



UNIVERSIDADE DE AVEIRO
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

Cálculo I C

2023/2024

Avaliação Discreta

Teste 2 - modelo

Duração: 2h00

Nº mec. _____ Nome _____

Comece por escrever o seu número e nome nas quatro folhas do enunciado. Cada folha contém uma questão, a que deve responder na própria folha (frente e verso), justificando claramente a sua resposta. Pode consultar apenas o seu formulário e não pode utilizar qualquer equipamento eletrónico. Boa sorte!

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

1. [Aplicações do integral; cálculo de áreas.]

Considere as regiões

$$D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1 \wedge -x \leq y \leq 1 - x^2\} \text{ e}$$

$$D_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 1 \wedge y \geq x^2 - 1 \wedge x \geq 0\}.$$

- (a) Esboce a região D_1 e determine a sua área.
- (b) Esboce a região D_2 e determine a sua área.
- (c) Esboce a região $D = D_1 \cup D_2$ e determine a sua área.

Nº mec. _____ Nome: _____

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

2. [Integrais impróprios e transformadas de Laplace.]

Estude a natureza dos seguintes integrais impróprios, indicando, em caso de convergência, se a convergência é simples ou absoluta.

(a) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(x+2)^2-1} dx.$

(b) $\int_{-\infty}^{+\infty} \sin(x) dx.$

(c) $\int_0^{+\infty} t^n e^{-t} dt$ com $n \in \mathbb{N}.$

Nº mec. _____ Nome: _____

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

3. [Equações diferenciais de ordem 1: variáveis separáveis, lineares, de Bernoulli e homogêneas.]

Resolva os seguintes problemas:

- (a) Determine uma função derivável f que satisfaz $f(x)f'(x) = -x$ e $f(0) = 1$, indicando o seu domínio.
- (b) Determine uma solução da equação $y' + \frac{2}{x}y = \frac{1}{x^2}$ que satisfaz a condição $y(1) = 2$.
- (c) Determine uma família de soluções da equação $y' - \frac{x}{x^2 + y^2}y = 0$.

Nº mec. _____ Nome: _____

Nº de folhas de continuação desta questão (0 se não usou nenhuma): _____

4. [Equações lineares de ordem superior a 1: polinómio característico, método dos coeficientes indeterminados e princípio da sobreposição.]

Considere a equação diferencial linear completa de coeficientes constantes

$$y^{(iv)} - 2y''' + 5y'' - 8y' + 4y = 10e^x + 4$$

- (a) Sabendo que $r = 1$ é raiz do polinómio característico de multiplicidade 2, determine a solução geral da equação homogénea associada.
- (b) Descreva o procedimento para obter uma solução particular da equação completa utilizando o método dos coeficientes indeterminados.
- (c) Sabendo que $y = x^2e^x$ verifica $y^{(iv)} - 2y''' + 5y'' - 8y' + 4y = 10e^x$, diga qual é a solução geral da equação completa.

