

Primjer korištenja potpuno povezanih slojeva i ReLU funkcije za klasifikaciju znamenki

1 Uvod

U ovom primjeru koristimo potpuno povezane slojeve i ReLU aktivacijsku funkciju kako bismo klasificirali znamenke kao parne ili neparne. Cilj je prikazati jednostavan model duboke neuronske mreže koja uzima ulazni vektor (binarna reprezentacija znamenke), prolazi kroz dva potpuno povezana sloja te na kraju klasificira znamenku kao parnu ili neparnu.

2 Postavke

- Ulazni podaci su binarna reprezentacija znamenki 0 do 9. Svaka znamenka je predstavljena s 4 bita:

$$\text{Ulazni vektor} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]$$

gdje $x_i \in \{0, 1\}$ označava binarne vrijednosti koje predstavljaju znamenku.

- Cilj je klasificirati znamenku kao parnu ili neparnu.
- Mreža ima dva potpuno povezana sloja s ReLU aktivacijom i jedan izlazni sloj sa softmax aktivacijskom funkcijom.

3 Struktura mreže

Neuronska mreža se sastoji od:

- **Ulazni sloj:** 4-dimenzionalni vektor
- **Skriveni sloj:** 4-dimenzionalni vektor s ReLU aktivacijom
- **Izlazni sloj:** 2-dimenzionalni vektor s softmax funkcijom

4 Primjer prolaza kroz mrežu

Pretpostavimo da želimo klasificirati znamenku 7, koja u binarnom obliku izgleda ovako:

$$\text{Znamenka 7} = [0 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$$

4.1 Skriveni sloj

Težine W_1 skrivenog sloja i pomaci b_1 su zadani kao:

$$W_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & -0.3 & 0.5 & 0.1 \\ -0.1 & 0.4 & -0.6 & 0.3 \\ 0.3 & -0.2 & 0.7 & -0.5 \\ 0.1 & 0.5 & -0.1 & 0.4 \end{bmatrix}, \quad b_1 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.2 \\ -0.1 \\ 0.3 \end{bmatrix}$$

Izlaz skrivenog sloja h_1 je:

$$h_1 = \text{ReLU}(W_1 \cdot x + b_1)$$

$$W_1 \cdot x = \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.2 \\ -0.2 \\ 1.1 \end{bmatrix}, \quad W_1 \cdot x + b_1 = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.4 \\ -0.3 \\ 1.4 \end{bmatrix}$$

Primjenom ReLU funkcije:

$$h_1 = \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.4 \\ 0 \\ 1.4 \end{bmatrix}$$

4.2 Izlazni sloj

Težine W_2 izlaznog sloja i pomaci b_2 su zadani kao:

$$W_2 = \begin{bmatrix} 0.3 & -0.4 & 0.5 & -0.2 \\ 0.2 & 0.6 & -0.1 & 0.3 \end{bmatrix}, \quad b_2 = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.1 \end{bmatrix}$$

Izlazni vektor o je:

$$o = W_2 \cdot h_1 + b_2 = \begin{bmatrix} 0.29 \\ 0.53 \end{bmatrix}$$

Nakon primjene softmax funkcije:

$$\text{Softmax}(o) = \begin{bmatrix} 0.42 \\ 0.58 \end{bmatrix}$$

Izlazna vjerojatnost je veća za neparnu klasu, stoga je znamenka 7 ispravno klasificirana kao neparna.