Proyecto Global Integrador: Control de Accionamiento de CA con Motor Sincrónico de Imanes Permanentes

Borquez Juan y Escobar Matías

Abstract

I. INTRODUCCIÓN

Modelado, simulación, diseño y análisis de desempeño de un Sistema de Control Automático de Posición y Movimiento para un Accionamiento electromecánico de 4 cuadrantes, compuesto por: máquina eléctrica de corriente alterna (CA) trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (PMSM), alimentada por inversor trifásico desde fuente de corriente continua (CC); reductor de velocidad de engranajes planetarios de salida hacia la carga mecánica; realimentación con 1 sensor de posición en el eje del motor, más 3 sensores de corriente instantánea de fases en la salida del inversor trifásico al estator de la máquina (PMSM) y 1 sensor de temperatura del bobinado de estator.

II. ECUACIONES

Se detallan en esta sección las ecuaciones que modelan las distintas partes del sistema, obtenidas de la guía de referencia ([1]) en donde también se detalla claramente el significado de cada uno de los términos en las ecuaciones.

- Modelo matemático simplificado equivalente no lineal de parámetros variables referido al eje de salida del tren de transmisión:

$$J_l \frac{d\omega_l(t)}{dt} = T_q(t) - b_l \omega_l(t) - T_l(t) \tag{1}$$

$$T_l(t) = k_l \sin(\theta_l(t)) + T_d(t) \tag{2}$$

$$\frac{d\theta_l(t)}{dt} \equiv \omega_l(t) \Leftrightarrow \theta_l(t) = \int_0^t \omega_l(\zeta)\, d\zeta + \theta_l(0) \tag{3}$$

- Modelo equivalente rígido del tren de transmisión:

$$\omega_l(t) = 1/r \cdot \omega_m(t) \tag{4}$$

$$T_q(t) = r \cdot T_{dm}(t) \tag{5}$$

- Modelo matemático equivalente del sub-sistema mecánico de la máquina eléctrica.

$$J_m \frac{d\omega_m(t)}{dt} = T_m(t) - b_m \omega_m(t) - T_{dm}(t) \tag{6}$$

$$\frac{d\theta_m(t)}{dt} \equiv \omega_m(t) \Leftrightarrow \theta_m(t) = \int_0^t \omega_m(\tau) d\tau + \theta_m(0) \tag{7}$$

- Coordenadas eléctricas de entrehierro $qd0^r$ (marco de referencia de rotor $\neq$ "sincrónico"):

$$\frac{d\theta_r(t)}{dt} \equiv \omega_r(t) \Leftrightarrow \theta_r(t) = \int_0^t \omega_r(\tau) d\tau + \theta_r(0) \tag{8}$$

$$\theta_r(t) \equiv P_p \theta_m(t) \therefore \omega_r(t) = P_p \omega_m(t) \tag{9}$$

- Torque electromagnético:

$$T_m(t) = \frac{3}{2} P_p [\lambda_m'^r i_{qs}^r(t) + (L_d - L_q) i_{ds}^r(t) i_{qs}^r(t)] \tag{10}$$

- Balance de tensiones eléctricas equivalentes de estator (referido a coordenadas $qd0^r$):

$$v_{qs}^r(t) = R_s(t) i_{qs}^r(t) + L_q \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + [\lambda_m'^r + L_d i_{ds}^r(t)]\omega_r(t) \tag{11}$$

$$v_{ds}^r(t) = R_s(t) i_{ds}^r(t) + L_d \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} - L_q i_{qs}^r(t) \omega_r(t) \tag{12}$$

$$v_{0s}(t) = R_s(t) i_{0s}(t) + L_{ls} \frac{di_{0s}(t)}{dt} \tag{13}$$

- Modelo matemático de variación de la resistencia eléctrica del bobinado con la temperatura.

$$R_s(t) = R_{sREF}\left(1 + \alpha_{Cu}(T_s^{\circ}(t) - T_{sREF}^{\circ})\right) \tag{14}$$

- Potencia de pérdidas calóricas:

$$P_{s\ perd}(t) = R_s(t)\left(i_{as}^2(t) + i_{bs}^2(t) + i_{cs}^2(t)\right) = \frac{3}{2}R_s(t)\left(i_{qs}^2(t) + i_{ds}^2(t) + 2i_{0s}^2(t)\right) \tag{15}$$

- Balance térmico de estator:

$$P_{s\ perd}(t) = C_{ts}\frac{dT_s^{\circ}(t)}{dt} + \frac{1}{R_{ts-amb}}\left(T_s^{\circ}(t) - T_{amb}^{\circ}(t)\right) \tag{16}$$

- Vector de estado del sistema físico completo.

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \\ i_{ds}^r(t) \\ i_{0s}(t) \\ T_s(t) \end{bmatrix} \tag{17}$$

- Vector de entradas de manipulación al modelo dinámico del sistema físico completo en coordenadas virtuales y reales respectivamente

$$\mathbf{u_{c(qd0)}}(t) = \begin{bmatrix} v_{qs}^r(t) \\ v_{ds}^r(t) \\ v_{0s}^r(t) \end{bmatrix} \mathbf{u_{c(abc)}}(t) = \begin{bmatrix} v_{as}(t) \\ v_{bs}(t) \\ v_{cs}(t) \end{bmatrix} \tag{18}$$

- Vector de entradas de perturbación al modelo dinámico del sistema físico completo.

$$\mathbf{u_d}(t) = \begin{bmatrix} T_l(t) \\ T_{amb}^{\circ}(t) \end{bmatrix} \tag{19}$$

- Vector de entradas total al modelo dinámico del sistema físico completo.

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{u_c}(t) \\ \mathbf{u_d}(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} v_{qs}^r(t) \\ v_{ds}^r(t) \\ v_{0s}^r(t) \\ T_l(t) \\ T_{amb}^{\circ}(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} v_{as}(t) \\ v_{bs}(t) \\ v_{cs}(t) \\ T_l(t) \\ T_{amb}^{\circ}(t) \end{bmatrix} \tag{20}$$

- Sistema de tensiones trifásico a la salida del inversor.

$$v_{as}(t) \approx \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot V_{sl}(t) \cdot \cos(\theta_{ev}(t)) \quad \text{(Ec. 4.1)} \tag{21}$$

$$v_{bs}(t) \approx \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot V_{sl}(t) \cdot \cos\left(\theta_{ev}(t) - \frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{(Ec. 4.2)} \tag{22}$$

$$v_{cs}(t) \approx \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot V_{sl}(t) \cdot \cos\left(\theta_{ev}(t) + \frac{2\pi}{3}\right) \quad \text{(Ec. 4.3)} \tag{23}$$

$$\tag{24}$$

- Frecuencia eléctrica del sistema de tensiones trifásico y ángulo eléctrica

$$\omega_e(t) \equiv 2\pi \cdot f_e(t) \equiv \frac{d\theta_{ev}(t)}{dt} \iff \theta_{ev}(t) = \int_0^t \omega_e(\xi)\, d\xi + \theta_{ev}(0) \tag{25}$$

- Ángulo de carga de la máquina eléctrica:

$$\delta(t) \equiv \theta_r(t) - \theta_{ev}(t) = \int_0^t \left[\omega_r(\xi) - \omega_e(\xi)\right] d\xi + \theta_r(0) - \theta_{ev}(0) \tag{26}$$

III. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

El problema bajo estudio se encuentra bien detallado en la guía de referencia ([1]), por lo que en esta sección se indican solo los aspectos más relevantes de cada una de las partes del problema, sin hacer énfasis en las ecuaciones que describen los modelos de cada una de las partes ni en los parámetros de cada uno de los subsistemas.

*A. **carga mecanica***

Aplicación simplificada de referencia (adaptado de [2]): control de movimiento de 1 eje (descentralizado) para articulación de brazo manipulador robótico elemental de un grado de libertad (1 g.d.l.) rotacional de eje horizontal sometido a la acción de la aceleración de gravedad (péndulo rígido actuado), con eje de rotación fijo a base en sistema de referencia inercial (fig. 1); con parámetros equivalentes variables según sea la carga útil transportada en el extremo.

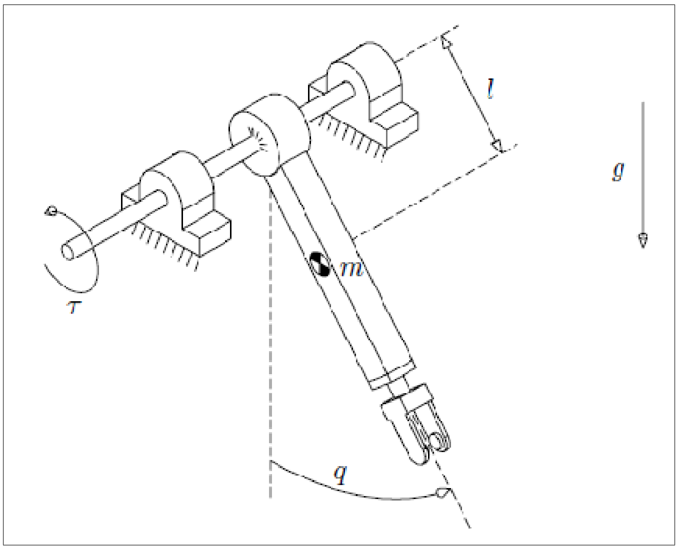

Fig. 1. Robot manipulador elemental de 1 g.d.l. en plano vertical (péndulo rígido actuado) [2].

*B. **Caja Reductora***

Caja reductora reversible con sistema de engranajes planetarios, asumiendo acoplamiento rígido (sin elasticidad torsional y sin juego, holgura o “backlash”); momento de inercia equivalente y pérdidas de energía por fricción interna, reflejados al eje de entrada y considerados junto con el motor

*C. **Máquina Eléctrica PMSM***

Máquina eléctrica de CA trifásica sincrónica con excitación por imanes permanentes (PMSM) y estator conectado en estrella (simétrico y equilibrado) accesible en bornes de fases abc, con centro de estrella (punto “neutro”) flotante (no accesible).

*1) **subsistema termico**:* Modelo simplificado equivalente de primer orden, considerando sólo pérdidas eléctricas resistivas por efecto Joule en bobinado de estator, despreciando pérdidas magnéticas en el núcleo; transferencia de calor por conducción y convección natural, sin ventilación forzada.

*D. **Inversor trifásico de alimentación (modulador de tensión)***

Inversor trifásico de 4 cuadrantes (regenerativo), consistente en puente trifásico con llaves electrónicas semiconductoras alimentado desde fuente de CC de tensión constante, conmutado con modulación de ancho de pulso.

No es parte de este proyecto el análisis del detalle de operación del inversor ni su fuente de energía de CC. Se considera al inversor trifásico y la fuente de CC como un Modulador idealizado de tensión trifásico (vectorial) (modelo promediado que se indica a continuación) para alimentación al estator de la Máq. Eléctrica.

*1) **Modelo Promediado**:* Se considera un modelo promediado equivalente de tensiones sintetizadas de salida (componente fundamental, sin armónicos). Se trata de un sistema trifásico de tensiones de fase en bornes de estator, senoidales de secuencia positiva abc, equilibrado o balanceado, variable en Módulo $V_{sl}(t)$ y Frecuencia $\omega_e(t)$.

E. *Sensores de retroalimentación*

El sistema cuenta con los siguientes dispositivos físicos y sus canales de medición y acondicionamiento:

- 1 sensor de posición angular (codificador incremental o “encoder”) montado en el eje de motor, asumiendo proceso de “homing” y decodificación idealizados. Se logra la medición de la posición angular absoluta “rectificada” (al girar más de una revolución)

$$\rightarrow \text{variable medida} : \theta_m(t)$$

- 3 sensores de corriente instantánea de fase, montados en salida trifásica del inversor hacia bornes del estator.

$$\rightarrow \text{variables medidas} : i_{as}(t), i_{bs}(t), i_{cs}(t)$$

- 1 sensor de temperatura (ej. RTD) en bobinado de estator. Se mide la temperatur para monitoreo de calentamiento y estimación de resistencia de estator $R_s(t)$.

$$\rightarrow \text{variable medida} : T_s^{\circ}(t)$$

F. *Variables principales en el Modelo Dinámico completo*

Se utilizan las siguientes variables para representar el estado, las entradas y las salidas en el modelo del sistema dinámico completo.

a) Excitaciones (entradas) externas:

- Variable manipulada (vectorial): Sistema trifásico de tensiones de fase reales en bornes de estator $v_{abc}(t)$, con $V_{sl}(t)$ y $\omega_e(t)$ ajustables a través de manipulación de la modulación PWM del inversor.
- Variables de perturbación: Torque externo de carga mecánica $T_l(t)$ aplicado en la articulación del brazo manipulador. Temperatura ambiente $T_{amb}^{\circ}(t)$.

b) Estado interno:

- Posición $\theta_m(t)$ y velocidad $\omega_m(t)$ en eje del motor. Corrientes virtuales equivalentes de estator $i_{qd0s}^r(t)$; temperatura de estator $T_s^{\circ}(t)$.

c) Respuestas (salidas) externas:

- Variable controlada, no medida directamente (efector final): Posición angular de eje de la carga $q(t) \equiv \theta_l(t)$.
- Variables medidas (para realimentación): Posición angular de eje del motor $\theta_m(t)$. Sistema trifásico de corrientes de fase reales en bornes de estator $i_{abc}(t)$. Temperatura de estator $T_s^{\circ}(t)$.

IV. DESARROLLO DE TAREAS

A. *Modelado, Análisis y Simulación dinámica del SISTEMA FÍSICO a “Lazo Abierto” (Sin Controlador externo de Movimiento)*

*1) **Modelo sub-sistema mecánico completo referido al eje de la máquina eléctrica:*** Multiplicando por r ambos miembros de la eq. (6), sumando miembro a miembro con la eq. (1) y tomando en cuenta $T_q(t)$ según eq. (5) obtenemos:

$$J_l \frac{d\omega_l(t)}{dt} + J_m \, r \frac{d\omega_m(t)}{dt} = r \, T_m(t) - T_l(t) - b_l \, \omega_l(t) - b_m \, r \, \omega_m(t)$$

Reemplazando en la anterior $\omega_l(t)$ según eq. (4), agrupando términos y dividiendo entre r a ambos miembros, obtenemos:

$$\left(J_m + \frac{J_l}{r^2}\right) \frac{d\omega_m(t)}{dt} = T_m(t) - \left(b_m + \frac{b_l}{r^2}\right) \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r} \tag{27}$$

Definimos ahora la inercia equivalente y el amoriguamiento equivalente respectivamente como:

$$J_{eq} = \left(J_m + \frac{J_l}{r^2}\right) \tag{28}$$

$$b_{eq} = \left(b_m + \frac{b_l}{r^2}\right) \tag{29}$$

Reemplazando eq. (28) y eq. (29) en eq. (27) obtenemos el modelo matemático equivalente del sub-sistema mecánico completo con parámetros equivalentes referido al eje del motor (veasé diagrama de bloques de la fig. 2):

$$J_{eq} \frac{d\omega_m(t)}{dt} = T_m(t) - b_{eq} \, \omega_m(t) - \frac{T_l(t)}{r} \tag{30}$$

El modelo resultante tiene un solo grado de libertad, tal como sucede en el modelo de la carga y del subsistema mecánico de la máquina eléctrica sin la transmisión. Esto se debe a la rigidez y la ausencia de "backlash" en la reducción, permitiendo un "acoplamiento directo" de la carga al eje de la máquina. Dicho de otra manera, la transmisión no incorpora dinámica al subsistema mecánico completo.

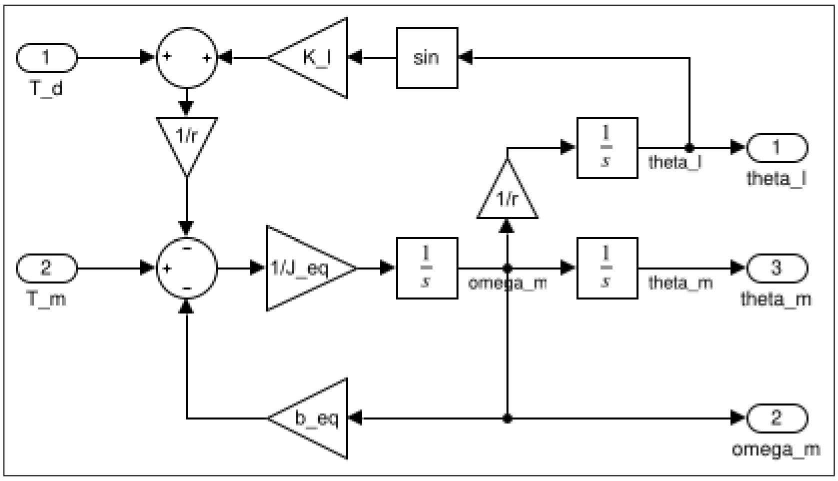

Fig. 2. Diagrama de bloques del sub-sistema mecánico completo.

*2) **Modelo dinámico del sistema físico completo**:* este incorpora los sub-sistemas electromagnético, mecánico y térmico.

*a) **Modelo Global No Lineal**:* Al tratarse de un sistema no lineal de parámetros variables y con no-linealidades en las variables de estado, no se puede obtener una expresión de la ecuación de estado y de salida del sistema en la forma:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = A\mathbf{x}(t) + B\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = C\mathbf{x}(t) + D\mathbf{u}(t) \end{cases}$$

Sin embargo, se puede obtener una expresión del modelo matemático vectorial en la forma más general:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \\ \mathbf{y}(t) = g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \end{cases}$$

Teniendo en cuenta la definición del estado del sistema (ver eq. (17)) la primera ecuación a considerar en la ecuación vectorial de estado del sistema es la eq. (7). El acoplamiento entre el sub-sistema electromagnético y el mecánico de la máquina eléctrica se da en el $T_m(t)$ dado por la ecuación eq. (10). Reemplazando esta ecuación en la eq. (30) y reordenando obtenemos la segunda ecuación de estado del sistema:

$$\dot{\omega}_m(t) = \frac{3}{2}\frac{P_p i_{qs}^r(t)\left[\lambda_m'^r + (L_d - L_q) i_{ds}^r(t)\right]}{J_{eq}} - \frac{b_{eq}\omega_m(t)}{J_{eq}} - \frac{T_l(t)}{rJ_{eq}} \tag{31}$$

Las siguientes tres ecuaciones de estado del sistema se obtienenen de las ecuaciones de balance de tensiones en coordenadas virtuales (eq. (11) eq. (12), eq. (13)). Reemplazando en estas la relación entre $\omega_m(t)$ y $\omega_r(t)$ dada por la eq. (8) obtenemos:

$$\dot{i}_{qs}^r(t) = -\frac{R_s(t) i_{qs}^r(t)}{L_q} - \frac{P_p\omega_m(t)\left[\lambda_m'^r + L_d i_{ds}^r(t)\right]}{L_q} + \frac{v_{qs}^r(t)}{L_q} \tag{32}$$

$$\dot{i}_{ds}^r(t) = -\frac{R_s(t) i_{ds}^r(t)}{L_d} + \frac{L_q P_p \omega_m(t) i_{qs}^r(t)}{L_d} + \frac{v_{ds}^r(t)}{L_d} \tag{33}$$

$$\dot{i}_{0s}(t) = -\frac{R_s(t) i_{0s}(t)}{L_{ls}} + \frac{v_{0s}(t)}{L_{ls}} \tag{34}$$

La última ecuación de estado se obtiene relacionando las eq. (15) y eq. (16) obteniendose:

$$\dot{T}_s^\circ(t) = \frac{3}{2}\frac{R_s(t)\left[i_{qs}^2(t) + i_{ds}^2(t) + 2 i_{0s}^2(t)\right]}{C_{ts}} - \frac{\left[T_s^\circ(t) - T_{amb}^\circ(t)\right]}{R_{ts}C_{ts}} \tag{35}$$

Cabe mencionar, para las útlimas ecuaciones de estado, que aunque se tiene un modelo lineal de evolución de la $R_S(t)$ con la $T_s^\circ(t)$ dado en la eq. (14) se decide no desarrollar la misma en las ecuaciones anteriores y se deja la dependencia explicita de R_S con t con el objeto de simplificar la notación y no oscurecer la explicación. Con el mismo objeto, se simplifica la notación de R_{ts-amb} a simplemente R_{ts}.

Ecuación vectorial de estado del sistema: se obtiene expresando en forma vectorial las ecuaciones obtenidas:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \\ \dot{i}^r_{qs}(t) \\ \dot{i}^r_{ds}(t) \\ \dot{i}_{0s}(t) \\ \dot{T}^\circ_s(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_m(t) \\ \frac{\frac{3}{2}P_p i^r_{qs}(t)\left[\lambda'^r_m+(L_d-L_q)i^r_{ds}(t)\right]}{J_{eq}} - \frac{b_{eq}\omega_m(t)}{J_{eq}} \\ -\frac{R_s(t)i^r_{qs}(t)}{L_q} - \frac{P_p\omega_m(t)\left[\lambda'^r_m+L_d i^r_{ds}(t)\right]}{L_q} \\ -\frac{R_s(t)i^r_{ds}(t)}{L_d} + \frac{L_q P_p \omega_m(t) i^r_{qs}(t)}{L_d} \\ -\frac{R_s(t)i_{0s}(t)}{L_{ls}} \\ \frac{\frac{3}{2}R_s(t)\left[i^2_{qs}(t)+i^2_{ds}(t)+2i^2_{0s}(t)\right]}{C_{ts}} - \frac{T^\circ_s(t)}{R_{ts}C_{ts}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^r_{qs}(t) \\ v^r_{ds}(t) \\ v_{0s}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{-1}{rJ_{eq}} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_{ts}R_{ts}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_l(t) \\ T_{amb}(t) \end{bmatrix} \quad (36)$$

Con condiciones inciales:

$$\mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x_0} = \begin{bmatrix} \theta_{m0} \\ \omega_{m0} \\ i^r_{qs0} \\ i^r_{ds0} \\ i_{0s0} \\ T^\circ_{s0} \end{bmatrix} \quad (37)$$

En la eq. (36) se han separado las relaciones que involucran a las variables de estado del sistema de las que involucran a las entradas de manipulación y de las que involucran a las entradas perturbación (ver eq. (17), eq. (18) y eq. (19)). Se puede notar que aunque el sistema es no lineal en las variables de estado (no se puede obtener una expresión de la forma $Ax(t)$ para las relaciones que involucran a las variables de estado), si es lineal en las entradas tanto de perturbación como de control (las relaciones que involucran a las entradas se presentan como producto de matrices) salvo la dependencia de $T_l(t)$ con θ_l y por lo tanto con θ_m dado en eq. (2).

Ecuación vectorial de salida del sistema: se obtiene considerando que la salida de interés del sistema físico es $\theta_m(t)$:

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i^r_{qs}(t) \\ i^r_{ds}(t) \\ i_{0s}(t) \\ T^\circ_s(t) \end{bmatrix} \quad (38)$$

Diagramas de bloques del sistema físico completo: En la fig. 3 se muestra el diagrama de bloques del sistema físico completo constituido por los sub-sistemas mecánico, térmico y electromagnético cuyos diagramas respectivos se muestran en las fig. 2, fig. 4, y fig. 5. A su vez, los componentes del sub-sistema electromagnético se detallan en las fig. 6, fig. 7, fig. 8, para las corrientes (i_{qs}, i_{ds}, i_{0s} respectivamente) y en la fig. 9 para $T_m(t)$. Finalmente, en las fig. 10 y fig. 11 se detallan las transformaciones de Park directa e inversa respecticamente.

*b) **Linealización Jacobiana**:* Se aclara aquí que, solamente para este ejercicio, se considera un vector de entradas de perturbación modificado respecto al indicado en eq. (20) al considerar $T_l(t)$ desarrollada como se indica en la eq. (2). Lo que se hace es reemplazar $T_l(t)$ por $T_d(t)$ en el vector de la eq. (19) lo cual cambia la definición de $\mathbf{u}(t)$ dada por la eq. (20). Luego, el vector de entradas de perturbación y el vector de entradas total del sistema, para este ejercicio, son los que se indican en la eq. (39). Cómo se puede observar, se toman las entradas de tensión de control en el espacio de coordenadas qdo^r.

$$\mathbf{u_d}(t) = \begin{bmatrix} T_d(t) \\ T^\circ_{amb}(t) \end{bmatrix} \quad \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} v^r_{qs}(t) \\ v^r_{ds}(t) \\ v^r_{0s}(t) \\ T_d(t) \\ T^\circ_{amb}(t) \end{bmatrix} \quad (39)$$

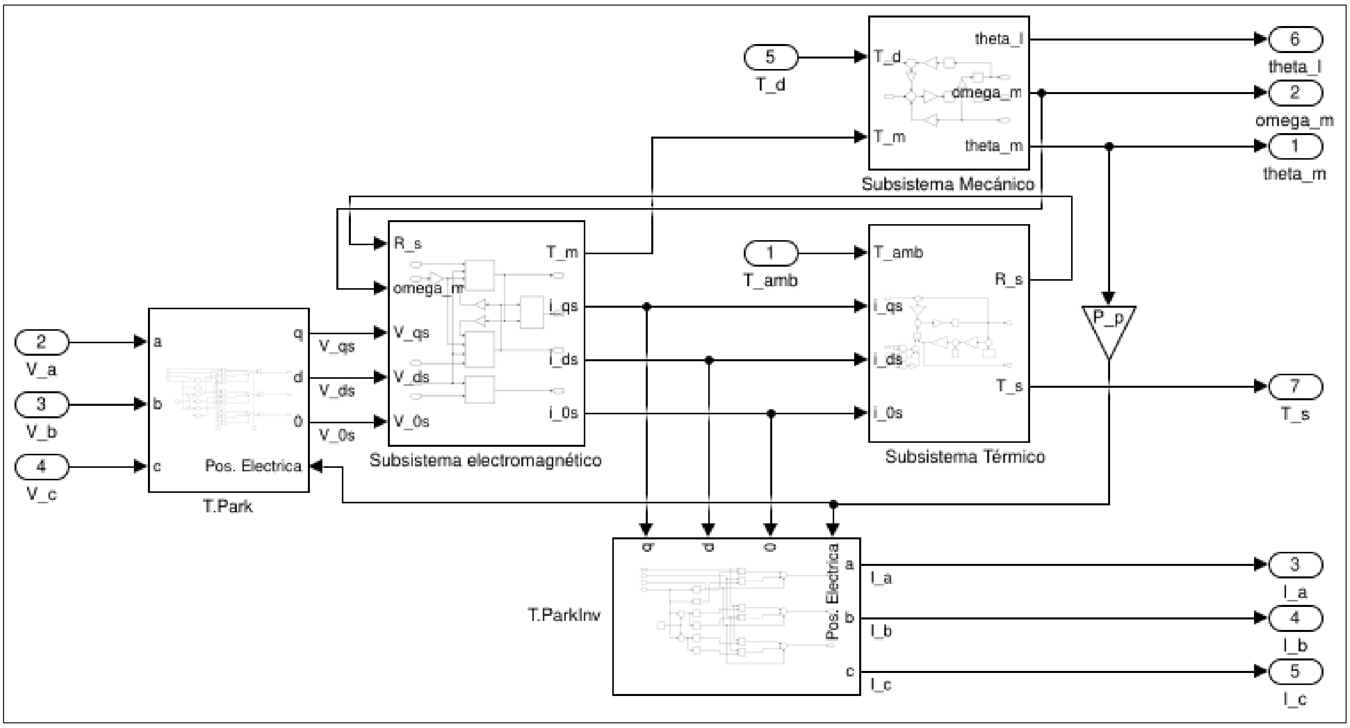

Fig. 3. Diagrama de bloques del sistema físico completo.

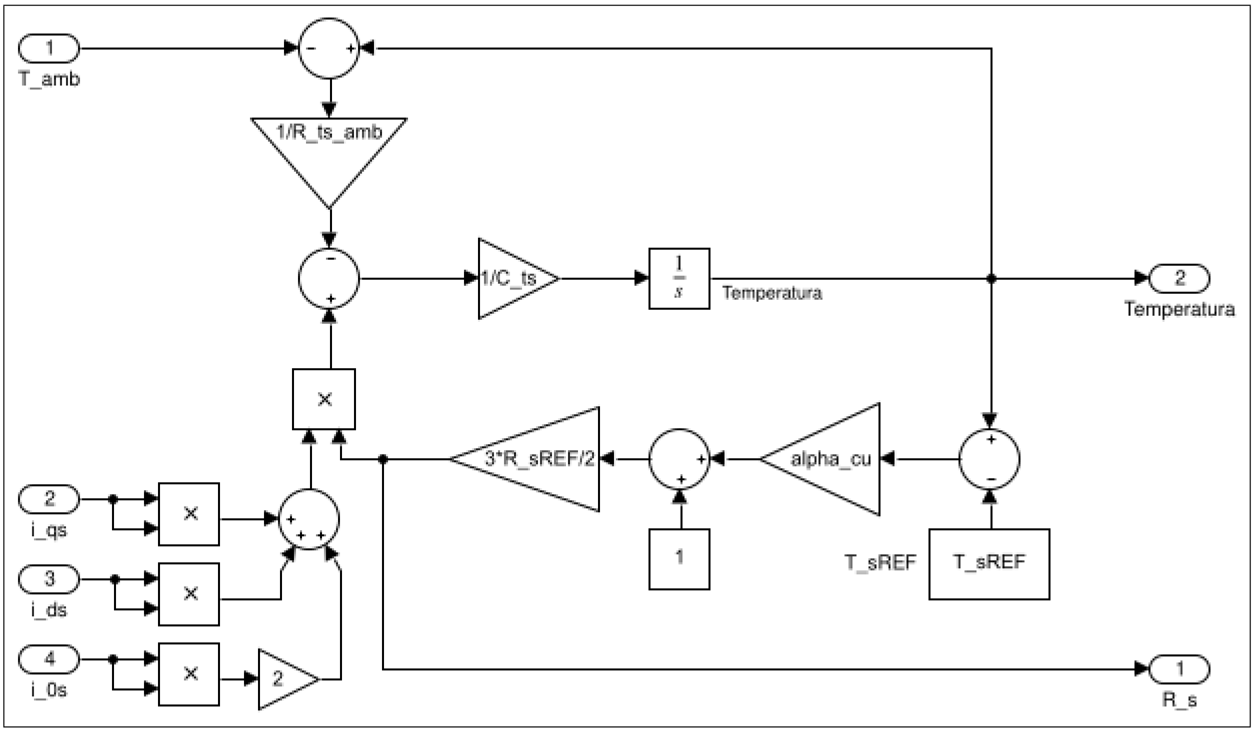

Fig. 4. Diagrama de bloques del sub-sistema térmico

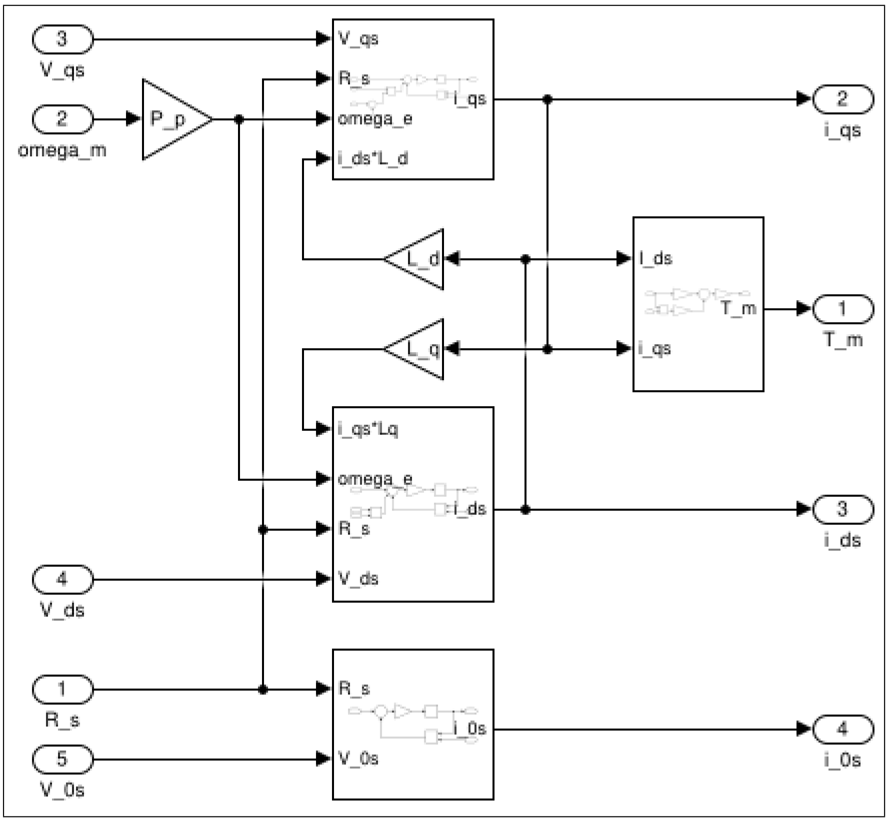

Fig. 5. Diagrama de bloques del sub-sistema electromagnético

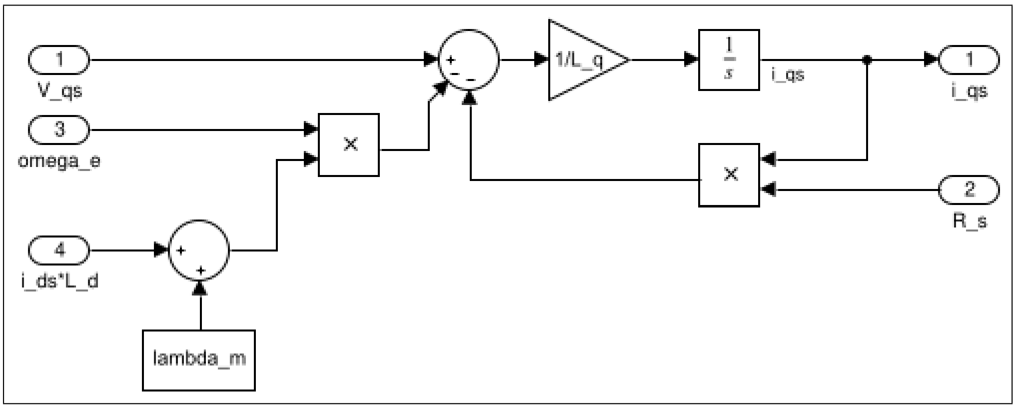

Fig. 6. Diagrama de bloques I_{qs}

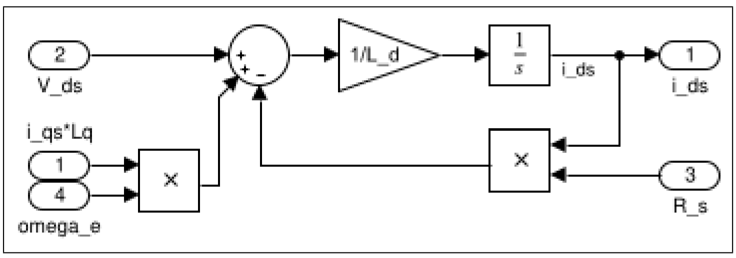

Fig. 7. Diagrama de bloques I_{ds}

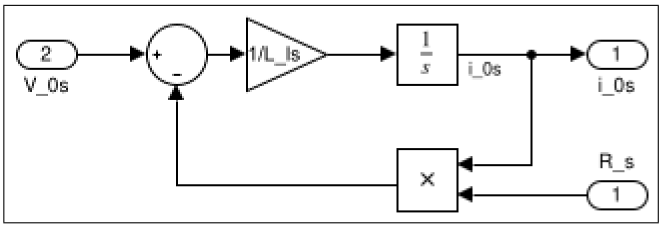

Fig. 8. Diagrama de bloques I_{0s}

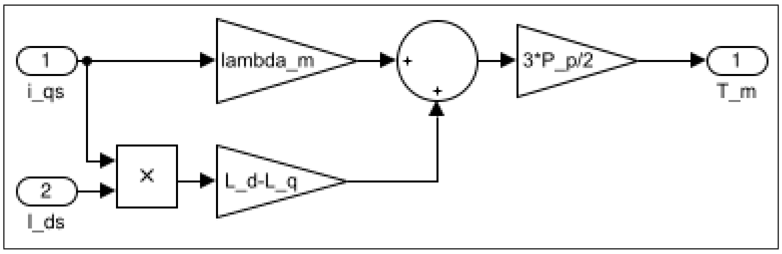

Fig. 9. Diagrama de bloques T_m

Con esta definición del vector de entradas, la ecuación vectorial de estado del sistema es redefinida. Por un lado se debe operar para obtener una expresión de $T_l(t)$ en función de $\theta_m(t)$ y no en función de $\theta_l(t)$ como se indica en la eq. (2) para luego reemplazar la expresión obtenida en la eq. (36). El procedimiento se indica en eq. (40). Finalmente, la ecuación vectorial de estado del sistema queda expresada como se indica en la eq. (41).

$$\begin{aligned}
eq.\ (4)\,\text{y}\,eq.\ (3)\ \rightarrow\ & \theta_l(t) = \frac{1}{r}\int_0^t \omega_m(\zeta)\,d\zeta + \theta_l(0)\\
eq.\ (7)\ \rightarrow\ & \int_0^t \omega_m(\zeta)\,d\zeta = \theta_m(t) - \theta_m(0)\\
\text{Reemplazando la segunda en la primera}\ \rightarrow\ & \theta_l(t) = \frac{\theta_m(t)-\theta_m(0)}{r} + \theta_l(0)\\
\text{Consideramos que se cumple}\ \rightarrow\ & \frac{\theta_m(0)}{r} = \theta_l(0)\\
\text{Luego}\ \rightarrow\ & \theta_l(t) = \theta_m(t)/r\\
\text{Finalmente}\ \rightarrow\ & T_l(t) = k_l\sin(\frac{\theta_m(t)}{r}) + T_d(t)
\end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t)\\ \dot{\omega}_m(t)\\ \dot{i}^r_{qs}(t)\\ \dot{i}^r_{ds}(t)\\ \dot{i}_{0s}(t)\\ \dot{T}^\circ_s(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_m(t)\\ \frac{\frac{3}{2}P_p i^r_{qs}(t)\left[\lambda'^r_m+(L_d-L_q)i^r_{ds}(t)\right]}{J_{eq}} - \frac{b_{eq}\omega_m(t)}{J_{eq}} - \frac{k_l\sin(\frac{\theta_m(t)}{r})}{rJ_{eq}}\\ -\frac{R_s(t)i^r_{qs}(t)}{L_q} - \frac{P_p\omega_m(t)\left[\lambda'^r_m+L_d i^r_{ds}(t)\right]}{L_q}\\ -\frac{R_s(t)i^r_{ds}(t)}{L_d} + \frac{L_q P_p\omega_m(t)i^r_{qs}(t)}{L_d}\\ -\frac{R_s(t)i_{0s}(t)}{L_{ls}}\\ \frac{\frac{3}{2}R_s(t)\left[i^2_{qs}(t)+i^2_{ds}(t)+2i^2_{0s}(t)\right]}{C_{ts}} - \frac{T^\circ_s(t)}{R_{ts}C_{ts}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{rJ_{eq}} & 0\\ \frac{1}{L_q} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{L_d} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{ts}R_{ts}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v^r_{qs}(t)\\ v^r_{ds}(t)\\ v_{0s}(t)\\ T_d(t)\\ T_{amb}(t) \end{bmatrix} \tag{41}$$

En el modelo de pequeñas desviaciones locales $\delta\mathbf{x}(t)$ respecto de los puntos de equilibrio $\mathbf{X}_o(t)$ se hacen las consideraciones señaladas en la eq. (42).

$$\begin{cases} \mathbf{x}(t) = \mathbf{X}_o(t) + \delta\mathbf{x}(t)\\ \delta\mathbf{x}(0) \equiv \mathbf{0} \end{cases} \tag{42}$$

Por un lado, el **espacio de operación global NL cuasi-estacionario** se muestra en la eq. (43). Para nuestro sistema queda expresado como se indica en la eq. (44) para el estado. Las condiciones iniciales se señalan en eq. (45). En dichas ecuaciones, el sub-índice $-o$ indica los valores de las variables en el punto de operación.

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{X}_o(t)}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{X}_o(t), \mathbf{U}_o(t)) \approx 0/\text{const}; \mathbf{X}_o(0) \equiv \mathbf{x}_0\\ \mathbf{Y}_o(t) = C\mathbf{X}_o(t) \end{cases} \tag{43}$$

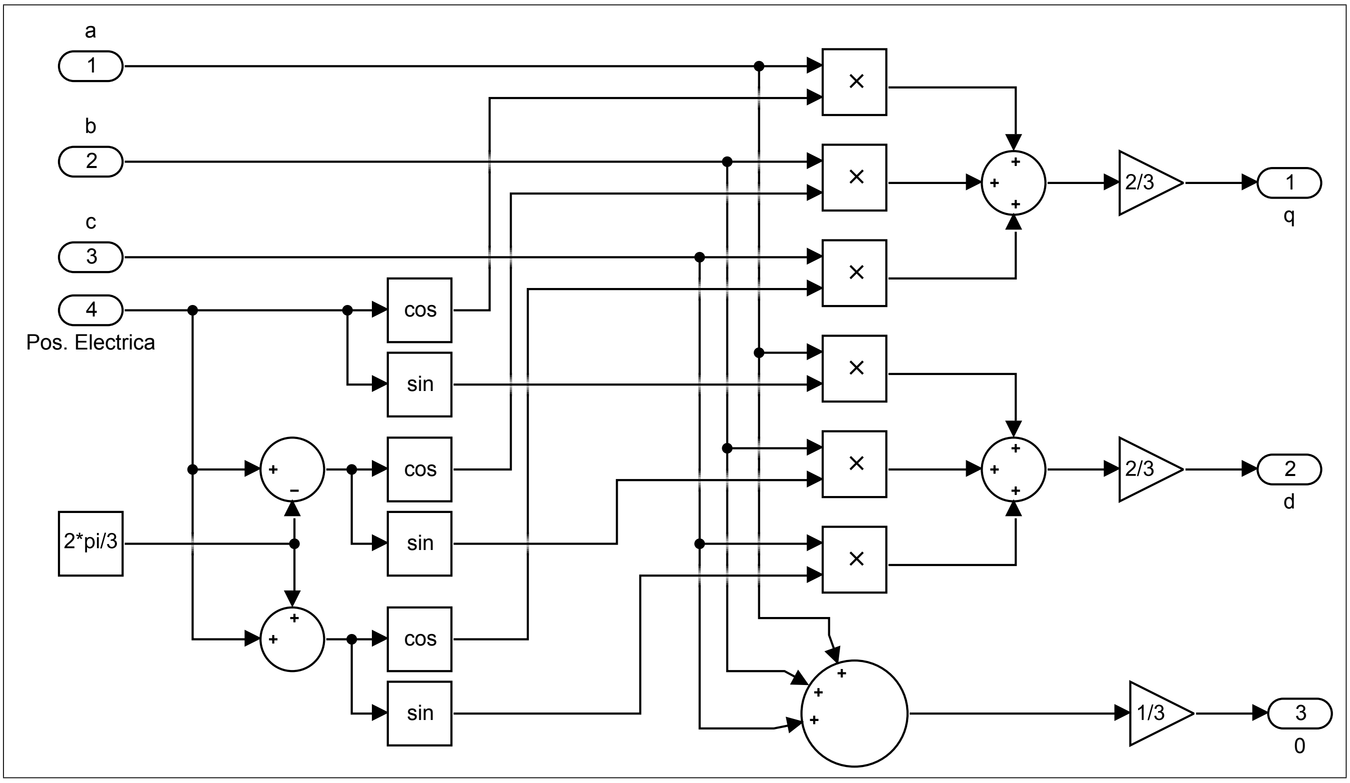

Fig. 10. Transformación de Park Directa

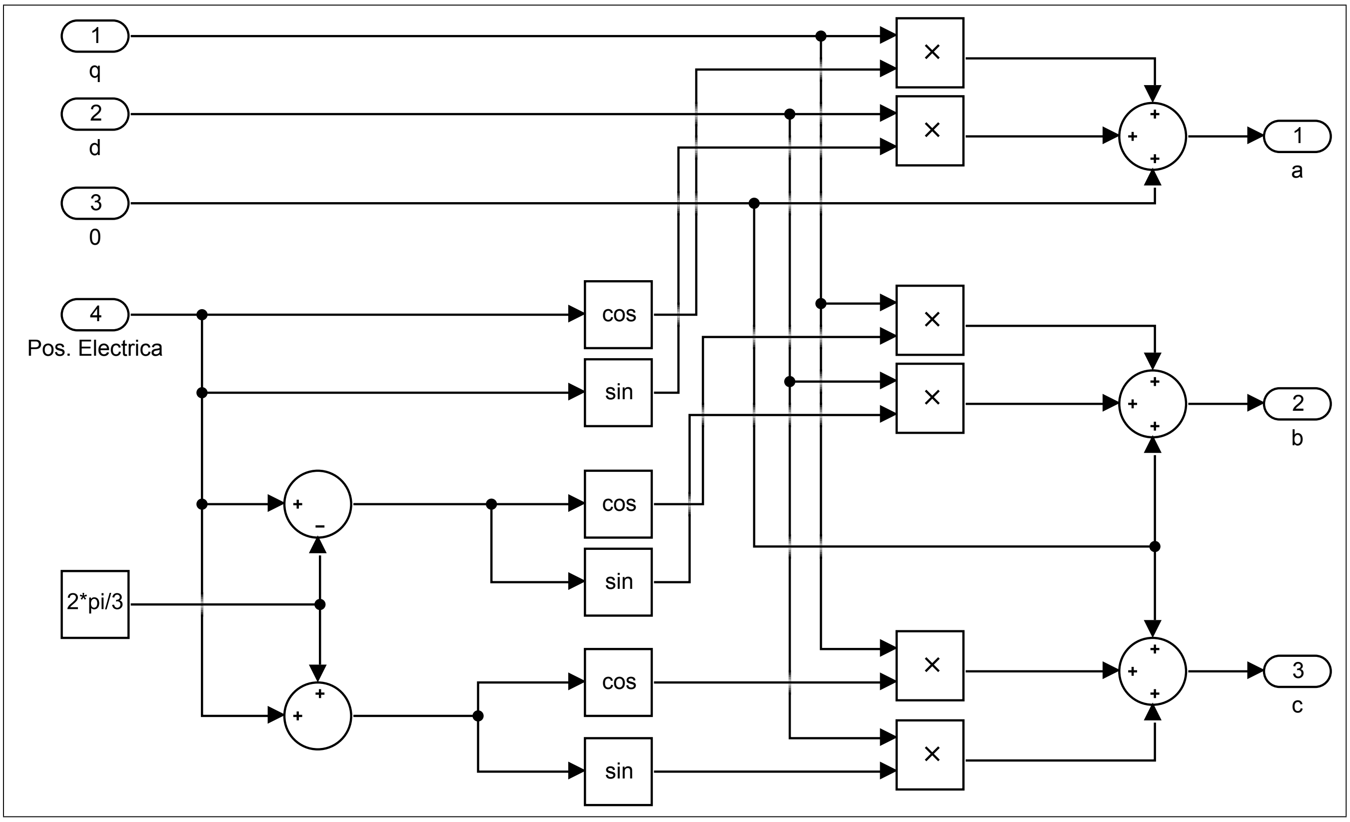

Fig. 11. Transformacion de Park inversa

$$\begin{bmatrix}\dot{\theta}_{m-o}(t)\\ \dot{\omega}_{m-o}(t)\\ \dot{i}^r_{qs-o}(t)\\ \dot{i}^r_{ds-o}(t)\\ \dot{i}_{0s-o}(t)\\ \dot{T}^\circ_{s-o}(t)\end{bmatrix} = \begin{cases}\omega_{m-o}(t) & \approx \omega_{m0}\\ \frac{1}{J_{eq}}\left[\frac{3}{2}P_p i^r_{qs-o}(t)\left[\lambda'^r_m + (L_d - L_q) i^r_{ds-o}(t)\right] - b_{eq}\omega_{m-o}(t) - \frac{k_l}{r}\sin(\frac{\theta_{m-o}(t)}{r}) - \frac{1}{r}T_{d-o}(t)\right] & \approx 0\\ \frac{1}{L_q}\left[-R_{s-o}(t) i^r_{qs-o}(t) - P_p\omega_{m-o}(t)\left[\lambda'^r_m + L_d i^r_{ds-o}(t)\right] + v^r_{qs-o}(t)\right] & \approx 0\\ \frac{1}{L_d}\left[-R_{s-o}(t) i^r_{ds-o}(t) + L_q P_p \omega_{m-o}(t) i^r_{qs-o}(t) + v^r_{ds-o}(t)\right] & \approx 0\\ \frac{1}{L_{ls}}\left[-R_{s-o}(t) i_{0s}(t) + v_{0s-o}(t)\right] & \approx 0\\ \frac{3}{2}\frac{R_{s-o}(t)}{C_{ts}}\left[i^2_{qs-o}(t) + i^2_{ds-o}(t) + 2i^2_{0s-o}(t)\right] + \frac{1}{R_{ts}C_{ts}}\left[T_{amb-o}(t) - T^\circ_{s-o}(t)\right] & \approx 0\end{cases} \tag{44}$$

$$\mathbf{X_o}(0) = \begin{bmatrix}\theta_{m-o}(0)\\ \omega_{m-o}(0)\\ i^r_{qs-o}(0)\\ i^r_{ds-o}(0)\\ i_{0s-o}(0)\\ T^\circ_{s-o}(0)\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}\theta_{m0}\\ \omega_{m0}\\ i^r_{qs0}\\ i^r_{ds0}\\ i_{0s0}\\ T^\circ_{s0}\end{bmatrix} \tag{45}$$

Por otro lado, el **Modelo dinámico LPV** se indica en la eq. (46):

$$\begin{cases}\frac{d}{dt}\delta\mathbf{x}(t) \approx A(t)\delta\mathbf{x}(t) + B(t)\delta\mathbf{u}(t); \delta\mathbf{x}(0) \equiv \mathbf{0}\\ \delta\mathbf{y}(t) = C\delta\mathbf{x}(t)\end{cases} \tag{46}$$

Las matrices $A(t)$ y $B(t)$ de la eq. (46) vienen dadas por la eq. (47).

$$A(t) = \left[\left.\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{x}}\right|_o(t)\right] = \begin{bmatrix}\nabla_\mathbf{x}\dot{\theta}_m(t)\\ \nabla_\mathbf{x}\dot{\omega}_m(t)\\ \nabla_\mathbf{x}\dot{i}^r_{qs}(t)\\ \nabla_\mathbf{x}\dot{i}^r_{ds}(t)\\ \nabla_\mathbf{x}\dot{i}^r_{0s}(t)\\ \nabla_\mathbf{x}\dot{T}^\circ_s(t)\end{bmatrix} \quad B(t) = \left[\left.\frac{\partial\mathbf{f}}{\partial\mathbf{u}}\right|_o(t)\right] = \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{rJ_{eq}} & 0\\ \frac{1}{L_q} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{L_d} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{L_d} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C_{ts}R_{ts}}\end{bmatrix} \tag{47}$$

Los gradientes indicados para $A(t)$ en la eq. (47) vienen dados por la eq. (48).

$$\begin{aligned}\nabla_\mathbf{x}\dot{\theta}_m(t) &= \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix}\\ \nabla_\mathbf{x}\dot{\omega}_m(t) &= \begin{bmatrix}\frac{-K_l\cos\left(\frac{\theta_m(t)}{r}\right)}{J_{eq}r^2} & \frac{-b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3P_p(\lambda_m + i^r_{ds}(t)(L_d - L_q))}{2J_{eq}} & \frac{3P_p i^r_{qs}(t)(L_d - L_q)}{2J_{eq}} & 0 & 0\end{bmatrix}\\ \nabla_\mathbf{x}\dot{i}^r_{qs}(t) &= \begin{bmatrix}0 & \frac{-3P_p(i^r_{ds}(t)L_d + \lambda_m)}{2L_q} & \frac{-R_s(t)}{L_q} & \frac{-L_d P_p\omega_m(t)}{L_q} & 0 & \frac{-R_{sREF}\alpha_{cu} i^r_{qs}(t)}{L_q}\end{bmatrix}\\ \nabla_\mathbf{x}\dot{i}^r_{ds}(t) &= \begin{bmatrix}0 & \frac{L_q P_p i^r_{qs}(t)}{L_d} & \frac{L_q P_p\omega_m(t)}{L_d} & \frac{-R_s(t)}{L_d} & 0 & \frac{-R_{sREF}\alpha_{cu} i^r_{ds}(t)}{L_d}\end{bmatrix}\\ \nabla_\mathbf{x}\dot{i}_{0s}(t) &= \begin{bmatrix}0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-R_s(t)}{L_{ls}} & \frac{-R_{sREF}\alpha_{cu} i_{0s}(t)}{L_{ls}}\end{bmatrix}\\ \nabla_\mathbf{x}\dot{T}^\circ{}_s(t) &= \begin{bmatrix}0 & 0 & \frac{3R_s(t) i^r_{qs}(t)}{C_{ts}} & \frac{3R_s(t) i^r_{ds}(t)}{C_{ts}} & \frac{6R_s(t) i^r_{0s}(t)}{C_{ts}} & \frac{3R_{sREF}\alpha_{cu}\left(i^r_{ds}(t)^2 + 2i^r_{0s}(t)^2 + i^r_{qs}(t)^2\right)}{2C_{ts}} - \frac{1}{C_{ts}R_{ts}}\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{48}$$

Nota: Por motivos de legibilidad del modelo matemático LPV completo, decidimos conservar la expresión en esta forma desagregada.

c) ***Linealización Por Realimentación No Lineal:*** En este análisis no se tendra en cuenta el acoplamiento no lineal con el subsistema térmico, pero si su dinámica lineal. Para lograr esto, se impone directamente la especificación $i^r_{ds}(t) \equiv 0$. Las ecuaciones resultantes son:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) = \frac{3}{2}\frac{P_p i_{qs}^r(t)\lambda_m^r}{J_{eq}} - \frac{b_{eq}\omega_m(t)}{J_{eq}} - \frac{T_l(t)}{rJ_{eq}} \\ \dot{i}_{qs}^r(t) = -\frac{R_s i_{qs}^r(t)}{L_q} - \frac{P_p\omega_m(t)\lambda_m^r}{L_q} + \frac{v_{qs}^r(t)}{L_q} \end{cases} \tag{49}$$

Expresandolo en forma de espacio de estados, el sistema quedaria de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \\ \dot{i}_{qs}^r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{b_{eq}}{J_{eq}} & \frac{3}{2}\frac{P_p\lambda_m^r}{J_{eq}} \\ 0 & -\frac{P_p\lambda_m^r}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} v_{qs}^r(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{rJ_{eq}} \\ 0 \end{bmatrix} T_l(t) \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \end{bmatrix} \end{cases} \tag{50}$$

Para lograr esta especificación es necesario realizar una ley de control minima que se determina a partir de la ecuacion de estado para i_{ds}^r eq. (33), partiendo de la hipótesis de que $i_{ds}^r(0) = 0$:

$$0 = \frac{L_q P_p \omega_m(t) i_{qs}^r(t)}{L_d} + \frac{v_{ds}^r(t)}{L_d} \Rightarrow v_{ds}^r = -L_q i_{qs}^r P_p \omega_m \tag{51}$$

De esta manera queda determinada la ley de control mínima, que debe aplicarse para lograr el desacoplamiento de los canales de flujo magnético y torque. Luego se implementó, en el modelo global NL completo, esta ley de control mínima mediante un controlador parcial incorporando el inversor (modulador de tensión trifásico equivalente), las Transformaciones de Park y los sensores de realimentación ideal de variables de estado:

Para el caso general en donde no se cumple la hipótesis $i_{ds}^r(0) = 0$, existe una dinámica residual en la corriente i_{ds}^r. Esta dinámica queda represantada con la ecuacion diferencial que obtenemos al reemplazar la ley de control mínima eq. eq. (51) en eq. eq. (33):

$$\dot{i}_{ds}^r(t) = -\frac{R_s i_{ds}^r(t)}{L_d} \Rightarrow L_d \dot{i}_{ds}^r(t) + R_s i_{ds}^r(t) = 0 \tag{52}$$

La cual tiene la siguiente solución:

$$i_{ds}^r(t) = i_{ds}^r(0) e^{-\dfrac{R_s}{L_d}t} \tag{53}$$

Como se puede observar si $i_{ds}^r(0) \neq 0$, ésta decae exponencialmente hasta llegar a 0. Esto establece un acoplamiento con el eje q, produciendo un comportamiento no lineal, que se termina desvaneciendo con el tiempo a medida que i_{ds}^r decae. Por lo tanto este fenomeno puede ser despreciado para régimen forzado.

Para evitar esto, se puede implementar una ley de control complementaria mínima sobre el eje q , y poder eliminar completamente el acoplamiento residual NL, obteniendo así un modelo equivalente lineal del sistema, aún cuando $i_{ds}^r(0) \neq 0$. Esto se logró implementando una ley de control que permita deshacerse del termino que contien a i_{ds}^r en la eq. (32).

$$v_{qs}^r(t) = L_q i_{qs}^r(t) + R_s(t) i_{qs}^r(t) + P_p\omega_m(t)\lambda_m'^r + \underline{P_p\omega_m(t) L_d i_{ds}^r(t)} \tag{54}$$

$$v_{qs}^r(t) = v_{qs}^r(t)^* + P_p\omega_m(t) L_d i_{ds}^r(t) \tag{55}$$

$$v_{qs}^r(t)^* = L_q i_{qs}^r(t) + R_s(t) i_{qs}^r(t) + P_p\omega_m(t)\lambda_m'^r \tag{56}$$

El modelo LTI equivalente(incorporando la dinamica residual del eje d) queda de la siguiente manera:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m(t) = \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) = \frac{3}{2}\frac{P_p i_{qs}^r(t)\lambda_m^r}{J_{eq}} - \frac{b_{eq}\omega_m(t)}{J_{eq}} - \frac{T_l(t)}{rJ_{eq}} \\ \dot{i}_{qs}^r(t) = -\frac{R_s i_{qs}^r(t)}{L_q} - \frac{P_p\omega_m(t)\lambda_m^r}{L_q} + \frac{v_{qs}^r(t)}{L_q} \\ \dot{i}_{ds}^r(t) = -\frac{R_s i_{ds}^r(t)}{L_d} \end{cases} \tag{57}$$

La funciones de transferencia quedan de la siguiente manera:

$$G_{v_{qs}^r}(t) = L_q i_{qs}^r(t) + R_s(t) i_{qs}^r(t) + P_p\omega_m(t)\lambda_m'^r + \underline{P_p\omega_m(t) L_d i_{ds}^r(t)} \tag{58}$$

$$v_{qs}^r(t) = v_{qs}^r(t)^* + P_p\omega_m(t) L_d i_{ds}^r(t) \tag{59}$$

$$v_{qs}^r(t)^* = L_q i_{qs}^r(t) + R_s(t) i_{qs}^r(t) + P_p\omega_m(t)\lambda_m'^r \tag{60}$$

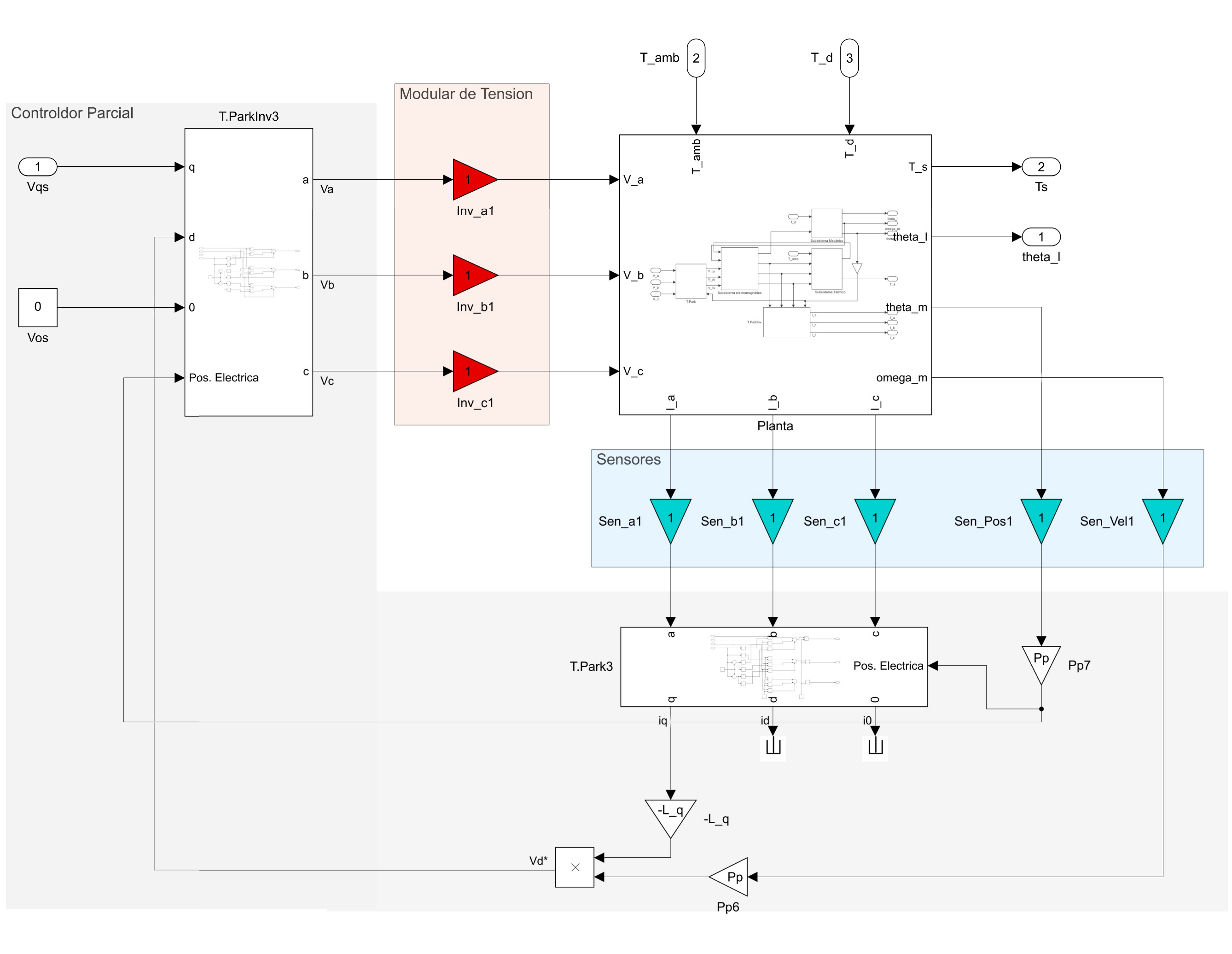

Fig. 12. Implementación de ley de control mínima

V. ANÁLISIS DE RESULTADOS

A. Heading 1, etc

B. Figures and Tables

Positioning Figures and Tables: Place figures and tables at the top and bottom of columns. Avoid placing them in the middle of columns. Large figures and tables may span across both columns. Figure captions should be below the figures; table heads should appear above the tables. Insert figures and tables after they are cited in the text. Use the abbreviation “Fig. 1”, even at the beginning of a sentence.

TABLE I
AN EXAMPLE OF A TABLE

One	Two
Three	Four

VI. CONCLUSIONES

APENDICE

Appendixes should appear before the acknowledgment.

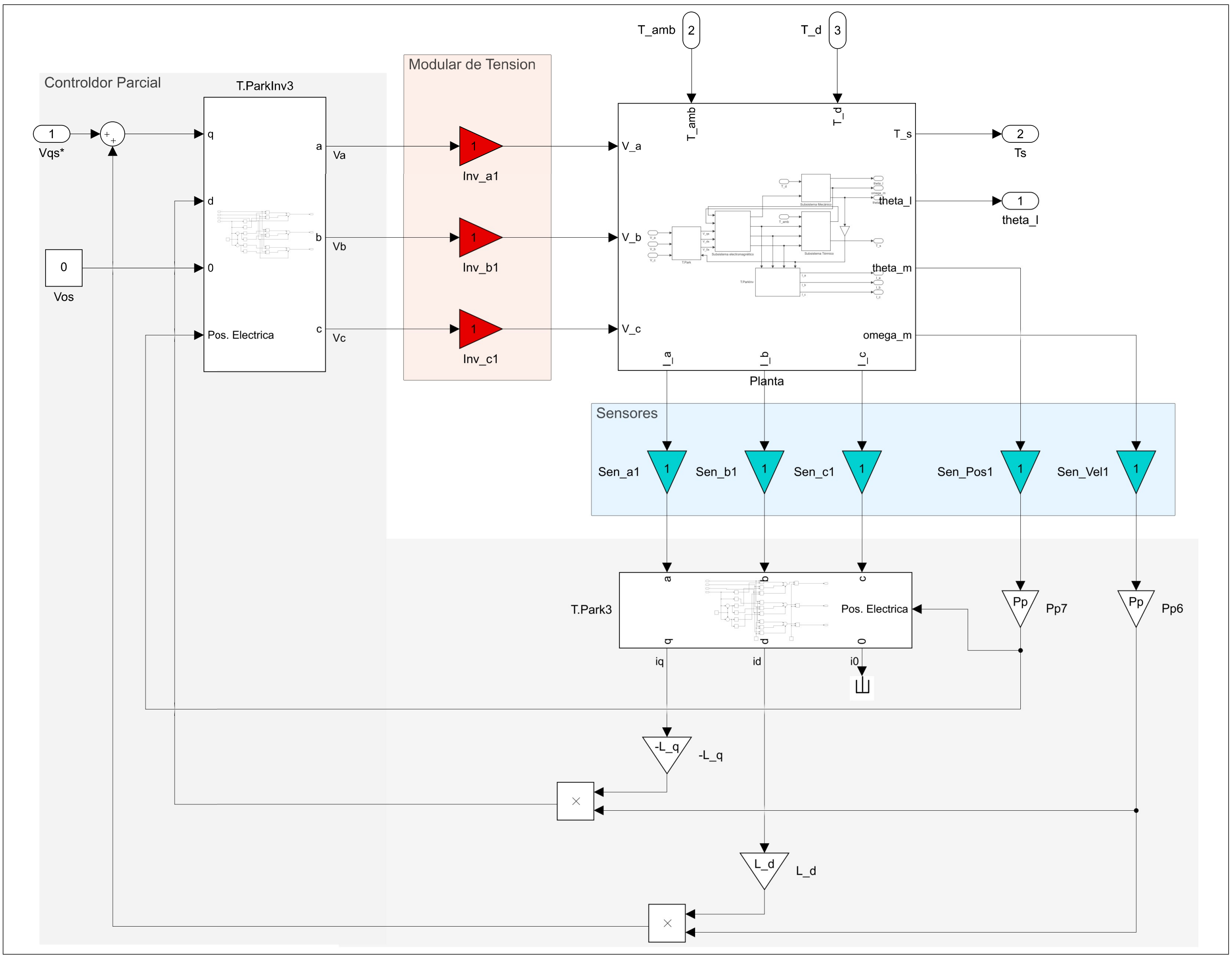

Fig. 13. Implementación de ley de control complementaria

References

[1] G. O. Young, "Synthetic structure of industrial plastics (Book style with paper title and editor)," in Plastics, 2nd ed. vol. 3, J. Peters, Ed. New York: McGraw-Hill, 1964, pp. 15–64.
[2] R. Kelly et al, Control of Robot Manipulators in Joint Space. Springer, 2005. (Example and Figure 2.2).
[3] P. Krause et al, Analysis of Electric Machinery and Drive Systems, 3rd Ed.. IEEE-Wiley, 2013.
[4] B. Smith, "An approach to graphs of linear forms (Unpublished work style)," unpublished.
[5] E. H. Miller, "A note on reflector arrays (Periodical styleÑAccepted for publication)," IEEE Trans. Antennas Propagat., to be publised.
[6] J. Wang, "Fundamentals of erbium-doped fiber amplifiers arrays (Periodical styleÑSubmitted for publication)," IEEE J. Quantum Electron., submitted for publication.