



# Grafos: orden topológico

AED II

2020

# orden topológico de un grafo

Es un sistema de ordenación de un grafo dirigido acíclico  $G = (V, A)$  que consiste en organizar de forma lineal (ascendente o descendente) todos los vértices del grafo, de forma que si  $G$  contiene un arco  $(u, v)$ , entonces  $u$  aparece antes de  $v$  en el ordenamiento

Un ordenamiento topológico de un grafo puede verse como un ordenamiento de sus vértices a lo largo de una línea horizontal tal que todos los arcos directos van desde la izquierda a la derecha.

Un ordenamiento topológico puede no ser único.

# orden topológico: aplicación

La **aplicación** más típica del orden topológico es en **programación de tareas**. Cuando tenemos una secuencia de tareas, en la que algunas de ellas deben ser completadas antes que otras.

Estas tareas se puede representar mediante un grafo dirigido acíclico

El orden topológico nos proporciona una secuencia en el que estas tareas pueden ser ejecutadas cumpliendo con las restricciones

# algoritmo de Kahn

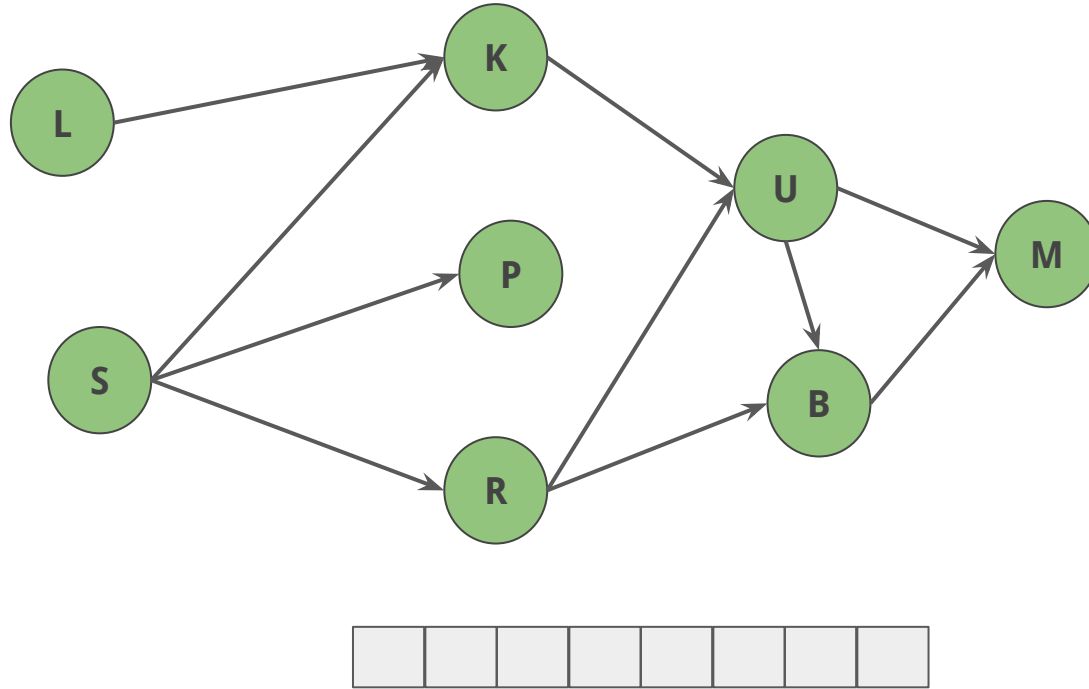
El algoritmo de Kahn (1962) se basa en el siguiente postulado

**En un grafo acíclico dirigido (DAG) hay por lo menos un vértice de grado 0 y por lo menos un vértice que no tiene grado 0**

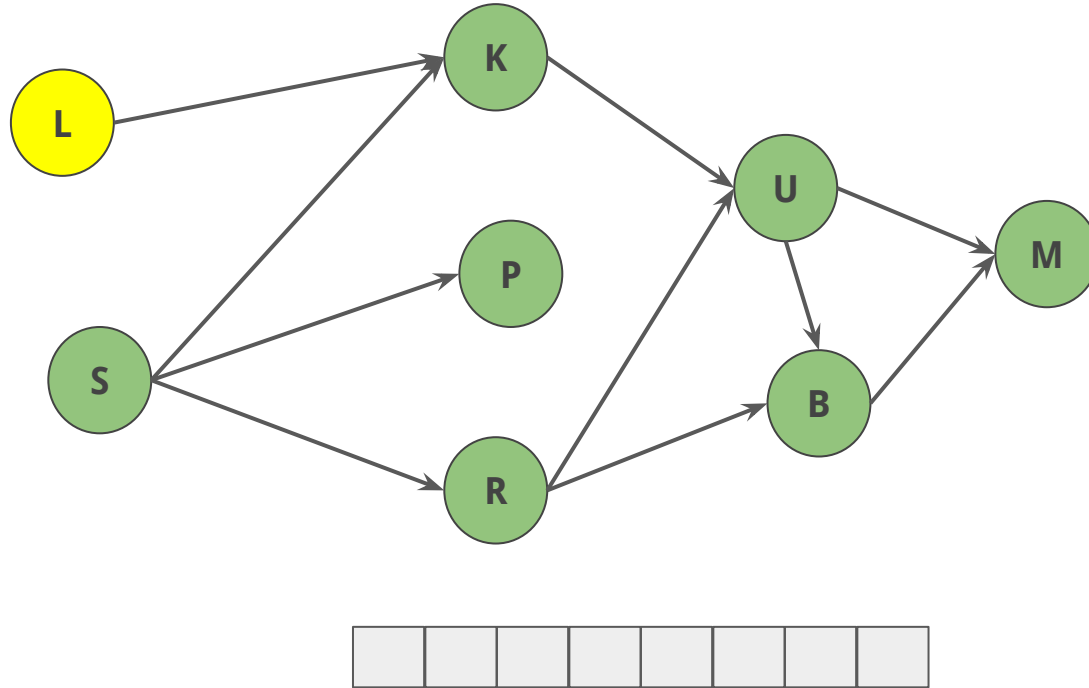
# algoritmo de Kahn

- Buscar un vértice  $V$  que no contenga predecesores
- Este vértice  $V$  pasa a formar parte de la secuencia ordenada  $T$
- Se elimina el vértice  $V$  del grafo original y con el vértice todas las aristas que salen de  $V$ . Esto hace que los vértices adyacentes a  $V$  ahora no tengan predecesores
- Se repite el proceso para próximo vértice  $W$  que no contenga arcos de entrada

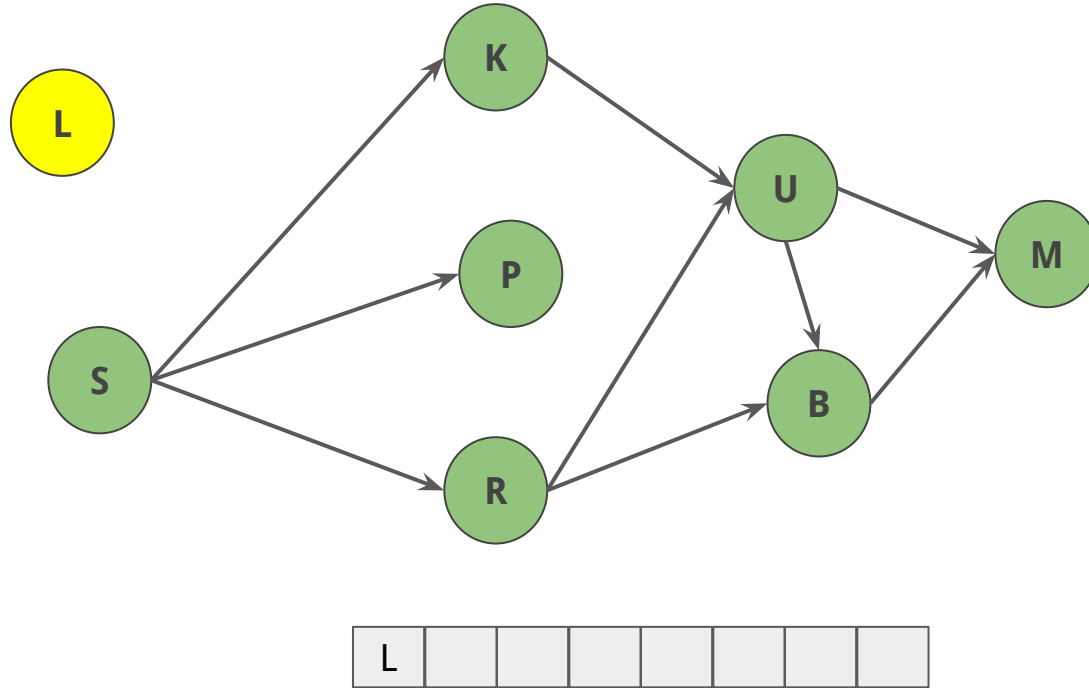
# orden topológico



# orden topológico

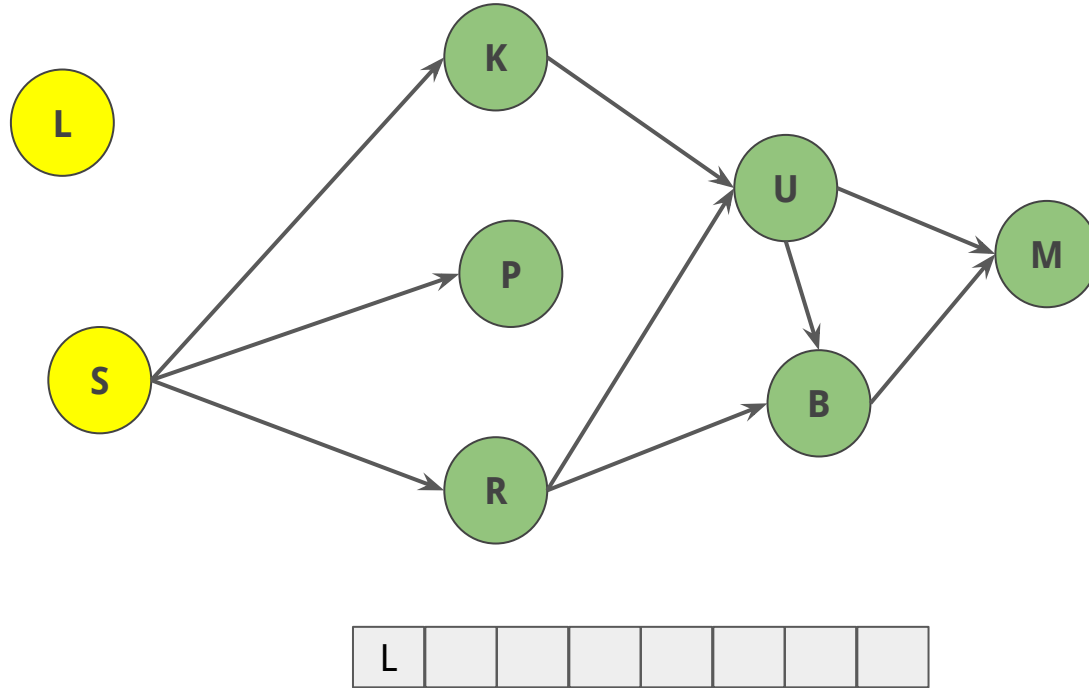


# orden topológico

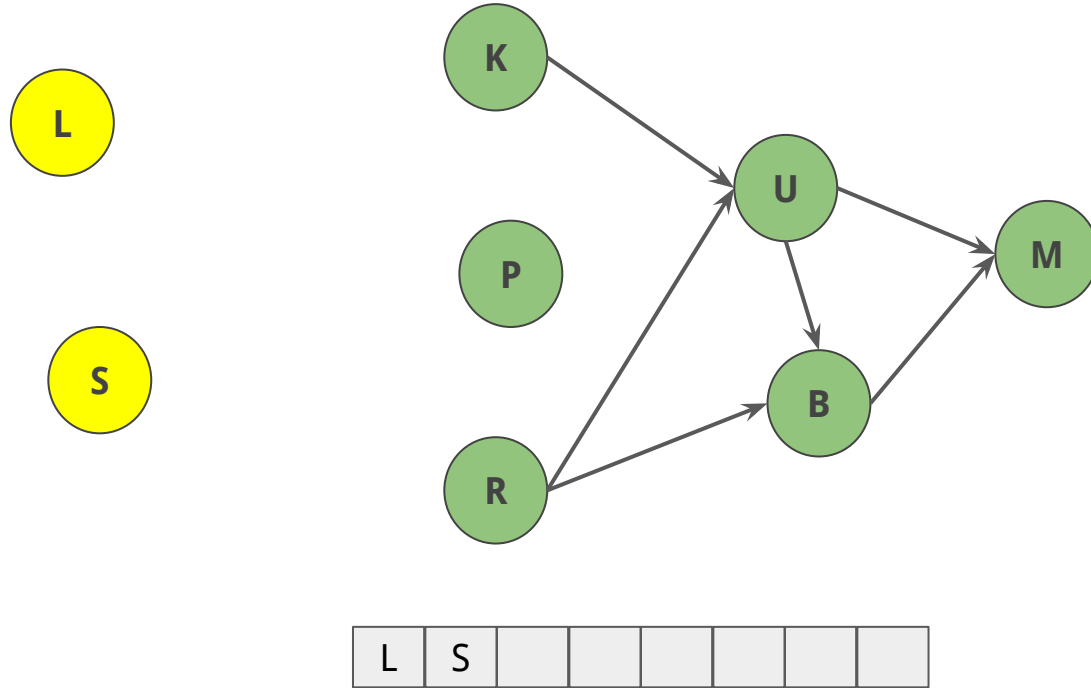




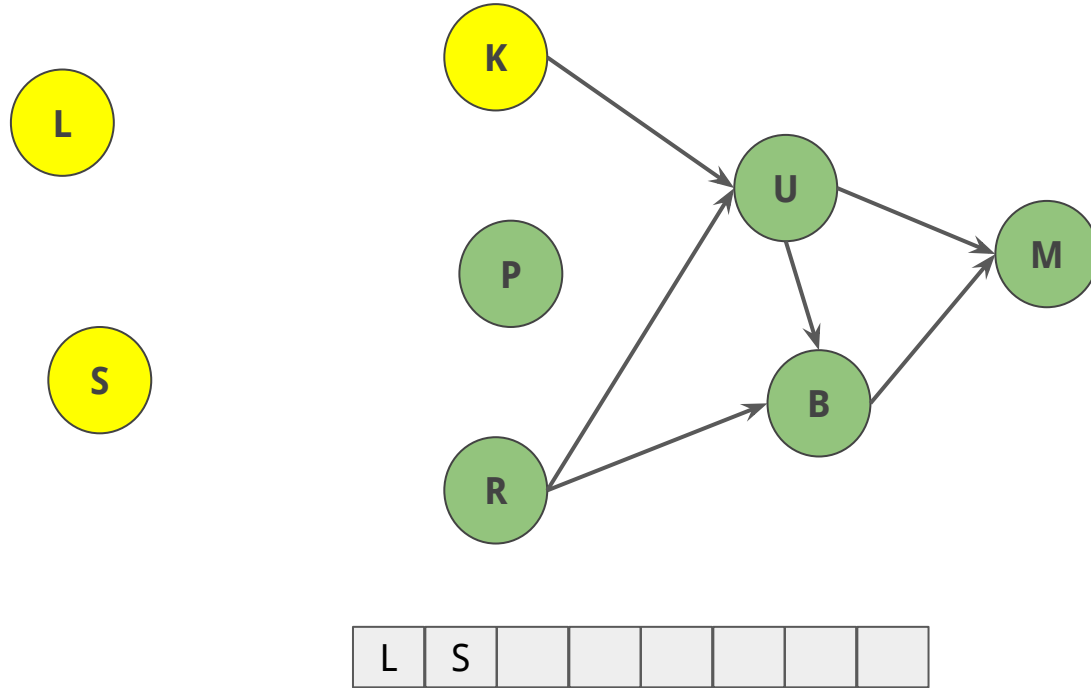
# orden topológico



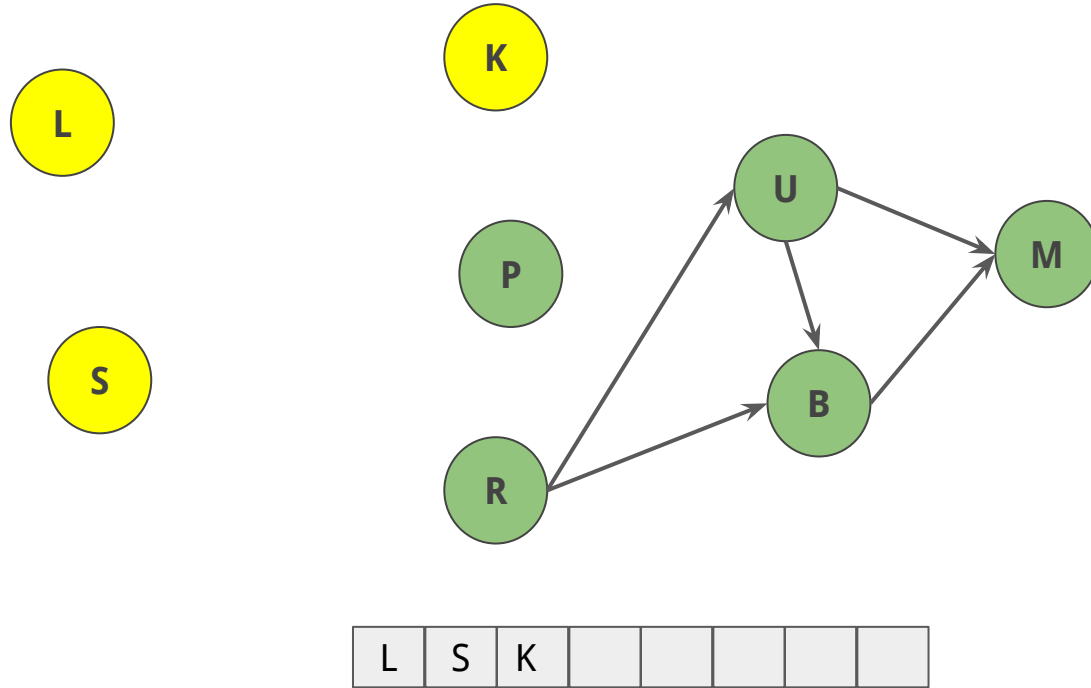
# orden topológico



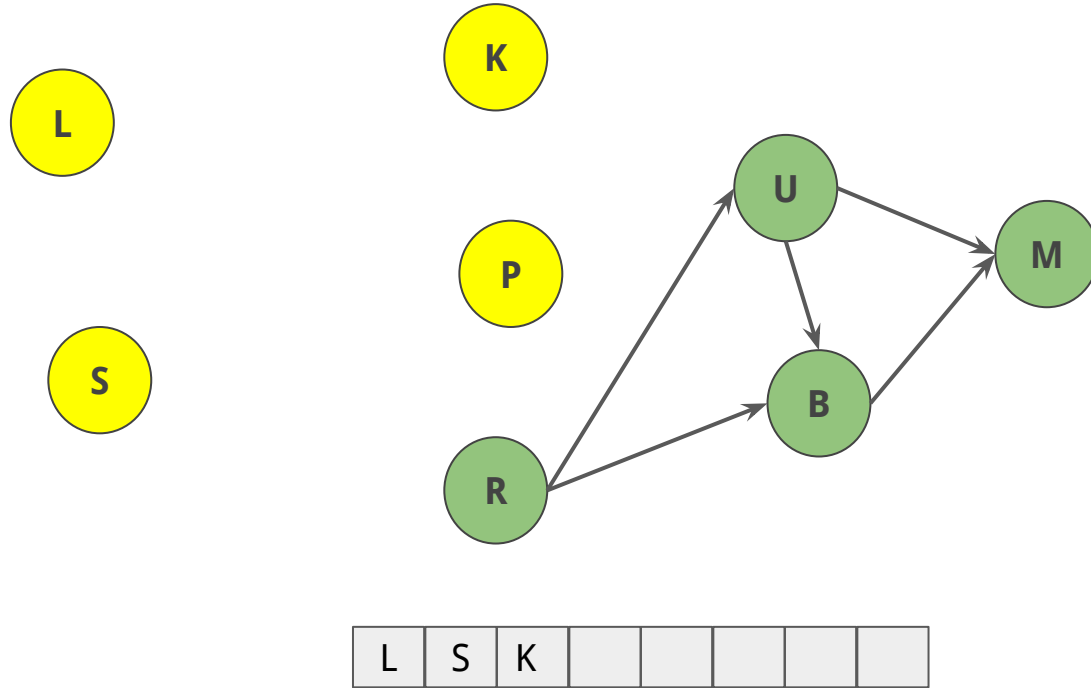
# orden topológico



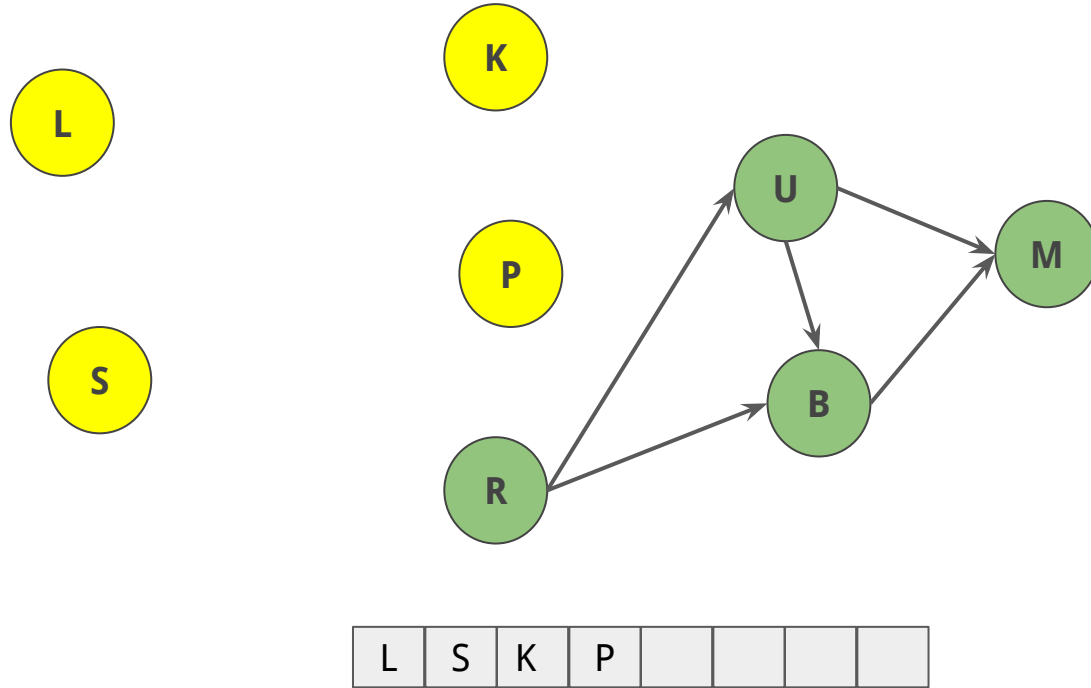
# orden topológico



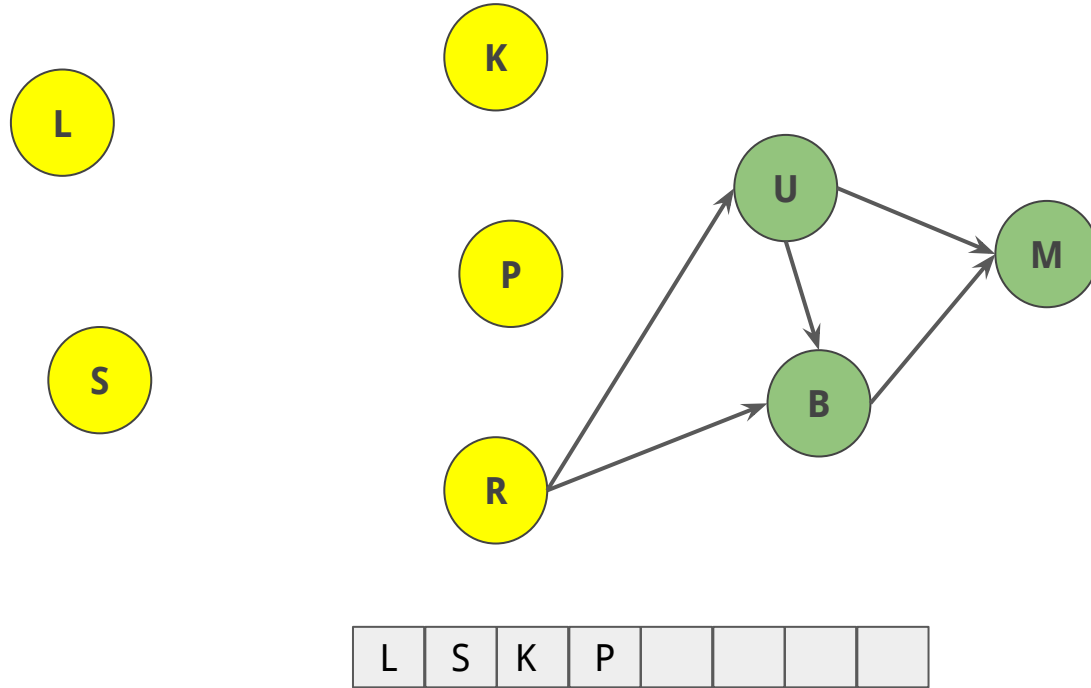
# orden topológico



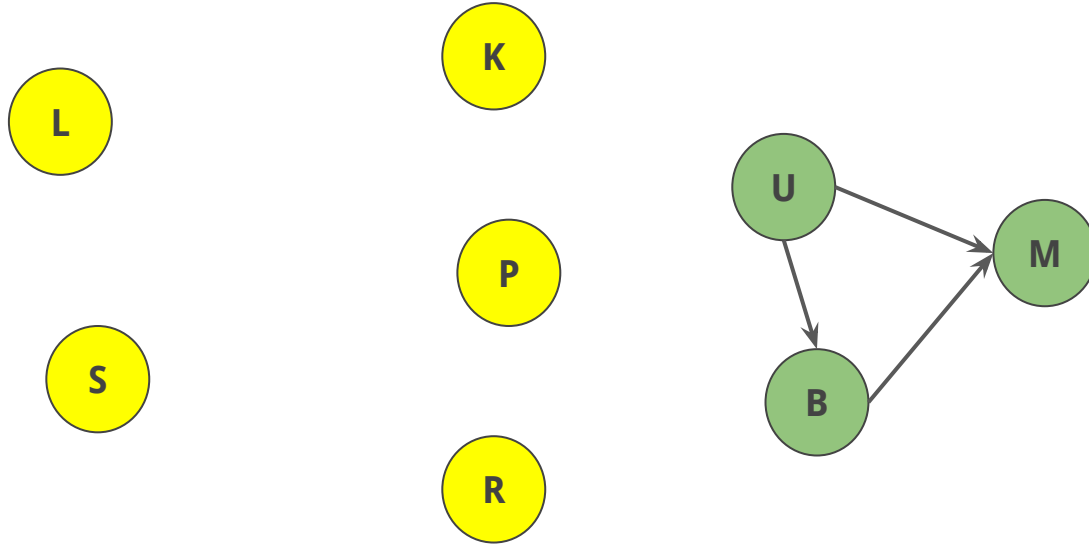
# orden topológico



# orden topológico



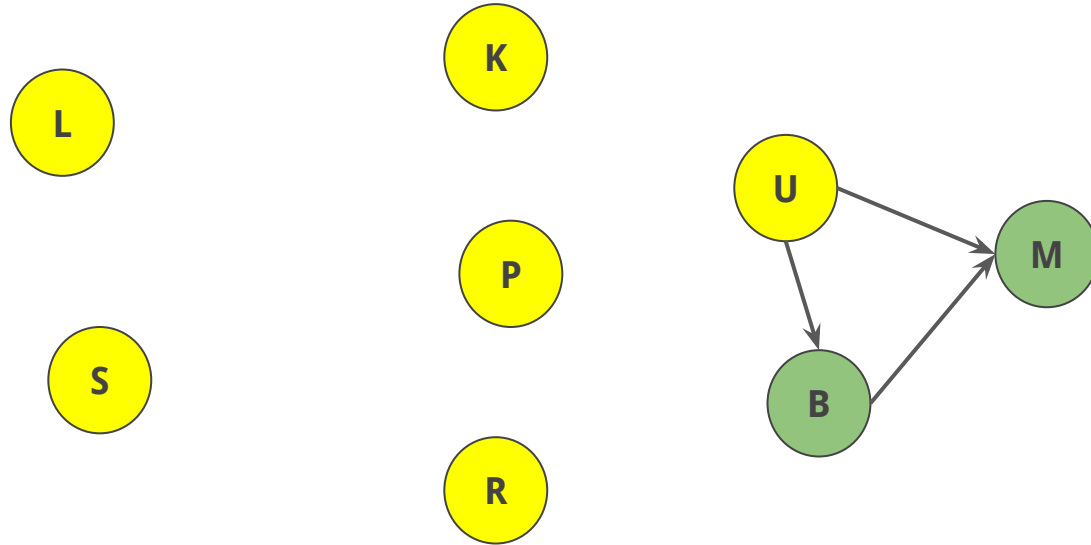
# orden topológico



L	S	K	P	R			
---	---	---	---	---	--	--	--

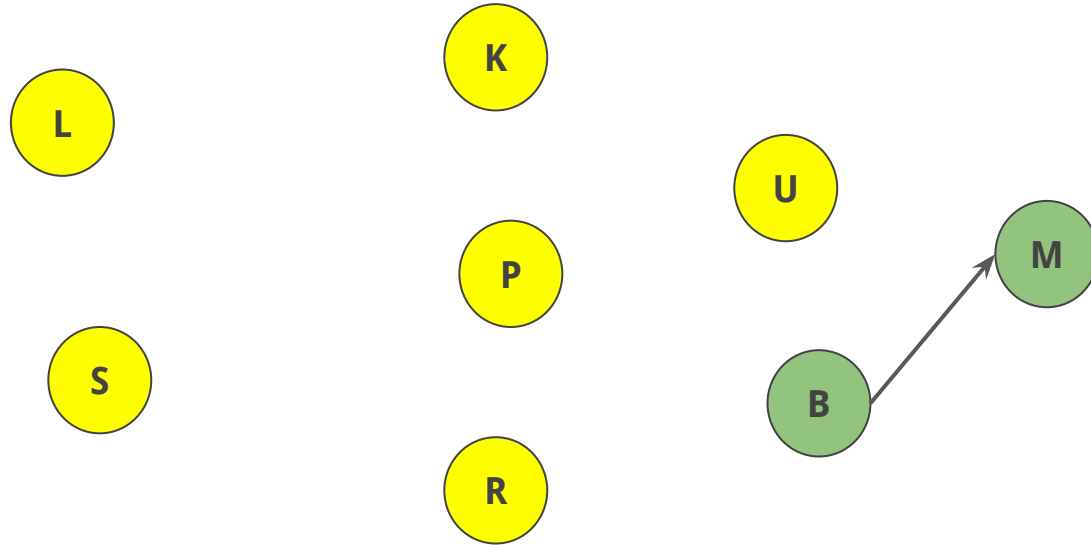


# orden topológico



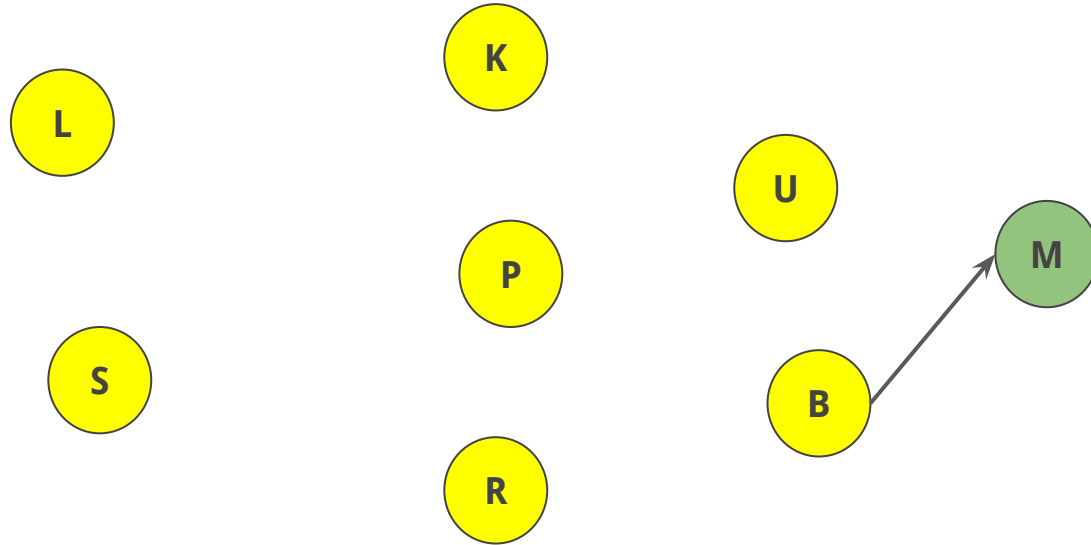
L	S	K	P	R			
---	---	---	---	---	--	--	--

# orden topológico



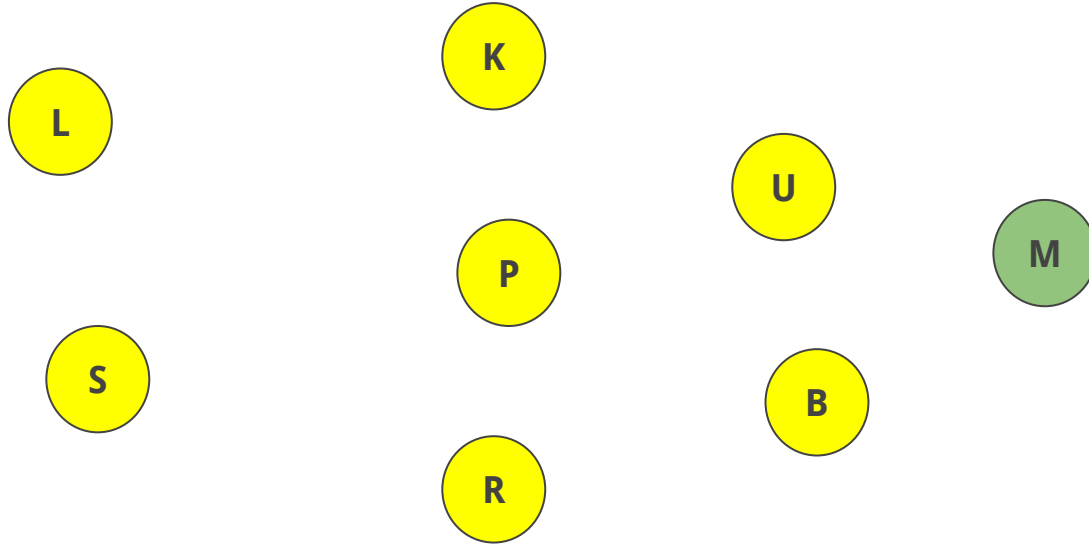
L	S	K	P	R	U		
---	---	---	---	---	---	--	--

# orden topológico



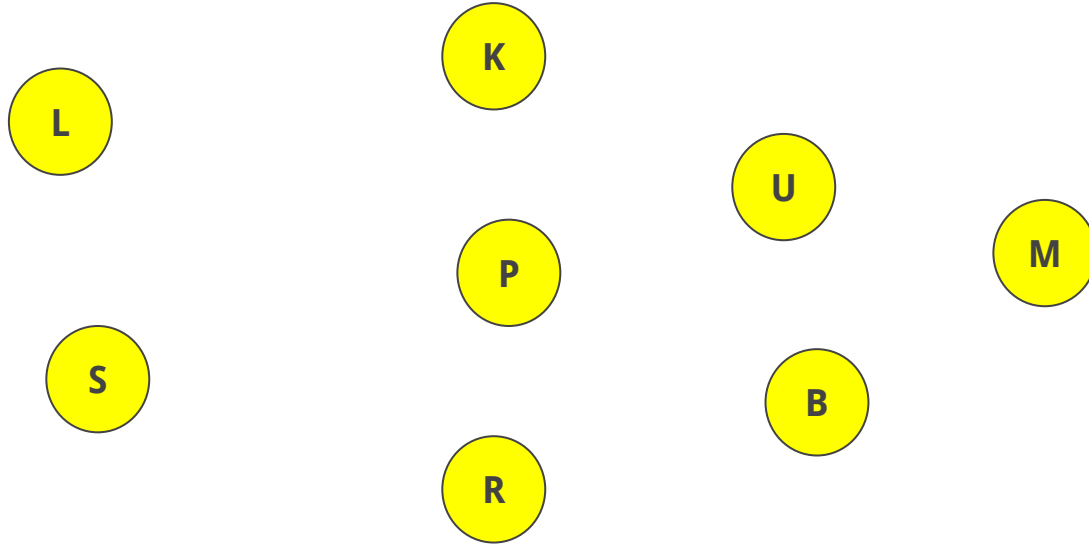
L	S	K	P	R	U		
---	---	---	---	---	---	--	--

# orden topológico



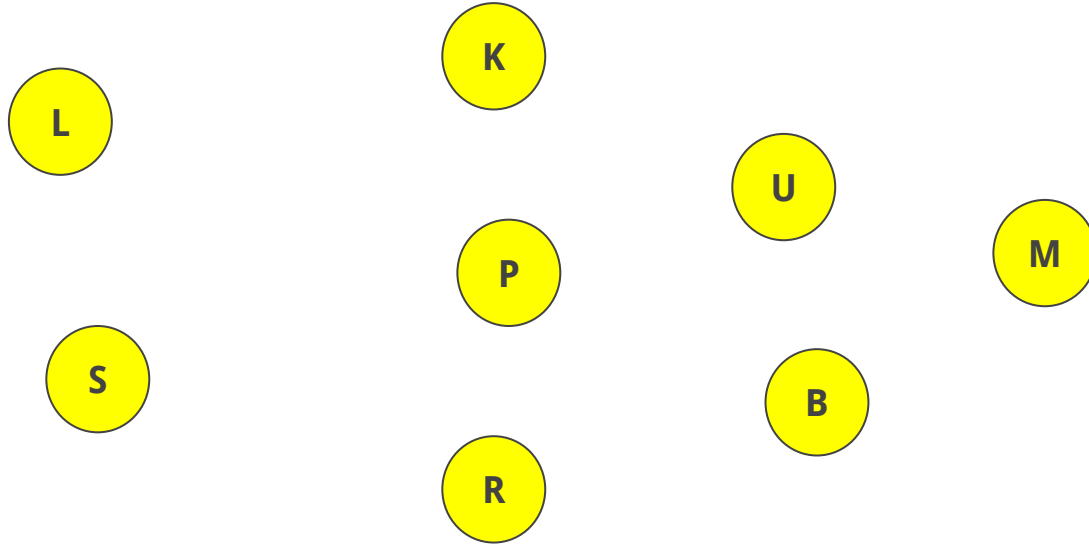
L	S	K	P	R	U	B	
---	---	---	---	---	---	---	--

# orden topológico



L	S	K	P	R	U	B	
---	---	---	---	---	---	---	--

# orden topológico



L	S	K	P	R	U	B	M
---	---	---	---	---	---	---	---

# orden topológico: algoritmo de Kahn

1. Calcular el grado (cantidad de aristas incidentes) para cada vértice del grafo e inicializar el contador de vértices visitados a 0
2. Meter en una cola todos los vértices de grado 0
3. Desencolar un vértice  $u$  y:
  - a. Incrementar el contador de nodos visitados en 1
  - b. Decrementar en 1 el grado de todos los vértices adyacentes al vértice  $u$
  - c. Si al decrementar algún vértice tiene grado 0, añadirlo a la cola.
4. Repetir el paso 3 hasta que la cola esté vacía
5. Si el contador de vértices visitados es distinto de la cantidad de vértices, no es posible el orden topológico ya que este presenta ciclos



## Ejercicio 1.13.

Implementá una función que muestre un orden topológico de un grafo dirigido acíclico partiendo de su representación en lista de adyacencia. Utilizá el **algoritmo de Kahn**





## Ejercicio 1.14.

Implementá una función que muestre un orden topológico de un grafo dirigido acíclico partiendo de su representación en matriz de adyacencia. Utilizá **una variación del recorrido en profundidad (DFS)**



## Ejercicio 1.15.

Implementá una función que muestre un orden topológico de un grafo dirigido acíclico partiendo de su representación en matriz de adyacencia

# orden topológico: análisis de complejidad

- Hallar un orden topológico partiendo de la representación con **listas de adyacencia** tiene una complejidad  **$O(V+A)$**
- Si se utiliza **matriz de adyacencia** tiene una complejidad  **$O(V^2)$**