


Fig. 11. Transformación de Park Inversa

TABLE I
AN EXAMPLE OF A TABLE

One	Two
Three	Four

We suggest that you use a text box to insert a graphic (which is ideally a 300 dpi TIFF or EPS file, with all fonts embedded) because, in an document, this method is somewhat more stable than directly inserting a picture.

Fig. 12. Inductance of oscillation winding on amorphous magnetic core versus DC bias magnetic field

REFERENCES

- [1] G. O. Young, "Synthetic structure of industrial plastics (Book style with paper title and editor)," in *Plastics*, 2nd ed. vol. 3, J. Peters, Ed. New York: McGraw-Hill, 1964, pp. 15–64.
- [2] R. Kelly et al, *Control of Robot Manipulators in Joint Space*. Springer, 2005. (Example and Figure 2.2).
- [3] P. Krause et al, *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, 3rd Ed.. IEEE-Wiley, 2013.
- [4] B. Smith, "An approach to graphs of linear forms (Unpublished work style)," unpublished.
- [5] E. H. Miller, "A note on reflector arrays (Periodical style~Accepted for publication)," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, to be published.
- [6] J. Wang, "Fundamentals of erbium-doped fiber amplifiers arrays (Periodical style~Submitted for publication)," *IEEE J. Quantum Electron.*, submitted for publication.

Matrices Modelo linealizado

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{K_l \cos(\frac{\theta_m}{r})}{J_{eq} r^2} & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3 P_p (\lambda_m + i_{ds} (L_d - L_q))}{2 J_{eq}} & \frac{3 P_p i_{qs} (L_d - L_q)}{2 J_{eq}} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3 P_p i_{ds} (L_d + \lambda_m)}{2 L_q} & -\frac{R_{sref} (\alpha_{cu} (T_s - T_{sref}) + 1)}{L_q} & -\frac{L_d P_p \omega_m}{L_d} & 0 & -\frac{R_{sref} \alpha_{cu} i_{qs}}{L_q} \\ 0 & \frac{L_q P_p i_{qs}}{L_d} & \frac{L_q P_p \omega_m}{L_d} & -\frac{R_{sref} (\alpha_{cu} (T_s - T_{sref}) + 1)}{L_d} & 0 & -\frac{R_{sref} \alpha_{cu} i_{ds}}{L_d} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_{sref} (\alpha_{cu} (T_s - T_{sref}) + 1)}{L_{ls}} & -\frac{R_{sref} \alpha_{cu} i_{os}}{L_{ls}} \\ 0 & 0 & \frac{3 R_{sref} i_{qs} (\alpha_{cu} (T_s - T_{sref}) + 1)}{C_{ts}} & \frac{3 R_{sref} i_{ds} (\alpha_{cu} (T_s - T_{sref}) + 1)}{C_{ts}} & \frac{6 R_{sref} i_{os} (\alpha_{cu} (T_s - T_{sref}) + 1)}{C_{ts}} & \frac{R_{sref} \alpha_{cu} (3 i_{ds}^2 + 6 i_{os}^2 + 3 i_{qs}^2)}{2 C_{ts}} - \frac{1}{C_{ts} R_{ts, amb}} \end{pmatrix}$$