Universidade de Aveiro, Departamento de Matemática
Cálculo I

1. (a) f é integrável em $[0,4]$;
   (b) f não é integrável em $\left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$;
   (c) f é integrável em $[-2,1]$.
2. (a) Resolvido
   (b) $F'(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$
   (c) $F'(x) = -e^{-x^2}$
   (d) $F'(x) = \sin x^2 + e^{-x^2}$
   (e) $F'(x) = 3x^2 \int_1^x e^{-s^2}\, ds + x^3 e^{-x^2}$
   (f) $F'(x) = -2x \sin x^4 + 3e^{3x} \sin(1+e^{3x})^2$
   (g) $F'(x) = -\cos x^4$
   (h) $F'(x) = 3x^2 \ln(x^6+1) + \operatorname{sen} x \ln(\cos^2 x + 1)$
3. $F'(x) = 2(x+1)\displaystyle\int_0^{\operatorname{sen} x} \operatorname{arcsen} t\, dt + x(x+1)^2 \cos x.$
4. $\sqrt{2}\sqrt[4]{\frac{\pi}{4}}$
5. $F''(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$.
6. (a) G é estritamente crescente em $\mathbb{R}$.
   (b) $(-1, G(-1))$
7. (a) $F'(x) = (1+e^{x^4})2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$
   (b) F é estritamente decrescente em $\mathbb{R}^-$ e F é estritamente crescente em $\mathbb{R}^+$.
   $F(0) = \int_1^0 (1+e^{t^2})dt$ é mínimo local de F.
8. (a) $F'(x) = (4+\operatorname{sen}(x^2))2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$
   (b) F é estritamente decrescente em $\mathbb{R}^-$ e F é estritamente crescente em $\mathbb{R}^+$.
   $F(0) = \int_0^0 (4+\operatorname{sen} t)dt = 0$ é mínimo local de F.
9. 1
10. -1
11. —
12. 1
13. (a) Resolvido
   (b) $-\frac{19}{9} - \frac{4}{3}\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$
   (c) $\frac{1}{3e^3} - \frac{1}{3e^4}$
   (d) $\frac{2}{7}(27\sqrt{3} - 1)$
   (e) $\frac{\pi}{4}$
   (f) 1

(g) $\frac{3-\sqrt{3}}{3}$

(h) $\frac{\pi}{6}$

(i) $-\frac{2}{3}$

(j) $\ln 2$

(k) $\ln 2$

(l) 2

(m) $-\frac{9}{28}$

(n) $\frac{1}{2}$

(o) $\frac{1}{3}(2\sqrt{2}-1)$

(p) $\frac{1}{2}\left(\operatorname{arctg}(\frac{3}{2})-\frac{\pi}{4}\right)$

14. (a) $\frac{\ln 3}{4}$
    (b) $\frac{\pi}{8}$
    (c) $\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$
    (d) $\frac{e^2+1}{4}$
    (e) $e-2$

15. (a) $2+\ln 2$
    (b) $\frac{\pi}{2}+\ln 2$
    (c) $\frac{1}{2}\ln 5$
    (d) $-\pi-3$

16. Resolvido

17. $\frac{3\ln 3}{2}$

18. $e^2+1-2\ln\frac{1+e^2}{2}$

19. $\frac{1}{2}$

20. Resolvido

21. $\frac{1}{6}$

22. $1-\frac{5}{4e}$

23. $\frac{1}{3}+\ln 2$

24. $\frac{-4\pi+8+\pi^2}{8}$

25. $\int_{-\pi}^{-3\pi/4}(\operatorname{sen} x-\cos x)\,dx+\int_{-3\pi/4}^{\pi/4}(\cos x-\operatorname{sen} x)\,dx+\int_{\pi/4}^{\pi}(\operatorname{sen} x-\cos x)\,dx$

26. (a) —
    (b) $\frac{37}{6}$

27. $\frac{\pi^2}{72}$

28. (a) $\frac{4\pi}{3}$
    (b) $\frac{4}{3}+2\pi$

29. h é integrável em $[-1,4]$ porque h é limitada em $[-1,4]$ e descontínua apenas num ponto de $[-1,4]$ (em $x=2$).

30. (a) $F'(x) = 3x^5 e^{\operatorname{sen}(x^3)}$.
    (b) 0.

31. (a) $-\frac{1}{\sqrt{1+x^2}} + C, \quad C \in \mathbb{R}$.
    (b) $\frac{3\sqrt{2}-2}{2\sqrt{2}}$.

32. —

33. —

34. (a) —— (Sugestão: Usar o Teorema Fundamental do Cálculo Integral)
    (b) $\frac{1}{2}$ (Sugestão: Usar a Regra de Cauchy e a alínea anterior)

35. $\frac{\pi^2}{8}$

36. (a) $F'(x) = -\dfrac{x^2}{e^{\operatorname{arcsen} x} + 1} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (Sugestão: Usar o Teorema Fundamental do Cálculo Integral)
    (b) F é estritamente decrescente em $[-1,1]$.
    $x=-1$ é maximizante global de F.
    $x=1$ é minimizante global de F.