22.01 - TEORÍA DE CIRCUITOS

Instituto Tecnológico de Buenos Aires

TRABAJO PRÁCTICO Nº2

Amplicadores Operacionales - Efectos en DC y AC

Grupo II

AUTORES:
Pablo Martín Scheinfeld (59065),
Santiago Agustín Arribere (59169),
Matías Santiago Francois (59828),
Rafael Nicolás Trozzo (59434),
Gonzalo Joaquín Davidov (59117)

PROFESORES:
Daniel Andrés Jacoby,
Carlos F. Belaustegui Goitia,
Rodrigo Iñaki Iribarren

CIUDAD AUTÓNOMA DE BUENOS AIRES
Octubre 2019

Contenido

1. Filtro con GIC **3**

1.1. Introducción . . . 3
1.2. Análisis teórico . . . 3
1.3. Implementación del filtro . . . 12
1.4. Análisis de resultados . . . 19
1.5. Conclusión . . . 31

2. Introducción a diseño de filtros **32**

2.1. Introducción . . . 32
2.2. Gyrator . . . 32
2.3. Filtros pasivos de segundo orden . . . 34
2.4. Diseño de placa. . . . 47
2.5. Rangos de operación lineal . . . 47
2.6. Conclusión . . . 48

3. Amplificadores de Instrumentación **49**

3.1. Introducción . . . 49
3.2. Análisis matemático . . . 49
3.3. Contraste con la simulación . . . 53
3.4. Asimetría de los OpAmps . . . 54
3.5. Tolerancia de los componentes . . . 55
3.6. Variaciones de R_5 . . . 56
3.7. Mediciones . . . 57
3.8. Puente de Wheatstone . . . 60
3.9. Conclusión . . . 61

4. Circuito de medición de presión **63**

4.1. Introducción . . . 63
4.2. Análisis teórico . . . 63
4.3. Elección de componentes e implementación . . . 65
4.4. Análisis empírico . . . 67
4.5. Medición de volumen . . . 73
4.6. Conclusiones . . . 74

5. Control de Tonos y Ecualizador de Fase **75**

5.1. Introducción . . . 75
5.2. Elección de frecuencias centrales . . . 75
5.3. Análisis Matemático . . . 78
5.4. Diagrama Paramétrico de singularidades en el Plano S . . . 86

5.5. Elección de componentes 87
5.6. Mediciones y resultados obtenidos 93
5.7. Limitaciones 95
5.8. Conclusiones 98

6. Automatización **99**
6.1. Objetivo 99
6.2. Herramientas utilizadas 99
6.3. Funcionalidades 99
6.4. Instructivo de uso 100

1. Filtro con GIC

1.1. Introducción

La presente sección presenta la implementación de un filtro de segundo orden mediante un Generalized Impedance Converter (GIC). Los filtros de segundo orden son muy importantes ya que permiten mayores tasas de cambio en función de la frecuencia que los de primer orden, además de permitir filtros que no existen en primer orden, como los Notch, pasa-todo y pasa-banda. Con respecto al GIC, éste provee una forma de obtener filtros de segundo orden sin inductores, que no son convenientes en implementaciones en las que se busca minimizar el espacio utilizado.
En primer lugar se analiza teóricamente el circuito planteado, realizándose un análisis de sensibilidades de los parámetros más relevantes para los componentes pasivos, para ser tenido en cuenta a la hora de la elección de los componentes y saber cuánto error se espera. Luego se muestra la implementación de un filtro pasa-todo, se contrastan los cálculos teóricos con la simulación y la práctica, se hace hincapié en las limitaciones del circuito y se busca la respuesta a señales no sinusoidales.

1.2. Análisis teórico

El circuito a implementar se muestra en la Figura 1.

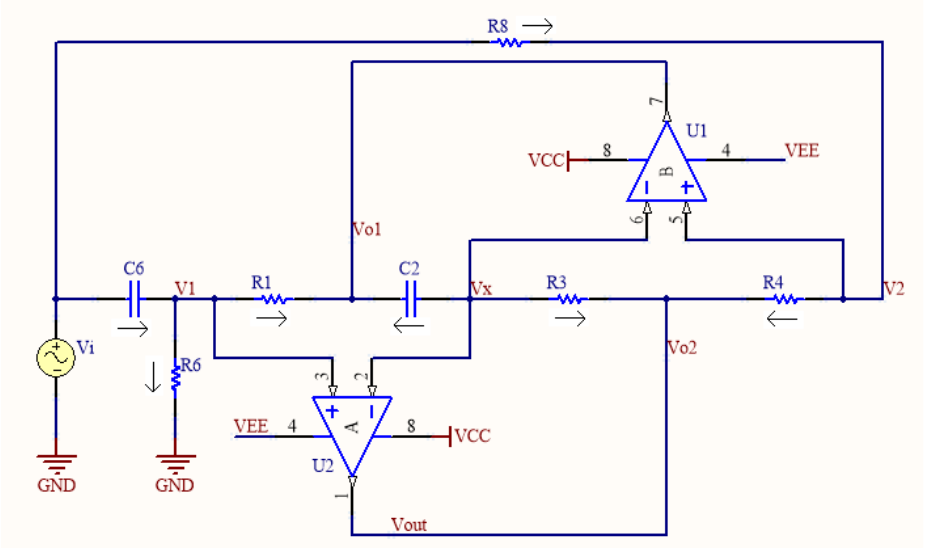


FIGURA 1: Circuito a implementar.

1.2.1. Transferencia ideal

En primer lugar se analiza el circuito para un amplificador operacional ideal, con $A_{VOL} \to \infty$, $Z_{in} \to \infty$ y $Z_O \to 0$.
Para la resolución se parte de dos sistemas de ecuaciones que se obtienen mediante las leyes de

Kirchoff entre V_1, V_x y V_2, con los sentidos indicados:

$$\begin{cases} V_1 - I_{R1} \cdot R_1 = V_{o1} \\ V_x - I_{C2} \cdot sC_2 = V_{o1} \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} V_x - I_{R3} \cdot R_3 = V_{o2} \\ V_2 - I_{R4} \cdot R_4 = V_{o2} \end{cases} \tag{2}$$

Además, por ser el amplificador operacional ideal se cumplen las siguientes relaciones:

$$\begin{cases} V_1 = V_x = V_2 \\ I_{R8} = I_{R4} \\ I_{R1} = I_{C6} - I_{R6} \\ I_{R2} = -I_{R3} \end{cases} \tag{3}$$

Por último, se obtienen las corrientes de entrada y salida mediante:

$$\begin{cases} I_{R8} = \frac{V_i - V_2}{R_8} \\ I_{C6} = (V_i - V_1) \cdot sC_6 \\ I_{R6} = V_1/R_6 \end{cases} \tag{4}$$

Igualando las ecuaciones en los sistemas 1 y 2 se obtiene que:

$$\begin{cases} I_{R2} = I_{R1} \cdot sC_2R_1 \\ I_{R3} = I_{R4}R_4/R_3 \end{cases} \tag{5}$$

Utilizando las Ecuaciones 3 y 5, se obtiene:

$$I_{R4} = -I_{R1} \cdot \frac{sC_2R_1R_3}{R_4} \tag{6}$$

Reemplazando 4 en 3 para obtener las corrientes, y aplicando las condiciones de idealidad, se llega a la siguiente expresión:

$$V_2 = V_i \cdot \frac{s^2C_2C_6R_1R_3R_6R_8 + R_4R_6}{sC_2R_1R_3R_8(sC_6R_6 + 1) + R_4R_6} \tag{7}$$

Por último, reemplazando en la segunda Ecuación 2, despejando teniendo en cuenta que la salida del circuito es V_{O2} se obtiene la transferencia ideal del circuito:

$$H(s) = \frac{V_o}{V_i} = \frac{s^2C_2C_6R_1R_3R_6R_8 - sC_2R_1R_3R_4 + R_4R_6}{s^2C_2C_6R_1R_3R_6R_8 + sC_2R_1R_3R_8 + R_4R_6} \tag{8}$$

1.2.2. Singularidades y valores límite

Dada la transferencia de la Ecuación 8, se observa que se trata de un filtro de segundo orden con dos polos y dos ceros, todos con la misma frecuencia de corte ω_o dada por:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{R_4}{C_2 C_6 R_1 R_3 R_8}} \tag{9}$$

El valor del factor de calidad Q para los polos y los ceros es distinto y viene dado en cada caso por:

$$Q_{ceros} = -R_6 \sqrt{\frac{C_6 R_8}{C_2 R_1 R_3 R_4}} \tag{10}$$

$$Q_{polos} = R_6 \sqrt{\frac{C_6 R_4}{C_2 R_1 R_3 R_8}} \tag{11}$$

A continuación se realiza un análisis de los polos y ceros del sistema, y se evalúa el comportamiento del circuito para valores límite de algunos componentes en particular.
En primer lugar, observando el circuito se ve que la función de R_8 es conectar la salida del GIC, es decir, que le da un camino a la corriente, o la suministra, dependiendo del sentido de ésta. De la transferencia se puede se puede analizar qué pasa cuando R_8 toma valores límite. Para el caso en que R_8 es muy grande, $R_8 \to \infty$, se tiene que:

$$\lim_{R_8 \to \infty} H(s) = \frac{sC_6R_6}{sC_6R_6 + 1}$$

Es interesante resaltar que la transferencia es la misma que la de un circuito RC serie en configuración pasa altos, con $R = R_6$ y $C = C_6$. Ésto permite concluir que al abrirse R_8, lo que ocurre es equivalente a que dejara de circular corriente por el GIC y $V_{o2} = V_1$, donde V_1 se obtiene mediante un divisor de tensión.
Para el otro caso extremo, donde $R_8 \to 0$, el filtro se comporta como un pasa altos de primer orden, y la transferencia viene dada por:

$$\lim_{R_8 \to 0} H(s) = 1 - sC_2R_1R_3/R_6$$

Ésta transferencia se puede entender observando que para las altas frecuencias, el capacitor C_2 presenta una baja impedancia, con lo que circulan mayores corrientes, lo que genera una mayor diferencia de potencial a la entrada del primer operacional debido a las caídas de tensión en R_1 y R_3. Esto a su vez causa una mayor tensión a la entrada del segundo operacional por cómo están conectados, lo que resulta en una mayor salida al circuito, con lo que se explica el alto módulo de la ganancia en altas frecuencias. Cabe destacar que para los valores límite de R_8, el filtro deja de ser de segundo orden, con lo que su presencia es crucial para obtener los resultados esperados a la hora de utilizar un GIC.
En cuanto a los polos y ceros de la transferencia, ya se mencionó que todos tienen la misma frecuencia de corte ω_o, y un Q diferente para los polos que para los ceros, similar en valor absoluto,

salvo por el hecho de que R_4 y R_8 se encuentran invertidas, y opuesto en signo. Por ser el Q_{ceros} negativo, los ceros del sistema tienen parte real positiva, lo cual implica que no es un sistema de fase mínima.

Si bien dependiendo de los valores de los componentes podría tratarse de polos y ceros reales y distintos, con las condiciones de diseño que se aplican en la implementación del filtro, tanto los polos como los ceros son complejos conjugados puesto que $|Q| > 1/2$ en ambos casos. Por lo tanto, se analiza el comportamiento de las singularidades asumiendo que se trata de raíces complejas y conjugadas.

Se busca analizar el comportamiento de los polos y ceros para distintos valores de R_6. Para ello, se asigna el valor R a todas las demás resistencias, C a los capacitores, y se toma $R_6 = QR$, de modo que R_6 puede tomar cualquier valor, dependiendo de Q. Si se fijan los valores de los demás componentes, como ω_o no depende de R_6, queda fijo, como se puede apreciar en la Figura 2, que muestra el diagrama de polos y ceros del circuito para distintos valores de R_6, con Q = 1, 2 y 8.

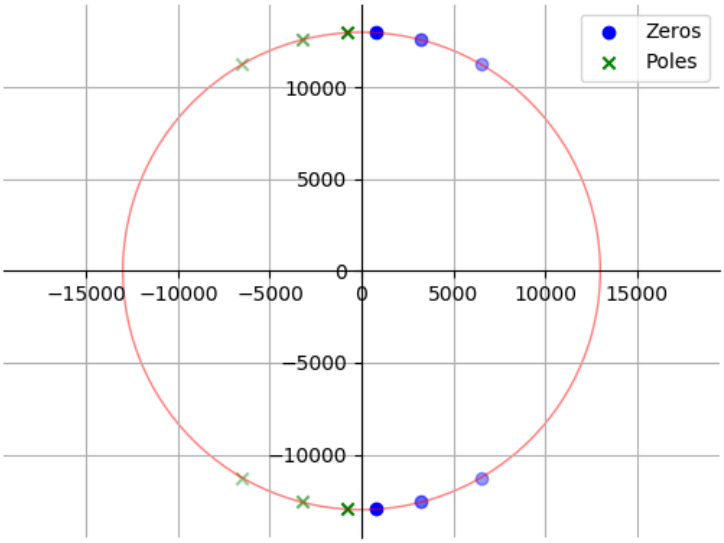


FIGURA 2: Superposición del diagrama de polos y ceros del circuito para valores crecientes de Q con menor transparencia

Se puede apreciar cómo para valores mayores de Q, y por lo tanto de R_6, los polos y ceros, que son opuestos, se acercan al eje imaginario, sobre la circunferencia de radio ω_o. Para $R_6 \to \infty$, los polos y ceros quedan sobre el eje imaginario, superpuestos, con lo que la transferencia pasa a ser de orden 0. Si se toma el límite:

$$\lim_{R_6 \to \infty} H(s) = \frac{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_8 + R_4}{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_8 + R_4} = 1 \tag{12}$$

Por lo tanto, si R_6 no estuviera, el circuito sería equivalente a un cable, en el caso ideal. Por otro lado, si se analiza el caso de Q muy pequeño, los polos y ceros dejan de estar sobre una

circunferencia de radio ω_o, y pasan a moverse sobre el eje real, con uno de los pares conjugados acercándose al origen y el otro alejándose de él. Si se toma el límite para Q,$R_6 \to 0$, un polo y un cero se superponen en el origen, cancelando sus efectos, y los restantes tienden a infinito, con lo que el sistema pasa a ser nuevamente de orden 0. Para la transferencia se tiene:

$$\lim_{R_6 \to 0} H(s) = -\frac{R_4}{R_8} \tag{13}$$

Se observa que si R_6 fuera un cable, el circuito sería equivalente a un inversor, con una resistencia R_4 en la realimentación, y R_8 a la entrada.

1.2.3. Sensibilidades

A la hora de elegir los componentes, es de suma importancia tener presente que éstos tienen cierta tolerancia, y que los valores comerciales restringen la elección para poder obtener los valores deseados para los parámetros del circuito. Por lo tanto, un análisis importante es el de las sensibilidades de los distintos parámetros con respecto a cada componente, que muestra qué tan propenso es cierto parámetro a variar debido a los desvíos de cada componente respecto de su valor calculado. En base a éste análisis se puede determinar en la elección de componentes qué componentes deben tener una mejor tolerancia y qué valor priorizar ante la falta de valores comerciales que encajen a la perfección con lo buscado.
La sensibilidad de un parámetro 'y' respecto del valor 'x' de un componente se calcula mediante:

$$S_x^y = \frac{x}{y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$$

Para el presente circuito se realiza el análisis de sensibilidades para los valores ideales de los 3 parámetros principales, ω_o, Q_{polos} y Q_{ceros}, dados por las Ecuaciones 9, 10 y 11, respectivamente. Aplicando la definición de sensibilidades, se obtienen los valores mostrados en la Tabla 1.

X\Y	ω_o	Q_{ceros}	Q_{polos}
C_2	-0,5	-0,5	-0,5
C_6	-0,5	0,5	0,5
R_1	-0,5	-0,5	-0,5
R_3	-0,5	-0,5	-0,5
R_4	0,5	-0,5	0,5
R_6	0	1	1
R_8	-0,5	0,5	-0,5

TABLA 1: Sensibilidades de los parámetros del circuito respecto de los componentes pasivos

Para los tres parámetros cuyas sensibilidades fueron calculadas se verifica la siguiente propiedad de la suma:

$$\sum_i S_{R_i}^y - \sum_j S_{C_j}^y = 0 \tag{14}$$

De los valores de las sensibilidades de ω_o se puede apreciar que el único componente cuyo aumento causa un aumento en el valor de ω_o es R_4, mientras que un aumento en el valor del resto de los componentes provoca un decremento de éste parámetro, a excepción de R_6, cuyas variaciones no modifican el valor de la frecuencia de corte, como ya se mostró en la Figura 2 de la subsección anterior. Dado que los valores de las sensibilidades son de 0.5 y -0.5, las desviaciones en los valores de los componentes en un cierto porcentaje causan un una variación de la mitad de dicho porcentaje en el valor de ω_o.
Ambos factores de calidad Q presentan sensibilidades similares, teniendo dos componentes cuya sensibilidad es 0.5, cuatro para los que la sensibilidad es -0.5, y en ambos casos $S^Q_{R_6} = 1$. Éstos resultados reflejan que R_6 determina el valor de Q_{ceros} y Q_{polos} en mayor medida que el resto de los componentes, dado que una variación del 10 % en su valor, provoca un corrimiento del 10 % en el valor de ambos Q, mientras que la misma variación en los otros componentes sólo causa un corrimiento del 5 % en los Q.
Por último, se observa que R_4 y R_8 son los únicos componentes que afectan de forma distinta a Q_{ceros} y Q_{polos}, dado que las sensibilidades tienen signo contrario.

1.2.4. Impedancia de entrada

Para el cálculo de la impedancia de entrada del circuito $Z_{in} = \frac{V_i}{I_i}$ se parte nuevamente del circuito original de la Figura 1, considerando infinita la impedancia de entrada de los amplificadores operacionales.
Para la corriente I_i se tiene que:

$$I_i = I_{C6} + I_{R8} \tag{15}$$

Utilizando el desarrollo realizado en la subsección 1.2.1, reemplazando las Ecuaciones 7 y 3 en la Ecuación 4, se llega a la siguiente expresión para la impedancia de entrada del circuito:

$$Z_{in} = \frac{V_i}{I_i} = \frac{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_6 R_8 + s C_2 R_1 R_3 R_8 + R_4 R_6}{s^2 C_2 C_6 R_1 R_3 R_8 + s C_2 R_1 R_3} \tag{16}$$

Se observa que la función presenta un polo en el origen, es decir, es infinita para la corriente continua, y muy alta a bajas frecuencias. Esto se debe a que por los capacitores C_2 y C_6 no circula corriente continua, y considerando infinita la impedancia de entrada de los amplificadores operacionales, no hay ningún camino para ésta corriente. No se espera que la impedancia de entrada ideal se verifique en la práctica a bajas frecuencias dado que la impedancia de entrada de los amplificadores no es infinita, con lo que sí puede circular una baja corriente, debida a la polarización.

1.2.5. Impedancia de salida

Para el cálculo de la impedancia de salida se pasiva V_i a la entrada y se coloca una fuente de valor V_{op} a la salida, de modo que:

$$Z_{out} = \frac{V_{op}}{I_{op}} \tag{17}$$

El circuito del que se parte y los sentidos de las tensiones y corrientes se muestran en la Figura 3, donde los amplificadores operacionales fueron reemplazados por una fuente de tensión controlada con impedancia de salida, e impedancia de entrada infinita. La fuente V_{op} tiene su terminal positivo conectado a GND para simplificar la expresión de Z_{out}.

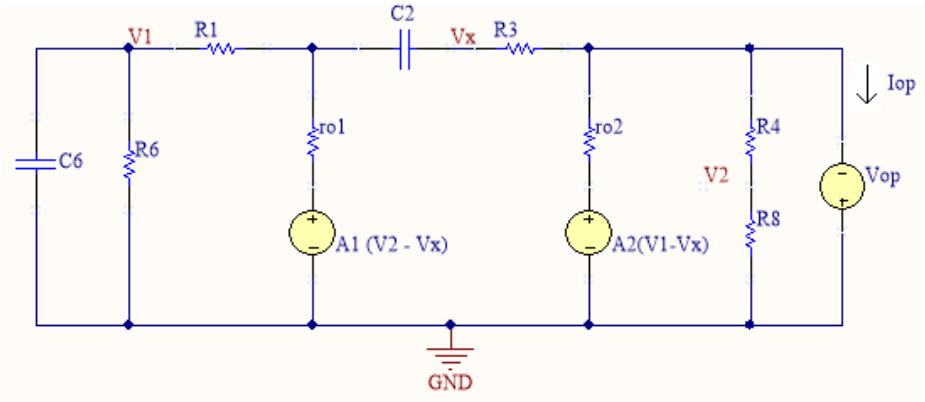


FIGURA 3: Circuito con entrada pasivada.

Si se aplica transformación de fuentes para las fuentes controladas, el circuito pasa a verse como en la Figura 4.

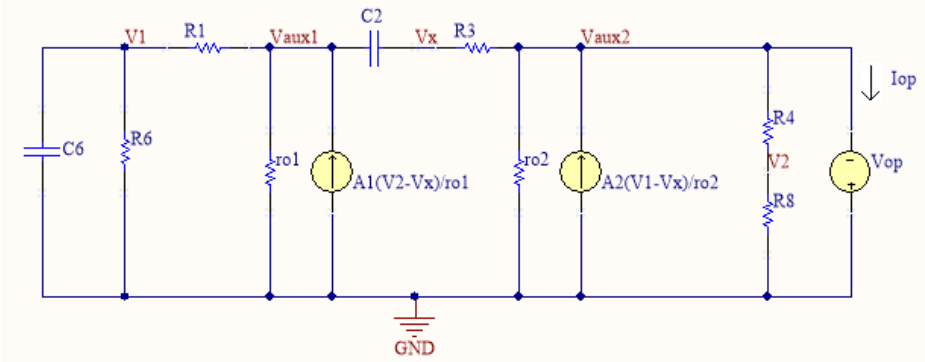


FIGURA 4: Circuito con transformación de fuentes.

Para poder agrupar impedancias en paralelo, se cambia la dependencia de las fuentes controladas de V_1, V_2 y V_x a V_{aux1} y V_{aux2}, cuyas relaciones se obtienen mediante divisores de tensión para V_1 y V_2 y leyes de Kirchoff para V_x. Se obtiene que:

$$\begin{cases} V_1 = V_{aux1}\frac{R_6//C_6}{R_1+R_6//C_6} \\ V_2 = V_{aux2}\frac{R_8}{R_4+R_8} \\ V_x = V_{aux1}\frac{sC_2R_3}{1+sC_2R_3} + V_{aux2}\frac{1}{1+sC_2R_3} \end{cases} \tag{18}$$

Con la Ecuación 18 se obtiene la tensión que controla la fuente de corriente correspondiente al

primer operacional:

$$V_2 - V_x = V_{aux2} \underbrace{\frac{sC_2R_3R_8 - R_4}{(R_4 + R_8)(1 + sC_2R_3)}}_{\text{K12}} - V_{aux1} \underbrace{\frac{sC_2R_3}{1 + sC_2R_3}}_{\text{K11}} \tag{19}$$

De la misma forma, se obtiene la tensión que controla al segundo operacional:

$$V_1 - V_x = V_{aux1} \underbrace{\frac{-s^2C_2C_6R_1R_3 + sC_6R_6 + 1}{(1 + sC_6(R_1 + R_6))(1 + sC_2R_3)}}_{\text{K21}} - V_{aux2} \underbrace{\frac{1}{1 + sC_2R_3}}_{\text{K22}} \tag{20}$$

Por otra parte, agrupando impedancias en paralelo, se obtienen:

$$\begin{cases} Z_{aux1} = ro_1//(R_1 + C_6//R_6) \\ Z_{aux2} = ro_2//(R_4 + R_8) \\ Z_{aux3} = \frac{sC_2R_3+1}{sC_2R_3} \end{cases} \tag{21}$$

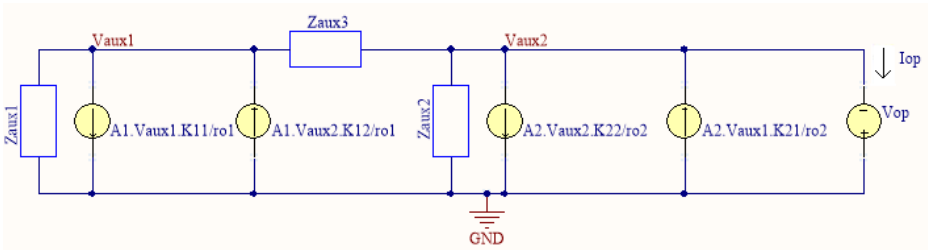


FIGURA 5: Circuito agrupando impedancias.

En la Figura 5 se muestra el circuito con las modificaciones explicadas, separando en dos cada fuente de corriente, de modo que cada fuente quede controlada solamente por V_{aux1} o V_{aux2}, con el sentido correspondiente de la corriente. De esta forma, dos de las fuentes de corriente quedan controladas por la tensión entre sus bornes, por lo que pueden ser reemplazadas por impedancias de valor $\frac{r_{oi}}{A_iK_{ii}}$, con i = 1,2. Agrupando en paralelo las Z_{aux} con las impedancias por las que se reemplaza a las fuentes de corriente se tiene:

$$\begin{cases} Z_1' = Z_{aux1}//\frac{r_{o1}}{A_{vol1}K_{11}} \\ Z_2' = Z_{aux2}//\frac{r_{o2}}{A_{vol2}K_{22}} \end{cases} \tag{22}$$

Aplicando transformación de fuentes a la fuente controlada de U_1, se obtiene el circuito de la Figura 6.

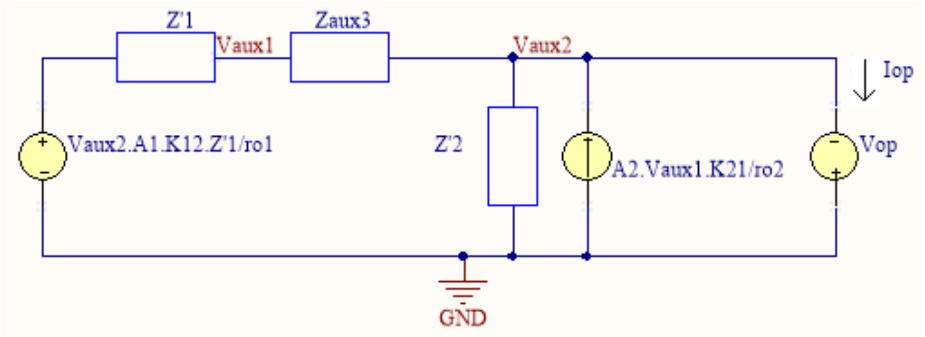


FIGURA 6: Circuito transformando a fuente de tensión.

Para poder asociar en serie Z_1' y Z_{aux3}, se expresa V_{aux1} en función de V_{aux2}:

$$V_{aux1} = V_{aux2}\underbrace{(1 + \frac{Z_{aux3}}{Z_1' + Z_{aux3}} \cdot (\frac{A_{vol1}K_{12}Z_1'}{r_{o1}} - 1))}_{\text{Kaux}} \tag{23}$$

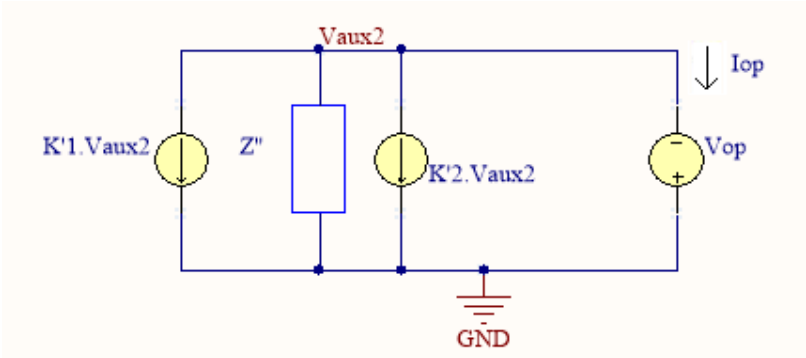


FIGURA 7: Circuito transformando a fuente de corriente.

Transformando nuevamente la fuente correspondiente a U_1 con las impedancias Z_1' y Z_{aux3} asociadas en serie, se obtiene el circuito de la Figura 7, donde K_1' y K_2' vienen dadas por:

$$\begin{cases} K_1' = \frac{-A_{vol1}K_{12}}{r_{o1}} \cdot \frac{Z_1'}{Z_1' + Z_{aux3}} \\ K_2' = \frac{-A_{vol2}K_{21}K_{aux}}{r_{o2}} \end{cases} \tag{24}$$

Mientras que Z'' es el siguiente paralelo de impedancias:

$$Z'' = Z_2'//(Z_1' + Z_{aux3}) \tag{25}$$

Nuevamente se tiene que las fuentes de corriente están controladas por la tensión entre sus bornes, por lo que son reemplazadas por impedancias de valor $1/K'i$, como se muestra en la Figura 8.

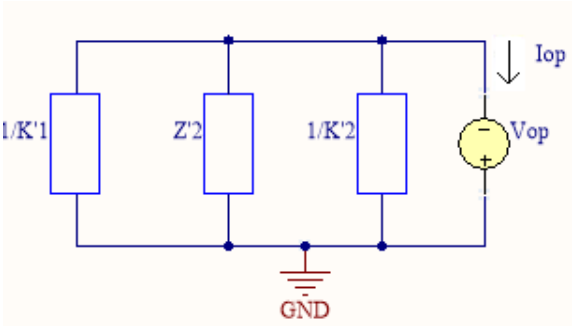


FIGURA 8: Circuito reemplazando fuentes de corriente por impedancias.

Por último, agrupando en paralelo las tres impedancias, se tiene que:

$$Z_{out} = Z''//\frac{1}{K_1'}//\frac{1}{K_2'} \tag{26}$$

1.2.6. Respuesta al escalón

El polinomio característico del circuito es el denominador de $H(s)$, y sus raíces determinan la respuesta temporal del circuito, que puede ser subamortiguada, críticamente amortiguada o sobre-amortiguada.
En caso que $Q_{polos} > 1/2$, la respuesta natural es subamortiguada. Por lo tanto, desde el punto de vista temporal, habría una oscilación ante un escalón de tensión hasta que se estabilice la respuesta.
Desde el punto de vista espectral, la salida se obtiene mediante:

$$Y(s) = H(s) \cdot X(s) \tag{27}$$

Donde X,Y son las transformadas de Laplace de la entrada y la salida. Para un escalón de tensión se tiene que:

$$X(s) = \mathcal{L}\{u(t)\} = \frac{1}{s} \tag{28}$$

Con lo que para la transformada de la respuesta al escalón se tiene:

$$Y(s) = H(s)/s = \frac{s^2C_2C_6R_1R_3R_6R_8 - sC_2R_1R_3R_4 + R_4R_6}{s \cdot (s^2C_2C_6R_1R_3R_6R_8 + sC_2R_1R_3R_8 + R_4R_6)} \tag{29}$$

1.3. Implementación del filtro

1.3.1. Tipo de filtro

Dado que la única diferencia entre el valor absoluto de Q_{ceros} y Q_{polos} es causada por R_4 y R_8, que pasan a ser iguales si $R_4 = R_8$, y que la frecuencia de corte de los polos y los ceros es la misma, se implementa un filtro pasa-todo de segundo orden. Los filtros pasa-todo son muy utilizados para corregir la fase de una frecuencia en particular, buscando modificar lo menos posible las demás frecuencias. Para ello, se selecciona la frecuencia de corte de los polos y ceros, de modo que a

dicha frecuencia el desfasaje es de 180. Se busca un diseño que cumpla con las especificaciones de la Tabla 2.

ω_o	Q	Ganancia
13000 rad/s	4	0dB

TABLA 2: Especificaciones de diseño

Para que el circuito se comporte como un pasa-todo, se toman las siguientes relaciones para los valores de los componentes:

$$\begin{cases} R_1 = R_3 = R_4 = R_8 = R \\ R_6 = Q \cdot R \\ C_2 = C_6 = C \end{cases}$$

De esta forma, la frecuencia de corte la determina el producto RC, y viene dada por:

$$\omega_o = \frac{1}{RC} \tag{30}$$

Por otra parte, el factor de calidad lo determina el valor de R_6.
Por lo tanto, para cumplir las especificaciones de diseño buscadas para ω_o y Q, se debe cumplir:

$$\begin{cases} RC = 76,92\mu s \\ R_6 = 4/R \end{cases} \tag{31}$$

1.3.2. Resolución con A_{vol} finito

Para tener un análisis más cercano a la realidad puede resultar importante tener en cuenta la característica de los amplificadores operacionales de tener A_{vol} de valor finito, para saber en qué condiciones son válidas las aproximaciones del análisis ideal. Para el presente análisis se toman en cuenta las consideraciones del diseño en particular del filtro pasa-todo, para, a partir del resultado, saber si en la elección de componentes ciertas combinaciones de valores de las resistencias y capacitores son más convenientes que otros. Para este nuevo análisis caso siguen valiendo las Ecuaciones 1, 2, 4 y 3 de la subsección 1.2.1, con la excepción de que las tensiones V_1, V_2 y V_x no son iguales, sino que se relacionan mediante:

$$\begin{cases} V_{o1} = A_{vol1} \cdot (V_2 - V_x) \\ V_{o2} = A_{vol2} \cdot (V_1 - V_x) \end{cases} \tag{32}$$

Donde V_{o1} y V_{o2} son las tensiones a la salida de cada operacional. Es importante destacar que hay dos valores de A_{vol} porque éste parámetro de los amplificadores operacionales tiene una gran dispersión y nada asegura que sean iguales por más que se encuentren en un mismo encapsulado.

Despejando V_x de la primera ecuación de 32 y reemplazando en la segunda, se tiene que:

$$V_{o1} = \frac{A_{vol1}}{A_{vol2}} V_{o2} + A_{vol1}(V_2 - V_1) \tag{33}$$

Por otra parte, despejando de 1 y 2 y reemplazando, se obtiene:

$$I_4 = \frac{V_{o1}}{RA_{vol1}} - sC\frac{V_{o2}}{A_{vol2}} - I_1 sCR \tag{34}$$

Para las corrientes, se tiene por la ley de nodos que:

$$\begin{cases} I_{R1} = V_i sC - V_1 \frac{sCRQ+1}{QR} \\ I_{R4} = \frac{V_i - V_2}{R} \end{cases} \tag{35}$$

Restando la primera ecuación de 1 con la última de 2, y reemplazando 35 y 32, se tiene que:

$$V_1 = \frac{Q}{1 + Q(1 + A_{vol1}) + sCRQ}(V_2(2 + A_{vol1}) + V_i(sCR - 1) + V_{o2}(\frac{A_{vol1}}{A_{vol2}} - 1)) \tag{36}$$

Se llega a la siguiente relación entre V_i, V_2 y V_{o2}:

$$V_2 = K(V_i P_i - \frac{V_{o2}}{A_{vol2}} P_{o2}) \tag{37}$$

Con:

$$\begin{cases} P_i = s^2C^2R^2Q(2 + A_{vol1}) + sCR(2Q + 1) + 1 + QA_{vol1} \\ P_{o2} = s^2C^2R^2Q(\frac{A_{vol1}}{A_{vol2}} - 2) - sCR(QA_{vol1} + 2 - \frac{A_{vol1}}{A_{vol2}}) + 1 + Q(2 + A_{vol1}(1 - \frac{1}{A_{vol2}})) \\ K^{-1} = s^2C^2R^2Q(2 + A_{vol1}) + sCR(2 + 2QA_{vol1}) + 2 + QA_{vol1} \end{cases} \tag{38}$$

Además, se tiene que:

$$V_2 = \frac{V_i + V_{o2}}{2} \tag{39}$$

Igualando 38 y 39, se obtiene la transferencia del circuito con A_{vol} finito:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{s^2C^2R^2Q(A_{vol1} + 2) - sCR(A_{vol1} - 3Q) + Q(1 + A_{vol1})}{s^2C^2R^2QH_2 + sCRH_1 + H_0} \tag{40}$$

Donde:

$$\begin{cases} H_2 = A_{vol1} + 2 - \frac{4}{A_{vol2}} + 2\frac{A_{vol1}}{A_{vol2}^2} \\ H_1 = A_{vol1} + 2Q + 2\frac{A_{vol1}}{A_{vol2}^2} - \frac{2}{A_vol2} - 2Q\frac{A_{vol1}}{A_{vol2}} \\ H_0 = 2 + \frac{1}{A_{vol2}} + Q(A_{vol1} + \frac{2}{A_{vol2}} - \frac{A_{vol1}}{A_{vol2}^2} - \frac{A_{vol1}}{A_{vol2}}) \end{cases} \tag{41}$$

Sin embargo, si bien A_{vol} tiene un valor finito y desconocido a priori, sí se sabe que es muy grande, al menos hasta que aparecen los efectos del polo dominante del amplificador operacional. Teniendo en cuenta que el Q del circuito es cercano a 4, con error despreciable se pueden realizar

las siguientes aproximaciones:

- $A_{vol1} >> 3 > 2$
- Q$(A_{vol1} + 1) \approx$ Q A_{vol1}
- $A_{vol1} >> 2 - \frac{4}{A_{vol2}} + 2\frac{A_{vol1}}{A_{vol2}^2}$
- $A_{vol1} >> 2Q + 2\frac{A_{vol1}}{A_{vol2}^2} - \frac{2}{A_vol2} - 2Q\frac{A_{vol1}}{A_{vol2}}$
- $QA_{vol1} >> 2 + \frac{1}{A_{vol2}} + Q(\frac{2}{A_{vol2}} - \frac{A_{vol1}}{A_{vol2}^2} - \frac{A_{vol1}}{A_{vol2}})$

Considerando que los A_{vol} varían con la frecuencia, se determina que éstas aproximaciones son válidas mientras que $|A_{vol}(j\omega)| > 100$. Por lo tanto, son válidas para las frecuencias que verifiquen:

$$f < \frac{GBP}{A_o}\sqrt{(\frac{A_o}{100})^2 - 1} \tag{42}$$

Donde GBP y A_o se encuentran en las hojas de datos.
Con las aproximaciones tomadas, la transferencia se reduce a:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{s^2C^2R^2QA_{vol1} - sCRA_{vol1} + QA_{vol1}}{s^2C^2R^2QA_{vol1} + sCRA_{vol1} + QA_{vol1}} \tag{43}$$

Y dividiendo numerador y denominador por QA_{vol1}, se llega al siguiente resultado, que resulta muy interesante:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{s^2C^2R^2 - sCR/Q + 1}{s^2C^2R^2 + sCR/Q + 1} = H_{ideal}(s) \tag{44}$$

Sin imponer ninguna condición sobre los valores componentes, tan solo considerando condiciones que se verfican para frecuencias que cumplan la Ecuación 42, la transferencia con A_{vol} finito es igual a la ideal. Ésto es algo muy positivo del circuito, ya que muestra que para dichas frecuencias el comportamiento es independiente de los valores de A_{vol}, que, como ya se dijo, son muy dispersos. Por lo tanto, ni la frecuencia de corte ni el valor de Q se ven afectados por la dispersión de A_{vol}, lo cual es muy importante dado que para un filtro de este estilo, se debe tener un alto grado de precisión ya que se busca generalmente un desfasaje específico para una frecuencia en particular, y de verse involucrado un parámetro de éstas características sería muy difícil obtener el resultado esperado.

1.3.3. Elección de amplificadores operacionales

A la hora de la elección de los amplificadores operacionales, se tienen en cuenta ciertos parámetros en particular que son considerados importantes para el óptimo funcionamiento del circuito.
En primer lugar, se busca que los polos dominantes empiecen a actuar a frecuencias lo más altas posibles, dado que mientras no baje $A_{vol}(j\omega)$ por éste efecto, el circuito se comportará de manera cercana a la ideal, como se mostró en la subsección anterior. Por la utilización en particular de los filtros pasa-todos, que es en su mayoría la corrección de fase, es muy importante que tenga

ganancia 0dB para el resto de las frecuencias con las que se esté trabajando. Por lo tanto, se busca un alto valor del Gain Bandwidth Product (GBP), para tener el mayor rango posible de frecuencias que no se ven distorsionadas.
Por otra parte, para poder utilizar el filtro en altas frecuencias a la mayor amplitud posible, se precisa que los amplificadores tengan un alto slew-rate, para evitar que teniendo la posibilidad de utilizar el circuito a determinada frecuencia menor a la del polo, se vea limitada la tensión máxima de uso debido a este efecto.
Además, es muy importante que los amplificadores tengan impedancia de entrada muy alta en relación a los demás parámetros del circuito, para que la aproximación del caso ideal sea válida. También se debe tener presente cuánta corriente pueden entregar los operacionales, para no exigirles corriente demás y causar saturación por corriente.
Teniendo en cuenta las características buscadas se eligió el amplificador operacional TL082, que tiene dos amplificadores operacionales en un encapsulado. Esto también presenta una ventaja por sobre tener los amplificadores separados en dos encapsulados, dado que permite ahorrar espacio en la placa, y es más probable que los parámetros de ambos amplificadores sean parecidos, dado que es seguro que fueron producidos en las mismas condiciones.
Este modelo de amplificadores operacionales tiene valores muy adecuados para el circuito a implementar. Según la hoja de datos del fabricante, tiene un alto slew-rate típico, de $16V/\mu s$, lo que permite operar en frecuencias de cientos de kHz en un amplio rango de tensiones.
Por otra parte, la corriente de salida máxima depende de la resistencia de carga que se conecte a la salida y se obtiene mediante el gráfico de la Figura 9. Por ejemplo, para una resistencia de carga de 300Ω, se obtiene la corriente máxima de salida mediante:

$$I_{max} = \frac{12,5}{2 \cdot 300} = 20,83mA \tag{45}$$

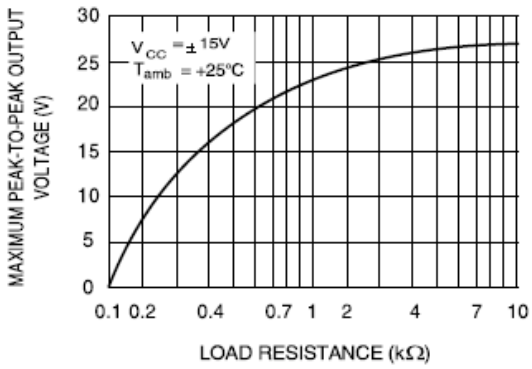


FIGURA 9: Máxima tensión de salida del TL082 en función de la resistencia de carga

Dado que está realizado con trasistores JFET de alta impedancia de entrada, el TL082 presenta una resistencia de entrada muy alta, de $1T\Omega$, con lo que la aproximación de no considerar la impedancia de entrada de los amplificadores en la resolución ideal es válida siempre y cuando la

frecuencia no sea tan baja que los capacitores sean circuitos abiertos.
Por último, con respecto a las limitaciones en frecuencia y ganancia, el TL082 tiene un GBP mínimo de 2,5MHz y típico de 4MHz, y un A_o mínimo de 50.000 y típico de 200.000 veces, con lo que el polo dominante se encuentra a 20Hz, utilizando los valores típicos. Por lo tanto, utilizando la Ecuación 42, por lo menos hasta los 40kHz se espera un comportamiento ideal del circuito, dado que se cumplen las hipótesis para considerar A_{vol} infinito.

1.3.4. Elección de componentes pasivos

Estando fijadas las relaciones entre todos los componentes, sólo resta definir los valores de R y C para que cumplan las relaciones dadas en 31. En la Tabla 3 se muestra qué combinaciones de valores de resistencias y capacitores disponibles resultan en una mayor precisión de los valores de ω_o y Q, con R entre $1k\Omega$ y $10k\Omega$. Se pondera con el 50 % el error porcentual de cada parámetro para obtener la columna del error porcentual total. Dependiendo de la aplicación, se podría ponderar de distinta forma el error porcentual de cada parámetro, priorizando tener una mayor precisión en uno, a costa de alejarse del valor del otro.

R [Ω]	R_6 [Ω]	C [F]	Q	ω_o [rad/s]	Err % Q	Err % ω_o	Err % total
5,1k	20k	15n	3,922	13071	1,961 %	0,553 %	1,25 %
7,5k	30k	10n	4,0	13333	0 %	2,564 %	1,28 %
1,1k	4,3k	68n	3,909	13368	2,273 %	2,838 %	2,55 %
4,3k	18k	18n	4,186	12919	4,651 %	0,616 %	2,63 %
6,8k	27k	12n	3,971	12254	0,735 %	5,732 %	3,23 %
6,2k	24k	12n	3,871	13440	3,226 %	3,391 %	3,30 %
8,2k	33k	10n	4,024	12195	0,610 %	6,191 %	3,4 %
2,4k	10k	33n	4,167	12626	4,167 %	2,875 %	3,52 %
3,6k	15k	22n	4,167	12626	4,167 %	2,875 %	3,52 %
2,7k	11k	27n	4,074	13717	1,852 %	5,519 %	3,68 %
1,2k	4,7k	68n	3,917	12254	2,083 %	5,732 %	3,9 %
1k	3,9k	82n	3,9	12195	2,5 %	6,191 %	4,34 %
2,2k	9,1k	33n	4,136	13774	3,409 %	5,955 %	4,68 %
5,6k	22k	15n	3,929	11904	1,786 %	8,425 %	5,1 %
1,5k	6,2k	56n	4,133	11904	3,333 %	8,425 %	5,8 %
4,7k	18k	15n	3,83	14184	4,255 %	9,111 %	6,6 %
3,9k	15k	18n	3,846	14245	3,846 %	9,577 %	6,71 %
1,8k	7,5k	39n	4,167	14245	4,167 %	9,577 %	6,87 %
3,3k	12k	22n	3,636	13774	9,091 %	5,955 %	7,52 %

Tabla 3: Valores de los parámetros del circuito para distintas combinaciones de valores comerciales de R y C.

Analizando los valores de la tabla, se elige la combinación que produce un menor error porcentual total para la ponderación elegida, con $R = 5,1k\Omega$, $R_6 = 20k\Omega$ y $C = 15nF$. Éste análisis se realizó arbitrariamente para resistencias del orden de $1k\Omega$, pero vale para cualquier orden de magnitud de R y C, por lo que resta definir de qué orden de magnitud deben ser dichas resistencias.
Para la elección del orden de magnitud, se analiza la respuesta en frecuencia del circuito para R tomando los valores de 510Ω, $5.1k\Omega$, $51k\Omega$ y $510k\Omega$, y C tomando el valor correspondiente para mantener la frecuencia de corte. No se analiza para valores de R menores a 510Ω, ya que causarían corrientes más altas, limitando así la máxima tensión de entrada del circuito debido a la saturación de la corriente de los amplificadores. Tampoco se analiza para valores de R mayores a $510k\Omega$ debido a que resistencias más grandes introducen mucho ruido al circuito, siendo éste un efecto que se busca minimizar.
Si bien en el análisis ideal el orden de magnitud de R y C no cambia la transferencia, al tomar en consideración los polos dominantes de los amplificadores operacionales sí se observa una diferencia. En la Figura 10 se muestra la respuesta en frecuencia simulada para los distintos valores de R dados.

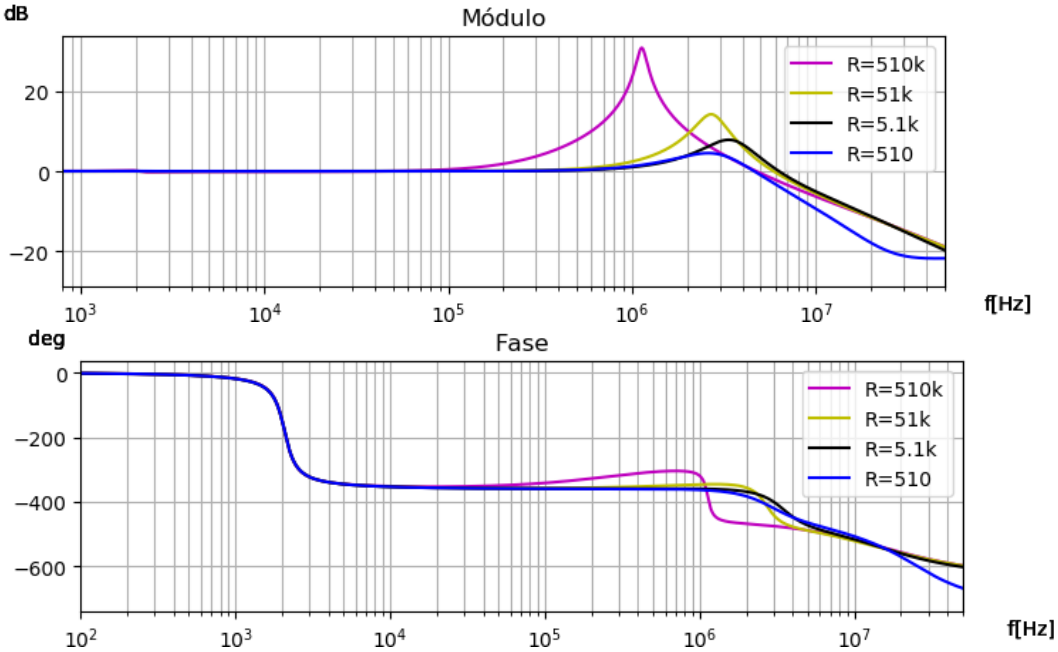


FIGURA 10: Módulo y fase de la respuesta en frecuencia para distintos ordenes de magnitud de los componentes

Se puede apreciar que los polos dominantes provocan un sobrepico en la transferencia a frecuencias entre $1MHz$ y $3MHz$, dependiendo del caso. Este sobrepico introduce un problema, dado que aunque no se quisiera usar el filtro a frecuencias tan altas, podría entrar al sistema un ruido de dicha frecuencia que se vería amplificado, o también una entrada no sinuosidal con armónicos en alta frecuencia se vería distorsionada, dado que no se tiene la ganancia unitaria esperada para toda frecuencia por ser un pasa-todos de ganancia 0dB. Por lo tanto, se busca que el sobrepico sea de baja amplitud, además de que el sistema funcione como filtro pasa-todo en el mayor rango de frecuencias posible.

Se observa que para $R = 510\Omega$ el sobrepico presenta la mínima amplitud, de 4dB o 1.5 veces en su punto máximo, mientras que para $R = 5.1k\Omega$ llega a 7dB o 3 veces. Si bien la primera opción presenta un menor sobrepico, la elección de la segunda no presenta un sobrepico tan importante como el de $R = 51k\Omega$ o $R = 510k\Omega$, y al aumentar en un orden de magnitud las impedancias, aumenta la tensión máxima que se puede tener a la entrada antes de la saturación por corriente de los amplificadores. Por lo tanto, se eligen $R = 5.1k\Omega$, $R_6 = 20k\Omega$ y $C = 15nF$, para poder tener un mayor rango de tensiones a la entrada, a costa de un sobrepico de 3 veces en $3MHz$.

1.4. Análisis de resultados

A continuación se presentan los resultados de las mediciones junto con sus correspondientes comparaciones con la teoría y la simulación.

1.4.1. Respuesta en frecuencia

Se muestra la contrastación de la respuesta en frecuencia teórica, simulada y medida en la Figura 11, donde se puede apreciar que hay un alto grado de correspondencia entre las tres.

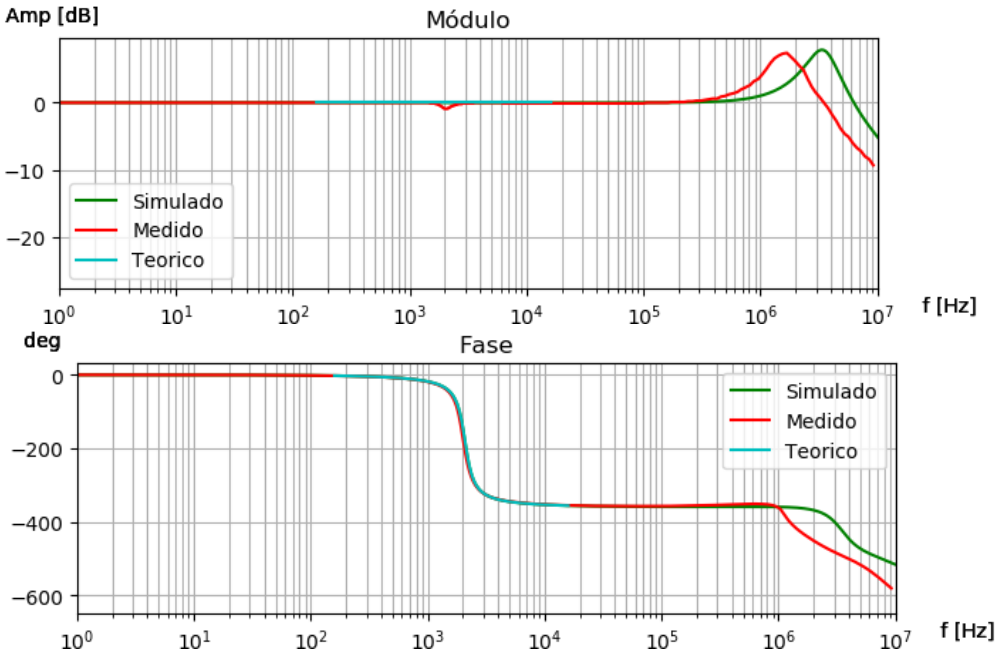


FIGURA 11: Respuesta en frecuencia teórica, simulada y medida

La ganancia medida es de 0dB hasta el sobrepico, tal como se esperaba por tratarse de un pasa-todo, y tanto la frecuencia de corte como el factor de calidad de los polos y ceros medidos son muy cercanos a los valores teóricos, dado que la fase medida empieza a decaer junto con la teórica, y con una pendiente similar, dada por Q. En la Figura 12 se muestra la salida del filtro a $2kHz$, frecuencia cercana a la de corte, donde se observa el desfasaje introducido por el filtro junto con una ganancia ligeramente menor a la unidad, por razones que son explicadas más adelante.

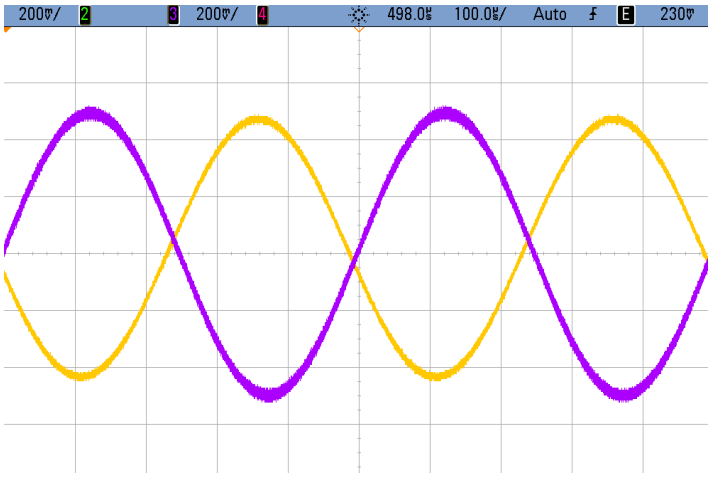


FIGURA 12: Tensión de salida (amarillo) y tensión de entrada (violeta) a 2kHz

Para comparar con mayor precisión la respuesta en frecuencia medida de la teórica se muestra en la Figura 13 la superposición de ambas en las inmediaciones de la frecuencia de corte, donde, observando la fase, se observa una ligera diferencia en la frecuencia de corte. Tomando como frecuencia de corte la frecuencia para la cual la fase es de -180 grados, la medida es de 2,01kHz, mientras que la teórica para los valores elegidos de componentes es de 2,08kHz, y la pedida de 2,069kHz. Dado que el error entre la teórica y la medida es del 3,36 %, puede ser atribuido a las tolerancias de los valores de los componentes, que son del 1 % para las resistencias SMD utilizadas, y del 10 % para los capacitores.

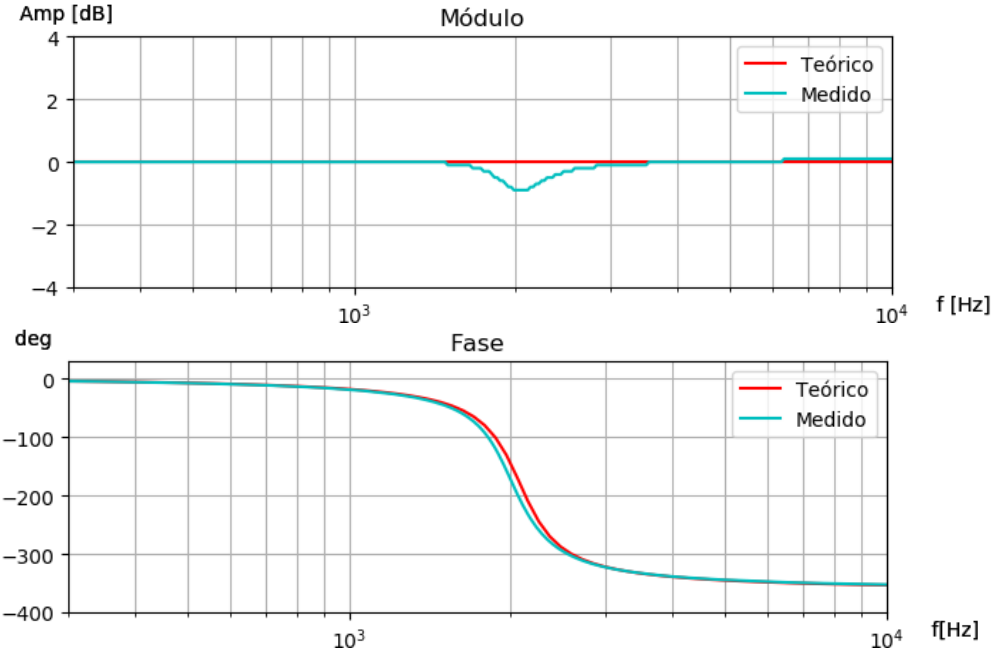


FIGURA 13: Respuesta en frecuencia teórica y medida en el entorno de la frecuencia de corte

Desde el punto de vista del análisis de sensibilidades hecho en la subsección 1.2.3, se ve que hay

múltiples combinaciones de variaciones que podrían causar el corrimiento medido en ω_o, dado que, como se explica en dicha sección, cualquier variación en el valor de cualquiera de los componentes, excepto R_6, se ve reflejada como una variación de la mitad de porcentaje en el valor de ω_o. Por lo tanto, dado que los capacitores tienen peor tolerancia, un desvío del 7 % en el valor de C_2 o C_6 bastaría para provocar una dispersión del 3,5 % en la frecuencia de corte, mayor a la medida, siempre y cuando ésta variación no se vea compensada por las variaciones de otros componentes. En cuanto al sobrepico, se muestra en la Figura 14 la salida del circuito a la frecuencia del sobrepico, donde la transferencia medida es de 9.2dB, o 2.9 veces.

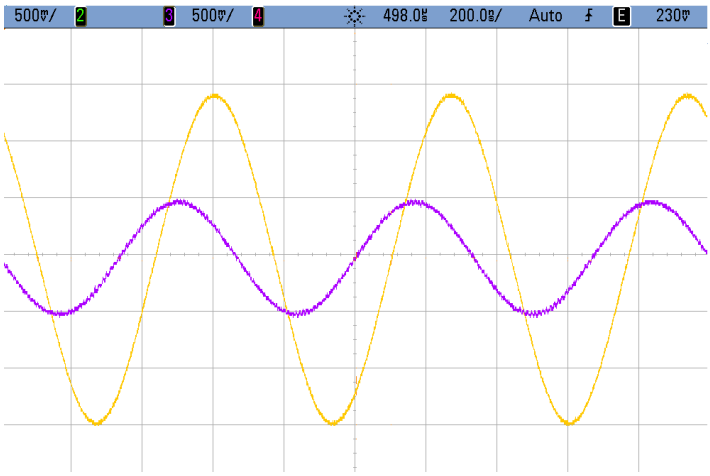


FIGURA 14: Tensión de salida (amarillo) y tensión de entrada (violeta) a 1,5MHz

Si bien la amplitud del sobrepico es muy cercana a la simulada, hay una gran diferencia en la frecuencia a la que se encuentra, que es de $3MHz$ en la simulación y $1,5MHz$ en la práctica. Descartando errores en la medición ya que fue realizada con las puntas en x10, ésto se atribuye a la diferencia del GBP que tiene el modelo de la simulación con el que tiene el amplificador utilizado. Utilizando el modelo de opamp genérico de LTspice, si se usa el GBP mínimo dado en la hoja de datos, de 2,5MHz, se puede observar en la Figura 15 que el sobrepico se corre a $1,4MHz$, con lo que se verifica que se encuentra dentro del rango posible dada la variación del GBP dada por el fabricante. La diferencia en la amplitud del sobrepico en la simulación con el modelo genérico se debe a que éste no tiene en cuenta muchas características del amplificador operacional que sí tiene en cuenta el modelo del TL082 y que suceden en la práctica.

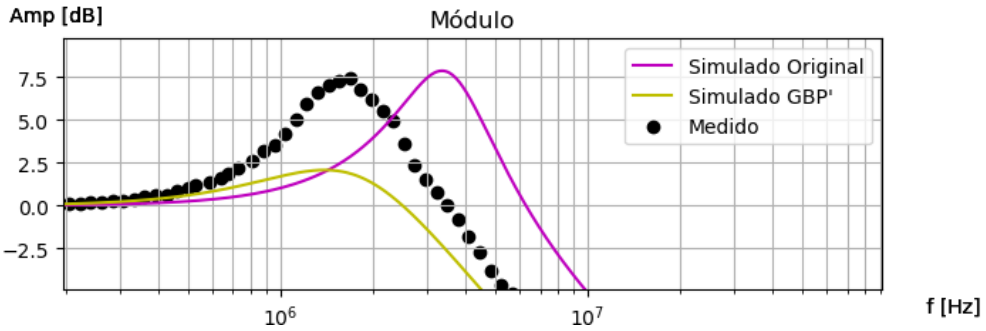


FIGURA 15: Comparación entre simulación original, medición y simulación con un GBP de 2,5MHz

Por último, se analiza la caída a -0,8dB que presenta el filtro en la frecuencia de corte, que no aparece en las simulaciones ni en la teoría. Dado que la transferencia presenta ceros y polos de orden 2 a una misma frecuencia, y que ambos factores de calidad $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ son suficientemente grandes para provocar sobrepicos, ésta caída se debe a que los valores de Q_{polos} y Q_{ceros} son distintos. El valor de Q_{polos} determinaría la magnitud de un eventual sobrepico en caso que no hubiera un cero a la misma frecuencia, mientras que el valor de Q_{ceros} provocaría una sobrecaída en caso que no hubiera un polo a la misma frecuencia. Dado que se observa una caída, se concluye que el valor de Q_{ceros} es mayor al de Q_{polos}.
Esto se da debido a la dispersión en los valores de los componentes, en específico la dispersión en los valores de R_4 y R_8, ya que, como se analizó en la subsección 1.2.3, son los únicos valores cuyas variaciones afectan de distinta forma a Q_{polos} y Q_{ceros}. Para analizar cómo afectan éstas variaciones, en la Figura 16 se muestra un análisis de Monte Carlo del módulo de la transferencia en las cercanías de la frecuencia de corte hecho en LTspice variando R_4 y R_8 con sus respectivas tolerancias.

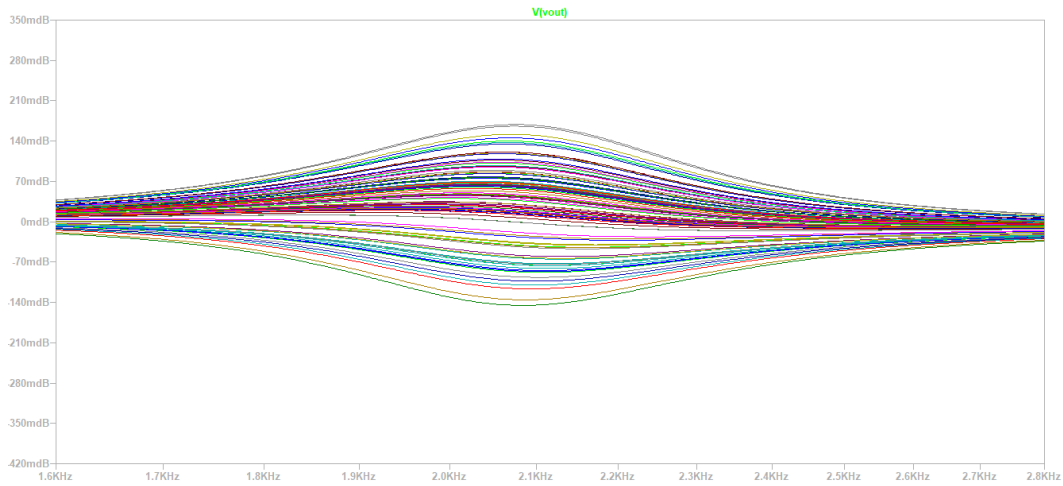


FIGURA 16: Análisis de Monte Carlo del módulo de la transferencia en el entorno de la frecuencia de corte variando R_4 y R_8

Se observa que efectivamente hay una caída, y si bien la máxima caída es de -0,14dB, muy por encima de los -0,8dB medidos, en las simulaciones se observa que podría llegar a los -0,8dB si si el

valor de R_8 fuera 350Ω mayor al máximo dado por su tolerancia, $5.151k\Omega$, siendo el valor de R_6 el mínimo dado por su tolerancia, $5.049k\Omega$. Se concluye que la caída en efecto se debe a diferencias entre R_4 y R_8, pero la tolerancia de los componentes no es suficiente para explicarla. La diferencia restante entre medición y simulación se atribuye al error de medición y, en mucha menor medida, a la resistencia de las pistas de cobre de la placa, entre otras razones posibles.

1.4.2. Impedancia de entrada

En la Figura 17 se muestra la contrastación de la impedancia de entrada medida con la teórica y la simulada, en decibeles dado que se tenía que mostrar un gran rango de valores. Se observa una gran correspondencia entre las mediciones y lo esperado. Como ya se ha mencionado, la impedancia de entrada a bajas frecuencias en muy alta debido a los capacitores del circuito. Esto se verifica observando que la fase hasta que empieza a subir el módulo a $1kHz$ es de aproximadamente -90, que es el desfasaje que presentan los capacitores.

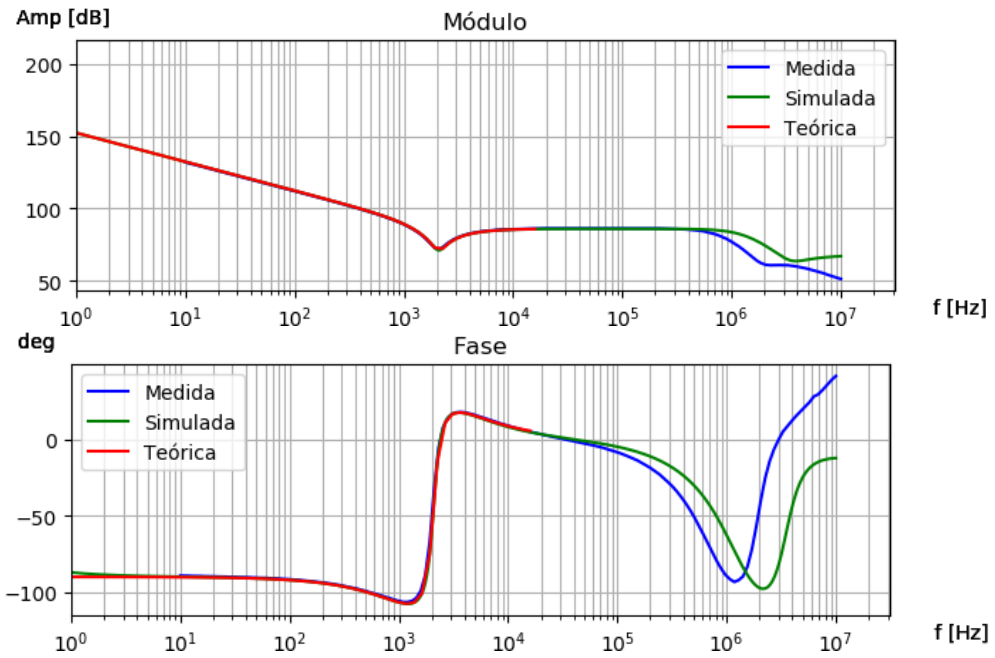


FIGURA 17: Impedancia de entrada teórica, simulada y medida

La función presenta un cero de orden 2 y un polo con la misma frecuencia de corte que los polos y ceros de la transferencia del filtro, de aproximadamente 2kkHz. Luego de una caída por el cero, el módulo de la impedancia queda estable en las cercanías de $20k\Omega$ hasta que hacen efecto los polos dominantes de los operacionales cerca de 1MHz. La diferencia en frecuencias mayores a $400kHz$ entre la medición y la simulación se atribuye nuevamente a la dispersión del valor de GBP del TL082, mínimo 2.5MHz y típico 4MHz, que causa un corrimiento en la frecuencia de los polos de alta frecuencia.

1.4.3. Impedancia de salida

Así como para su cálculo teórico, a la hora de la medición de la impedancia de salida existen múltiples métodos, no todos válidos en todos los contextos. Por ejemplo, si se quisiera poner en práctica el método utilizado para el cálculo teórico pasivando la entrada y poniendo un generador a la salida, éste no funcionaría, dado que se modifica el comportamiento del circuito y no son válidos los modelos utilizados. En cambio, se conecta a la salida del circuito una resistencia de valor conocido R1 y se mide la respuesta en frecuencia de la caída de tensión sobre dicha resistencia. De esta forma, se tiene un divisor resistivo entre la impedancia de salida y la resistencia R_1, y siendo V_o la tensión de salida del amplificador operacional antes de la impedancia de salida, se tiene que:

$$V_{med1} = Vo\frac{R_1}{R_1 + Z_{out}} \tag{46}$$

Luego, se repite el proceso para otra resistencia de valor R2 conocido y se obtiene V_{med2}. Conociendo los valores de la resistencia, y la tensión en módulo y fase, dividiendo las ecuaciones para las V_{med}, se obtiene la impedancia de salida de la siguiente forma:

$$Z_{out} = \frac{V_2 R_1}{V_1 + V_2 R_1/R_2} \cdot \frac{V_2 - V_1}{V_2} \tag{47}$$

Éste método fue utilizado tanto en la práctica como en la simulación, teniendo en la práctica la precaución de que al ponerle una resistencia de carga al circuito ésta no demande mucha corriente causando la saturación del amplificador. Sin embargo, el resultado obtenido es tan sólo representativo de la impedancia de salida del circuito, pero está lejos de ser preciso. Esto se debe a que para medir se deben utilizar resistencias suficientemente chicas como para ser del orden de la impedancia que se quiere medir, que es de aproximadamente 1Ω, para que al variarlas haya cambios significativos en la medición, y al mismo tiempo no pueden ser tan chicas que causen saturación por corriente de los amplificadores operacionales, teniendo en cuenta que la tensión de entrada no puede bajarse indefinidamente debido al ruido.
Para cumplir con lo anterior se utilizaron resistencias de 10Ω y 27 Ω, para las cuales hay una relativa correlación entre la simulación y medición, como se puede observar en la Figura 18. La medición con éste método tiene el problema de que al depender de diferencias medidas muy pequeñas, con pequeños errores de mediciones se arrojan resultados muy disímiles, por ello se observan sobrepicos y caídas tanto en la medición como en la simulación.

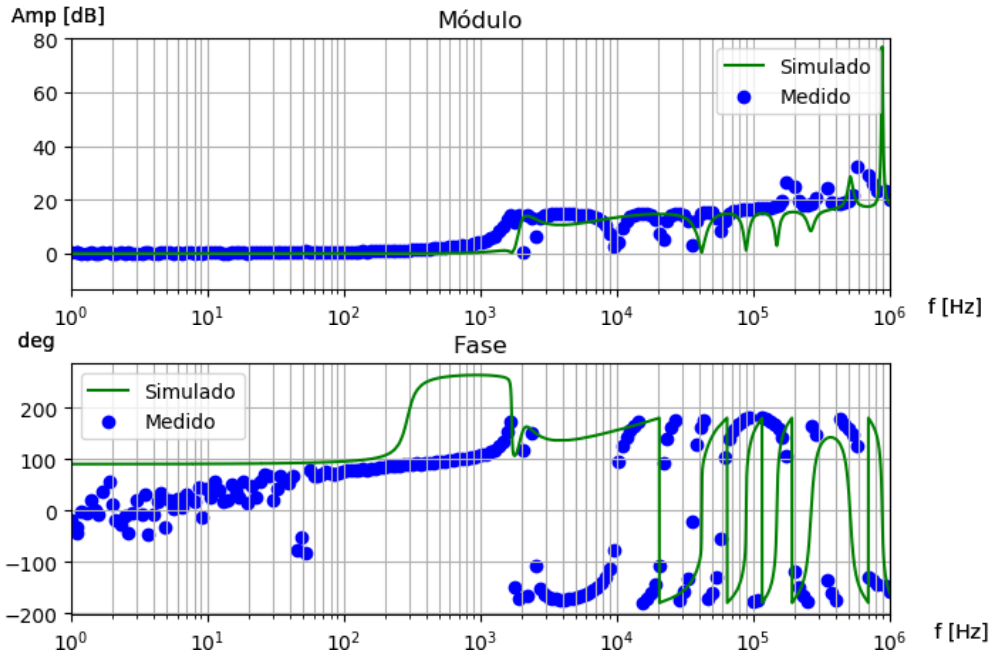


FIGURA 18: Impedancia de salida simulada y medida

Se verifica que el módulo es del orden de 1 Ω a frecuencias menores a $100kHz$, lo cual se esperaba dado que la resistencia de salida del TL082 es de 90Ω y la realimentación mejora, es decir, baja, éste parámetro. El valor de la resistencia de salida del amplificador se obtuvo del modelo de LTspice del fabricante, que es el único lugar donde se puede encontrar éste dato, omitido en la hoja de datos.

1.4.4. Respuesta a señales no sinusoidales

Se analiza en primer lugar la respuesta del circuito a un escalón de tensión, generado mediante una señal cuadrada de baja frecuencia. En la subsección 1.2.6 se analizó teóricamente la respuesta al escalón para valores cualesquiera de los componentes. La Ecuación ?? reemplazando los valores de los componentes pasa a ser:

$$Y(s) = \frac{5.85225 \cdot 10^{-9} \cdot s^2 - 0.1950535441 \cdot 10^{-4} s + 1}{s \cdot (5.85225 \cdot 10^{-9} \cdot s^2 + 0.1950535441 \cdot 10^{-4} \cdot s + 1)} \tag{48}$$

Antitransformando Laplace, se obtiene:

$$y(t) = -.5141390892 \cdot e^{-1666.483353t} \cdot sin(12965.23364 \cdot t) + 1 \tag{49}$$

Con lo cual, la respuesta es subarmotiguada, como se previó en el análisis teórico en caso de cumplirse $Q_{polos} > 1/2$, que se cumple pues $Q_{polos} = 3{,}922$. La respuesta tiene los siguientes parámetros:

$$\left\{ \tau = 600\mu sA = 0.514V\omega_d = 12965.23rad/seg \right. \tag{50}$$

En la Figura 19 se muestra la respuesta calculada contrastada con la simulación, para un escalón de 2V. El cálculo coincide para los instantes de tiempo posteriores al instante en el que se da el salto de tensión a la entrada.

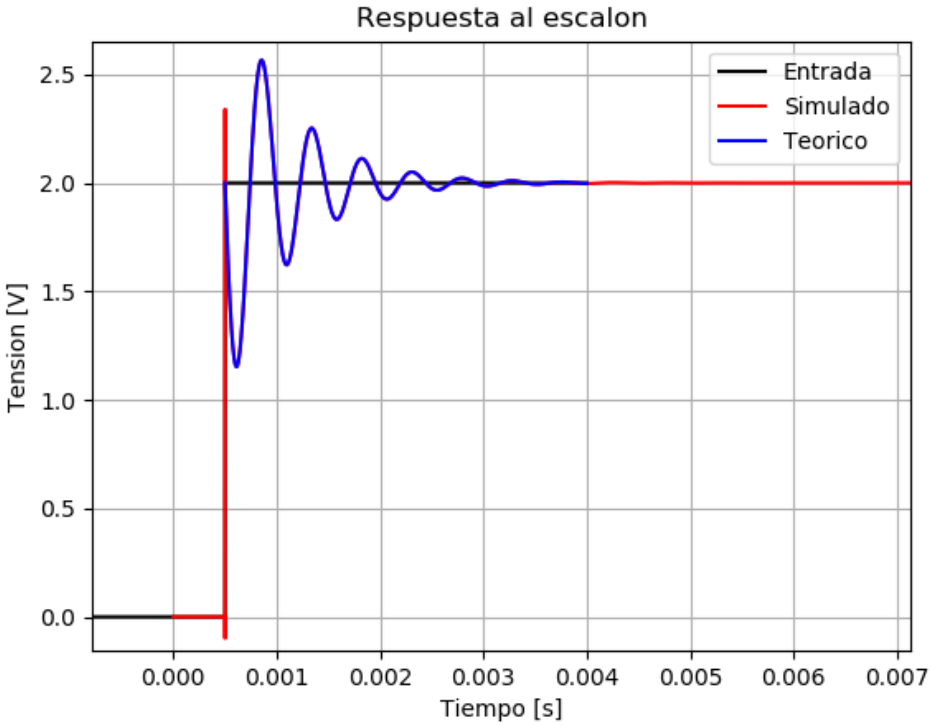


FIGURA 19: Respuesta al escalón teórica y simulada

Se observa que las oscilaciones empiezan hacia abajo, lo que indica que los senos están desfasados 180 grados. Ésto se debe al desfasaje de 180 grados que introduce el filtro a las componentes de la cuadrada de frecuencia mayor a la de corte. Como las componentes de la cuadrada que actúan primero son las de mayor frecuencia, éstas se ven desfasadas 180 grados.
A diferencia de la teoría, en el momento del salto de tensión, la simulación presenta un salto de 2,3V antes de la oscilación ya mencionada, que, acercándose lo suficiente, se puede ver que es otra oscilación de frecuencia mucho mayor a ω_d. En la Figura 20 se muestra ésta oscilación, de donde tomando la diferencia de tiempo Δt entre el punto máximo y el mínimo que le sigue, de 153,14ns con los cursores de LTspice, se obtiene la frecuencia de la misma mediante:

$$f = (2 \cdot \Delta t)^{-1} = 3,25MHz \tag{51}$$

La frecuencia coincide con la frecuencia a la cual se encuentra el sobrepico de la simulación. Por lo tanto, ésta oscilación se observa debido a que las componentes del escalón de dicha frecuencia, que tienen muy poca amplitud, se ven amplificadas por el sobrepico.

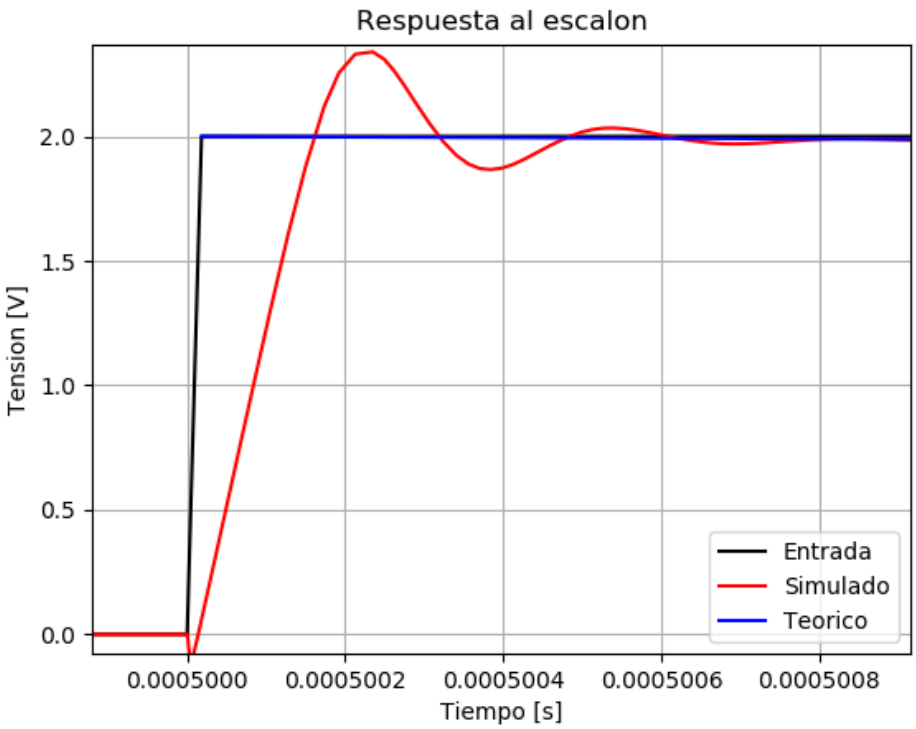


FIGURA 20: Respuesta de la simulación en el instante del salto de tensión

En la Figura 21 se muestra la respuesta a un escalón de 2V medida. Hay un alto grado de similitud entre ambas respuestas, a continuación se realiza una comparación de los parámetros más importantes.

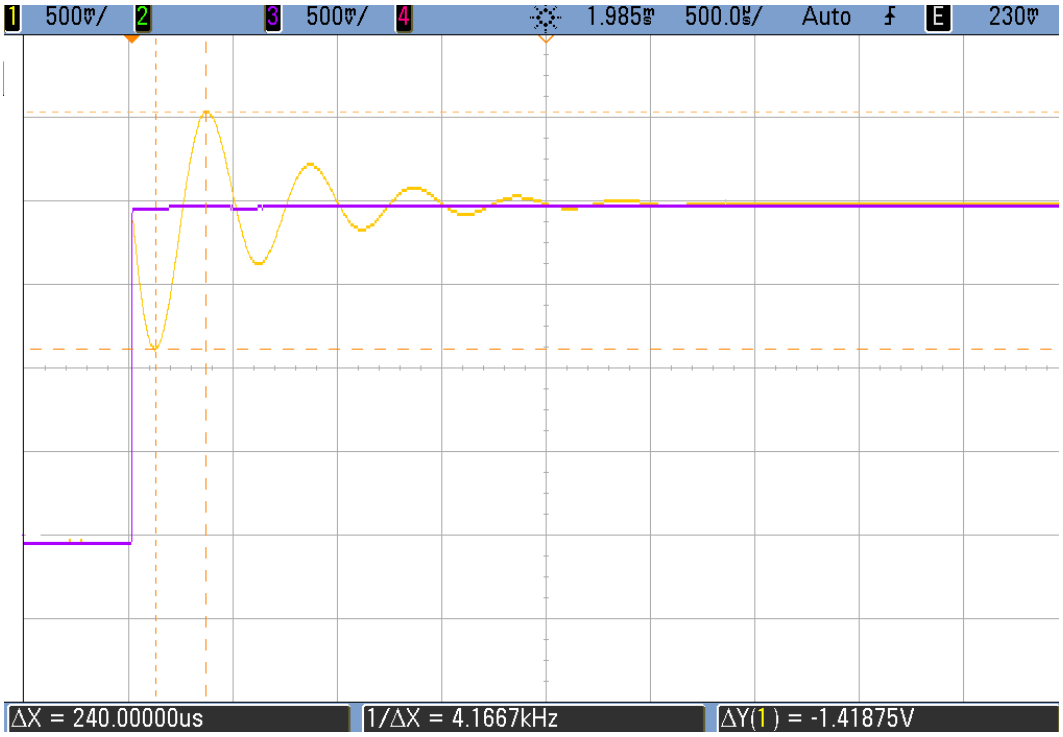


FIGURA 21: Respuesta al escalón medida

Mediante la diferencia temporal marcada con los cursores se obtiene la frecuencia angular medida mediante:

$$\omega_{dmed} = 2\pi \cdot (2 \cdot \Delta t)^{-1} = 13089 rad/seg \tag{52}$$

La frecuencia medida es muy cercana a la teórica, y la diferencia se debe a las diferencias entre la frecuencia de corte teórica y la medida. En cuanto a la amplitud, la tensión máxima medida a la salida es de 2,53V, mientras que la teórica es de 2,565V, con lo que hay una diferencia de 35mV. La tensión del primer mínimo medida es de 1,112V, mientras que la teórica es de 1,153V, siendo la diferencia de 41mV. Éstas diferencias se deben a que la transferencia no es exactamente 0dB para todas las frecuencias, sino que es ligeramente menor en algunos casos, de -0,1dB, con lo que hay cierta atenuación.

En cuanto al tiempo de establecimiento, se toma el tiempo transcurrido hasta el 5to pico positivo, donde la tensión teórica es de 2,022V y la medida es de 2,01V. El tiempo de establecimiento teórico y simulado es de 2,78ms, mientras que el medido es de 2,37ms. Tiene sentido que el tiempo de establecimiento medido sea menor al teórico y al simulado ya que la respuesta medida tiene mayor frecuencia.

Por otra parte, en la práctica no se observa la oscilación con la frecuencia del sobrepico observada en la simulación. Ésto se debe a que el generador de señales no produce una señal cuadrada exacta como sí se puede hacer en la simulación, sino que tiene una cierta pendiente, con lo que las componentes armónicas de frecuencias del orden de los MHz tienen una amplitud tan pequeña que la amplificación del sobrepico no es suficiente para observarlas.

Al igual que en la teoría y la simulación, la oscilación empieza hacia abajo debido al desfasaje

presentado por el filtro a las frecuencias mayores a la de corte. De igual forma, en la Figura 22 se puede ver como en el caso de una caída de tensión, la oscilación empieza hacia arriba, ya que los armónicos del escalón negativo al desfasarse 180 grados se hacen positivos. El resto de las características de la respuesta a la caída son similares a los de la respuesta al escalón positivo.

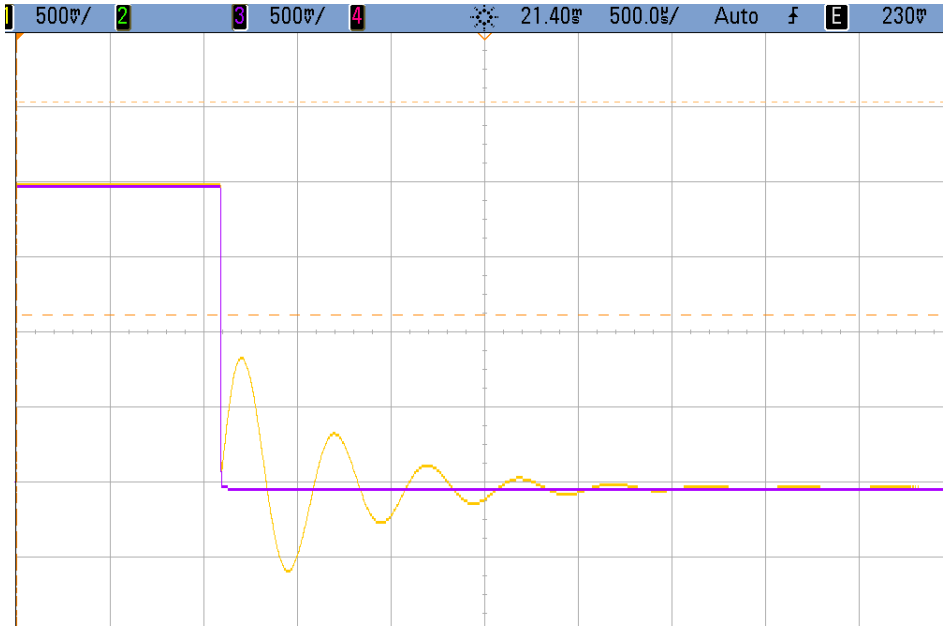


FIGURA 22: Respuesta a un escalón negativo medida

El tiempo de establecimiento tan elevado motivó medir la respuesta a otras señales no sinusoidales, ya que era predecible que haya problemas en la acción del filtro como pasa-todos. En la Figura 23 se muestra la salida cuando la entrada es una señal cuadrada de $1kHz$ de 5 V_{pp}. Se puede apreciar cómo la respuesta subamortiguada está muy lejos del establecimiento, debido a que el período de la señal, $1ms$, es menor al tiempo de establecimiento.

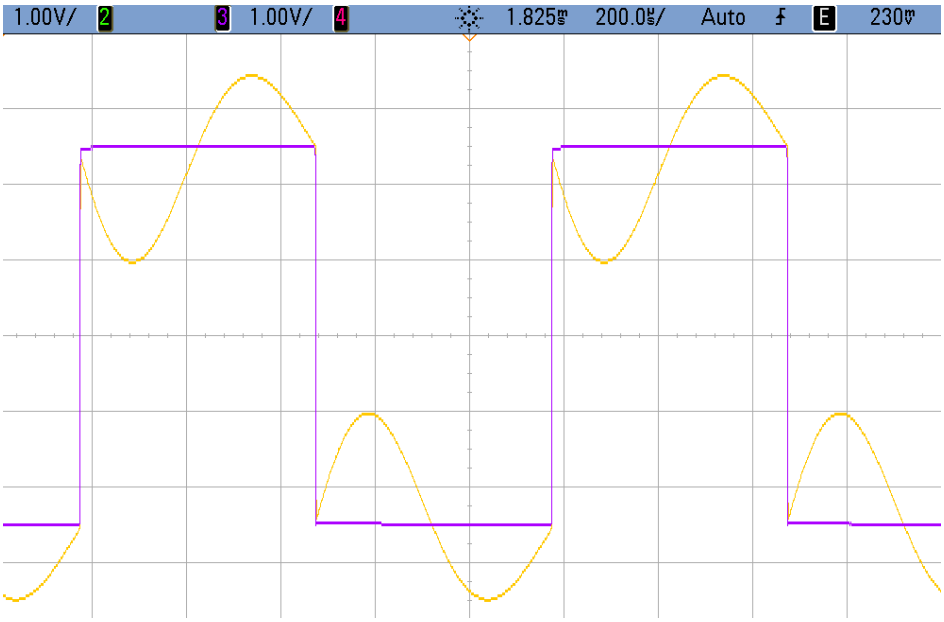


FIGURA 23: Respuesta a una señal cuadrada de 1kHz, $5V_{pp}$

Por lo tanto, si por ser el filtro un pasa-todo se quiere que a una entrada cuadrada, la salida sea otra señal cuadrada, se debe utilizar en frecuencias muy bajas, siempre teniendo en cuenta que hay un tiempo de establecimiento. Para frecuencias mayores a 333Hz, durante el período de la cuadrada no se llega a establecer la respuesta.

1.4.5. Limitaciones del circuito y rangos de funcionamiento

Como fue explicado en la subsección 1.3.3, las características del amplificador operacional tienen una gran influencia en el circuito, tanto en su funcionamiento normal como en sus limitaciones.
En primer lugar, debido a los polos dominantes de los amplificadores, hay una limitación en la frecuencia a la que se puede utilizar el filtro de forma que funcione como un pasa-todo de ganancia unitaria. La máxima frecuencia a la que se puede utilizar el filtro de la forma esperada es de $300kHz$, donde la ganancia es de 0,3dB, ya que luego de ello aparece el sobrepico en la transferencia mencionado en la subsección 1.4.1. El circuito no presenta ningún problema para la corriente continua, con lo que puede ser utilizado con V_i continua.
En cuanto al slew-rate, se midió con una entrada de $20V_{pp}$ y alimentando con $\pm$15V y la salida empezó a deformarse a $210kHz$. Aumentando la frecuencia, el slew-rate medido fue de $13{,}1875V/\mu s$, lo cual está dentro del rango dado por el fabricante. En cuanto a la tensión de entrada, la amplitud de ésta no puede superar V_{cc}, dado que la ganancia es de 0dB aproximadamente a las frecuencias en las que se debe utilizar el filtro. Dada la alimentación del circuito, se hubiera precisado una entrada de $30V_{pp}$ para medir exactamente cuál es la tensión máxima de entrada hasta la saturación por tensión del amplificador. Se debería haber bajado la alimentación a $\pm$9V y medir con qué tensión de entrada satura la salida.
Por último, en caso de utilizar el circuito con entrada no sinusoidales, es importante tener en cuenta el tiempo de establecimiento de la respuesta temporal, que es de $2{,}37ms$.

La saturación por corriente viene dada por los amplificadores operacionales y es menor a la dada en la Figura 9, ya que la salida del circuito es la salida de un operacional que suministra corriente al propio circuito y a la carga en caso de haberla. En la Tabla 4 se muestran los rangos de funcionamiento del filtro como pasa-todo en base a lo comentado en ésta sección.

Parámetro	**Rango**
Frecuencia	0-300kHz
Tensión de entrada	<Vcc
Slew-Rate	13,1875 V/us
T. de establecimiento	2,37ms

TABLA 4: Rangos de funcionamiento del circuito

1.5. Conclusión

En éste ejercicio se pudo implementar un filtro pasa-todo con un GIC, obteniendo los resultados esperados para la respuesta en frecuencia, observando que para frecuencias de hasta cientos de kHz el cálculo ideal se aproxima muy bien a la realidad, gracias a la independencia de la transferencia del valor de A_{vol}, como se mostró en los cálculos teóricos. A la hora de las mediciones, fue importante tener en cuenta qué efectos afectaban la medición para así evitarlos o minimizarlos, como es el caso de la medición del sobrepico en alta frecuencia, donde es crucial medir con las puntas x10. Además, se pudieron explicar las diferencias entre teoría, simulación y práctica, nuevamente teniendo como ejemplo la frecuencia del sobrepico que se explicó mediante la dispersión del GBP o la pequeña caída en el módulo de la transferencia explicada en parte por la tolerancia de los valores de R_4 y R_8.

2. Introducción a diseño de filtros

2.1. Introducción

El objetivo de este ejercio es el entendimiento y la puesta en práctica de los distintos filtros de segundo orden. Se busca, mediante el uso de gyrator como reemplazo de inductores, armar los filtros pasa alto, pasa bajo, pasa banda y rechaza banda y analizar sus funciones transferencia, pudiendo contrastar así, la práctica con la teoría.

2.2. Gyrator

Un *gyrator* es un circuito que se utiliza principalmente para conseguir el equivalente de un inductor mediante el uso de operacionales y capacitores. Ésto fué algo muy utilizado debido a que hace un tiempo, los inductores ocupaban mucho espacio, además de tener un alto costo y calentarse mucho mas de lo deseado, por ejemplo, para circuitos integrados. Hoy en día las bobinas se consiguen SMD y a bajos costos, por lo que no se suele implementar un *gyrator* para reemplazarlo.
Existe mas de una forma de implementar el *gyrator* pero se utiliza la mostrada en la figura 24 debido a que utiliza un solo operacional.

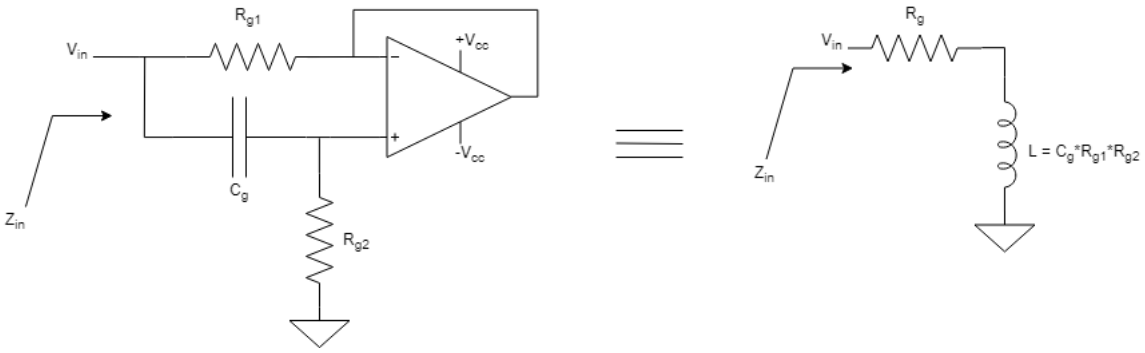


FIGURA 24: Circuito del gyrator junto con su equivalente

Como se puede observar, el circuito que utilizaremos está referenciado a tierra/
Se busca la impedancia de entrada del circuito del gyrator para así probar que esta equivale a la de una bobina junto con su resistencia en serie:

$$Z_{in} = \frac{V_{in}}{I_{in}} \tag{53}$$

$$V_{out} = A_v(V^+ - V^-)\ ,\ \ V^- = V_{out} \tag{54}$$

$$\begin{cases} I_{in} &= I_1 + I_2 \\ I_1 &= \frac{V_{in} - V^-}{R_{g1}} \\ I_2 &= \frac{V^+}{R_{g2}} = \frac{V_{in}}{\frac{1}{sC_g} + R_{g2}} \end{cases} \tag{55}$$

Considerando al operacional con polo dominante

$$A_v = \frac{A_o}{1 + \frac{s}{\omega_p}} \tag{56}$$

Se sabe que el A_o es muy grande y por lo tanto

$$V^- = \frac{A_v * V^+}{1 + A_v} \approx \frac{V^+}{1 + \frac{s}{BWP}} \tag{57}$$

Despejando se llega a que:

$$Z_{in} = \frac{sL + R_{g1}}{s(C(R_{g1} + R_{g2}) - \frac{L}{1+\frac{s}{BWP}}) + 1} \tag{58}$$

Debido a que BWP suele ser muy grande (del orden de los MHz), para frecuencias mucho menores a este valor

$$Z_{in} = \frac{sL + R_{g1}}{s(C(R_{g1} + R_{g2}) - L) + 1} \tag{59}$$

Seleccionando adecuadamente los valores de los componentes del *gyrator*, se logra que se cumpla la siguiente condición hasta frecuencias de aproximadamente 100KHz.

$$|C(R_{g1} + R_{g2}) - L| << 1 \tag{60}$$

$$Z_{in} = sL + R_{g1} \tag{61}$$

Queda demostrado que el circuito que se utiliza se comporta como una bobina en serie con una resistencia para determinados valores de frecuencias.

Selección de valores del gyrator

Sabiendo que se tienen 3 grados de libertad para la selección de componentes de los filtros de segundo orden con las condiciones pedidas, se fijaron los valores del *gyrator*. Cómo en el caso de una bobina la única resistencia que se presenta es la de las patas, el valor resistivo es pequeño, es por eso que R_{g1} debe tener un valor pequeño también.

Para poder lograr un Q (factor de calidad) de valores altos, la resistencia R_{g2} debe ser mayor que la resistencia R_{g1} pero no puede ser muy alta para cumplir con la aproximación hecha en la ecuación 60. En cuanto al capacitor, se busca un valor que no sea comparable con la capacitancia de las puntas del osciloscopio, que suele ser de 100pF para puntas en x1 y 10pF con puntas en x10.

En la tabla 5 se pueden ver los valores seleccionados.

	C_g	R_{g1}	R_{g2}
Valor	1nF	150Ω	220kΩ

TABLA 5: Tabla de valores del gyrator.

2.3. Filtros pasivos de segundo orden

Para la implementación de todos los filtros que se analizan en esta sección se decidió utilizar un operacional TL084 debido a que solo se permite usar un integrado y se pide realizar los cuatro filtros en una misma placa y éste operacional se consigue en integrados de a cuatro, uno para cada filtro. Se utilizaron todos componentes SMD debido a que ofrecen menor tolerancia y ocupan menos espacio.

2.3.1. Filtro pasa bajos

Se menciona en la sección 2.2 que el gyrator que utilizamos está siempre referenciado a tierra, por lo que a la hora de pensar el circuito del pasa bajos se presenta un problema debido a que la bobina no está a tierra en este filtro. La razón por la cuál se puede utilizar el circuito de todas formas es que la impedancia de entrada presentada sigue siendo la misma.
En la figura 25 se puede observar el circuito de un filtro pasa bajos de segundo orden utilizando un gyrator.

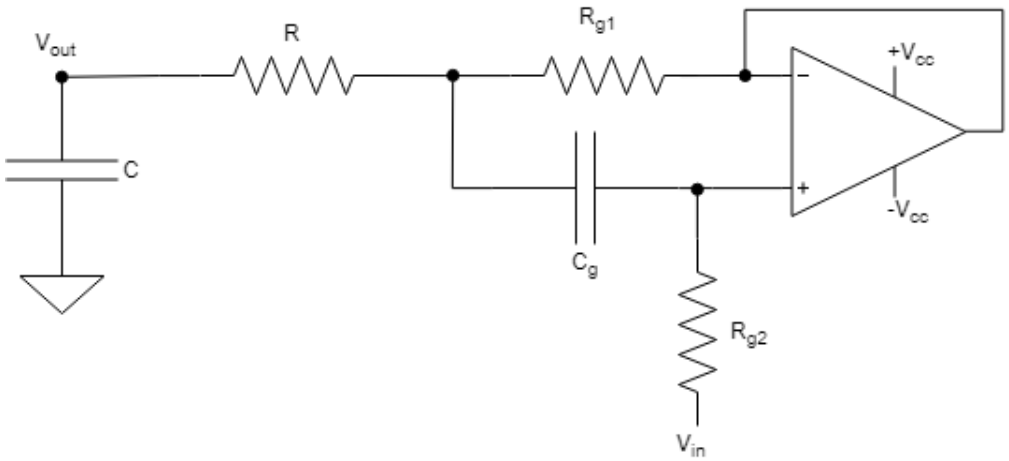


FIGURA 25: Circuito de filtro pasa bajos de segundo orden con gyrator

La función transferencia de un filtro pasa bajos de segundo orden pasivo es la siguiente:

$$H(s) = \frac{H_0}{(\frac{s}{\frac{1}{\sqrt{LC}}})^2 + sRC + 1} \tag{62}$$

$$\Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{63}$$

Función transferencia de filtro pasa bajos con gyrator.

Se llama V_o' a la salida del operacional y V_{aux} a la tensión que hay en el nodo de unión entre las resistencias R y R_g. Del circuito se obtiene:

$$(V_{aux} - V^+)sC_g = \frac{V^+ - V_{in}}{R_{g2}} \tag{64}$$

$$\Rightarrow V^+ = \frac{sV_{aux}C_gR_{g2} + V_{in}}{sC_gR_{g2} + 1} \tag{65}$$

Utilizando la ecuación 57 y reemplazando 65 en 57:

$$V^- = V_o' = \frac{sV_{aux}C_gR_{g2} + V_{in}}{(sC_gR_{g2} + 1)(\frac{s}{BWP} + 1)} \tag{66}$$

$$\begin{cases} I_o &= I_1 + I_2 \\ I_o &= V_{out}sC \\ I_1 &= \frac{V_o' - V_{aux}}{R_{g1}} \\ I_2 &= \frac{V_{in} - V_{aux}}{R_{g2} + \frac{1}{sC_g}} \end{cases} \tag{67}$$

Con el sistema de ecuaciones 67 y la ecuación 66 se llega a la función transferencia buscada:

$$H(s) = \frac{s^2(CC_gR_g) + s * BWP * CC_gR_{g1} + BWP}{s^3CC_g(RR_{g2} + R_{g1}R_{g2} + CRR_{g1}) + s^2 * K + s(BWP * C(R + R_{g1} + C_gR_{g1}) + 1) + BWP} \tag{68}$$

Con $K = (CR + CR_{g1} + C_gR_{g2} + CC_gR_{g1} + BWP * C(C_gR_{g1}(CR + R_{g2})))$.

Selección de valores.

Se busca llegar a la forma de la función transferencia presentada en la ecuación 62. Se saca factor común BWP en el nominador y en el denominador, como BWP es 4MHz entonces se pueden tomar que todos los terminos en donde se tiene BWP en el denominador tienden a 0 ya que los filtros funcionan para frecuencias de hasta aproximadamente 100KHz:

$$H(s) \approx \frac{sCC_gR_{g1} + 1}{s^2CC_gR_{g1}(RC + Rg2) + sC(R + R_{g1} + C_gR_{g1}) + 1} \tag{69}$$

Si ahora se considera que $CC_gR_{g1} << 1$:

$$H(s) \approx \frac{1}{s^2CL + sCR + 1} \tag{70}$$

Ahora, si se toma también que $R >> R_{g1}$ y $CR << R_{g2}$ y que $L = C_gR_{g1}R_{g2}$ se llega finalmente

a la expresión deseada del filtro pasa bajos de segundo orden:

$$H(s) \approx \frac{1}{s^2CL + sCR + 1} \tag{71}$$

Se busca como condición para el filtro que si:

- La frecuencia es menor que una frecuencia pasante, $f_p = 2000Hz$, entonces la ganancia tiene que ser mayor a -3dB.
- La frecuencia es mayor que una frecuencia de atenuación, $f_a = 7000Hz$, entonces la ganancia tiene que ser menor a -10dB.

El filtro presenta un polo de segundo orden, por lo que a $10f_0$ la ganancia debería ser -40dB en un caso ideal. Es fácil saber que entonces a 0,25dec tendremos -10dB, que para tomar un margen, es la diferencia que buscaremos entre la frecuencia de corte y la frecuencia de atenuación:

$$0,25dec = \log_{10}\frac{f_a}{f_0} \tag{72}$$

De donde se obtiene el valor de la frecuencia de corte, $f_0 = 3940Hz$. Con este valor y los valores del *gyrator* obtenidos en la sección 2.2:

$$C = \frac{1}{(2\pi f_0)^2 L} \tag{73}$$

$$\Rightarrow C = 49,6nF \tag{74}$$

Se busca que el circuito sea críticamente amortiguado, es decir $\xi = 1$, para evitar que haya sobrepico en la transferencia del circuito. De la ecuación 71 se llega a la relación:

$$\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \tag{75}$$

Despejando se obtiene $R = 1,55k\Omega$. En la tabla a continuación se resumen los valores obtenidos:

Componentes	***C [nF]***	***R [kΩ]***
Valor obtenido	49,6	1,55
Valor comercial	47	1,5

TABLA 6: Tabla de valores del filtro pasa bajos.

Es importante notar que con los valores obtenidos, las aproximaciones hechas a lo largo del desarrollo serán validas solo en un cierto rango de frecuencias. Debido a los valores seleccionados, todas

las aproximaciones se cumplen hasta frecuencias del orden del mega excepto por el término de la ecuación 68 que acompaña a s^3 que puede ser despreciado hasta los 10KHz aproximadamente. Ésto puede verse claramente reflejado en la repuesta en frecuencia en la figura 26.

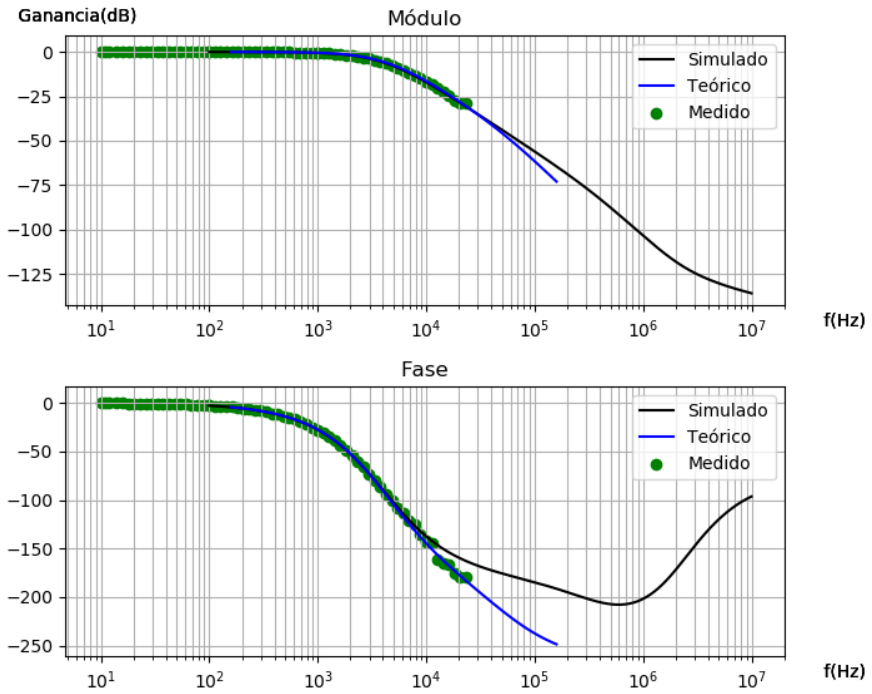
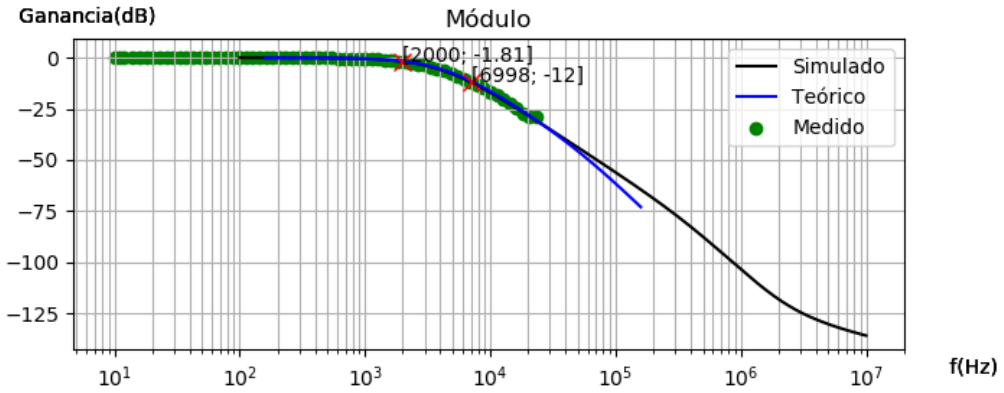


FIGURA 26: Bodes filtro pasa bajos.

A continuación se muestra nuevamente el bode de amplitud del pasa bajos para lograr ver que se cumplan los requisitos pedidos para el filtro:



Los puntos marcados demuestran que se están cumpliendo las condiciones pedidas, al ser una curva decreciente se ve que si a 2kHz la ganancia es -1.81dB entonces para menores frecuencias la ganancia es mayor. Lo mismo pasa con 7kHz, para ese valor hay -12dB por lo tanto a mayores frecuencias la ganancia es menor. También se puede ver que para continua la ganancia es unitaria y nunca supera los 0dB.

2.3.2. Filtro pasa altos

En la figura 27 se puede observar el circuito utilizado para analizar un filtro pasa altos de segundo orden implementado con un gyrator.

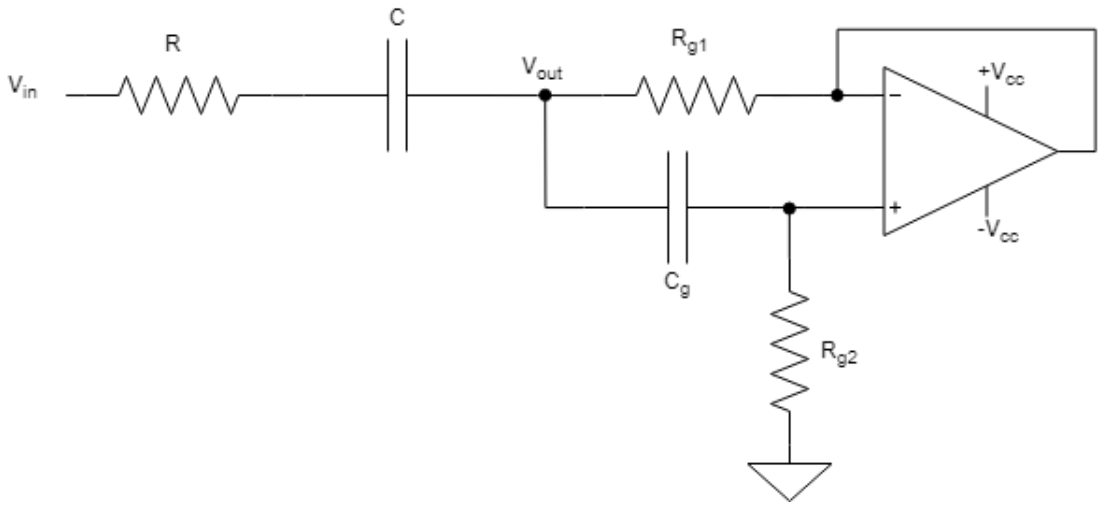


FIGURA 27: Circuito de filtro pasa altos de segundo orden con gyrator

Para este tipo de filtros sin gyrator, es decir, un filtro de segundo orden pasivo, se conoce la siguiente función transferencia:

$$H(s) = H_0 \frac{s^2 LC}{s^2 LC + sRC + 1} \tag{76}$$

Función transferencia de filtro pasa altos con gyrator.

Se utiliza nuevamente la aproximación 60 y se denomina V_o' a la salida del operacional.

$$V^+ = \frac{V_{out} R_{g2}}{R_{g2} + \frac{1}{sC_g}} \tag{77}$$

Utilizando ecuación y la aproximación mencionada anteriormente:

$$V_o' = \frac{V_{out} R_{g2}}{(R_{g2} + \frac{1}{sC_g})(1 + \frac{s}{BWP})} \tag{78}$$

$$\begin{cases} I_{in} & = & I_2 - I_1 \\ I_{in} & = & \frac{V_{in} - V_{out}}{R + \frac{1}{sC}} \\ I_1 & = & \frac{V_o' - V_{out}}{R_{g1}} \\ I_2 & = & \frac{V_{out}}{R_{g2} + \frac{1}{sC_g}} \end{cases} \tag{79}$$

Despejando del sistema de ecuaciones 79 se obtiene la función transferencia del sistema:

$$H(s) = \frac{s^3CR_{g1}C_gR_{g2} + s^2CR_{g1}(1 + BWP * C_gR_{g2}) + sCR_{g1}BWP}{s^3CC_g(R_{g1}R + R_{g1}R_{g2} + RR_{g2}) + s^2K + s(C * BWP(R_{g1} + R) + BWP * C_gR_{g1} + 1) + BWP} \tag{80}$$

$$K = (CC_gR_{g1}BWP(R + R_{g2}) + C(R + R_{g1}) + C_g(R_{g1} + R_{g2})) \tag{81}$$

Selección de valores.

Nuevamente, de la ecuación 80 se saca factor común BWP tanto en el denominador como en el numerador y se considera que los términos en los cuales el BWP queda dividiendo son despreciables. Se obtiene la siguiente expresión:

$$H(s) \approx \frac{s^2CC_gR_{g1}R_{g2} + sCR_{g1}}{s^2CC_gR_{g1}(R + R_{g2}) + s(C(R + R_{g1}) + C_gR_{g1}) + 1} \tag{82}$$

De aquí se impone que $R_{g2} >> R$ y $C(R_{g1} + R) >> C_gR_{g1}$. Es importante recordar que $L = C_gR_{g1}R_{g2}$.

$$H(s) \approx \frac{s^2CL(1 + \frac{R_{g1}}{sL})}{s^2CL + sC(R + R_{g1} + 1} \tag{83}$$

Para frecuencias mayores a 10kHz se llega al formato buscado ya que $|\frac{R_{g1}}{sL}| << 1$ y $R >> R_{g1}$.

$$H(s) \approx \frac{s^2CL}{s^2CL + sCR + 1} \tag{84}$$

Para la realzación de este filtro se busca que cumpla con los siguientes requisitos:

- Para frecuencias menores a $f_a = 2000Hz$ la ganancia debe ser menor a -10dB.
- Para frecuencias mayores a $f_p = 7000Hz$ la ganancia debe ser mayor a -3dB.

Mediante el mismo análisis que el realizado para el filtro pasa bajos, se obtiene que la frecuencia de corte del filtro es $f_0 = 3550Hz$. Nuevamente de la función transferencia:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{85}$$

$$\Rrightarrow C = 60nF \tag{86}$$

Con el mismo objetivo que en el filtro pasa bajos, se busca que el sistema sea críticamente amor-

tiguado.

$$\xi = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} \tag{87}$$

$$\Rrightarrow R = 1,26k\Omega \tag{88}$$

La tabla a continuación plasma los valores obtenidos para el filtro pasa altos:

Componentes	***C [nF]***	***R [kΩ]***
Valor obtenido	60	1,25
Valor comercial	56	1,3

TABLA 7: Tabla de valores del filtro pasa altos.

Éstos valores, como era necesario, cumplen con las aproximaciones hechas durante el procedimiento de encontrar una reducción para la función transferencia.
En las gráficas a continuación se puede observar en contraste, los bodes de lo medido, la simulación y la teoría:

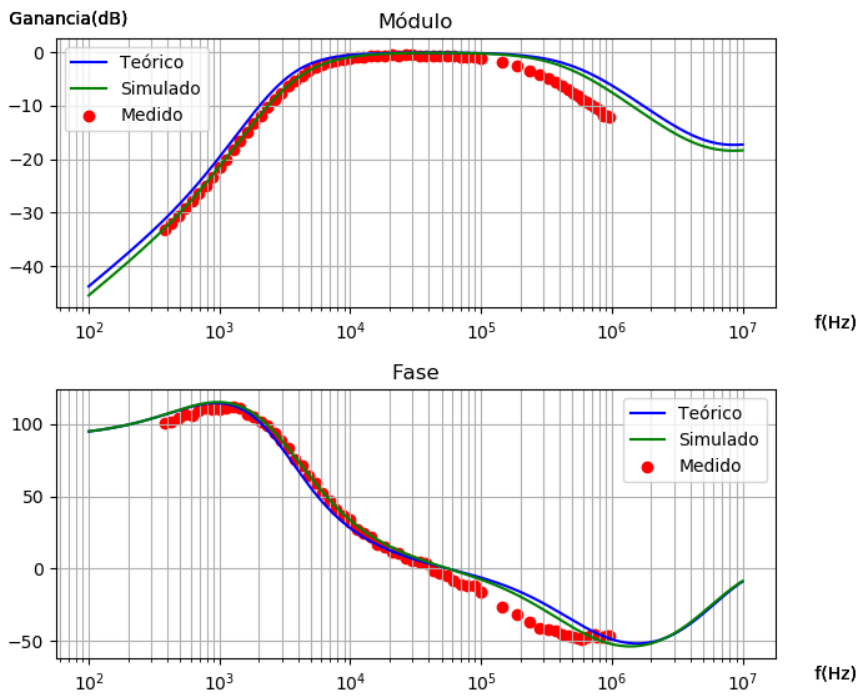
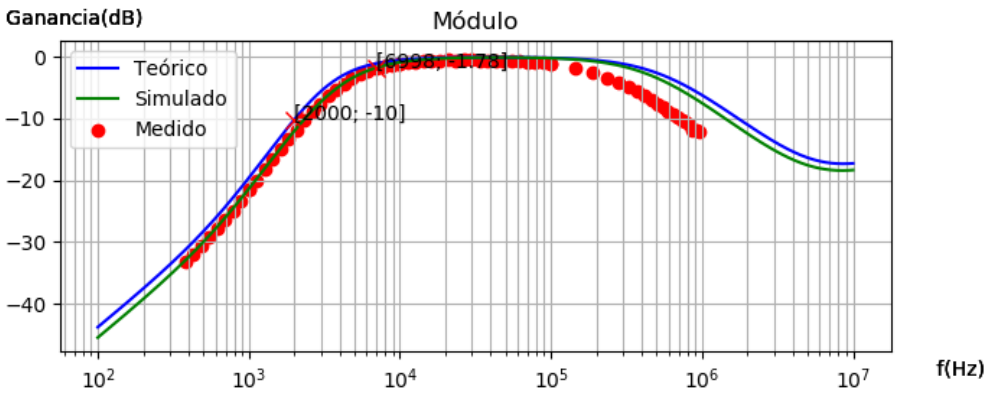


FIGURA 28: Bodes filtro pasa altos.

Como era de esperarse, en aproximadamente 200kHz aparece el efecto del polo dominante del operacional. Llama la atención que al ser un filtro pasa altos de segundo orden, uno esperaría que la fase baje 180 grados, es decir, que finalice en aproximadamente -90 grados, y aquí no sucede

esto. El hecho de que la fase no cumpla con el modelo de un filtro de segundo orden pasivo se debe a que en la función transferencia encontrada tanto en el numerador como en el denominador se obtiene una cubica, es decir que se tiene un polo de orden 2 y uno de orden 1 y lo mismo sucede con los ceros.



Tal como fue requerido, el filtro pasa alto cumple con todas sus condiciones. Se puede ver que el mismo nunca supera los 0dB, en 2kHz se tienen exactamente -10dB por lo tanto (por ser creciente) a menores frecuencias la amplitud es menor y finalmente a 6998Hz ya hay una ganancia de -1.78dB así que a mayor frecuencia hay amplitud mayor.

2.3.3. Filtro pasa banda

En la figura a continuación puede verse el circuito implementado para el filtro pasa bandas de segundo orden activo.

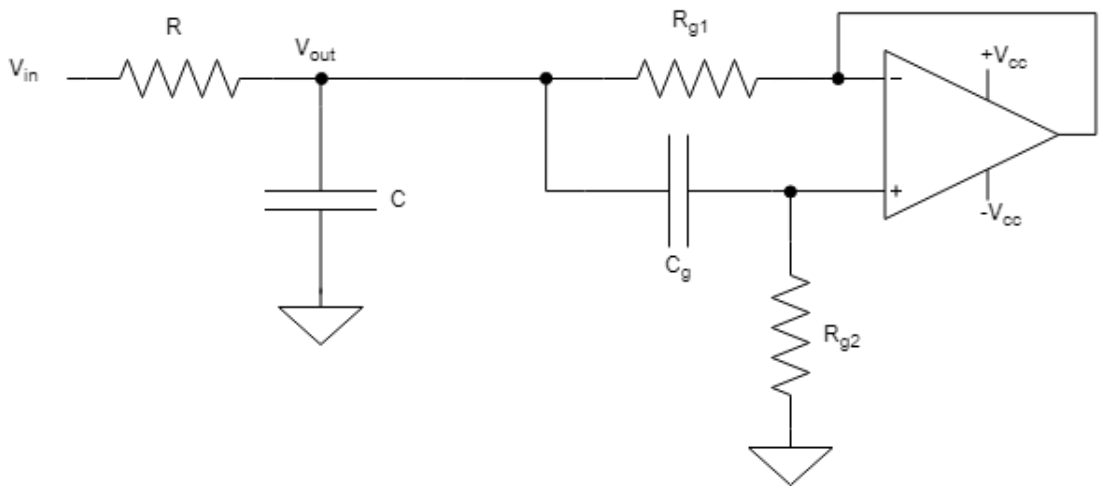


FIGURA 29: Circuito de filtro pasa banda de segundo orden con gyrator

Se conoce la función transferencia de un filtro pasa banda de segundo orden pasivo de la siguiente

forma:

$$H(s) = H_0 \frac{s\sqrt{LC}}{s^2LC + sRC + 1} \tag{89}$$

Función transferencia de filtro pasa banda con gyrator.

Si se mira de V_{out} hacia la derecha, lo único que se tiene es el gyrator, de la misma manera que sucede en el filtro pasa altos. Debido a ésto, la ecuación 78 es la misma para éste circuito. Luego se analiza las relaciones de corrientes en el nodo V_{out} para llegar a la función transferencia del circuito.

$$\begin{cases} I_{in} &= I_1 + I_2 + I_3 \\ I_{in} &= \frac{V_{in} - V_{out}}{R} \\ I_1 &= V_{out} sC \\ I_2 &= \frac{V_{out} - V_o'}{R_{g1}} \\ I_3 &= \frac{V_{out}}{R_{g2} + \frac{1}{sC_g}} \end{cases} \tag{90}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones planteado previamente y acomodando un poco se logra llegar a la función buscada:

$$H(s) = \frac{s^2 R_{g1} C_g R_{g2} + s(R_{g1} C_g R_{g2} * BWP + R_{g1}) + R_{g1} * BWP}{s^3 C C_g R_{g1} R R_{g2} + s^2 K + sQ + BWP(R_{g1} + R)} \tag{91}$$

Con $K = (C_g R_{g1}(BWP * CRR_{g2} + R + R_{g2}) + R(C_g R_{g2} + CR_{g1}))$.
Con $Q = (BWP * R_{g1} R(C + C_g) + R_{g1}(BWP * C_g R_{g2} + 1) + R)$.

Selección de valores.

Utilizando que el valor de BWP es 4MHz, lo sacamos como factor común arriba y abajo de la fracción y se dice que los términos en los cuales queda BWP dividiendo tienden a 0 para llegar a la siguiente expresión reducida:

$$H(s) \approx \frac{sL + R_{g1}}{s^2 CRL + s(CRR_{g1} + R_{g1} C_g (R + R_{g2})) + R + R_{g1}} \tag{92}$$

Se impone como requisito que $R_{g2} >> R$ y que $R >> R_{g1}$. Por lo tanto:

$$H(s) \approx \frac{1}{RC} \frac{sCL + CR_{g1}}{s^2 CL + s(R_{g1} C + \frac{L}{R}) + 1} \tag{93}$$

Si $R_{g1} RC << L$ y $|sCL| >> CR_{g1}$ se llega a la expresión deseada:

$$H(s) \approx \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \frac{s\sqrt{LC}}{s^2 LC + s\frac{L}{R} + 1} \tag{94}$$

$$H_0 = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} \tag{95}$$

Cómo se pidió que la frecuencia de corte del filtro sea $f_0 = 4KHz$ y

$$C = \frac{1}{(f_0 2\pi)^2 L} \tag{96}$$

$$\Rightarrow C = 47,97nF \tag{97}$$

Idealmente, para un filtro pasa banda se buscaría un muy buen Q, es decir, valores altos de este parámetro. El problema en este caso es que para aumentar Q se debe aumentar el valor de R, pero si este valor aumenta, H_0 disminuye, produciendo así que la banda pasante quede mas atenuada. Se decidió armar un filtro con Q=1,5.

$$Q = \frac{1}{2\xi} = \frac{R}{L2\pi f_0} \tag{98}$$

$$\Rightarrow R = 1244\Omega \tag{99}$$

Se resumen a continuación los valores hallados y utilizados para la realización del filtro:

Componentes	***C [nF]***	***R [kΩ]***
Valor obtenido	47,97	1,2
Valor comercial	47	1,1

TABLA 8: Tabla de valores del filtro pasa banda.

Utilizando los valores de la tabla 8, se procedió a medir la respuesta en frecuencia del circuito y se obtuvieron los siguientes gráficos:

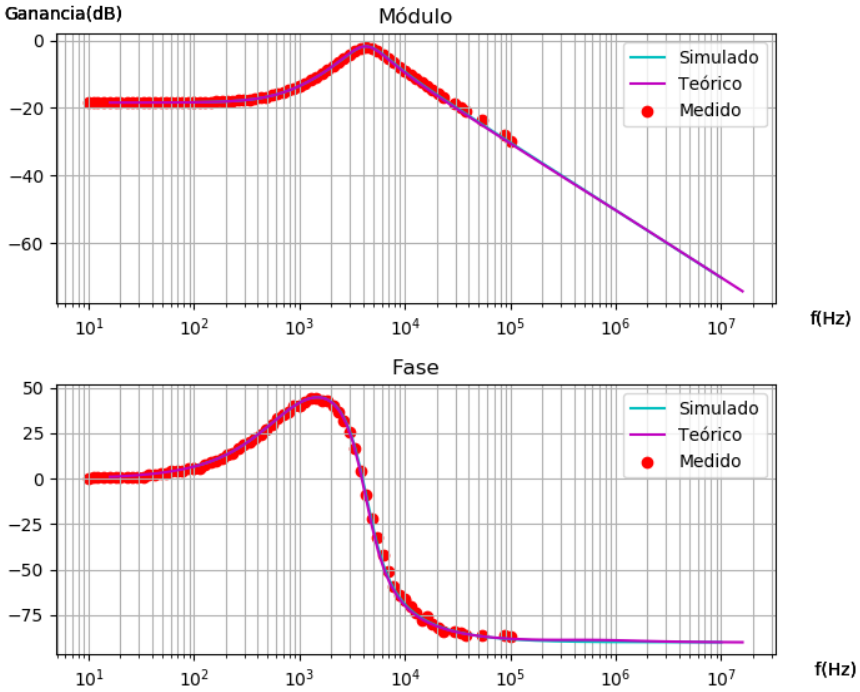


FIGURA 30: Bodes filtro pasa banda.

Se puede observar que la frecuencia de banda pasante está en 4kHz como fue buscado y que el filtro tiene un ancho de banda de 200kHz. La simulación coincide en la mayoría de los valores con la transferencia teórica y con la medida hasta donde fue posible medir.

2.3.4. Filtro rechaza banda

Por último, se estudiará lo que pasa con el filtro rechaza banda activo.

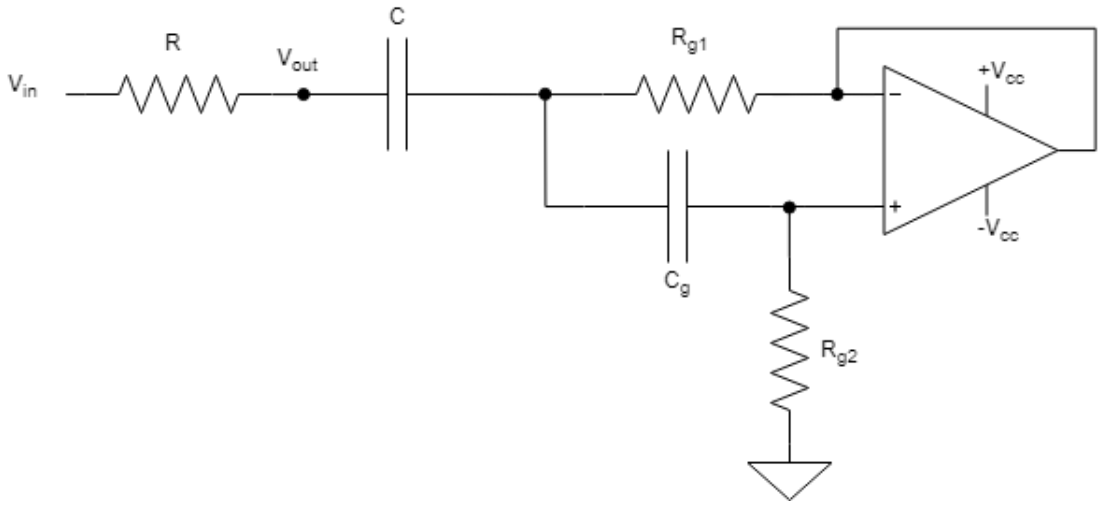


FIGURA 31: Circuito de filtro rechaza banda de segundo orden con gyrator

La función transferencia de un filtro rechaza banda pasivo se la puede ver a continuación:

$$H(s) = H_0 \frac{s^2LC + 1}{s^2LC + sRC + 1} \tag{100}$$

Función transferencia de filtro rechaza banda con gyrator.

Si se llama V_o' a la salida del operacional y V_aux a la tensión a la entrada del operacional, es decir, luego del capacitor C, se puede utilizar la ecuación 78 de la siguiente manera:

$$V_o' = \frac{V_{aux}R_{g2}}{(R_{g2} + \frac{1}{sC_g})(1 + \frac{s}{BWP})} \tag{101}$$

Nuevamente, mediante el uso de la teoría de nodos, se plantea el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} I_{in} & = & I_1 + I_2 \\ I_{in} & = & \frac{V_{in} - V_{aux}}{R + \frac{1}{sC}} \\ I_1 & = & \frac{V_{aux} - V_o'}{R_{g1}} \\ I_2 & = & \frac{V_{aux}}{R_{g2} + \frac{1}{sC_g}} \end{cases} \tag{102}$$

Se despeja del sistema de ecuaciones y de la ecuación 101 utilizando la ayuda de aplicaciónes matemáticas para llegar a la expresión más simplificada de la función transferencia:

$$H(s) = \frac{s^3CC_gR_{g1}R_{g2} + s^2Q + s(BWP * R_{g1}(C + C_G) + 1) + BWP}{s^3CC_g(RR_{g1} + RR_{g2} + R_{g1}R_{g2}) + s^2K + s(BWP(CR + CR_{g1} + C_gR_{g1}) + 1) + BWP} \tag{103}$$

Con $K = (CR + CR_{g1} + C_gR_{g1} + C_gR_{g2} + BWP * CC_gR_{g1}(R + R_{g2}))$.
Con $Q = (CR_{g1} + C_gR_{g1} + C_gR_{g2} + BWP * CC_gR_{g1}R_{g2})$.

Selección de valores.

Antes de buscar los valores a utilizar, se realizan algunas aproximaciones, que son válidas hasta ciertos rangos de frecuencias, para llegar a una expresión igual a la de un filtro pasivo como se muestra en la ecuación 100 y así facilitar la busqueda de los valores necesarios.
Se aprovecha nuevamente del hecho de que BWP es muy grande para sacarlo como factor común y asi poder despreciar los terminos en los cuáles éste factor queda dividiendo:

$$\frac{s^2CL + sR_{g1}(C + C_g) + 1}{s^2CC_gR_{g1}(R + R_{g2}) + s(CR + CR_{g1} + C_gR_{g1}) + 1} \tag{104}$$

Ahora, se pide que $R_{g2} >> R$, $CR >> (C + C_g)R_{g1}$ y $C + C_g << 1$, entonces

$$H(s) = \frac{s^2LC + 1}{s^2LC + sRC + 1} \tag{105}$$

El filtro buscado debe tener su frecuencia de corte en 2kHz y dado que ya se tienen los valores de

L definidos y viendo la función transferencia se obtiene:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{106}$$

$$\Rightarrow C = 190nF \tag{107}$$

Para obtener un buen rechaza banda, es decir, lograr que la frecuencia de corte sea atenuada por completo. Para lograr medirlo, se busca que a esa frecuencia haya aproximadamente 25dB de atenuación. Es decir, el modulo de la función trasneferencia evaluado en 2kHZ debe ser -25dB.
Al hacer esto, se puede ver que la amplitud depende de R, por lo tanto se obtuvo un valor $R = 2,3K\Omega$. A continuación se muestran los valores del filtro rechaza banda:

Componentes	***C [nF]***	***R [kΩ]***
Valor obtenido	190	2,3
Valor comercial	180	2,2

TABLA 9: Tabla de valores del filtro rechaza banda.

Es importante notar que los valores obtenidos cumplen con las aproximaciónes hechas durante el desarrollo. Al igual que en los otros filtros, las aproximaciones que dependen de s, es decir, de la frecuencia a la que se este trabajando, solo serán validas para un rango reducido de frecuencias, normalmente menores a 100kHz.

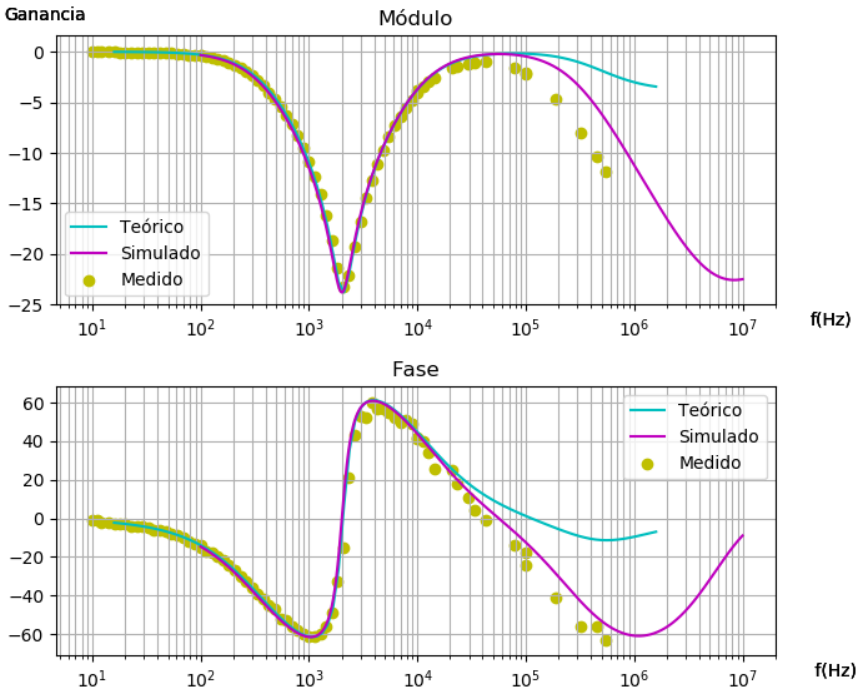


FIGURA 32: Bodes filtro rechaza banda.

Como era de esperarse, el filtro trabaja como un rechaza banda con frecuencia de corte de 2kHz. El gráfico medido comienza a diferir de los otros dos en aproximadamente 100kHz. Se puede ver que a altas frecuencias el simulado y el medido difieren del teórico, esto se debe probablemente a polos y ceros que el operacional tiene y no se tuvieron en cuenta en el modelo teórico.

2.4. Diseño de placa.

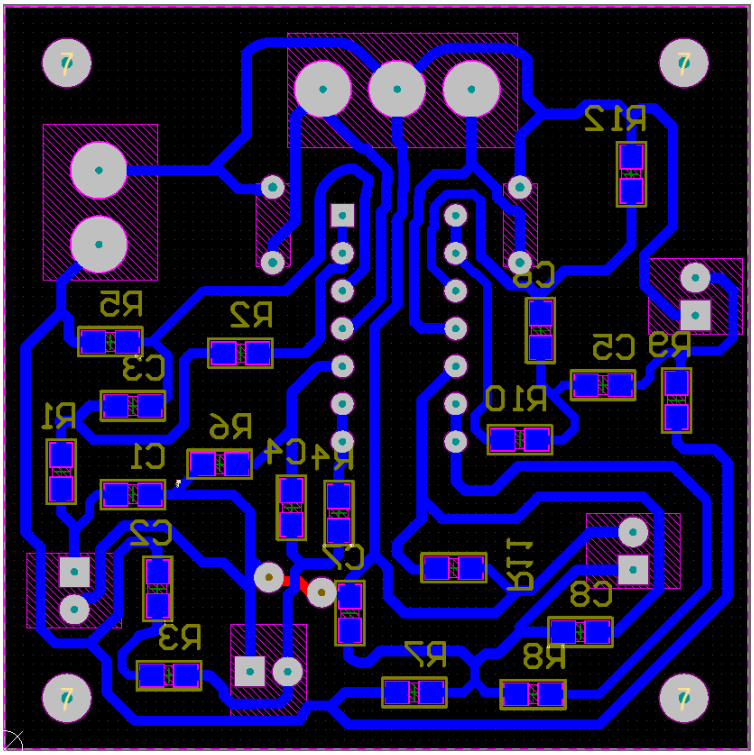


Figura 33: PCB

2.5. Rangos de operación lineal

Como se pudo notar a lo largo de el análisis de cada filtro, las mediciones tomadas en todos los filtros fueron hasta aproximadamente 100kHz. Esto se debe a que a mayores frecuencias el *gyrator*, que representa un inductor, deja de funcionar como tal debido a que en esas frecuencias se presenta el polo dominante del operacional que utiliza el *gyrator*. También, a altas frecuencias (mucho mayores a 100kHz) los componentes pasivos tienen un comportamiento diferente, como por ejemplo el de los capacitores que se comportan como un inductor.
A bajas frecuencias, predomina la parte resistiva del *gyrator*, por lo tanto los resultados a esas frecuencias también difieren de un filtro de segundo orden. Se podría definir el rango de operación lineal de los filtros pasa altos y rechaza banda con *gyrator* desde aproximadamente 10Hz hasta 100kHz. Por otro lado, los filtros pasa bajos y pasa banda podrían ser usados hasta cualquier frecuencia debido a que el efecto del polo del operacional no afecta en cuanto a que ya se busca atenuación para esas frecuencias. En estos últimos filtros, la razon por la que no se logra medir

para mas de 100kHz es debido a que con el osciloscopio no se puede medir tanta atenuación.

2.6. Conclusión

Utilizar un *gyrator* para reemplazar a un inductor puede tener ciertas ventajas como por ejemplo el bajo precio y el tamaño reducido, pero el hecho de armar un filtro activo trae muchos problemas. Una gran desventaja es que a diferencia de un inductor, hay que alimentar a los operacionales con tensión continua, tener cuidado con la saturación del mismo, que implica, limitar las tensiones de entrada del circuito entre otras cosas. Si se busca trabajar en frecuencias altas, el *gyrator* no es recomendable ya que funciona hasta 100kHz (dependiendo del operacional se podrían lograr mayores frecuencias pero seguiría siendo bajas).

3. Amplificadores de Instrumentación

3.1. Introducción

En el siguiente apartado se estudiará el Amplificador de instrumentación propuesto en la figura 34. El mismo se basa en un amplificador en diferencias el cual inicialmente presenta una etapa previa de amplificación, la cual también permite elevar la impedancia de entrada del amplificador.

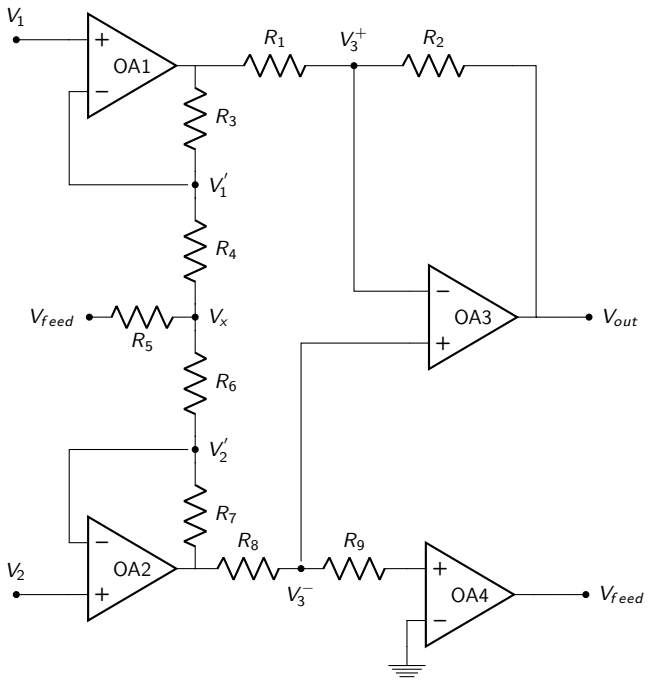


FIGURA 34: Amplificador de instrumentación

3.2. Análisis matemático

Inicialmente, se tomó el modelo ideal de amplificadores operacionales para el análisis, considerando que no circula corriente por los terminales de entrada de cada operacional, se obtuvo que $V_1 = V_1'$, $V_2 = V_2'$ y $V_3^+ = V_3^- = V_{out_2} = 0V$.
De esta manera utilizando el teorema de nodos se llegó al sistemas de ecuaciones 108.

$$\begin{cases} \dfrac{V_{out}}{R_2} = -\dfrac{V_{out_1}}{R_1} \\ \dfrac{V_{out_1} - V_1}{R_3} = \dfrac{V_1 - V_x}{R_4} \\ \dfrac{V_x - V_2}{R_6} = \dfrac{V_2}{R_7} \end{cases} \tag{108}$$

Del cual es posible despejar V_{out} y V_x en función de V_1 y V_2, las cuales seran de interés para continuar el análisis.

$$V_x = \left(\frac{R_6}{R_7} + 1\right) \cdot V_2 \tag{109}$$

$$V_{out} = -\frac{R_2}{R_1}\left(\left(\frac{R_3}{R_4}+1\right)V_1 - \left(\frac{R_3R_6}{R_4R_7}+\frac{R_3}{R_4}\right)V_2\right) \tag{110}$$

Reescribiendo la ecuación 110, se puede obtener una expresión en función de la tensión diferencial y la tensión en modo común.

$$V_{out} = -\frac{R_2}{R_1}\left(\left(\frac{R_3}{R_4}+\frac{1}{2}\left(\frac{R_3R_6}{R_4R_7}+1\right)\right)\cdot(V_1-V_2)+\left(1-\frac{R_3R_6}{R_4R_7}\right)\frac{(V_1+V_2)}{2}\right) \tag{111}$$

Con el fin de rechazar la señal en modo común se pidió que se cumpla la condición de que $R_3R_6 = R_4R_7$ para que la ganancia en dicho modo sea cero. Para ello particularmente se tomó $R_3 = R_7$ y $R_4 = R_6$.

Finalmente reemplazando esta condición en la ecuación 111 se obtuvo una expresión para la ganancia en modo diferencial del circuito.

$$A_{DM} = -\frac{R_2}{R_1}\left(1+\frac{R_3}{R_4}\right) \tag{112}$$

Para la implementación del circuito se busco obtener una ganancia en tensión de 139.3 veces, lo cual equivale a 42.88 dB, para ello al tratarse de una elevada ganancia se decidió distribuirla entre las dos etapas del circuito, que corresponden, la de entrada, a los operacionales 1 y 2 y la de salida al 4. Por lo tanto se decidió tomar $R_2 = 20R_1$ y $R_3 = 6R_4$ con lo que se obtiene una ganancia de 140 veces idealmente.

Buscando valores de resistencias del orden de los kΩ, evitando el ruido producido por las resistencias más elevadas y los consumos de corriente elevados para las de valores menores. Se tomó $R_1 = R_4 = R_6 = 1k\Omega$, $R_7 = R_3 = 6k\Omega$ y $R_2 = 20k\Omega$. Debido a que el rechazo al modo común depende de la la igualdad $R_3R_6 = R_4R_7$ se decidió utilizar resistencias SMD con tolerancia del 1 % con el fin de maximizar el CMRR.

Para continuar con el análisis es posible tomar la suma de corrientes en el nodo de V_x, con lo que es posible despejar la corriente de salida del cuarto operacional.

$$\frac{V_{feed}-V_x}{R_5}+\frac{V_1-V_x}{R_4}=\frac{V_x-V_2}{R_6}$$
$$I_{OA4}=\frac{V_{feed}-V_x}{R_5}=V_x\cdot\left(\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_6}\right)-\frac{V_1}{R_4}-\frac{V_2}{R_6}$$

Tomando la consideración de $R_4 = R_6 = \frac{R_7}{6}$, reemplazando con la expresión 109 y reescribiendo la expresión para obtenerla en términos de la tensión en modo diferencial y en modo común.

$$I_{OA4} = \frac{V_{feed}-V_x}{R_5} = \frac{1}{3R_4}\cdot\left(-\frac{7}{2}V_{DM}+V_{CM}\right) \tag{113}$$

Trabajando con operacionales ideales, esta expresión no presenta limitaciones, pero debido a que los operacionales reales presentan limitaciones en la corriente y tensión que pueden suministras a su salida es posible obtener valores limites para la resistencia R_5, la cual regula la realimentación por corriente del cuarto operacional. Teniendo en cuenta que se alimenta a los operacionales con

una tensión $+V_{cc} = 15$ V y $-V_{cc} = -15V$, podemos estimar que como tensión máxima a la salida de los mismos se podrá tener $13.5V_{pp}$, teniendo en cuneta la elevada ganancia del circuito quedará limitada la tensión diferencial que es posible utilizar a $90mV_{pp}$, si se trabaja con el circuito referenciado a masa. Para la tensión en modo común se asume un margen amplio tomando como máximo $1V_{pp}$, utilizando la ecuación 109, y reemplazando en la ecuación 113 V_{feed} por su valor máximo, es posible despejar un valor máximo para R_5, siendo $R_{5max} = k\Omega$.
Otra consideración que se debe tener es que la única referencia a masa del sistema se encuentra en la entrada inversora del cuarto operacional, modificando esta referencia, incorporando otra tensión en dicho punto se obtiene $V_3^+ = V_3^- = V_{out_2} = V_{ref}$. Planteando nuevamente el sistema de ecuaciones se obtiene:

$$\begin{cases} \dfrac{V_{out} - V_{ref}}{R_2} = \dfrac{V_{ref} - V_{out_1}}{R_1} \\ \dfrac{V_{out_1} - V_1}{R_3} = \dfrac{V_1 - V_x}{R_4} \\ \dfrac{V_x - V_2}{R_6} = \dfrac{V_2 - V_{ref}}{R_7} \end{cases} \tag{114}$$

Despejando de forma similar a como se realizo con el sistema referenciado a tierra se obtiene una nuevo formula para la tensión de salida.

$$V_{out} = -\frac{R_2}{R_1}\left(\left(1 + \frac{R_3}{R_4}\right)V_1 - \frac{R_3}{R_4}\left(1 + \frac{R_6}{R_7}\right)V_2\right) + V_{ref}\left(1 + \frac{R_2}{R_1} - \frac{R_2R_3R_6}{R_1R_4R_7}\right) \tag{115}$$

De esta expresión se puede observar que la salida quedará montada sobre una tensión de referencia que, si se cumple la simetría perfecta entre las resistencias del puente de entrada, será la misma tensión que en la entrada inversora del cuarto operacional.
Para contemplar efectos referidos a la respuesta en frecuencia del circuito se continuó mejorando el análisis teniendo en cuenta la variación en frecuencia de la ganancia de los amplificadores operacionales tomando el modelo de polo dominante, para ello se planteo el siguiente sistema de ecuaciones, asumiendo que por las resistencias R_8 y R_9 circula una corriente despreciable lo cual se obtiene $V_3 = V_{out_2}$

$$\begin{cases} \dfrac{V_3' - V_{out}}{R_2} = \dfrac{V_{out_1} - V_3'}{R_1} \\ V_{out} = \dfrac{A_{o3}}{\frac{s}{\omega_{p3}} + 1} \cdot (V_{out_2} - V_3') \\ \dfrac{V_{out_1} - V_1'}{R_3} = \dfrac{V_1' - V_x}{R_4} \\ V_{out_1} = \dfrac{A_{o1}}{\frac{s}{\omega_{p1}} + 1} \cdot (V_1 - V_1') \\ \dfrac{V_{feed} - V_x}{R_5} + \dfrac{V_1' - V_x}{R4} = \dfrac{V_x - V_2'}{R6} \\ V_{out_2} = \dfrac{A_{o2}}{\frac{s}{\omega_{p2}} + 1} \cdot (V_2 - V_2') \\ \dfrac{V_x - V_2'}{R_6} = \dfrac{V_2' - V_{out_2}}{R_7} \\ V_{feed} = \dfrac{A_{o4}}{\frac{s}{\omega_{p4}} + 1} \cdot (V_{out_2}) \end{cases} \tag{116}$$

Debido a la complejidad del sistema, para hallar su solución se hizo uso de un programa en Python con e fin de simplificar su desarrollo y ya fueron asumidas las relaciones de las resistencias obtenidas del análisis ideal.
A la solucion obtenida se la pudo expresar como

$$V_{out} = A_{DM} \cdot V_{DM} + A_{CM} \cdot V_{CM}$$

Despreciando aquellos términos en las sumas que presentan un producto con menores de factor A_n, debido a que diferiran entre si en varios ordenes de magnitud, y siendo GBP el producto de la ganancia a lazo abierto y la frecuencia del polo de cada operacional se obtiene.

$$\begin{aligned} A_{CM} &= \frac{-GBP_3 \cdot (s + \omega_{p4}) \cdot (2R_5 + 7R_4) \cdot (-GBP_1 \cdot GBP_2 + s(140GBP_1 - 147GBP_2))}{2(GPB_3 + 21s) \cdot (As^3 + Bs^2 + Cs + D)} \\ A &= 14R_5 + 49R_4 \\ B &= (GBP_1 + GBP_2) \cdot (7R_4 + 8R_5) \\ C &= GBP_1GBP_2(2R_5 + R_4) + 42 \cdot GBP_2 \cdot GBP_4 \cdot R_4 \\ D &= 6 \cdot GBP_1 \cdot GBP_2 \cdot GBP_4 \cdot R_4 \end{aligned} \tag{117}$$

De esta formula se puede observar que el rechazo en modo común depende fuertemente de la simetría de los operacionales de la entrada 1 y 2 ya que los mismos son los que se encuentran

relacionados entre si en el tercer paréntesis de la expresión del numerador.

$$
\begin{aligned}
A_{DM} &= \frac{-7GPB_3 \cdot (Es^2 + Fs^1 + G)}{2(GPB_3 + 21s) \cdot (As^3 + Bs^2 + Cs + D)} \\
E &= GBP_1 \cdot (140R_1 + 40R_5) + GBP_2 \cdot (147R_1 + 42R_5) \\
F &= GBP_1 \cdot GBP_2 \cdot (41R_1 + 82R_5) \\
G &= 240 \cdot GBP_1 \cdot GBP_2 \cdot GBP_4 \cdot R_1
\end{aligned} \tag{118}
$$

Realizando el cociente de ambas expresiones obtenidas se obtiene una expresion analítica para el CMRR

$$
CMRR = \frac{7 \cdot (Es^2 + Fs^1 + G)}{(s + \omega_{p4}) \cdot (2R_5 + 7R_4) \cdot (-GBP_1 \cdot GBP_2 + s(140GBP_1 - 147GBP_2))} \tag{119}
$$

3.3. Contraste con la simulación

Tomando como referencia la hoja de datos del TL-084 [1], inicialmente se reemplazaron los valores de $GBP_n = 3\text{M}$ y $\omega_p = 30$, y tomando un valor de referencia para $R_5 = 10k\Omega$, de esa forma se obtuvieron los gráficos 35 y 36.

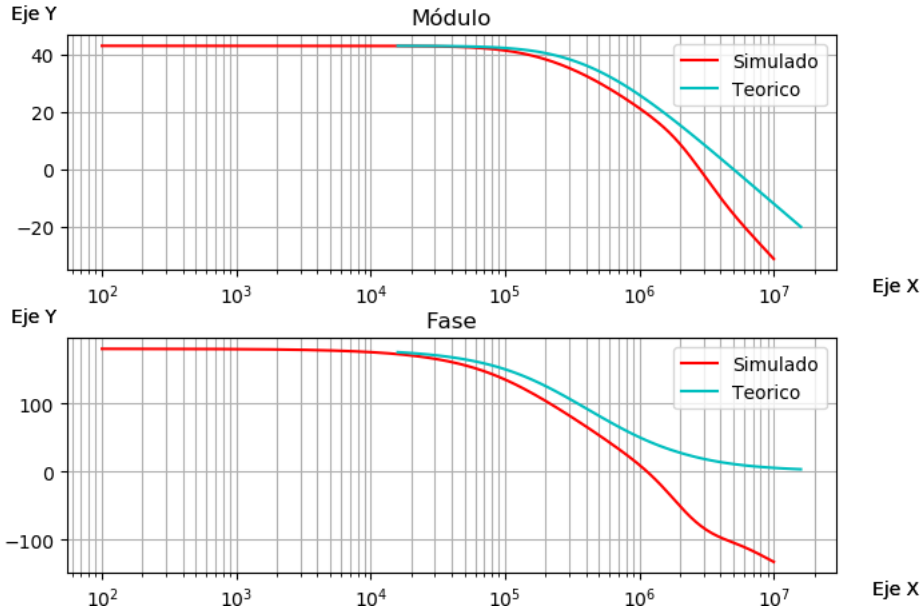


FIGURA 35: Respuesta en frecuencia modo diferencial

[1] http://www.ti.com/lit/ds/symlink/tl082.pdf

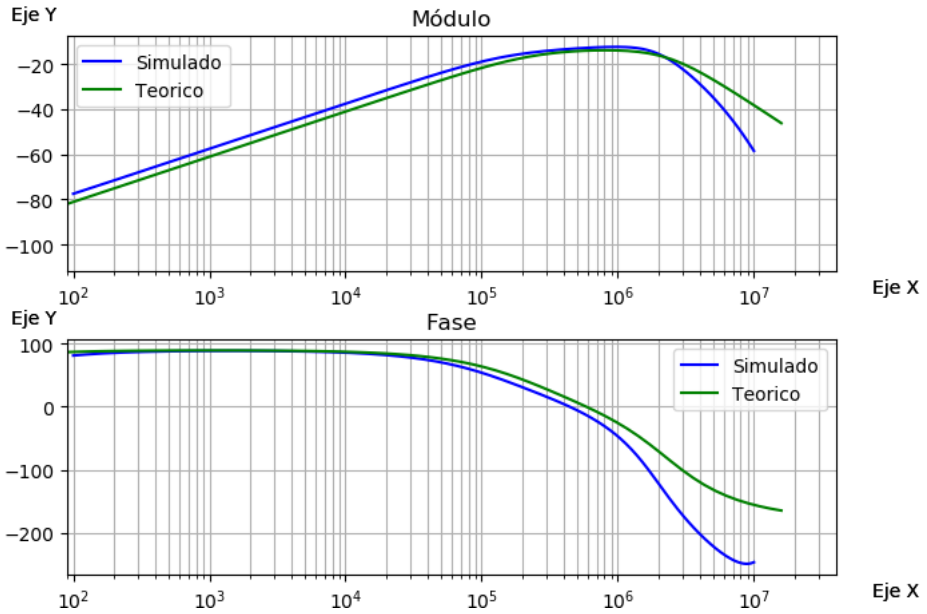


FIGURA 36: Respuesta en frecuencia modo común

En ambos gráficos, tanto de amplitud como de fase, en ambos modos, se puede apreciar una muy buena correspondencia entre la teoría y la simulación hasta frecuencias cercanas a los 100kHz, frecuencia en la cual el comportamiento del circuito se aleja del ideal pero presentan comportamientos similares. Teniendo en cuenta que en ambos modelos a dicha frecuencia la amplifación del circuito ya no es la esperada, el mismo debería ser utilizado en un rango de frecuencia menor a los 100kHz.

3.4. Asimetría de los OpAmps

Como se mencionó anteriormente se analizará la diferencia entre la ganancia de los amplificadores 1 y 2, los cuales afectan especialmente el rechazo en modo comun, no asi la amplificacion en modo diferencial, sobre la cual no se consideró necesaria ampliar el análisis.

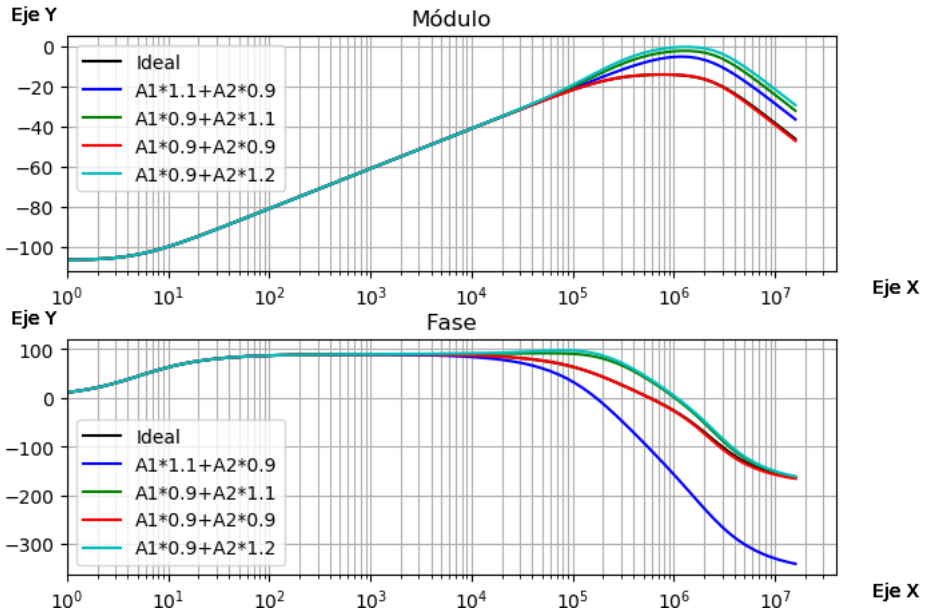


FIGURA 37: Asimetría entre A_1 y A_2

En la figura 37 se puede observar como ante variaciones del A_0, y por lo tanto del GBP, la tenuacion en modo comun decrece, en incluso debido a grandes variaciones, a frecuencias mayores a 1MHz amplifica el modo común.

3.5. Tolerancia de los componentes

En cuanto al análisis de las tolerancias, es de interés analizar las tolerancias en el puente de resistencias de la primera etapa de amplificación, ya que de su simetría depende el buen rechazo al modo común.

Analizando la ecuación 111 se puede observar que la ganancia en modo común depende directamente de la simetría pedida, por lo tanto de no cumplirse dicha simetría, la ganancia no sería cero. Reemplazando las resistencias por su valor nominal y una constante de desviación las cuales se encuentran entre 0.99 y 1.01 debido al uso de resistencias con tolerancias del 1 %.

$$A_{CM} = |1 - \frac{k_3 k_6}{k_4 k_7}| \in [0, 0.04]$$

Se puede evidenciar que debido a las tolerancias la atenuación del modo común no sera tan elevada como se esperaba pero aun así es considerable.

Para mejorar el análisis respecto a la variación con las tolerancias se realizó un análisis monte-carlo de la respuesta en frecuencia del modo común y el modo diferencial.

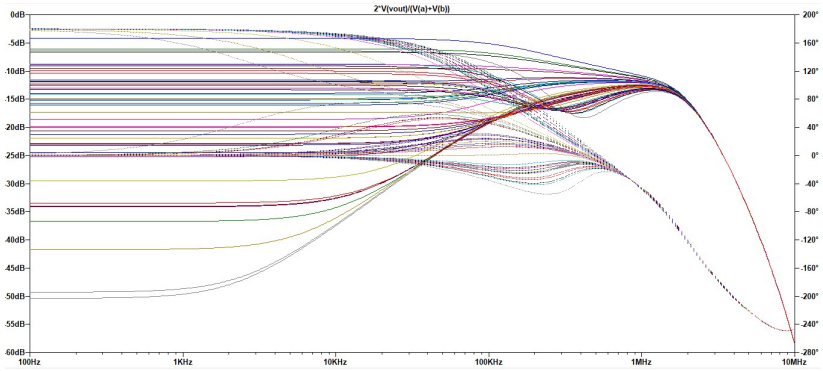


FIGURA 38: Monte Carlo modo común

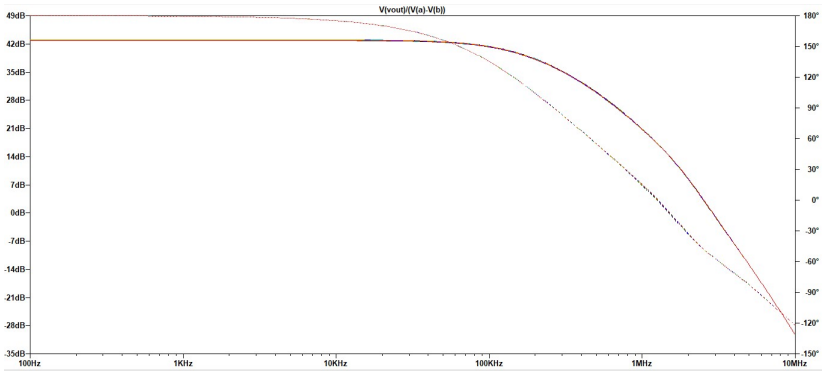
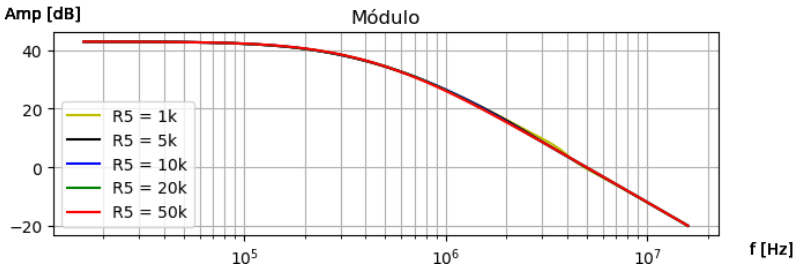


FIGURA 39: Monte Carlo modo diferencial

En la figura 39 se puede evidenciar lo dicho anteriormente, sobre la poca intervención de las tolerancias en la amplificación en modo diferencia. A diferencia de la figura 38 en la cual se puede ver como en modo común si se ve afectado por las variaciones de los valores de las resistencias.

3.6. Variaciones de R_5

Por lo visto anteriormente se encontró un valor máximo para R_5 el cual si es excedido provoca la saturación por tensión del cuarto OpAmp. A continuación se analizará que implicancias tiene el valor de R_5 en la respuesta del circuito.



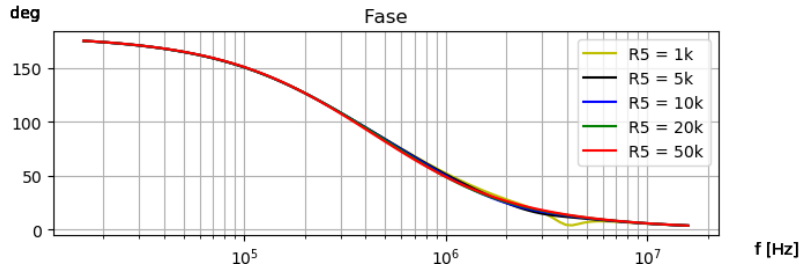


FIGURA 40: Respuesta en modo diferencial ante variaciones de R_5

Se puede apreciar que a bajas frecuencias el comportamiento del circuito es independiente del valor de R_5, en modo diferencial, y en altas frecuencias. Superando 5MHz a menores valores de la misma, se genera un sobrepico en el diagrama de amplitud.

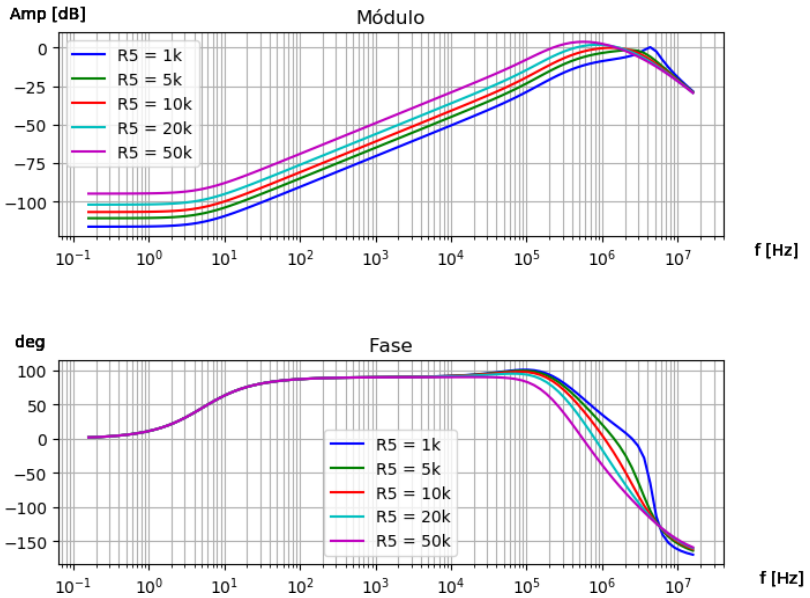


FIGURA 41: Respuesta en modo común ante variaciones de R_5

En el modo común las variaciones de R_5 afectan considerablemente el comportamiento, tanto en fase como en amplitud.
En amplitud se puede apreciar que a mayores valores de R_5 la ganancia es mayor, por lo tanto el rechazo al modo común será menor. Y para valores muy pequeños nuevamente aparece el sobrepico en frecuencias cercanas a los 5MHz.

3.7. Mediciones

Decido a la dificultad de sincronizar dos generadores de señales para las mediciones en modo diferencial se utilizó una entrada conectada al generador y la otra entrada del circuito conectada a masa, de esta forma se obtuvo la medición de la figura 42.

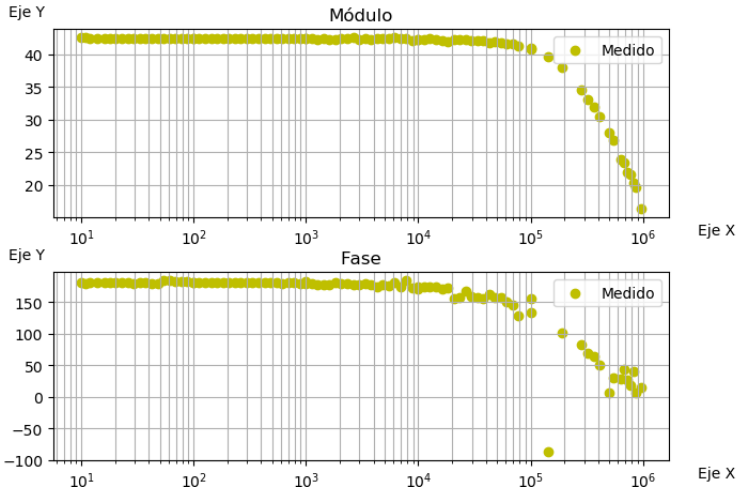


FIGURA 42: Medición modo diferencial

Se puede observar que la medición coincide tanto con la simulación como con la teoría. Para el caso del modo común, se conectaron ambas entradas del circuito a la salida del generador, en estas condiciones se midió la respuesta en frecuencia del circuito obteniendo la respuesta de la figura 43

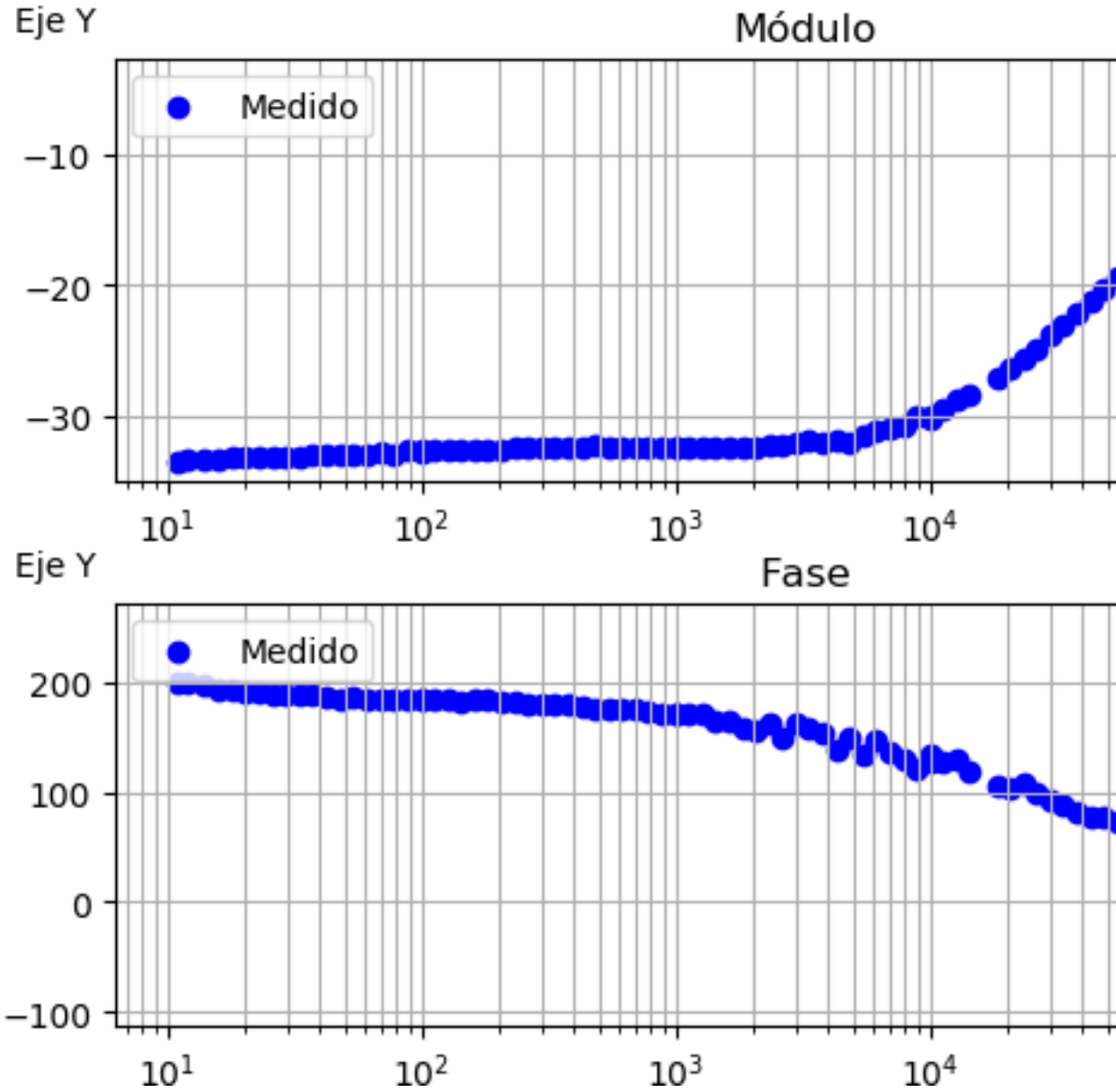


FIGURA 43: Respuesta en frecuencia modo común

En esta respuesta es posible observar diferencias en cuanto a lo medido, y lo que se esperaba obtener por lo visto en la simulación y el calculo teórico. Esto puede deberse a las asimetrías de los operacionales y a las tolerancias de las resistencias como se analizó anteriormente.
Para comprobar lo calculado en la ecuación 115, se conectó una fuente de 5V a la referencia del cuarto OpAmp.

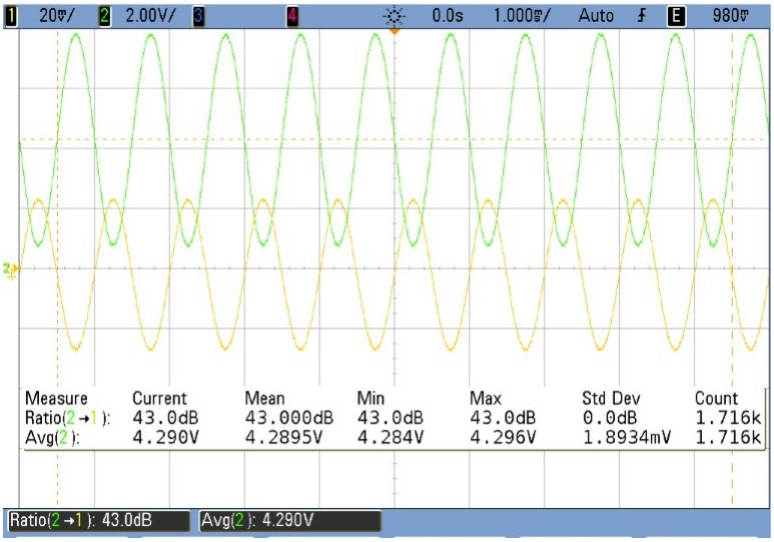


FIGURA 44: Con tensión de offset

De esta forma se pudo comprobar la posibilidad de montar la salida sobre una tension de continua, pero no es la tension completa la que se obtuvo a la salida, sino que fue un poco menor, esto pudo deberse como se mencinó a las tolerancias de las resistencias involucradas.

3.8. Puente de Wheatstone

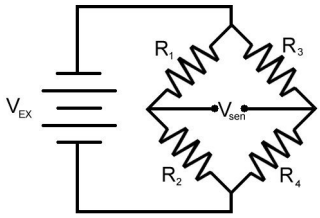


FIGURA 45: Puente de Wheatstone

El puente de Wheatstone es un circuito el cual puede ser utilizado como generador de pequñas señales diferecniales o como "medidor"de resistencias.
Utilizando la condicion de equilibrio, es decir, $V_g = 0$, es posible hallar el valor de una resistencia deconocida a partir de valores de resistencias conocidos. La difucultad de este puente radica en la posibilidad de medir con presiscion dicha diferencia de tensión.
Para ejemplificar se construyó dicho circuito utilizando las resistencias $R_1 = 9k81$, $R_2 = 9k94$, $R_3 = 9k87$ y $R_4 = 9k99$, de esta forma se logra una atenuación de 360 veces en el puente. Lo cual como se puede ejemplificar en la figura 46 genera una gran dificultad al momnto de medir debido a que se trabaja con señales comparables al piso de ruido

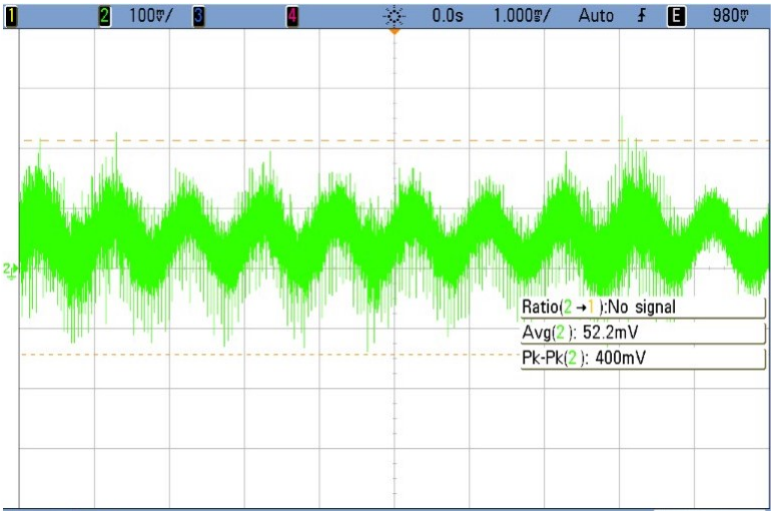


FIGURA 46: V_g en el puente de Wheatstone

Haciendo uso del amplificador de instrumentación es posible lograr mayor presición ya que al amplificar las señales en modo diferencial y no así la señal en modo común es posible obtener mayor presición en la calibración.

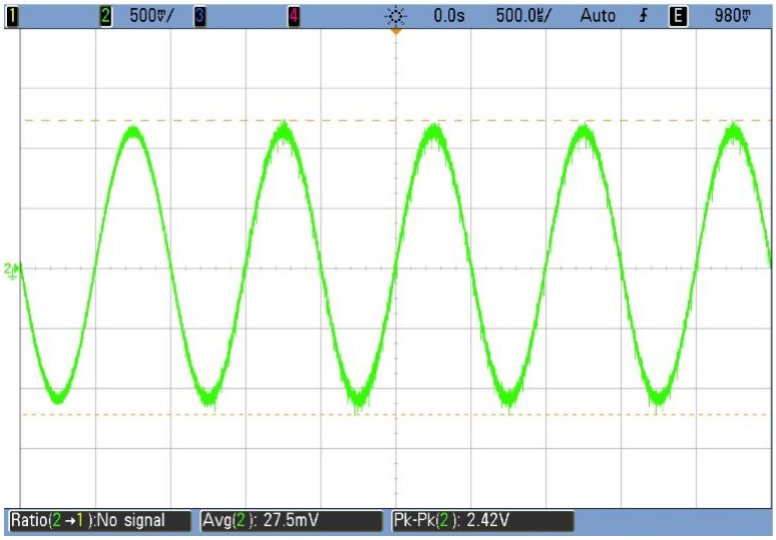


FIGURA 47: Salida del amplificador de instrumentación conectado al puente

3.9. Conclusión

Finalmente se logro implementar el amplificador de instrumentación, siendo un instrumento dependiente de la presición de los componentes con que se lo arma. También presenta un acotado rango de frecuencias en el cual puede ser utilizado, debido a la gran ganancia que presenta el mismo.

Resulta de gran aplicación en circunstancias en las cuales se requiere medir señales que se encuentran a nivel del piso de ruido por lo tanto es de gran utilidad para medición de resistencias en un puente de Wheatstone.

4. Circuito de medición de presión

4.1. Introducción

El objetivo del presente apartado es desarrollar el diseño e implementación en PCB de un circuito medidor de presión. Para ello, se utilizará un sensor de presión MPX2010DP y un amplificador de instrumentación, entre otros elementos.
De acuerdo a la hoja de datos del sensor, este abarca una escala de presión de 0 a 10 kPa por lo que se buscará que el circuito sea capaz de medir en la totalidad de dicho rango. Por otra parte, la salida intencionada es de 0 a 3,3V.

4.2. Análisis teórico

Fue mencionado que en el desarrollo del circuito se trabaja con un amplificador de instrumentación. La funcionalidad de este es la de amplificar la salida del sensor y controlar la tensión de salida del circuito para que no supere los 3,3V. Este amplificador consta de 2 amplificadores operacionales y se esquematiza en la figura 48.

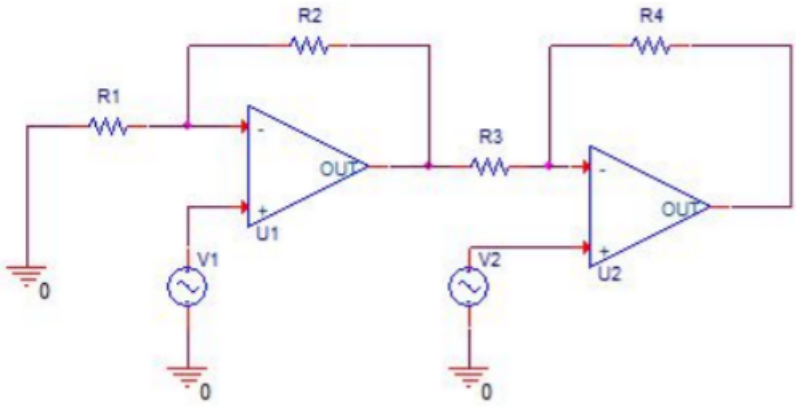


FIGURA 48: Amplificador de instrumentación.

Con el fin de obtener la función de la salida del circuito se utiliza el principio de superposición, resultando la siguiente expresión:

$$V_o = -\frac{R_4}{R_3} \cdot (1 + \frac{R_2}{R_1}) \cdot V_1 + (1 + \frac{R_4}{R_3}) \cdot V_2 \tag{120}$$

Dicha expresión puede ser simplificada a la ecuación 121.

$$V_o = (1 + \frac{R_4}{R_3}) \cdot (V_2 - \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}} \cdot V_1) \tag{121}$$

En el caso en que las salidas del sensor de presión (V_1 y V_2) sean iguales, el amplificador se encuentra en modo común. El cálculo de la tensión de salida a modo común se da tomando $V_{CM} = \frac{V_1+V_2}{2}$ y, a partir de 120, se expresa en la ecuación 122. A su vez, se puede expresar la tensión de salida a

modo diferencial tomando $V_D = V_2 - V_1$, expresándose en la ecuación 123.

$$V_{OCM} = V_{CM} \cdot (1 + \frac{R_4}{R_3}) \cdot (1 - \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}}) \tag{122}$$

$$V_{OD} = V_D \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 + \frac{R_4}{R_3}) \cdot (1 + \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}}) \tag{123}$$

Por otra parte, la ganancia en modo común y la ganancia en modo diferencial se encuentran definidas en las ecuaciones 124 y 125 respectivamente.

$$A_{CM} = \frac{V_{OCM}}{V_{CM}} = (1 + \frac{R_4}{R_3}) \cdot (1 - \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}}) \tag{124}$$

$$A_D = \frac{V_{OD}}{V_D} = \frac{1}{2} \cdot (1 + \frac{R_4}{R_3}) \cdot (1 + \frac{1 + \frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_3}{R_4}}) \tag{125}$$

Un parámetro de los amplificadores es la relación entre la ganancia en modo diferencial y la ganancia en modo común. Este se encuentra definido como el rechazo al modo común o CMRR y se expresa según 126.

$$CMRR = 20 \cdot \log(\frac{A_D}{A_{CM}}) \tag{126}$$

A partir de dicho cálculo se puede analizar que el CMRR tenderá a infinito siempre y cuando la ganancia en modo común tienda a cero. Esto se puede cumplir aplicando las igualdades $R_1 = R_4$ y $R_2 = R_3$.

Debido a que en el circuito a diseñar las tensiones V_1 y V_2 representan las correspondientes salidas del sensor de presión, se busca que la salida del circuito resulte de una amplificación diferencial. La equivalencia resistiva planteada permite dicha condición y haciendo uso de ella, la salida del circuito responde a la ecuación 127.

$$V_o = (1 + \frac{R_1}{R_2}) \cdot (V_2 - V_1) \tag{127}$$

Bajo dichas condiciones, cuando las tensiones de entrada sean equivalentes, el voltaje de salida debería ser constantemente cero y el rechazo al modo común tender a infinito. Sin embargo, en la práctica aunque las resistencias nominalmente cumplan con la equivalencia, pueden existir leves diferencias debido a su tolerancia. No obstante, este problema se puede minimizar y maximizar el CMRR haciendo uso de resistores de tipo SMD con una toleracia del 1 %. Por otra parte, con el fin de obtener valores precisos de ganancia, se instala un trimmer dispuesto en paralelo a las resistencias de la forma diagramada en la figura 49.

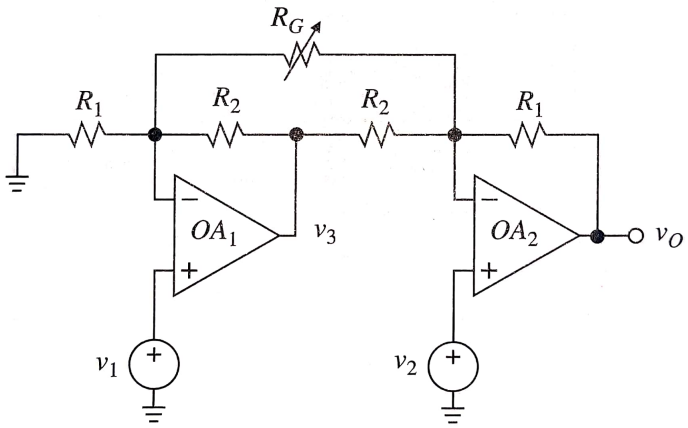


FIGURA 49: Amplificador de instrumentación con ganancia ajustable.

Bajo esta configuración, la ganancia del circuito resulta:

$$A = \frac{V_O}{V_2 - V_1} = 1 + \frac{R_1}{R_2} + 2 \cdot \frac{R_1}{R_G} \tag{128}$$

4.3. Elección de componentes e implementación

En primer lugar, se debieron seleccionar amplificadores operacionales que cumplieran con determinadas características. Entre estas se incluyen:

1. Ganancia estable.
2. CMRR alto.
3. Estabilidad frente a corrientes y tensiones de offset.
4. Impedancia de entrada alta.
5. Impedancia de salida baja.

Consecuentemente, se escoge el amplificador operacional LM-833. Este, de acuerdo a la hoja de datos de su fabricante[2], cumple adecuadamente con la características enumeradas. Adicionalmente, al tratarse de un amplificador dual, se adapta perfectamente al circuito, dando lugar a un ahorro de componentes y de costo.
Tras haber seleccionado el amplificador, se efectuó la selección de los resistores necesarios. Previamente a definir los valores es necesario conocer el valor de la ganancia buscada del circuito. De acuerdo a la hoja de datos del fabricante del sensor MPX2010DP[3] ante la máxima diferencia de presión la salida del componente será como mínimo 24mV y como máximo 26mV (típicamente 25mV). En cuanto a la salida del circuito a implementar, se señaló que no debe ser menor a 3,1V

[2] http://www.ti.com/lit/ds/symlink/lm833.pdf
[3] https://www.nxp.com/docs/en/data-sheet/MPX2010.pdf

y no superar los 3,3V. A modo de lograr que ante el peor caso posible de salida del sensor (24mV) la salida del circuito se mantenga dentro del rango buscado, se requiere una ganancia de $129,17\frac{V}{V}$.

Ganancia ideal	$129,17\frac{V}{V}$

Teniendo en cuenta este valor y revisando la ecuación de ganancia 128, se concluye que la suma la relación $\frac{R_1}{R_2}$ debe ser menor a $128,17$ para luego poder configurar la ganancia con la variación de R_G. De esta forma, si se toma arbitrariamente $R_1 = 200k\Omega$ y $R_2 = 200k\Omega$, resulta un valor de R_G necesario para cumplir con $A = 129.17\frac{V}{V}$ de $R_G = 3.145k\Omega$, por lo que se selecciona un preset de $5k\Omega$ en serie con una resistencia de $1k\Omega$ (para evitar que independientemente del preset la resistencia nunca sea de 0Ω). A continuación se resumen los valores seleccionados.

	Valor ideal	Componente/s
R_1	Resistencia de $200k\Omega$	Resistor SMD de $200k\Omega$ 1 %
R_2	Resistencia de $200k\Omega$	Resistor SMD de $200k\Omega$ 1 %
R_G	Resistencia de $3.145k\Omega$	Resistor SMD de $1k\Omega$ 1 % en serie con preset de $5k\Omega$

TABLA 10: Componentes resistivos a utilizar en la amplificación.

Por otra parte, se justificó el valor de la ganancia ideal en consecuencia de los rangos de salida del sensor y del circuito. Esta se determinó evaluando la amplificación para la cual la mínima diferencia de tensión de salida del sensor la salida del circuito alcanza el mínimo valor del rango de salida. A pesar de ello, si la salida del sensor se encuentra entre 25mV (la salida típica ante una máxima medición) y 26mV (la salida máxima ante una máxima medición), hay ciertos valores que superan los 3,3V (valor máximo del rango de salida del circuito). Por lo tanto, es necesario incorporar una etapa de regulación de la salida al circuito. Esto se realiza mediante un regulador Zener, con un resistor en serie a la salida del amplificador y un diodo Zener de 3,3V en paralelo a la salida.
Con el fin de encontrar el valor del resistor del regulador Zener, en primera instancia se buscó una corriente que se encuentre dentro de los rangos aceptables tanto por el diodo Zener como por la salida del amplificador operacional. Así, se tomó un valor de corriente de $i_Z = 10mA$. Luego, se calculó la máxima tensión de salida del amplificador. Esta corresponde a la máxima tensión de salida del sensor amplificada. Tomando máxima tensión de salida del sensor como 26mV y una amplificación de $129,17\frac{V}{V}$, la máxima tensión de salida del amplificador resulta de $V_{OM} = 3,358V$. Aunque este sea el valor ideal, se toma $V_{OM} = 3,37V$ para mantener un margen de seguridad. Consiguientemente se realizan los cálculos para calcular el valor del resistor de acuerdo a la ecuación 129.

$$R_Z = \frac{V_{OM} - V_Z}{I_Z} = \frac{3,358V - 3,3V}{10mA} = 5,842\Omega \tag{129}$$

Como se aprecia en la ecuación, el valor resultante de resistencia es de $R_Z = 5,842\Omega$. Sin embargo, si se quiere mantener una corriente de 10mA indipendientemente de V_{OM}, el valor del resistor debe ser mayor y, de acuerdo a la ecuación dada, este debe ser de $R_z = 670\Omega$. A fines prácticos, se

toma el valor comercial del 5 % de tolerancia más próximo (mayor al calculado), el cual resulta ser $R_Z = 680\Omega$. Se resumen los componentes utilizados en la presente etapa en la tabla 11.

	Valor ideal	Componente/s
Z	Diodo Zener de $3,3V$	Diodo Zener de 3,3 V y 0,5 Watt
R_Z	Resistencia de 670Ω	Resistor de 680Ω 5 %

TABLA 11: Componentes a utilizar en la regulación de tensión.

A continuación, se decidió incorporar 4 capacitores multicapa de desacople con el fin de eliminar la componente rizada de las señales entrantes al amplificador. El valor de estos capacitores es de 100nF, siguiendo lo recomendado en la hoja de datos del fabricante del amplificador operacional.
Por último, con respecto a la alimentación de los componentes, se buscaron los valores típicos de tensión dados por los fabricantes. Por un lado, el amplificador funciona correctamente con tensiones de alimentación positivas y negativas menores en módulo a los 15V. Por el otro, la tensión de alimentación recomendada para el sensor es de +10V. Así, con el fin de disponer únicamente de una fuente, se decidió alimentar al LM-833 con tensiones de $\pm 10V$ y aprovechar la alimentación positiva de 10V para el sensor de presión.
Luego, tras haber completado la elección de los componentes necesarios, se utilizó Altium Designer para el diseño del PCB y LTSpice para su simulación.

4.4. Análisis empírico

Mediante la configuración indicada del circuito, se simuló mediante el software LTSpice su respuesta ante tensiones de entrada del amplificador instrumental variables entre 0mV y 25mV. Este es el rango de tensión de salida del sensor de presión a utilizar. Lo obtenido se encuentra dispuesto en la figura 50.

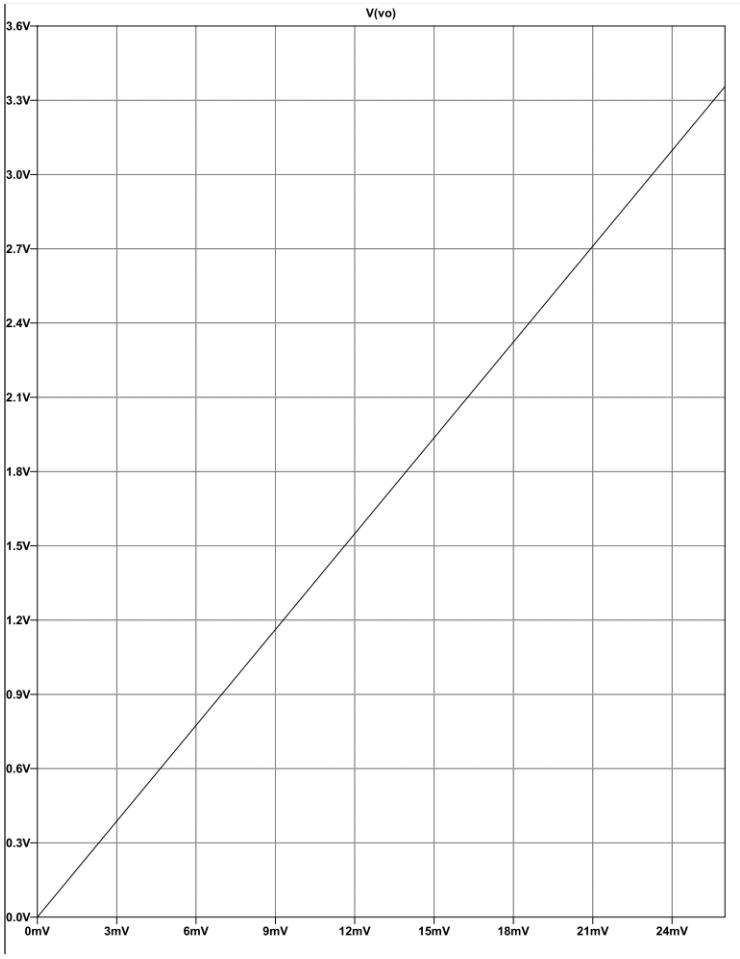


FIGURA 50: Simulación de la salida del circuito.

Observando la figura, se puede apreciar que cumple con los requisitos analizados. De esta forma, se procedió al diseño de la placa utilizando el software Altium Designer y su posterior desarrollo físico. El esquemático final resultante del software mencionado se muestra en la figura 51.

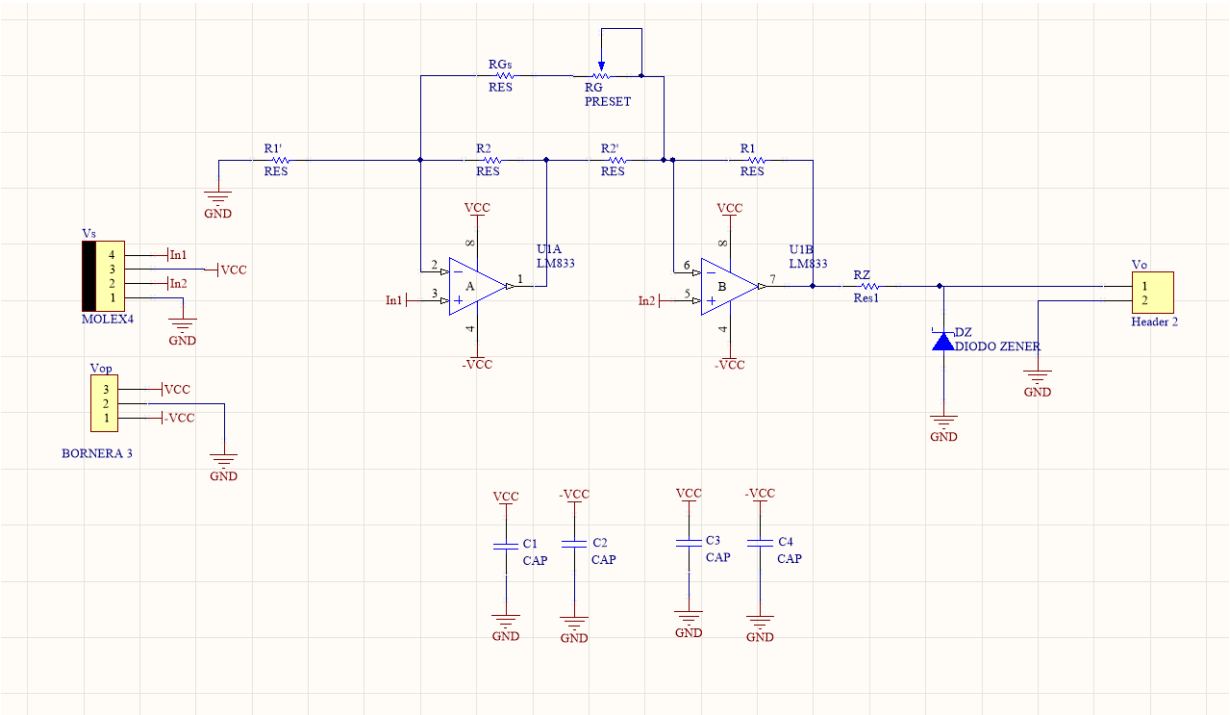


FIGURA 51: Esquemático del circuito a realizar.

Una vez finalizada la etapa de implementación del circuito, se realizaron distintas mediciones. Inicialmente, se utilizaron generadores de onda para medir las ganancias en modo común, en modo diferencial y el rechazo al modo común. Seguido a esto, conectando el sensor y utilizando una probeta de agua, se midió la presión del agua contenida en ella variando su profundidad entre 0m y 1m.

Como se explicó, todos los componentes fueron ajustados para obtener una ganancia en modo diferencial de $129,17\frac{V}{V}$. Para medirla empíricamente se desconectó el sensor de presión y se conectó en su reemplazo un generador de ondas. A partir de ello, se generaron ondas triangulares variando su amplitud entre 0mV y 26mV (simulando los rangos de respuesta del sensor) y se midió la respuesta del circuito en distintos casos, como se muestra en la figura 52, donde la señal verde representa la entrada y la roja la salida.

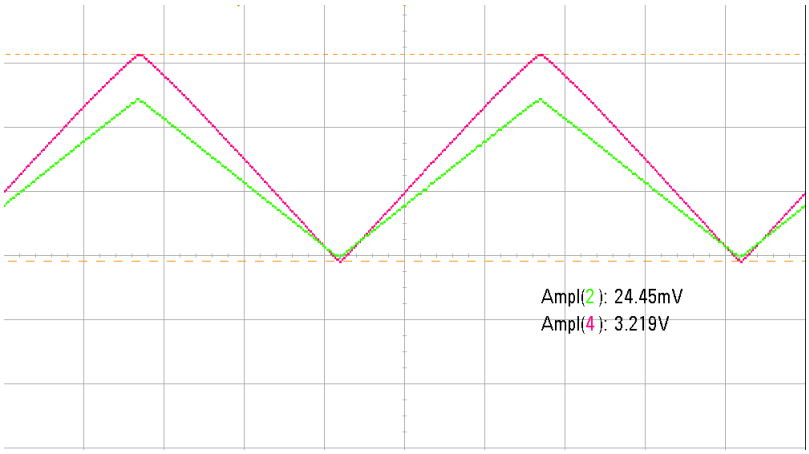


FIGURA 52: Medición de la ganancia en modo diferencial utilizando un generador de onda.

Los resultados de las mediciones se plasman en la tabla 12.

Vin (mV)	Vout (V)	Ganancia
20	2,61	130,5
21	2,74	130,47619
22	2,87	130,454545
23	3	130,434783
24	3,13	130,416667
25	3,26	130,4
26	3,39	130,384615

TABLA 12: Mediciones de la ganancia en modo diferencial.

Así, la ganancia en modo diferencial en la práctica resultó ser de $130,4\frac{V}{V}$.
Para medir la ganancia en modo común, se aplicó al circuito (tanto a la entrada positiva como a la negativa de la respuesta del sensor) una señal sinusoidal y se varió su amplitud con tal de obtener distintas mediciones. A modo de ejemplificación, esto se muestra en la figura 53, donde la señal verde corresponde a la entra y la roja a la salida, y los resultados se exponen en la tabla 13.

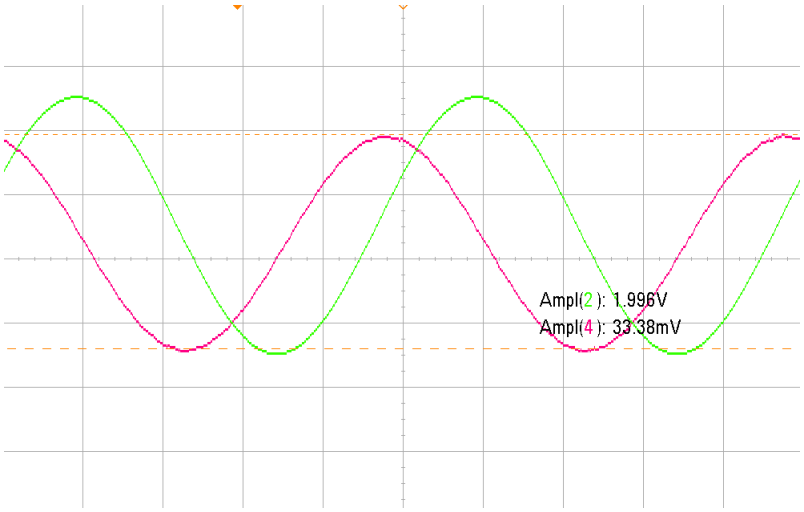


FIGURA 53: Medición de la ganancial en modo común utilizando un generador de onda.

Vin (V)	Vout (mV)	Ganancia (V/V)
1	16,9	0,0169
1,5	25,4	0,01693333
2	33,38	0,01669

TABLA 13: Mediciones de la ganancia en modo común.

Según lo obtenido, la ganancia en modo común en la práctica resultó de $0,017\frac{V}{V}$, cumpliendo lo analizado teóricamente donde se buscó que tendiera lo más próximo a cero posible. Para obtener el valor del rechazo al modo común, se reemplazaron los valores obtenidos en ecuación 126 y se obtiene que resulta ser de 77.7dB. Sin embargo, se mencionó que teóricamente este valor tiende a infinito. La diferencia radica principalmente en las tolerancias de los resistores utilizados. A modo de comprobación, se realizó con LTSpice un análisis Monte Carlo de la salida del circuito en modo común teniendo en cuenta estas tolerancias. La gráfica de dicho análisis se muestra en la figura 54.

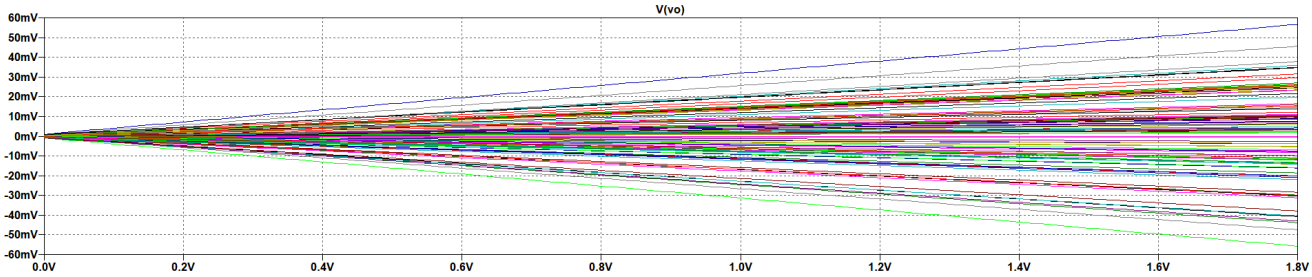


FIGURA 54: Análisis Monte Carlo en modo común.

Según se evidencia, la ganancia en modo común no es nula efectivamente por las toleracias de los resistores utilizados. De esta forma, debido a que se encuentran relacionados, se explica también la razón por la que el rechazo al modo común no tiende a infinito.

En la tabla 14 se detallan las mediciones realizadas hasta este punto y se contrastan con su valor teórico.

	Valor teórico	Valor medido
Ganancia en modo diferencial	$129,17\frac{V}{V}$	$130,4\frac{V}{V}$
Ganancia en modo común	$0\frac{V}{V}$	$0,017\frac{V}{V}$
Rechazo al modo común	∞	77,7dB

TABLA 14: Contrastación de resultados.

Llegado a este punto, se pone en práctica el circuito con el fin de medir la presión del agua contenida en una probeta de agua variando la profundidad entre 0m y 1m. La expresión teórica para obtener la presión del agua viene dada por la ecuación 130, siendo h la profundidad del líquido.

$$P[kPa] = 9,780[\frac{kg}{m^2 \cdot s^2}] \cdot h[m] \tag{130}$$

Sin embargo, al intentar medir con el sensor de presión la tensión de salida se mostraba invariable. Tras analizar lo que sucedía, se concluyo que uno de los amplificadores operacionales se encontraba en saturación. La solución ante este imprevisto fue cambiar los valores de los resistores y del preset. A continuación se detallan en la tabla 15 dichos nuevos valores.

Componente	Nuevo valor
R1	SMD 1 % 150k
R2	SMD 1 % 1k2
Rg	Preset 250k en serie con SMD 1 % de 27k

TABLA 15: Nuevos valores de los componentes.

Tras ajustar nuevamente el preset de la forma indicada, de acuerdo a la ecuación 128, mediante la presente configuración la ganancia en modo diferencial del circuito es de $128,8\frac{V}{V}$.
Por otra parte, de acuerdo al fabricante del sensor MPX2010DP, la tensión de salida depende linealmente de la presión, siguiendo una relación típica de $2,5\frac{mV}{kPa}$. Teniendo en cuenta la ganancia diferencial de $128,8\frac{V}{V}$, la relación entre la presión y la salida del circuito resulta:

$$P[kPa] = \frac{V_{out}[V]}{0,322[V]} \cdot 1[kPa] \tag{131}$$

El método utilizado para realizar estas mediciones hace uso de una probeta de agua. En dicha probeta se marcó externamente una escala métrica con el fin de medir posteriormente la altura del agua ingresada. A su vez, se introdujeron un cable con el fin de mantener una estabilidad mecánica y un conducto de menor diámetro desde el fondo de la probeta hasta el exterior, el cual se utiliza para realizar la conexión con el sensor de presión. En este último conducto se marcó también una escala métrica desde el fondo hasta la superficie para medir el agua presente en él. Al introducir agua, se registran los valores que marcan las dos escalas realizadas y a partir de ellas se obtiene la altura neta de agua dispuesta en la probeta. Para cada caso se registraron también las tensiones

de salida del circuito conectado al sensor.
Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 16. La columna de "Presión medidaçorresponde a los valores de presión obtenidos haciendo uso de los valores de tensión de salida mediante la fórmula 131. Por su parte, la columna de "Presión calculadaçorresponde a los valores obtenidos mediante los valores registrados de altura de agua y la ecuación 130.

Altura de agua en la probeta (cm)	Tensión de salida (V)	Presión medida (kPa)	Presión calculada (kPa)
52	0,48	1,49	1
30	0,5	1,55	1,1
60	0,72	2,24	1,7
40	0,74	2,30	1,8
45	0,95	2,95	2,2
69	1,08	3,35	2,4
78	1,25	3,88	3,1
65	1,3	4,04	3,6
64	1,4	4,35	3,7
93	2	6,21	5,6

TABLA 16: Mediciones de presión realizadas.

Aunque las mediciones realizadas mantienen un comportamiento lineal con desviaciones, existe una diferencia considerable entre los valores de presión teóricos y los empíricos. El método utilizado para medir mediante el sensor podría llevar a distintos errores. Principalmente, podría haber gotas de agua interfiriendo en el conducto que se conecta al sensor afectando las mediciones. Por otra parte, las escalas marcadas para medir las alturas podrían no estar correctamente dispuestas. Adicionalmente, existe un error humano al leer los valores que marca el agua en dichas escalas y la probeta podría encontrarse levemente inclinada.

4.5. Medición de volumen

A continuación se procedió a analizar los cambios requeridos a realizar en el circuito para adaptarlo a funcionar como un medidor de volumen. Esto se afectuó considerando un tanque cilíndrico de un radio conocido. Previamente, es necesario estudiar ciertos factores teóricos. En primer lugar, la superficie de la base de un cilíndro resulta:

$$A = \pi \cdot R^2 \tag{132}$$

A su vez, la presión en un fluído estático se define como la relación entre el peso (F_P) y la superficie. De aquí resulta, al tener en cuenta que la masa puede ser expresada como el producto entre la densidad del fluído y su volumen, la siguiente relación:

$$P = \frac{F_P}{A} = \frac{m \cdot g}{A} = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{A} \tag{133}$$

Reemplazando la superficie de la base del tubo cilíndrico y despejando se puede arribar a la ecuación 134, la cual relaciona el volumen de fluído presente con parámetros conocidos.

$$V = \frac{P \cdot \pi \cdot R^2}{\rho \cdot g} \tag{134}$$

Analizando la fórmula, se puede apreciar que el volumen del líquido es proporcional a la presión medida. Por esta razón, no se deben realizan cambios en el circuito, sino tener consideraciones en el análisis de los resultados. Si el líquido presente en el cilindro se trata de agua, teniendo en cuenta que su densidad es de $\rho = 997 kg/m^3$, la ecuación resulta:

$$V_{agua} = \frac{P[Pa] \cdot R^2[m^2]}{3,21 \cdot 10^4[\frac{kg}{m^2 \cdot s^2}]} \tag{135}$$

Dado que la máxima presión del rango de medición del sensor es de 10kPa y la mínima de 0kPa, reemplazando en 135 resulta que el rango de mediciones de volumen varía entre $0m^3$ y $\frac{R^2[m^2] \cdot 1[m]}{3,21}$. Si se tratara de otro líquido, se debería realizar el mismo procedimiento, reemplazando su densidad en 134 y calculando el rango de medición.

4.6. Conclusiones

A modo de conclusión, fue posible realizar el circuito de acuerdo a los requerimientos indicados. Alimentando al circuito en modo diferencial de la forma que lo haría el sensor de presión MPX2010DP la respuesta es la esperada y la amplificación mantiene un carácter lineal. Sin embargo, haciendo uso del sensor de presión y realizando distintas mediciones de ella en una probeta con agua, lo obtenido no responde adecuadamente a lo calculado y se obtuvieron diferencias considerables. Estas, no obstante, pueden estar justificadas en el método de medición utilizado y en el error humano al realizar las pruebas.

Adicionalmente, cabe destacar que según el análisis realizado el circuito puede adaptarse perfectamente a la medición de otras magnitudes que mantengan una relación con la presión. En este caso, se analizó que si se disponde de un tubo cilíndrico de radio conocido, el volumen de un líquido insertado en él mantiene una relación lineal con la presioón medida. Por esta razón, se podría utilizar el circuito desarrollado y medir el volumen dentro de un rango dado de valores.

5. Control de Tonos y Ecualizador de Fase

5.1. Introducción

En esta sección del trabajo se realizará el análisis, diseño, construcción y medición de un ecualizador de sonido. Un ecualizador es un dispositivo que modifica las componentes de frecuencia de una señal en función de un potenciómetro dispuesto para tal fin, esto permite modificar la ganancia o atenuación de las diferentes frecuencias que componen la música con la que se está trabajando. Los ecualizadores funcionan en base a filtros pasa banda o rechaza banda, los mismos permiten modificaciones en su ganancia/atenuación con lo que se obtiene de la combinación de ellos el resultado deseado. El estudio comienza con un análisis del espectro de frecuencia audible por el ser humano para luego elegir las frecuencias centrales que tendrá nuestro ecualizador de 3 bandas. Una vez hecho esto se realizan los cálculos matemáticos del circuito propuesto para la solución de este apartado con la finalidad de que el mismo constituya una celda del ecualizador. Así en base a las ecuaciones matemáticas encontradas se dispone a comprobar si el sistema es de fase mínima o no, para luego darse paso a la selección de componentes con la finalidad de elegir las frecuencias que se eligieron previamente. De esta manera de construye en PCB el circuito y se exponen las mediciones obtenidas y se realiza un análisis de los resultados encontrados.

5.2. Elección de frecuencias centrales

El espectro audible de frecuencias corresponde al comprendido entre 20 a 20 KHz. El oído humano está diseñado para ponderar las frecuencias medias sobre los agudos y graves, por lo que los extremos del espectro audible, especialmente el extremo agudo, corresponden a frecuencias que aportan a atmósferas sonoras pero que no cargan con gran parte del significado de lo que escuchamos. El rango fundamental de los instrumentos comúnmente usados en música no suele superar los 2 KHz en su pico agudo, como vemos en la Figura 55

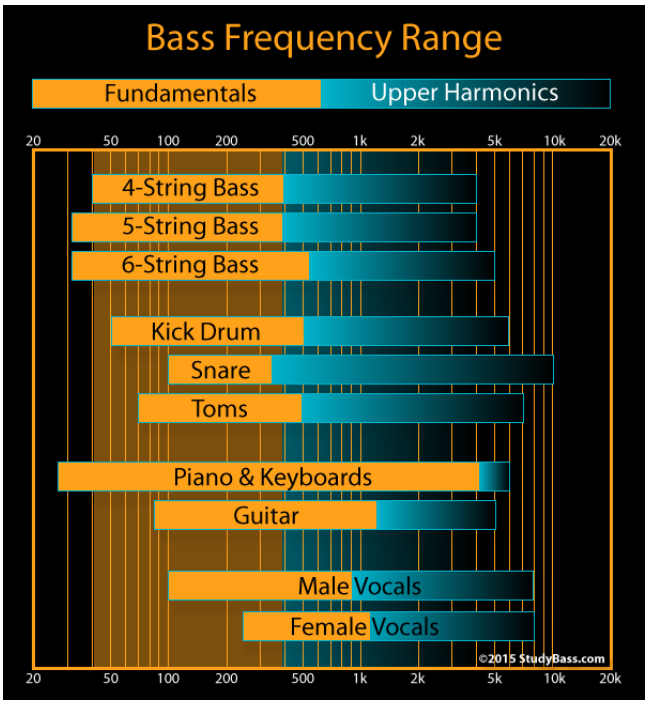


FIGURA 55: Rango Fundamental de instrumentos musicales

La sensibilidad destacada de las frecuencias medias se debe a la respuesta en frecuencia del oído externo y medio. La primera, como se muestra en la Figura 56, casi no altera las frecuencias menores a 1500 Hz , pero pasado este punto y hasta los 10 KHz la amplitud se incrementa en hasta 20 dB alrededor de los 3 KHz. La curva p corresponde al pabellón externo del oído, la curva c corresponde al conducto externo del oído, y la curva t es la unión de los resultados de ambas. De 10 KHz en adelante vuelven a incrementarse los dB, pero estas frecuencias necesitan de un mayor volumen para ser audibles si tenemos en cuenta la respuesta del oído medio que se muestra en la Figura 57. Además, son las primeras frecuencias sobre las que se pierde capacidad auditiva con la edad. Esto determina el rango de frecuencias al que el hombre es más sensible.

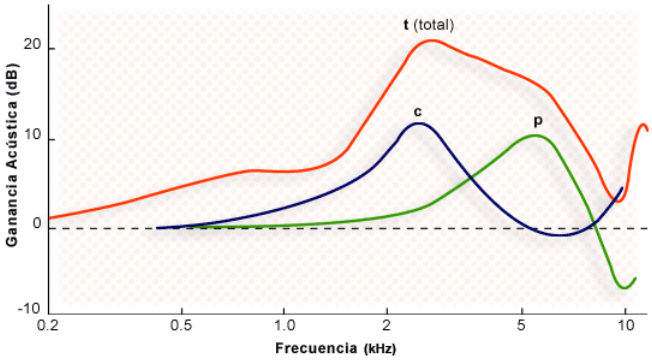


FIGURA 56: Respuesta en Frecuencia del oído externo

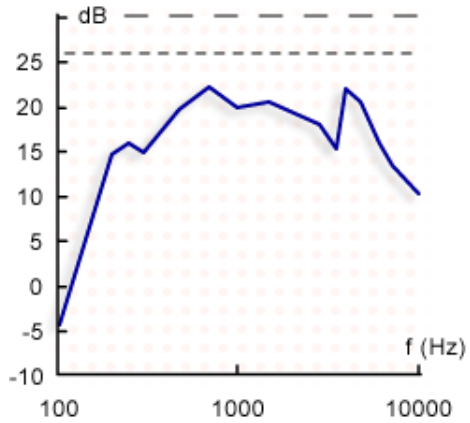


FIGURA 57: Respuesta en Frecuencia del oído medio

Luego de observar nuevamente la figura 57 se comprueba como el oído humano favorece las frecuencias medias por sobre las demás. A partir de los 300 Hz aproximadamente ya se ven aumentos de 15 dB, que se mantienen, o incluso se elevan, hasta los 8 kHz. Esto nos indica dónde se ubica en el espectro audible la mayor parte de la información sonora relevante para la señal auditiva. Los tonos puros más agudos que se suelen ejecutar en música rondan los 3000 Hz, mientras que las frecuencias superiores a este valor corresponden casi exclusivamente a armónicos, como vemos en la Figura 58. Por ende, la primer frecuencia central (f_0) que se eligió es de 5000 Hz esta frecuencia funciona muy bien como límite superior, es decir será la frecuencia elegida para el filtro correspondiente a los tonos agudos (frecuencias más altas), si bien nuestro oído es capaz de detectar frecuencias mayores, las frecuencias por encima de 7.000 Hz especialmente se usan en esencia para dar "brillo" a una mezcla de sonidos por lo que es conveniente poder afectarlas, pero no para utilizar este orden de frecuencias como frecuencia central.

Instrumento	Fundamental (Hz)	Armónicos (KHz)
Flauta	261-2349	3-8
Oboe	261-1566	2-12
Clarinete	165-1658	2-10
Violín	196-3136	4-15
Piano	28-4196	5-8
Saxo Soprano	247-1175	2-12

FIGURA 58: Rangos fundamentales y armónicos para instrumentos musicales

La segunda f_0 elegida es 700 Hz. Entre 500 y 900 Hz se encuentran la mayoría de elementos sonoros que componen una mezcla musical básica, como se había visto en la Figura 55, por lo que resulta de mucho interés poder controlar la ganancia de dicha zona. Además de esto, dicha banda de frecuencias constituye un área del espectro audible fácilmente saturable de contenido, por eso es muy común atenuarla en cada instrumento para dejar espacio a un abanico mayor y más rico de frecuencias y timbres en la mezcla final. Como las frecuencias medias se perciben con mayor volumen que el resto a iguales dB, disminuirlas permite un mayor rango dinámico y un mejor volumen de masterización.

La tercera f_0 central elegida es 80 Hz. La misma está en el entorno de frecuencias graves más usadas en la música actual, inclusive en frecuencias fundamentales o notas, y se encuentra lo suficientemente cerca del límite del espectro audible permitiendo de todas formas que se pueda escuchar con claridad el sonido generado.
De esta manera, al elegir las f_0 80, 700 y 5000 Hz, se logra una cobertura uniforme del espectro audible permitiendo modificar a voluntad las frecuencias que se consideran mas importantes en los rangos de frecuencias propios de la música. Se puede comprobar además luego de haber tenido en cuenta las consideraciones detalladas para la elección de las frecuencias centrales, que considerando la división de frecuencias por octavas para el rango 20Hz a 20KHz se obtiene la tabla de la figura 59.

20	40	80	160	320	640	1.28 K	2.56 K	5.12 K	10.24 K	20.48 K
Octave Frequencies From 20 to 20.000 (Hz)										

FIGURA 59: División por octavas del espectro audible de frecuencias

Se puede observar en la tabla de la figura 59 que las frecuencias centrales elegidas se corroboran con las posiciones que toman las mismas en la tabla, encontrando a 700Hz en el centro de la tabla, para luego considerar a 5KHz y 80 Hz como extremos de la tabla que no se encuentran demasiado cercanos a los extremos verdaderos de la tabla (20 y 20KHz) ya que las frecuencias cercanas a esos valores no aportan información relevante sobre la música en cuestión.

5.3. Análisis Matemático

Para comenzar el análisis matemático se partirá del circuito propuesto por la cátedra (figura 60), con la finalidad de encontrar las ecuaciones que lo modulan y poder, a partir de ellas, construir una primer celda base para nuestro ecualizador, para esto y con la finalidad de modelar fácilmente a la resistencia variable presente en el circuito se procedió a considerar a la misma como 2 resistencias en serie, las cuales se relacionan ya que se modulan en base al mismo valor de resistencia R2 multiplicado por un factor como se puede ver en las ecuaciones 136.

$$\begin{aligned} R_{21} &= R_2 \cdot E \\ R_{22} &= R_2 \cdot (1 - E) \end{aligned} \tag{136}$$

Con el coeficiente E variando entre 0 y 1

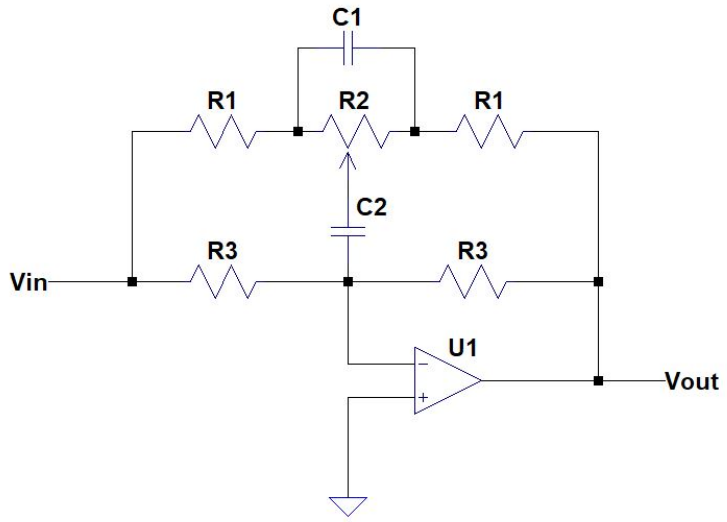


FIGURA 60: Circuito base propuesto por la cátedra

De esta manera luego de considerar al potenciómetro como 2 resistencias separadas se llega al circuito de la figura 61:

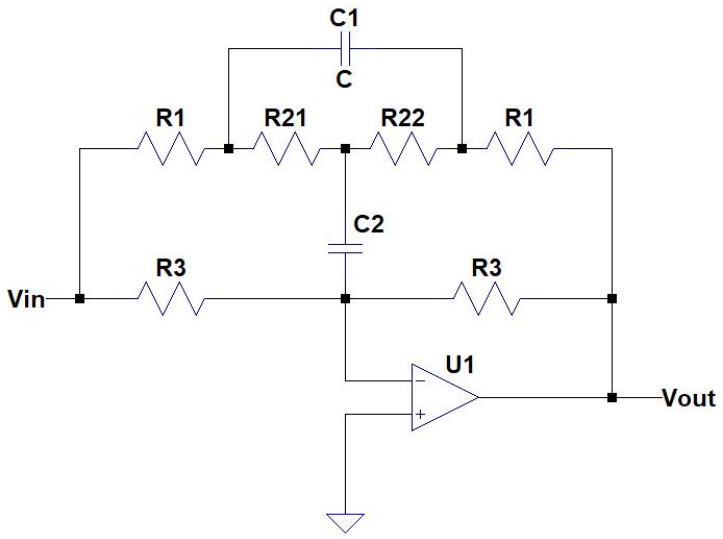


FIGURA 61: Circuito base con el potenciómetro separado en 2 resistencias

Si al circuito mostrado se le aplica el teorema de Kennelly para transformarlo de una configuración tipo PI a una transformación tipo T para las impedancias R_{21}, R_{22}, C_1 se obtiene el circuito de la figura 62 en el que los valores para los componentes del mismo están dados en el conjunto de

ecuaciones 137.

$$
\begin{aligned}
z_1 &= \frac{ER_2}{C_1R_2s+1} \\
z_2 &= -\frac{E^2R_2^2}{R_2+\frac{1}{C_1s}} + \frac{ER_2^2}{R_2+\frac{1}{C_1s}} \\
z_3 &= -\frac{ER_2}{C_1R_2s+1} + \frac{R_2}{C_1R_2s+1}
\end{aligned}
\tag{137}
$$

Las cuales recordando las ecuaciones 136 se pueden reducir a las mostradas en 138.

$$
\begin{aligned}
z_1 &= \frac{R_{21}}{C_1R_2s+1} \\
z_2 &= \frac{C_1R_{22}R_{21}s}{C_1R_2s+1} \\
z_3 &= \frac{R_{22}}{C_1R_2s+1}
\end{aligned}
\tag{138}
$$

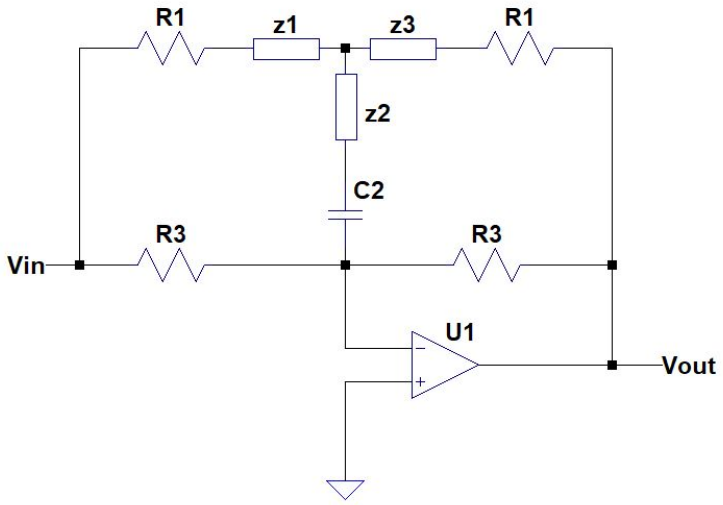


FIGURA 62: Circuito reducido con Kennelly

Como resultado de sumar las impedancias en serie ($R_1 + z_1$, $R_2 + z_3$, $C_2 + Z_2$) se llega al circuito de la figura 63 cuyas ecuaciones que lo modelan se encuentran en la sección de ecuaciones 5.3.

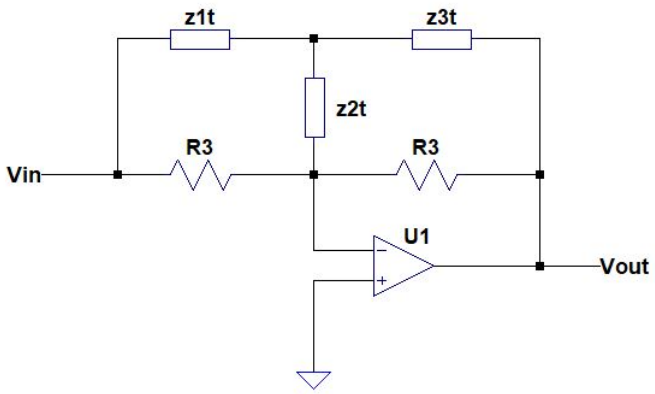


FIGURA 63: Circuito Resumido por suma de impedancias

$$
\begin{aligned}
z_{1t} &= \frac{R_{21}}{C_1 R_2 s + 1} + R_1 \\
z_{2t} &= \frac{C_1 s R_{21} R_{22}}{C_1 R_2 s + 1} + \frac{1}{C_2 s} \\
z_{3t} &= \frac{R_{22}}{C_1 R_2 s + 1} + R_1
\end{aligned}
\tag{139}
$$

Luego realizando nuevamente una transformación de Kennelly se llegaría al circuito de la figura 64 cuyas ecuaciones que lo modelan se encuentran en las ecuaciones 140.

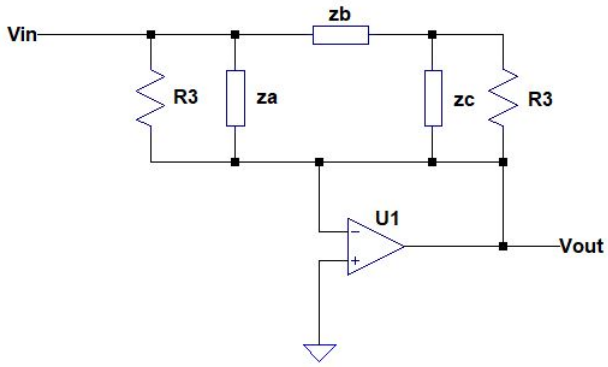


FIGURA 64: Circuito Resumido mediante Kennelly nuevamente

$$
\begin{aligned}
z_a &= \frac{\epsilon + s^2\alpha + s\gamma}{c_2 s \left(R_1 + R_{22} + s\left(C_1 R_1 R_{21} + C_1 R_1 R_{22}\right)\right)} \\
z_b &= \frac{\epsilon + s^2\alpha + s\gamma}{C_1 R_{21} R_{22} c_2 s^2 + s\left(C_1 R_{21} + C_1 R_{22}\right) + 1} \\
z_c &= \frac{\epsilon + s^2\alpha + s\gamma}{c_2 s \left(R_1 + R_{21} + s\left(C_1 R_1 R_{21} + C_1 R_1 R_{22}\right)\right)}
\end{aligned}
\tag{140}
$$

Con los siguientes valores:

$$\alpha = \left(C_1 R_1^2 R_{21} c_2 + C_1 R_1^2 R_{22} c_2 + 2C_1 R_1 R_{21} R_{22} c_2\right)$$
$$\gamma = \left(2C_1 R_1 R_{21} + 2C_1 R_1 R_{22} + R_1^2 c_2 + R_1 R_{21} c_2 + R_1 R_{22} c_2 + R_{21} R_{22} c_2\right)$$
$$\epsilon = 2R_1 + R_{21} + R_{22}$$

Luego de hacer el paralelo de Z_a y R_3 y de Z_c con R_3 se obtiene el circuito de la figura 65 con los valores mostrados en el conjunto de ecuaciones 141.

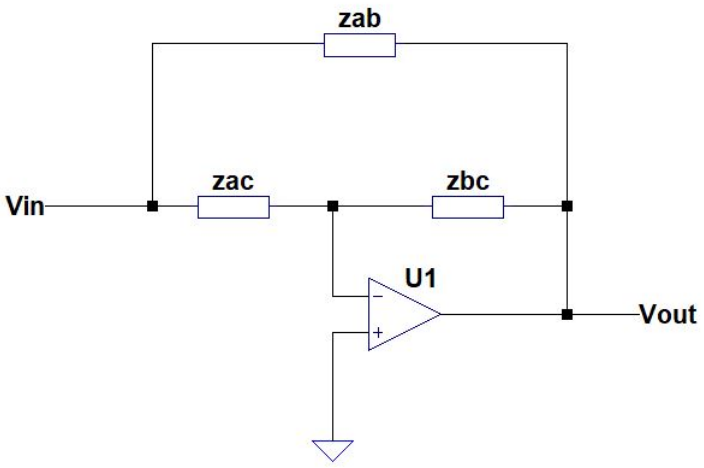


FIGURA 65: Circuito Resumido.

$$\begin{aligned} z_{ab} &= \frac{\alpha s^2 + \gamma s + \epsilon}{C_1 R_{21} R_{22} c_2 s^2 + s\left(C_1 R_{21} + C_1 R_{22}\right) + 1} \\ z_{ac} &= \frac{R_3\left(\epsilon + s^2\alpha + s\gamma\right)}{\epsilon + s^2\left(\alpha + C_1 R_1 R_{21} R_3 c_2 + C_1 R_1 R_{22} R_3 c_2\right) + s\left(\gamma + R_1 R_3 c_2 + R_{22} R_3 c_2\right)} \\ z_{bc} &= \frac{R_3\left(\epsilon + s^2\alpha + s\gamma\right)}{\epsilon + s^2\left(\alpha + C_1 R_1 R_{21} R_3 c_2 + C_1 R_1 R_{22} R_3 c_2\right) + s\left(\gamma + R_1 R_3 c_2 + R_{21} R_3 c_2\right)} \end{aligned} \tag{141}$$

Con los siguientes valores:

$$\alpha = \left(C_1 R_1^2 R_{21} c_2 + C_1 R_1^2 R_{22} c_2 + 2C_1 R_1 R_{21} R_{22} c_2\right)$$
$$\gamma = \left(2C_1 R_1 R_{21} + 2C_1 R_1 R_{22} + R_1^2 c_2 + R_1 R_{21} c_2 + R_1 R_{22} c_2 + R_{21} R_{22} c_2\right)$$
$$\epsilon = 2R_1 + R_{21} + R_{22}$$

De esta forma realizaremos 2 análisis a continuación, el referente al caso ideal, es decir con $A = \infty$, $r_{inp} = \infty$ y $r_0 = 0$. De esta forma el circuito que obtendríamos se puede modelar como en la figura 66 por lo que las ecuaciones que lo modelan son 142.

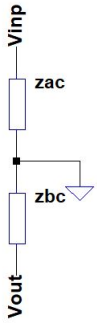


FIGURA 66: Circuito referido a la situación ideal

$$
\begin{aligned}
V_{out} &= \frac{-V_{inp}}{z_{ac}} \cdot z_{bc} \\
\frac{V_{out}}{V_{inp}} &= \frac{-z_{bc}}{z_{ac}}
\end{aligned}
\tag{142}
$$

A continuación se mostrará el modelo correspondiente al análisis del circuito considerando un A finito, con polo dominante, un r_{inp} finito y una $r_{out} = 0$, refiriéndonos de esta forma a un caso que se asemeja mas a lo que se espera pase en la realidad, teniendo en cuenta que se consideran más factores para aproximar a las condiciones reales del circuito. Así el circuito de la figura 67 muestra el esquema con el que se trabajará matemáticamente, y las ecuaciones 143 serán las que modelen la situación

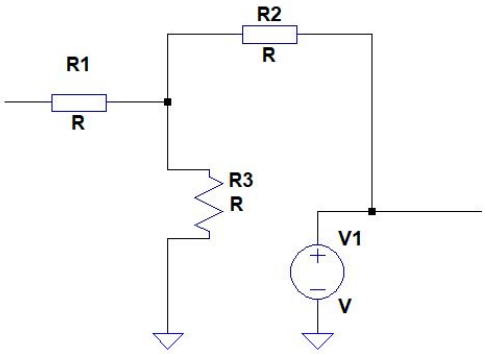


FIGURA 67: Circuito con una mejor aproximación a lo esperado en la práctica

$$
\begin{aligned}
V_{out} &= A \cdot (V^{+} - V^{-})) \\
V^{+} &= 0 \\
V^{-} &= V_{inp} - I_1 \cdot z_{ac} \\
I_1 &= \frac{V^{-}}{z_{inp}} + \frac{V^{-} - V_{out}}{z_{bc}} \\
A &= \frac{A_0}{1 + \frac{s}{\omega p}}
\end{aligned}
\tag{143}
$$

De esta manera combinando apropiadamente las ecuaciones de 143 podremos llegar a la ecuación 5.3, que representa una función transferencia que presenta un modelo que contempla mayores parámetros, con lo que esperaríamos se aproxime mas a la realidad que esperamos medir.

$$
\frac{V_{inp}}{V_{out}} = \frac{\frac{\frac{-A_0}{1+\frac{s}{\omega p}}}{z_{ac}} \frac{1}{k}}{1 + \frac{\frac{-A_0}{1+\frac{s}{\omega p}}}{z_{bc}} \frac{1}{k}}
\tag{144}
$$

Considerando a k como

$$
k = \frac{1}{\frac{1}{z_{inp}} + \frac{1}{z_{bc}} + \frac{1}{z_{ac}}}
$$

Si se considera que $A_0 = \infty$, $r_{inp} = \infty$ se obtiene la ecuación 145:

$$
\frac{V_{inp}}{V_{out}} = \frac{-z_{bc}}{z_{ac}}
\tag{145}
$$

Esta es la ecuación que se obtuvo previamente al considerar el caso más ideal de la situación planteada, lo que confirma que los cálculos realizados tienen coherencia entre sí. De esta manera, reemplazando los valores hallados para z_{bc} y z_{ac} en la ecuación 145 podemos ver que obtendremos la ecuación 146

$$
H(s) = -\frac{\epsilon + s^2 (\alpha + C_1 R_1 R_{21} R_3 c_2 + C_1 R_1 R_{22} R_3 c_2) + s (\gamma + R_1 R_3 c_2 + R_{22} R_3 c_2)}{\epsilon + s^2 (\alpha + C_1 R_1 R_{21} R_3 c_2 + C_1 R_1 R_{22} R_3 c_2) + s (\gamma + R_1 R_3 c_2 + R_{21} R_3 c_2)}
\tag{146}
$$

De esta forma si se tienen en cuenta las consideraciones: $C_1 = 10\ C_2$, $R_3 \gg R_1$ y $R_3 = 10\ R_2$, se pueden reescribir los coeficientes y las variables de 146 obteniéndose así los valores mostrados en el conjunto de ecuaciones 148 y 147 De esta forma se puede llegar a un conjunto de ecuaciones de la forma:

$$
H(s) = \frac{s^2 \alpha_p + s \gamma_p + \epsilon}{s^2 \alpha_p + s \gamma_s + \epsilon}
\tag{147}
$$

$$
\begin{aligned}
\epsilon &= 2R_1 + R_2 \\
\alpha_p &= \left(20c_2^2R_1R_2^2(E(1-E)) + 100R_1R_2^2c_2^2\right) \\
\gamma_p &= 31R_1R_2c_2 + R_2^2c_2(10 - 9E - E^2) \\
\gamma_s &= 31R_1R_2c_2 + R_2^2c_2(11E - E^2)
\end{aligned} \tag{148}
$$

En la sección 'Anexo' de este ejercicio se pueden ver algunos pasos para llegar a los valores de las ecuaciones 148 De esta forma si se divide a la ecuación 147 por ϵ en el numerador y en el denominador, podremos ver que la expresión queda de la forma de la ecuación 149 de donde es fácil encontrar la frecuencia de corte del sistema.

$$
H(s) = \frac{s^2\frac{\alpha_p}{\epsilon} + s\frac{\gamma_p}{\epsilon} + 1}{s^2\frac{\alpha_p}{\epsilon} + s\frac{\gamma_s}{\epsilon} + 1} \tag{149}
$$

Así se puede observar como la frecuencia de corte del sistema se encuentra dada por la ecuación 150

$$
\begin{aligned}
\omega_0 &= \sqrt{\frac{\epsilon}{\alpha_p}} \\
f_0 &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\epsilon}{\alpha_p}} \\
f_0 &= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2R_1 + R_2}{(20c_2^2R_1R_2^2(E(1-E)) + 100R_1R_2^2c_2^2)}} \\
f_0 &= \frac{1}{2\pi c_2R_2}\cdot\sqrt{\frac{2 + \frac{R_2}{R_1}}{10\left[2E\left(1-E\right) + 10\right]}}
\end{aligned} \tag{150}
$$

Viendo la ultima ecuación de 150 se puede apreciar que en el denominador de la fracción dentro de la raíz, el término $2E\left(1-E\right)$ es mucho menor que 10 para todo valor de E comprendido entre 0 y 1, por lo que si despreciamos al mismo se obtiene la ecuación deseada para la frecuencia de corte del sistema, la misma se encuentra en la ecuación 151.

$$
f_o = \frac{\sqrt{2 + \frac{R_2}{R_1}}}{20\pi C_2R_2} \tag{151}
$$

De esta forma se puede comprobar que si se evalúa el módulo de la función transferencia para el ω_0 hallado y si se reemplaza el coeficiente E por 0 o por 1 se encontrarán los valores máximos y mínimos para el módulo de la función transferencia respectivamente, los cuales se pueden observar en la ecuación 152.

$$
\frac{3R_1}{3R_1 + R_2} \leq A_0 \leq \frac{3R_1 + R_2}{3R_1} \tag{152}
$$

5.4. Diagrama Paramétrico de singularidades en el Plano S

Se procede a continuación a encontrar el diagrama de polos y ceros del circuito a partir de la ecuación 147, para esto se realizaron los diversos puntos del gráfico de la figura 68 mediante un programa en Python, así en la figura generada se esquematizan los diferentes polos y ceros del sistema para diversos valores de E comprendidos entre 0 y 1. Para el cálculo de los mismos se utilizaron los valores de los componentes para las frecuencias medias, aunque resultados similares se obtienen de trabajar con los filtros de las otras 2 frecuencias centrales.

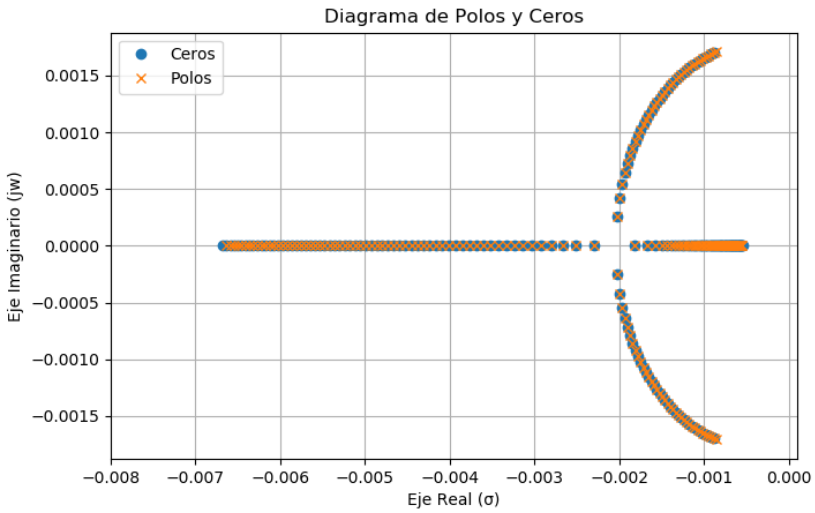


FIGURA 68: Diagrama de Polos y Ceros del circuito.

En la figura, se puede apreciar como todos los ceros y polos se encuentran en el semiplano izquierdo del gráfico, esto nos indica que el sistema es de fase mínima, ya que para cualquier valor de E comprendido entre 0 y 1 el resultado para la ubicación de los ceros y polos siempre se corresponde con el 2do y 3er cuadrante del gráfico. Por lo tanto el sistema es de fase mínima. Los sistemas de fase mínima son deseados en este tipo de aplicaciones, ya que como su nombre lo indica, logran reducir la diferencia de fase producida por el filtro. Por este motivo, se pueden utilizar ecualizadores de retraso o ecualizadores de fase, los mismos se usan para compensar los retrasos introducidas por los filtros u otras partes del sistema de transmisión. De esta manera el ecualizador de fase introduce la modificación de retraso necesaria para hacer el retraso total (filtro+ecualizador) lo mas plano posible. Estos filtros basan su funcionamiento en la ecuación 153, donde los subíndices significan, fase no mínima, fase mínima y pasa todo.

$$H_{FNM}(s) = H_{FM}(s)H_{PT}(s) \tag{153}$$

Entonces para hallar la expresión de H_{FM} el procedimiento consiste en que a H_{FNM} se le toman los ceros que se encuentran en el semiplano derecho (necesariamente tiene alguno, sino no seria de fase no mínima) y agregan al sistema un cero y un polo especulares a dichos ceros. De esta manera, el H_{PT} toma los ceros que se encuentran en el semiplano derecho y los polos especulares

creados a dichos ceros, obteniéndose un diagrama de polos y ceros para H_{PT} de la forma de la figura 69 y una función transferencia de la forma de la ecuación 154

$$H_{PT}(s) = \frac{s^2 - as + b}{s^2 + as + b} \tag{154}$$

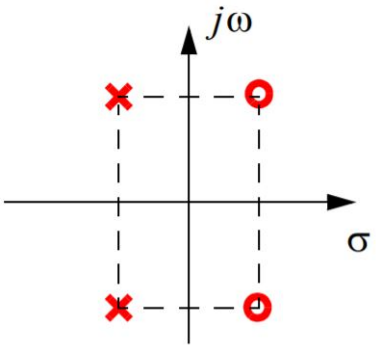


FIGURA 69: Diagrama de Polos y Ceros de $H_{PT}(s)$

Por lo que podemos ver que no se puede llegar a un sistema de fase no mínima mediante un sistema de fase mínima, ya que en el proceso habría que definir un par de polos y par de ceros dispuestos de forma especular a un par de ceros dispuestos en el semiplano negativo, esto ayudaría a cumplir con nuestro objetivo, es decir, lograr un sistema de fase no mínima, pero al hacerlo se estaría agregando un par de polos en el semiplano derecho y eso genera una configuración inestable.

5.5. Elección de componentes

En esta sección se comenta los pasos tenidos en cuenta para la elección de los componentes de cada una de las celdas del filtro. De esta manera se intentó con la elección de los componentes tener valores de impedancias del orden de KΩ en todos los casos y de capacitores acordes con los disponibles comercialmente. Cabe destacar que el primer componente a tener en cuenta a la hora del diseño del ecualizador debe ser el potenciómetro, ya que es el componente con menor disponibilidad de variantes con respecto a los valores que puede tomar comercialmente, así se decidió utilizar potenciómetros de 10KΩ salvo en el caso de las frecuencias bajas donde se consideró por cuestiones de disponibilidad de los demás valores de componentes del circuito que era mas acorde un potenciómetro de 50KΩ. Así partiendo de los valores de los potenciómetros y corroborando que no existan resistencias demasiado grandes (generadoras de ruido) ni capacitores demasiado chicos (que pueden variar mucho por capacidades parásitas del circuito) se hallaron los demás valores del circuito haciendo uso de las simplificaciones ya nombradas en la sección de análisis matemático del mismo, a saber $C_1 = 10\ C_2$, $R_3 \gg R_1$ y $R_3 = 10\ R_2$. De esta forma y mediante la ecuación 151 se hallaron los demás valores de los componentes que se detallan en la tabla 17

Frecuencia	R_1	R_2	R_3	C_1	C_2
Bajos	3.9 $k\Omega$	50 $k\Omega$	510 $k\Omega$	150 nF	15 nF
Medios	1 $k\Omega$	10 $k\Omega$	100 $k\Omega$	82 nF	8.2 nF
Altos	0.82 $k\Omega$	10 $k\Omega$	100 $k\Omega$	12 nF	1.2 nF

TABLA 17: Valores de los componentes seleccionados para cada celda.

De esta manera las frecuencias que se obtienen para cada uno de los filtros con dichos valores comerciales de los componentes son: 81.7Hz, 672Hz y 4997Hz. Vemos que los valores hallados se corresponden suficientemente bien con los valores que se esperaba obtener, encontrándose la mayor diferencia en las frecuencias medias, correspondiendo solo un 4 % de error respecto del valor deseado, es importante aclarar que esta desviación no constituye un problema en nuestro filtro y sólo cambia el hecho de que la frecuencia central se encontrará en 672Hz en lugar de 700Hz, que a efectos prácticos y con la finalidad del filtro construido no representa un problema grave. Cabe destacar que los componentes utilizados para el circuito fueron en su mayoría componentes SMD, es decir, de montaje superficial, esto nos permite trabajar con valores que presentan menor % de error, algo muy útil en este circuito. De esta forma el error propio de las resistencias del circuito es en todos los casos del 1 % y en los capacitores del 5 %. Para el acoplamiento de las etapas se consideraron 2 situaciones, el acoplamiento en serie y el acoplamiento paralelo de las mismas. El acoplamiento en paralelo tiene la ventaja de que cada etapa no amplifica el ruido generado por su antecesora, a diferencia de la conexión en cascada que sí aumenta el nivel de ruido generado, aunque de todas maneras se eligió trabajar con la configuración en cascada debido a que en la misma el cálculo de la función transferencia se simplifica considerablemente, además de que al saber que cada celda presenta una impedancia de entrada elevada y de salida pequeña, se tiene que la conexión en cascada no presenta errores groseros por la carga de un circuito para con el otro, esto permite que la multiplicación de las transferencias de cada etapa constituya la transferencia total.

$$H(S) = H_{bajos}(S) \cdot H_{medios}(S) \cdot H_{altos}(S) \tag{155}$$

Además de esto, la configuración en cascada presenta la ventaja de que no necesita un amplificador operacional extra para realizar la suma de las señales de salida de las demás etapas a diferencia de la configuración en paralelo, de esta forma se ahorra un amplificador que será utilizado para un control de volumen a la salida del sistema. Una representación de la celda correspondiente al mismo se puede ver en la figura 70, en donde se puede ver que al variar la posición del potenciómetro se logran obtener diferentes ganancias por parte del amplificador, que van desde una ganancia de 0 veces hasta una de 2 veces, es decir que el control de volumen permite aumentar la salida al doble o disminuirla con la finalidad de que no se puede escuchar a la señal en cuestión.

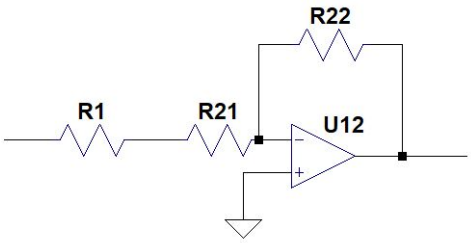


FIGURA 70: Esquema de celda que controla el volumen del sonido a la salida.

En la figura se pueden ver los componentes R21 y R22, ambos son las resistencias correspondientes a la posición en la que se encuentra el potenciómetro, es decir que $R21 = R2 \cdot K$ y $R22 = R2 \cdot (1 - K)$ además de una resistencia R1 que se encarga de que la resistencia en ese sector nunca sea menor a su valor incluso cuando K sea igual a 0. De esta manera los componente utilizados para que los resultados sean los esperados se muestran en la tabla 18.

R_1	R_2
$5k\Omega$	$10\ k\Omega$

TABLA 18: Valores de los componentes seleccionados.

Para este apartado se decidió trabajar con el Amplificador Operacional LM833, el mismo ya fue utilizado en trabajos anteriores, por lo que era conocido su comportamiento en frecuencia, además de que presenta un Low Noise Voltage de 4.5 nV/Hz, el mismo es el más chico de los componentes presentes en el pañol, esto es muy importante en aplicaciones de audio por lo que pesó mucho a la hora de su elección en conjunto con sus demás bondades y características, como ser su slew rate de 7 V/s, su ganancia a lazo abierto de 800 y su GBP de 16MHz. Si bien es cierto que este amplificador presenta múltiples ventajas, también es verdad que el mismo presenta un sobrepico en altas frecuencias en la configuración de las celdas que utilizaremos, que varia según la configuración de potenciómetros elegida, es decir de qué bandas se están atenuando o amplificando, el mismo se encuentra en las cercanías de 1MHz y se observa en las figuras 71 y 72.

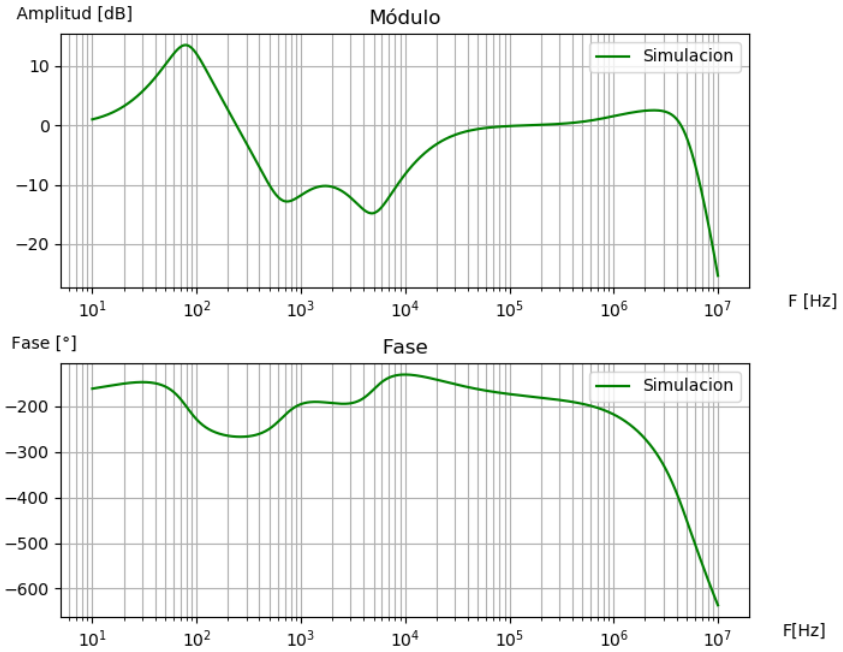


FIGURA 71: Diagrama de Bode en modulo y fase, donde se observa un ligero sobrepico en altas frecuencias.

Se puede ver en la figura 71 que si bien el sobrepico existe a altas frecuencias, no debería constituir un problema severo debido a la poca amplificación del mismo.

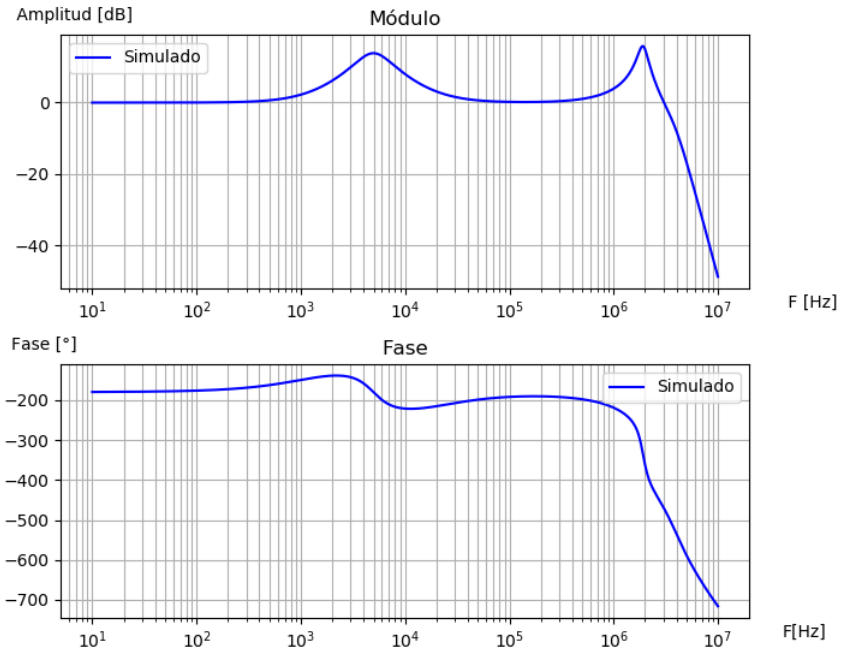


FIGURA 72: Diagrama de Bode en modulo y fase, donde se observa un marcado sobrepico indeseado en las cercanías de 1MHz

A diferencia del caso anterior, en la configuración de la figura 72 se pude ver como el sobrepico para la misma es muy grande, esto puede traer muchos problemas relacionados con el ruido a alta

frecuencia. Dicho ruido para estos niveles de ganancia podría llegar inclusive a saturar al amplificador operacional, por lo que constituye un problema importante inherente a la configuración elegida al utilizar el LM833. Producto de las bondades de LM833 para este tipo de circuitos se decidió que no se debía cambiar al mismo por otro que no presentara este problema ya que se perderían de esta manera las bondades del mismo, por lo que en cambio se decidió utilizar un LM833 para generar una celda extra correspondiente a un filtro pasa banda, el mismo permite que las frecuencias audibles no sean modificadas, pero las frecuencias altas sean disminuidas considerablemente, evitando con esto el posible problema provocado por el sobrepico que ahora se encontrará atenuado, además de esto se atenúan las frecuencias bajas para que si la señal entrante posee un offset indeseado que pueda afectar nocivamente al parlante, el mismo sea atenuado. De esta manera se muestra en la figura 74 el esquema de la celda utilizada para el filtro, y en la tabla 19 los valores para los componentes del mismo.

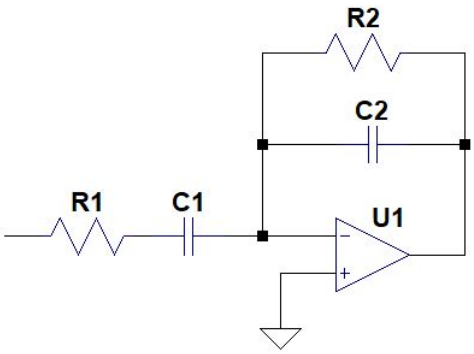


FIGURA 73: Diseño esquemático del filtro

R_1	R_2	C_1	C_2
56 $k\Omega$	56 $k\Omega$	0.47 uF	47 pF

TABLA 19: Valores de los componentes seleccionados para el filtro

De esta manera se logra obtener el siguiente gráfico de bode:

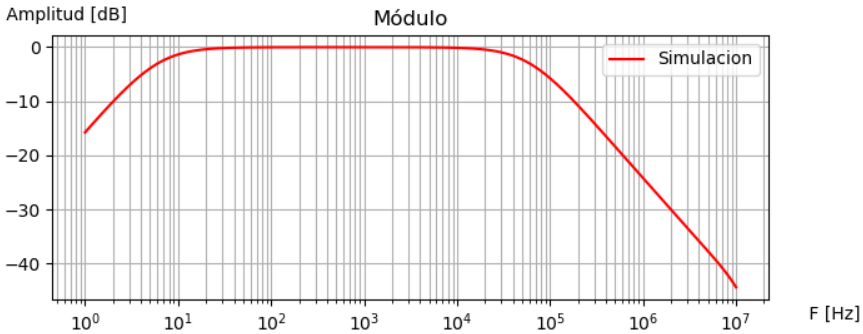


FIGURA 74: transferencia del filtro

Además debido a que el integrado utilizado presenta 2 amplificadores operacionales y hasta ahora se hizo uso de 5 se decidió utilizar el último para ponerlo como buffer a la entrada del sistema para garantizar que la impedancia de entrada del mismo sea elevada. De esta manera y con los componentes elegidos se pudo llegar al siguiente diagrama de Monte Carlo en el que se muestra como sera la salida del sistema total considerando las variaciones en la componentes del mismo, en el cual se está amplificando las bajas frecuencias y atenuando las medias y altas frecuencias.

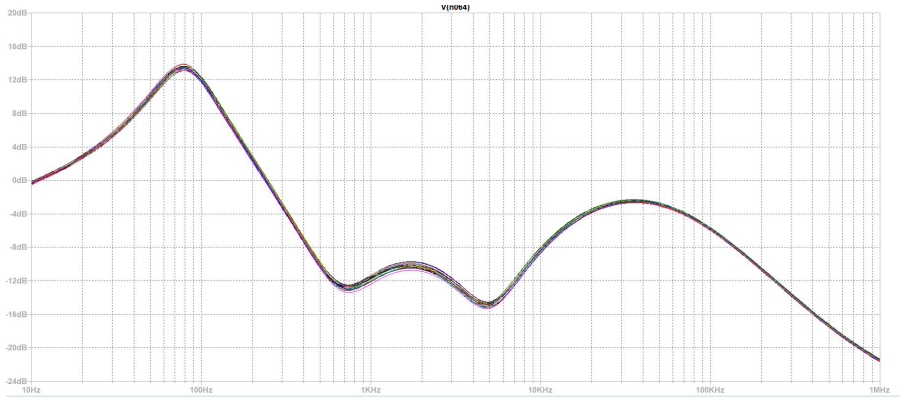


FIGURA 75: Diagrama de Bode de amplitud

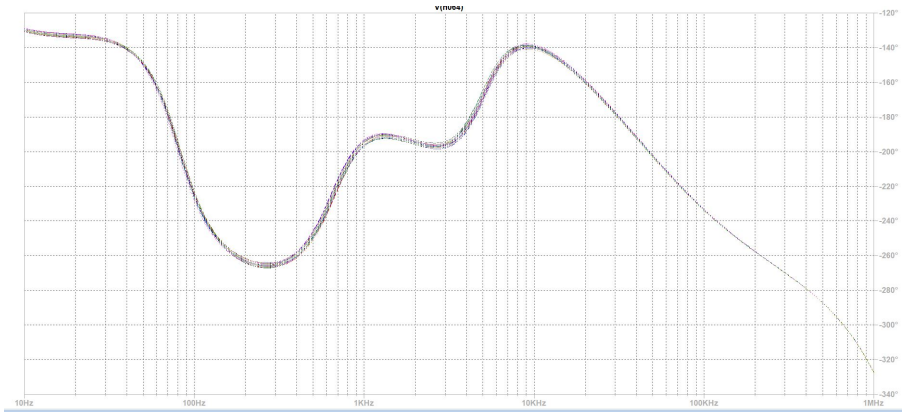


FIGURA 76: Diagrama de Bode de fase

Se puede ver en ambos diagramas que el error considerado es mínimo, esto es en gran parte debido a que los componentes smd utilizados para el circuito poseen un porcentaje de error muy chico. Además se puede ver, como se verá mas adelante en mayor detalle, que el ripple que se genera en la señal cuando 2 bandas conjuntas son atenuadas es muy pequeño, esto se tuvo en cuenta para el diseño del filtro de 3 bandas y tiene que ver con el Q del filtro y es uno de los factores que nos impiden lograr atenuaciones y ganancias mucho mayores que 12dB, ya que si ganamos en eso perdemos en que el ripple seria mayor y eso es algo indeseado, ya que cuando se amplifican los bajos medios y altos se quisiera que suba el volumen completo y no que se generen dispersiones en el sonido no deseadas (de forma análoga para cuando se atenúa).

Además se observó que con facilidad se podía implementar un jumper para permitir cambiar la configuracion del filtro de bajas frecuencias y de altas frecuencias y convertirlo en un filtro pasa

altos o pasa bajos respectivamente, esto se consideró que podia ser provechoso en algún escenario y teniendose en cuenta la facilidad de implementación se decidió adherir.
Como último comentario de diseño se contemplo la existencia de un pin en la placa para permitir las mediciones de la salida sin que el sensor de sonido afecte a las mismas para que luego se puedan contrastar los datos teóricos prácticos y simulados con menor error.

5.6. Mediciones y resultados obtenidos

A continuación se muestran un conjunto de funciones representativas a los diagramas de Bode de las señales de salida del sistema, esto permite ver como reacciona el filtro en las distintas configuraciones del mismo, en todos los casos se contrasta el modelo simulado con el medido y el teórico.

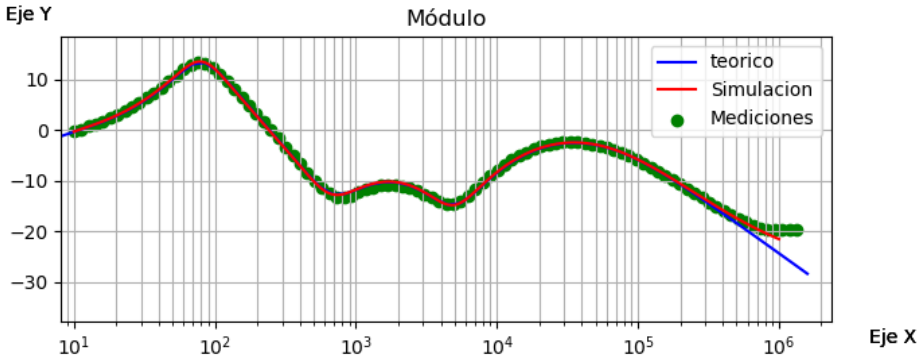


FIGURA 77: Diagrama de Bode de amplitud con todos atenuando salvo los bajos que amplifican

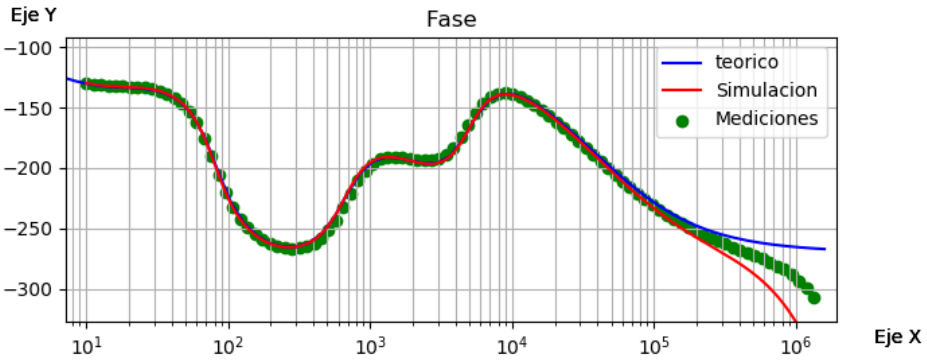


FIGURA 78: Diagrama de Bode de fase con todos los potenciómetros atenuando salvo los bajos que amplifican

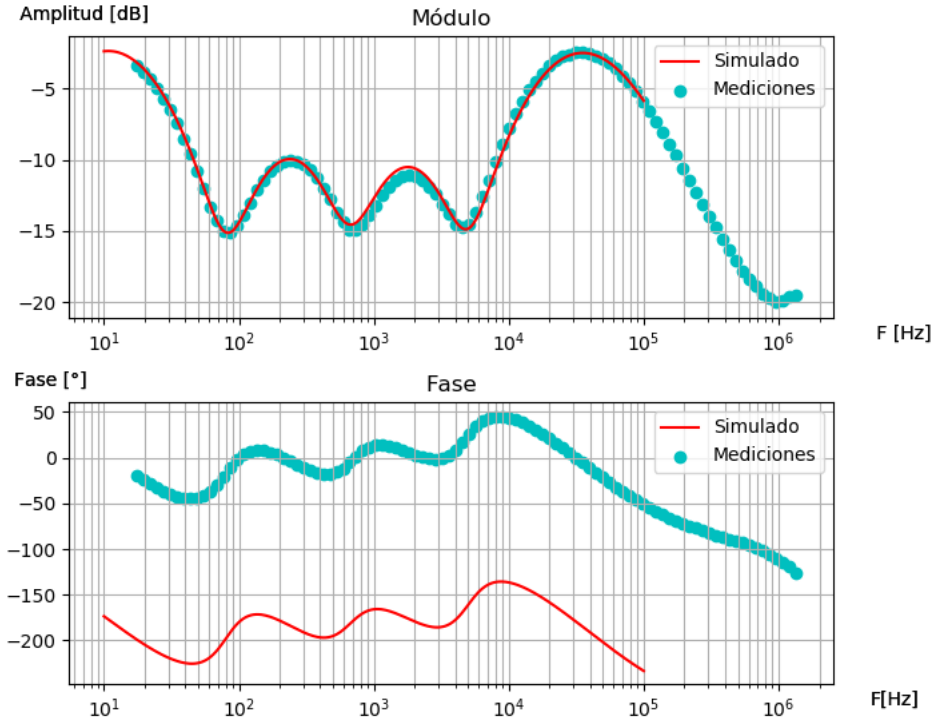


FIGURA 79: Diagrama de Bode de fase con todos los potenciómetros atenuando, la desviacion en fase es debido al convenio de signo tomado.

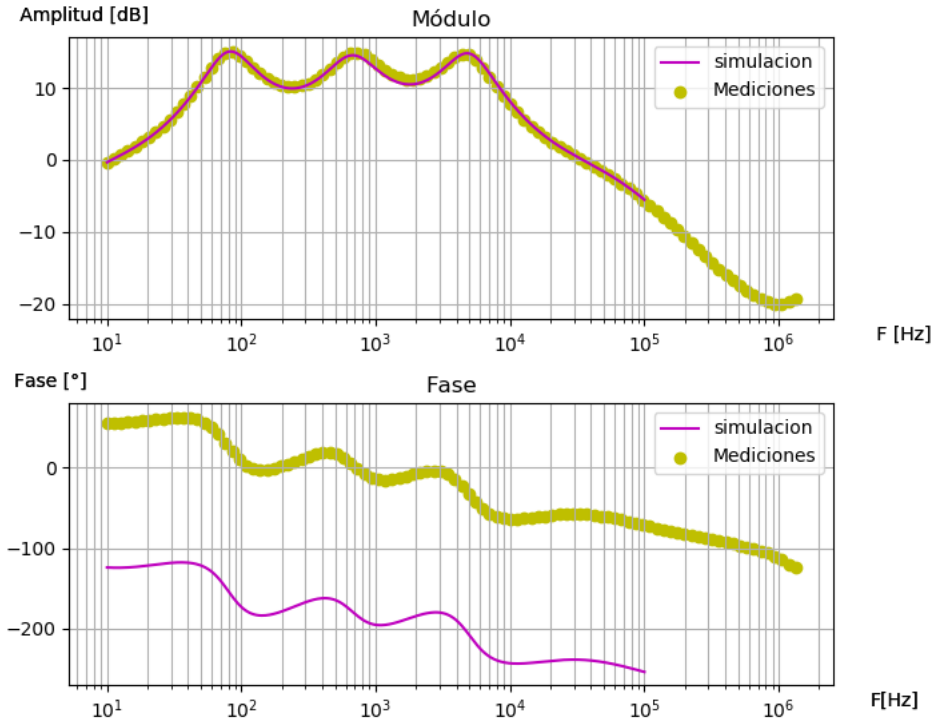


FIGURA 80: Diagrama de Bode de fase con todos los potenciómetros amplificando, la desviacion en fase es debido al convenio de signo tomado.

En las imágenes se puede ver como el ripple considerado es pequeño lo cual es deseado.

A continuación se muestran las gráficas correspondientes a la impedancia de entrada del sistema en función de la frecuencia, en el gráfico se puede comprobar como la impedancia de entrada es muy alta sobretodo si se la compara con la impedancia de salida del sistema que nunca pudo superar los 60 ohms, lo cual tiene sentido ya que a la salida el sistema es un amplificador operacional realimentado, por lo que la impedancia de salida del amplificador que de por si es pequeña se vuelve aun más pequeña debido a la realimentación.

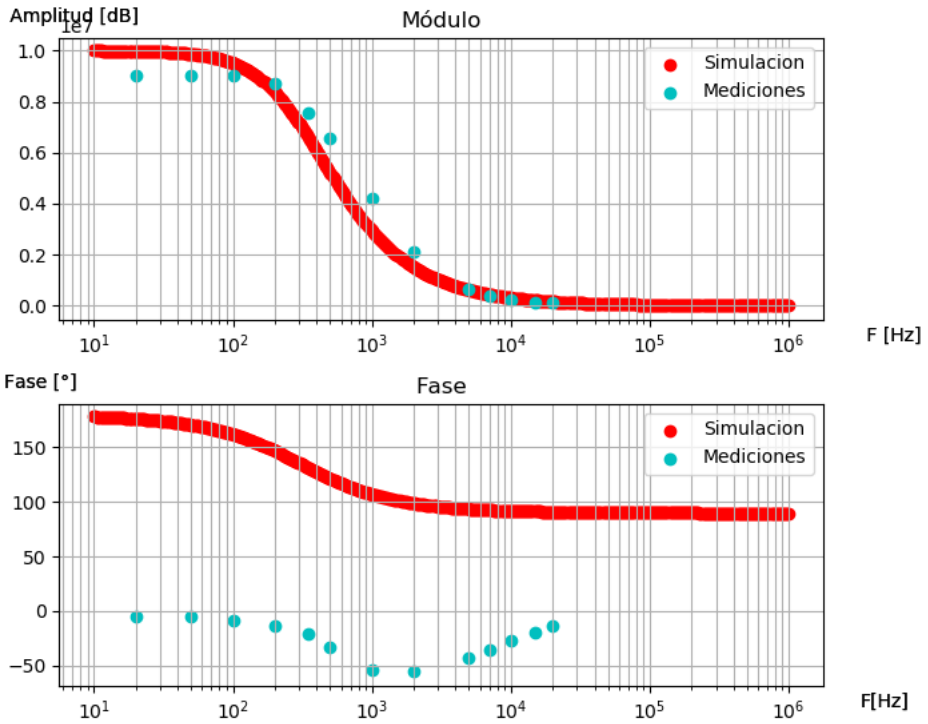


FIGURA 81: Rinp en función de la frecuencia de trabajo, la desviación en fase es debido al convenio de signo tomado.

En la figura 81 se puede ver como varía la resistencia con la frecuencia, la medicion de resistencias tan elevadas es muy compleja debido a que la impedancia de las puntas del osciloscopio comienza a ser comparable incluso si se utiliza a las mismas en x10, ya que sus impedancias son de $10M\Omega$. Si el circuito se simula en LTSpice se puede comprobar que la impedancia de entrada es mucho mas elevada que eso en las frecuencias mas bajas (del orden del $G\Omega$ en las cercanías de 20Hz, pero las puntas del osciloscopio modifican drásticamente esta medicion, por eso en la simulación contrastada se tuvo que tener en cuenta esto y realizar un modelo equivalente para las puntas (una resistencia de $10M\Omega$ y un capacitor de 12pF.

5.7. Limitaciones

Con respecto a las limitaciones del circuito se puede ver que el mismo no presenta problemas notorios con respecto al slew rate, ya que sabiendo que el LM833 tiene 7V/us se puede saber haciendo uso de la ecuación siguiente: $SLR = amplitud \cdot ganancia \cdot \omega$ el valor de la frecuencia a la cual ese efecto se comienza a notar, por lo que considerando una amplitud máxima de 4(v)

(luego veremos por qué ese valor) y una ganancia de 4 veces (12dB) mas una ganancia extra de 2 veces (el volumen) vemos que la frecuencia a la cual el slewrate comenzaría a afectar es 35KHZ, pero a esa frecuencia el filtro pasa banda ya empezó a atenuar, por lo que las ganancias ya no son lo que se propuso que eran, por lo que si se reemplaza las ganancias por las correspondientes a esa frecuencia se obtiene que la frecuencia a la que se genera el problema de slewrate es 156KHz, por inducción se puede ver que no se tienen problemas con slew rate debido a que el filtro sigue atenuando la señal lo suficiente para que el slew rate no sea un problema ni siquiera a altas señales. Con respecto a la tensión máxima de entrada se pueden ver a continuación las siguientes imágenes en donde se podrá comprobar la saturación del amplificador operacional en función de la amplitud de entrada del mismo.
Si no me interesa el control del volumen:

En la figura siguiente se observa como el sistema no satura.

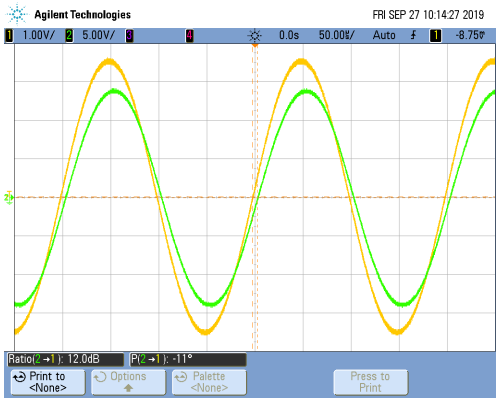


FIGURA 82: tensión de salida al alimentar con 7.1Vpp y 5000Hz

Luego en la figura de debajo se puede comprobar que se empieza a observar la saturación del sistema.

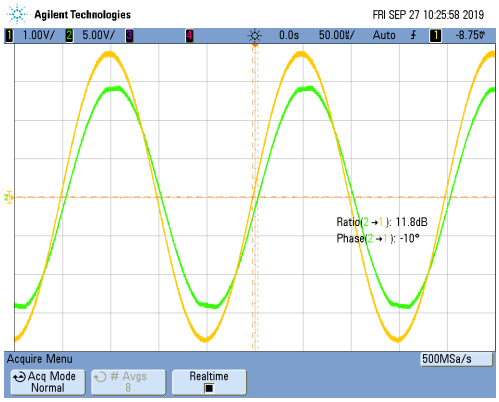


FIGURA 83: tensión de salida al alimentar con 7.5Vpp y 5000Hz

Para finalizar en la próxima figura se observa como el sistema con una entrada de 9Vpp se encuentra completa e indudablemente saturado.

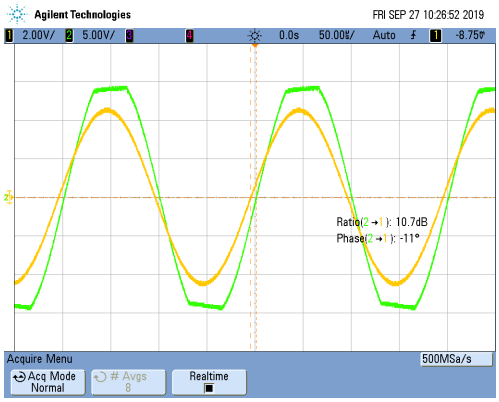


FIGURA 84: tensión de salida al alimentar con 9Vpp y 5000Hz

Si nos interesa el control de volumen: En caso de querer hacer las mediciones con el control de volumen activado los resultados se muestran a continuación. Todos ellos realizados claro en la peor situacion posible es decir con el filtro pasa altos en 12dB (como en el caso anterior) y en este caso con el volumen al máximo. En la figura siguiente se observa como con tensión de 3.3 Vpp no satura el sistema

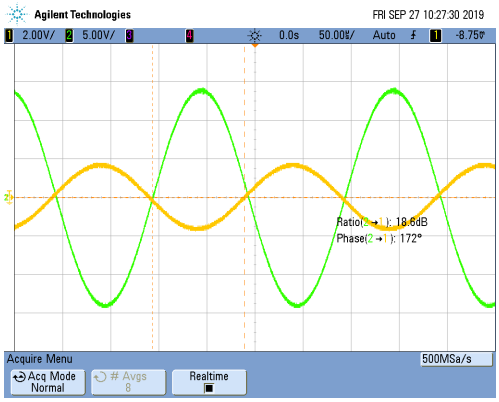


FIGURA 85: tensión de salida al alimentar con 3.3Vpp y 5000Hz

En la figura siguiente se observa como el sistema comienza a saturar a 3.3Vpp

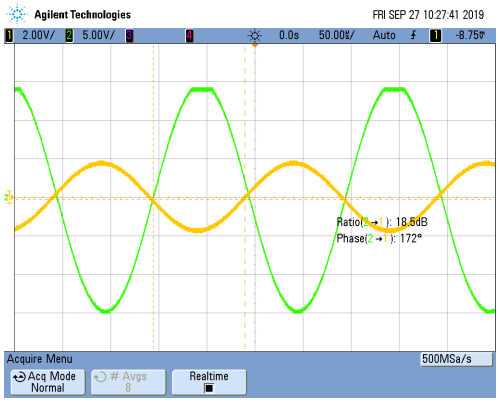


FIGURA 86: tensión de salida al alimentar con 3.3Vpp y 5000Hz

Para finalizar se observa la clara saturación del sistema con 4Vpp a la entrada del mismo.

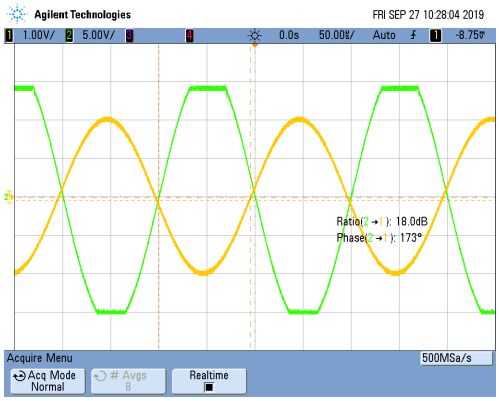


FIGURA 87: tensión de salida al alimentar con 4Vpp y 5000Hz

De esta manera se toma como límite superior de tensión a la entrada del sistema la tensión de 2.5V la cual es menor a la que pudimos ver que no encontramos problemas (3.3) pero a sabiendas de la posible variabilidad de los componentes y de las variaciones en la tension de entrada producto de la fuente que pueda llegar a conectarse se considera un coeficiente de seguridad tal vez algo elevado pero que permite estar tranquilo de que si se respeta la tensión maxima de entrada no debería saturar.

5.8. Conclusiones

Como conclusiones se puede ver que el ecualizador se comporta de acuerdo a lo esperado, con bajos niveles de ruido en las mediciones tomadas, además que las frecuencias de corte obtenidas no varían significativamente respecto de las que uno esperaría observar ya que se encontraron dentro del margen de error propuesto por el método de monte carlo, esto se debe en gran parte al uso de componentes smd que disminuyen notablemente el error de las mediciones. Ademas se puede comentar que el ecualizador generado presenta una impedancia de entrada muy alta (del orden de los $M\Omega$ y una impedancia de salida muy chica, del orden de Ω, esto es muy deseable en sistemas de este estilo. Además se pudo comprobar que las simulaciones constrastan muy bien con la teoría generada y utilizada durante la sección, esto se evidencia claramente en el gráfico del diagrama de bode de las figuras 77 y 78, donde el error entre los 3 metodos (teorico, practico y simulado) solo es apreciable a altas frecuencias en donde el modelo teórico utilizado no considera el sobrepico generado por el amplificador y por esa razon se desvía ligeramente de lo que se esperaría obtener. En el final de este informe se encuentra una hoja de componentes para el ecualizador que se realizó en este trabajo, en la misma se detallan las características de entrada y salida del mismo como asi tambien las ganancias para las diferentes formas de trabajo

6. Automatización

6.1. Objetivo

En la presente sección se tiene como objetivo el desarrollo de un programa con el fin de realizar mediciones automáticas de la respuesta en frecuencia de un circuito. Para ello, se implementó un algoritmo capaz de controlar tanto el generador de funciones como el osciloscopio para con las combinaciones necesarias, medir y guardar los resultados.

6.2. Herramientas utilizadas

Para la realización del programa se utilizó el lenguaje de programación Python, haciendo uso del estándar Virtual Instrument Software Architecture (VISA) mediante la librería pyvisa. A su vez, se requirió el uso de NI-VISA, que incluye librerías de software y distintas utilidades. Por otra parte, para el desarrollo de la interfaz de usuario se trabajó con QT Designer y la librería pyqt5.

6.3. Funcionalidades

La herramienta desarrollada cuenta con distintas capacidades. A continuación, se enumeran las distintas características que pueden ser configuradas por el usuario.

- Canales y puntas a utilizar en el osciloscopio.
- Fuente y nivel de Trigger del osciloscopio.
- Modo de adquisición. Entre estos modos se encuentran normal, pico, alta resolución y promedio.
- Activación del filtro "Noise Reject".
- Tensión de alimentación proveída por el generador.
- Frecuencia de inicio de las mediciones.
- Frecuencia de finalización de las mediciones.
- Tipo de barrido. Se incluyen las opciones lineal o logarítmica.
- Frecuencia de medición (mediciones cada una cantidad determinada de Hz o cantidad de mediciones por década para barrido lineal o logarítmico respectivamente).
- Tiempo de establecimiento de la señal.

Cabe mencionar que las escalas del osciloscopio son configuradas automáticamente con el fin de decrementar el error en las mediciones. Debido a esta configuración puede surgir cierto tiempo de demora adicional entre cada medición.

6.4. Instructivo de uso

6.4.1. Requerimientos

Es necesario para utilizar el programa contar con ciertos requisitos enumerados a continuación.

- Python. Sitio de descarga de Python.
- Librería pyvisa. Instructivo de instalación.
- NI-VISA. Sitio de descarga de NI-VISA.
- Consola o intérprete de Python.

6.4.2. Ejecución

Tras ejecutar el programa se abrirán distintas ventanas. En cada una de ellas se deberán configurar los respectivos parámetros mencionados. Existe una ventana para la configuración del osciloscopio (figura 88), una para la del generador de funciones (figura 89) y una para las mediciones (figura 90).

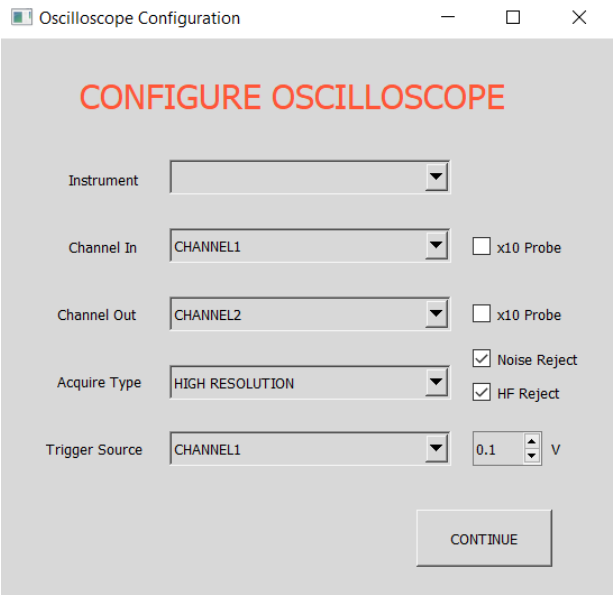


FIGURA 88: Ventana de configuración del osciloscopio.

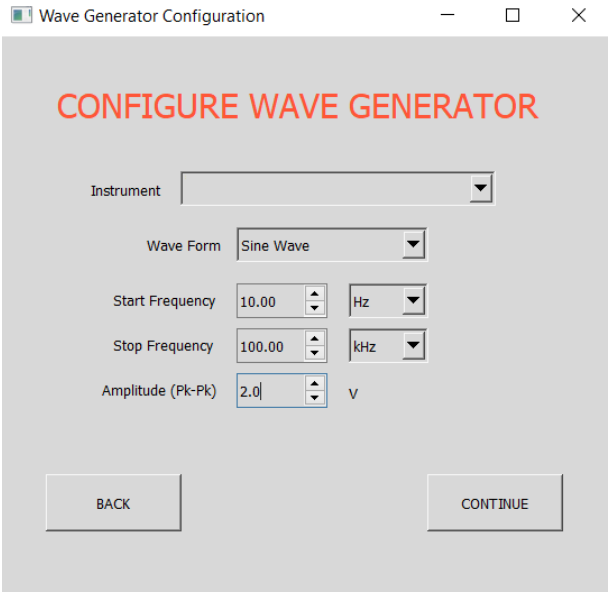


FIGURA 89: Ventana de configuración del generador.

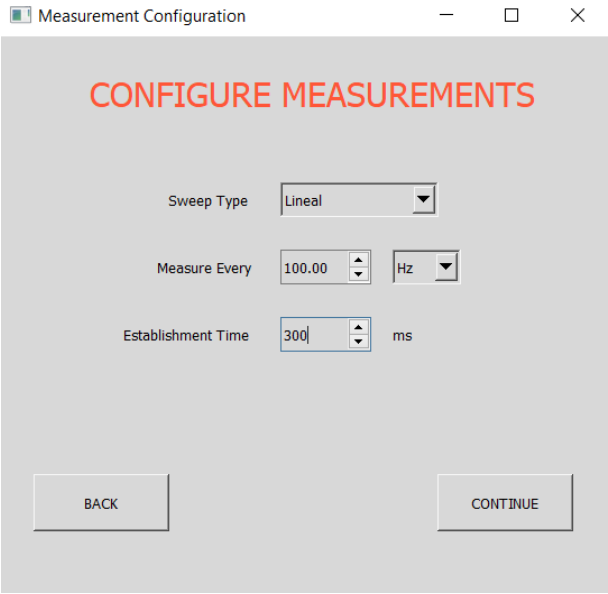


FIGURA 90: Ventana de configuración de las mediciones.

Tras haberse realizado las mediciones, el programa muestra lo obtenido en forma de gráficos con escala horizontal logarítmica. Se realiza un gráfico para el módulo y uno para la fase. El usuario, mediante la observación de estos, puede decidir si guardar los resultados o realizar nuevamente las mediciones. En caso de decidir guardar los resultados, estos son guardados en un archivo de formato .csv en un directorio a seleccionar por el usuario en una ventana emergente.

Ecualizador de 3 Bandas

Data Sheet

EQG2

Description

El Ecualizador de 3 bandas que aquí se presenta corresponde a un modelo implementado con amplificadores operacionales LM833 y componentes pasivos. El mismo posee 3 frecuencias de corte que se encuentran en 82Hz, 672Hz y 5000Hz.

El ecualizador puede funcionar con alimentaciones que varíen entre 5 y 18 volt (y menos 5 y 18volt) que corresponden a las tensiones mínimas y máximas del amplificador operacional utilizado, además la señal de entrada puede alcanzar los 2.5 volt y puede ingresar por conector polarizado o por conector hembra 3.5mm mono al igual que la salida, con la certeza de que no saturará a la salida del sistema para una tensión de alimentación de 12V (la recomendada).

El ecualizador además de tener ganancias y atenuaciones de entre 12 y 16 dB tiene poco consumo de corriente, del orden de los 15mA cuando es alimentado con una tensión externa de 12V.

Características

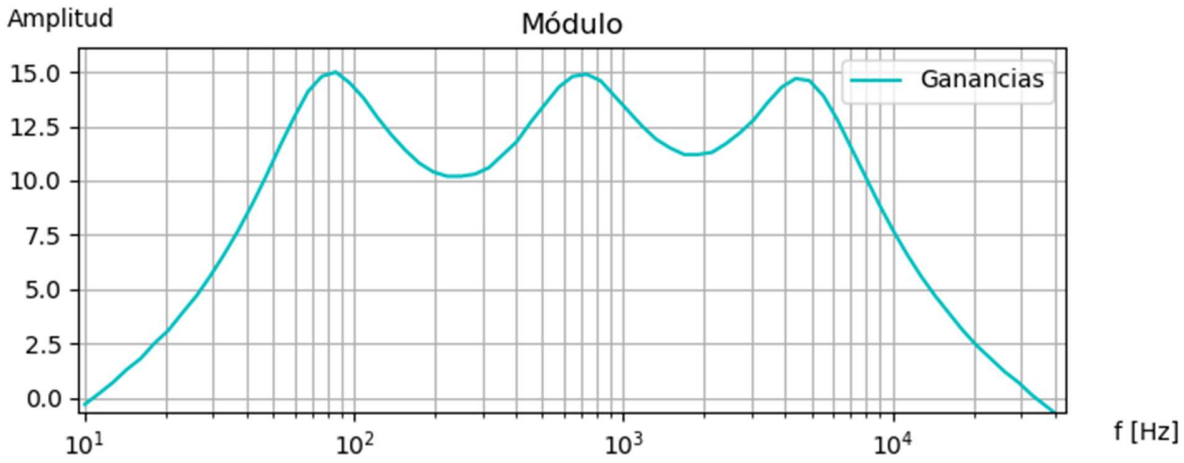
Bajo consumo de potencia
Gran rango de alimentación: 5-18 Volt
14dB de ganancia Típica
Gran margen de tensión de entrada: Vmax=2.5V
Gran impedancia de entrada
Pequeña impedancia de salida
Posibilidad de funcionar con baterias 9v
Bajo Ripple (máximo de 5dB)

Aplicaciones típicas

Stereo portatil
Estéreo para autos
Ecualizador de uso general
Preamplificación y filtrado

Valores Máximos Permitidos

Voltage de alimentación	±5 a ±18
Temperatura de operación	–20 a 70 °C



Ecualizador de 3 Bandas

Data Sheet

EQG2

Electrical Characteristics _____

(VDD = +5.0V, T = 25ºC)

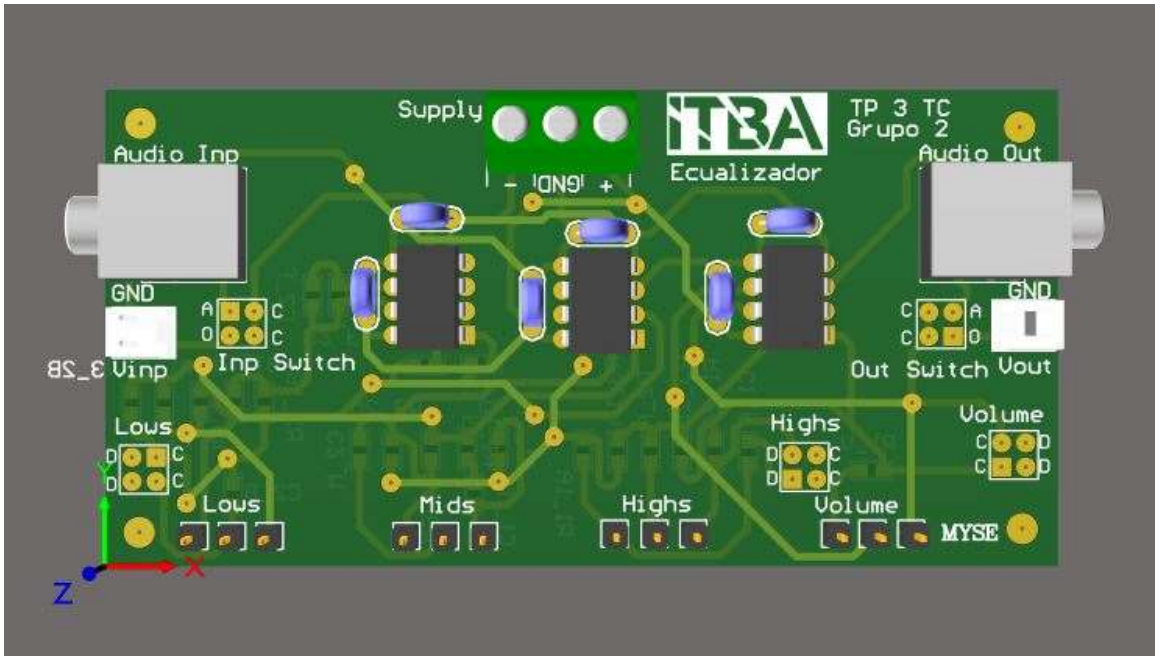
PARAMETRO	SIMBOLO	CONDITIONES	MIN	TYP	MAX	UNIDAD
Especificaciones de DC						
Tensión de alimentación	VDD		5	12	18	V
Corriente consumida	IDD		10	15	20	mA
Output Impedance	ZO			60		ohms
Especificaciones de AC						
Voltage de Entrada	Vinp		-	1	2.5	V
Ganancia	AV	Vin = 200 mVpp, fin = 5 kHz	12	14	16	dB
Q	Q	Vin = 0.3Vpp, fin = 1 kHz	5.5	6.0	6.5	
Output Impedance	ZO				60	ohms
Input Impedance	ZIN		1			Mohm

Ecualizador de 3 Bandas

Data Sheet

EQG2

Pin Description

1. Audio inp — Entrada de audio mono standard
2. Supply — Bornera de alimentación
3. Audio out — Salida de audio mono standard
4. Vinp — Entrada para mediciones de control
5. Vout — Salida para mediciones de control
6. Inp switch — permite cambiar la entrada a-c para audio o-c para control con osciloscopio
7. Out switch — permite cambiar la salida a-c para audio o-c para control con osciloscopio
8. Lows — Permite modificar el filtro de bajos para convertirlo a pasa altos (si esta en c-c)
9. Highs — Permite modificar el filtro de altos para convertirlo a pasa bajos (si esta en c-c)
10. Volume — Permite medir el sistema sin contemplar el control de volumen del mismo.
11. Lows — salida para el potenciómetro controlador de bajos
12. Mids — salida para el potenciómetro controlador de medios
13. Highs — salida para el potenciómetro controlador de altos
14. Volume — salida para el potenciómetro controlador de volumen

Imagen