Método de Resolução na LPO – Exemplo (mostrando a necessidade de renomear variáveis nas cláusulas):

Provar que $\varphi_1, \varphi_2 \models \psi$, com

$$\varphi_1 \equiv \forall x \left((P(x) \vee Q(x)) \longrightarrow \exists y\, R(y) \right)$$

$\varphi_2 \equiv P(A) \vee Q(B)$, com A e B constantes

$$\psi \equiv \exists z\, \exists w \left(R(z) \vee R(w) \right)$$

Usar o princípio da resolução para mostrar que $\varphi_1, \varphi_2 \models \psi$ é verdadeira:

Obter FNS de $\varphi_1, \varphi_2, \neg\psi$,

$$\varphi_1 \equiv \forall x \left((P(x) \vee Q(x)) \longrightarrow R(\overbrace{f(x)}^{\text{função de skolem}}) \right)$$

$$\overset{(1)}{\equiv} \forall x \left(\neg (P(x) \vee Q(x)) \vee R(f(x)) \right), \quad (1)\ F \to G \equiv \neg F \vee G$$

$$\overset{\text{De Morgan}}{\equiv} \forall x \left((\neg P(x) \wedge \neg Q(x)) \vee R(f(x)) \right)$$

$$\overset{\text{FNS por distrib.}}{\equiv} \forall x \left(\underbrace{(\neg P(x) \vee R(f(x)))}_{C_1} \wedge \underbrace{(\neg Q(x) \vee R(f(x)))}_{C_2} \right)$$

$$\varphi_2 \overset{\text{FNS}}{\equiv} \underbrace{P(A) \vee Q(B)}_{C_3}$$

$$\neg\psi \equiv \neg \left(\exists z\, \exists w \left(R(z) \vee R(w) \right) \right)$$

$$\overset{(2)}{\equiv} \forall z\, \forall w\, \neg \left(R(z) \vee R(w) \right), \quad (2)\ \neg(\exists s\, \varphi) \equiv \forall s\, \neg\varphi$$

$$\overset{\text{De Morgan}}{\equiv} \forall z\, \forall w \left(\underbrace{\neg R(z)}_{C_4} \wedge \underbrace{\neg R(w)}_{C_5} \right)$$

$\varphi_1, \varphi_2, \models \psi$ se e só se $S = \{C_1, C_2, C_3, C_4, C_5\}$ é inconsistente;

<u>Renomear variáveis</u>: em C_2 usa-se u, em vez de x já usada em C_1

$$S = \{\neg P(x) \vee R(f(x)),\ \neg Q(u) \vee R(f(u)),\ P(A) \vee Q(B),\ \neg R(z),\ \neg R(w)\}$$

Usando resolução mostrar que S é inconsistente:

$C_1\sigma_1 : \neg P(A) \vee R(f(A))$, $\boxed{\sigma_1 = \{A/x\}}$ umg de $\{P(x), P(A)\}$

$C_3 : P(A) \vee Q(B)$

$C_6 : R(f(A)) \vee Q(B)$, $Res(C_1\sigma_1, C_3)$

$C_2\sigma_2 : R(f(B)) \vee \neg Q(B)$ $\boxed{\sigma_2 = \{B/u\}}$ umg de $\{Q(B), Q(u)\}$

$C_7 : R(f(A)) \vee R(f(B))$, $Res(C_6, C_2\sigma_2)$

$C_4\sigma_3 : \neg R(f(A))$

$C_8 : R(f(B))$, $Res(C_7, C_4\sigma_3)$

$\sigma_3 = \{f(A)/z\}$ umg de $\{R(f(A)), R(z)\}$

$C_5\sigma_4 : \neg R(f(B))$

$\perp$ $Res(C_8, C_5\sigma_4)$,

$\sigma_4 = \{f(B)/w\}$. umg de $\{R(f(B)), R(w)\}$

Donde, S é inconsistente, logo, $\varphi_1, \varphi_2 \models \psi$ é verdadeira, ou seja, ψ é consequência lógica de φ_1 e φ_2.