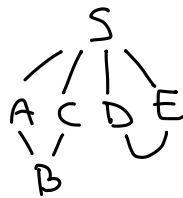
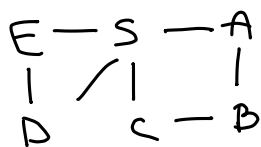


4. Poti v grafih

4.1. Razdalje



← razdalja 1 od S
← razdalja 2 od S

$d_G(u, v)$ je dolžina najkrajše poti med u in v v G .
↑
razdalja

4.2. Iskanje v širino

vhod graf G , $s \in V$

izhod $d_G(s, u)$ za vse $u \in V$

def $\text{razdalje}(G, s)$:

za vsak $v \in V$:

$\text{razdalja}_s[v] = \infty$

$\text{razdalja}_s[s] = 0$

$Q = [s]$

(*) dokler Q ni prazna:

$u = \text{odstraniPrvega}[Q]$

za vsak $(u, v) \in E$:

če $\text{razdalja}_s[v] = \infty$:

vstavi (Q, v)

$\text{razdalja}_s[v] = \text{razdalja}_s[u] + 1$

① Za vsak $d \geq 0$ obstaja korak v zanki, da velja

a) v Q so natanko vozlišča na razdalji d

b) $\text{razdalja}_s[v] = \begin{cases} d_G(s, v) & \text{če je } d_G(s, v) \leq d \\ \infty & \text{sicer} \end{cases}$

z indukcijo na d .

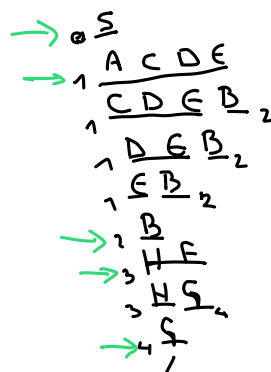
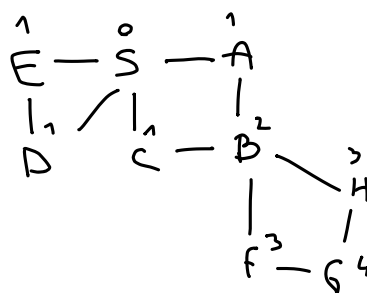
$d = 0$) To velja na točki (*)

$d \mapsto d+1$)

Torej obstaja točka, ko je $Q = [v_1, \dots, v_k]$ sestavljena natanko iz vozlišč na razdalji d .

V naslednjih k korakih bomo odstranili v_i in dodali vse njegove sosede u , za katere velja $d(s, u) = d+1$.

Zakaj: če je $d(s, u) < d+1$, je $\text{razdalja}_s[u] \neq \infty$, zato



u ne dodamo. Če je $d(s, u) > d+1$, potem pa velja $d(s, v_i) > d \rightarrow \text{ne}$
 Zakaj tako dodamo vsa vozlišča, za katera je $d(s, u) = d+1$?
 Če velja $d(s, u) = d+1$, obstaja pot $s \dots v - u$,
 kjer je $d(s, v) = d$, zato je $v \in Q$ in bomo obiskali u .

Ker velja $d(s, u) = d(s, v) + 1 = \text{razdalja}_s[v] + 1$,
 je tudi $\text{razdalja}_s[u]$ pravilno nastavljena.

Po k korakih so v Q torej natanko vsa vozlišča na razdalji $d+1$ in veljata pogoja a & b. ✓

② $O(|V| + |E|)$

③ Hitreje se ne da, ker potrebujemo toliko časa, da preberemo graf.



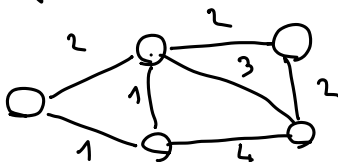
Zuse
 *1910 Berlin, Nemčija
 †1995 Hünfeld, Nemčija



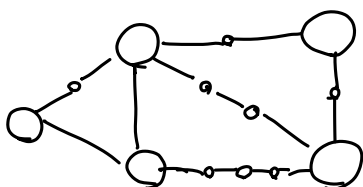
Moore
 †1925 Baltimore, MD, ZDA
 †2003 Madison, WI, ZDA

4.3. Razdalje na uteženih grafih

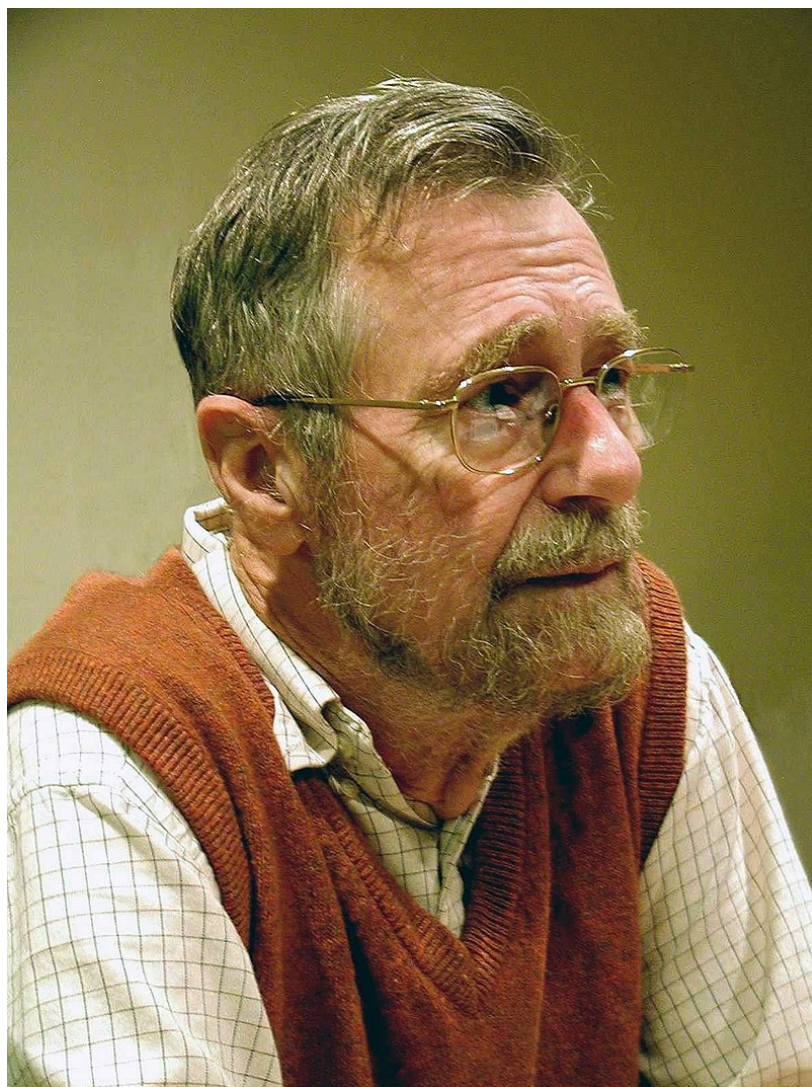
Na povezave obesimo uteži, ki predstavljajo razdaljo, ceno, trajanje potovanja čez povezavo. Kako bi našli najcenejšo pot v tem primeru?



Če imamo uteži iz \mathbb{N} , lahko graf pretvorimo v neutežene.



Videti je potrebno, zagotovo pa ne dela za cene, ki niso naravna števila.



Dijkstra

* 1930 Rotterdam, Nizozemska
† 2002 Neunen, Nizozemska