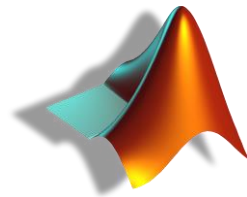




آموزش نرم افزار MATLAB و Simulink

تمرین سری سوم (آنالیز عملکرد توربوفن)

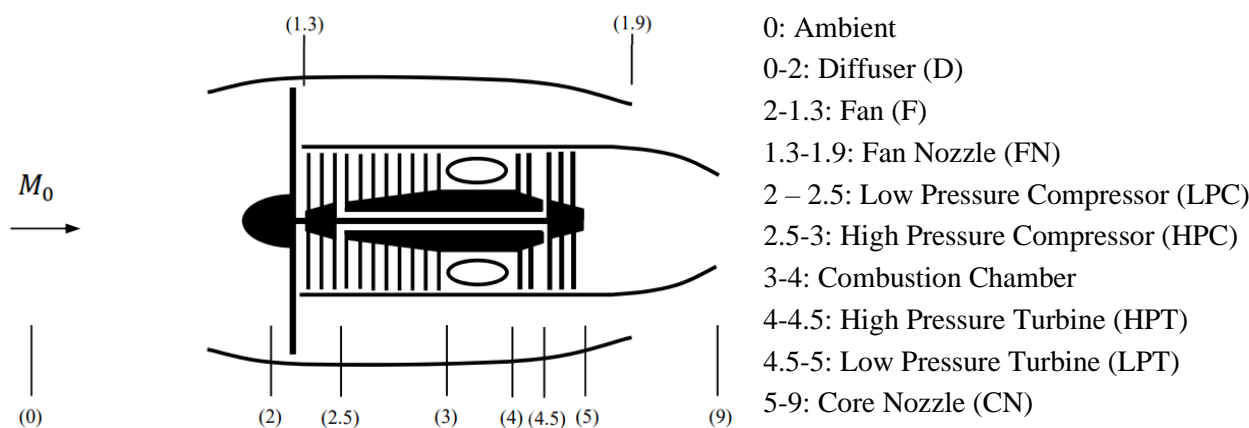
(مهلت تحویل سه شنبه ۱۳ شهریور ۱۴۰۳)



معرفی مسئله:

توربوفن یک موتور هواتنفسی است که به واسطه عبور حجم زیادی از دبی هوا، با مصرف سوخت کمتر نسبت به یک توربوجت، نیروی پیشرانیش مورد نیاز را تامین می کند. موتور توربوجت از طریق افزایش عدد ماخ پرواز می تواند نیروی پیشرانیش بیشتری تولید کند و لذا برای کاربردهای نظامی مقرون به صرفه است. توربوفن با مصرف نسبی کمتر سوخت، نویز کمتر به دلیل ماخ پروازی پایین تر و امکان پرواز مادون صوت در کاربردهای مسافربری جذاب تر است. اما قطعات متحرک و پیچیدگی یک توربوفن سبب می شود فرایند تعمیر و نگهداری آن به مراتب از یک توربوجت پیچیده تر باشد.

یک توربوفن دو محوره به شکل شماتیک ۱ مفروض است. این توربین از یک دهانه ورودی (دیفیوزر)، فن، یک مسیر کنارگذر همراه با نازل سرد، یک هسته شامل دو شفت، دو کمپرسور (فشار بالا و فشار پایین)، یک محفظه احتراق، دو توربین (فشار بالا و فشار پایین) و یک نازل گرم تشکیل شده است. هدف از این تمرین کار با توابع، انواع حلقه ها و شرطها و دستورات ترسیم گرافیکی است.



شکل ۱ - شماتیک توربوفن دو محوره و معرفی بخش های آن

فرضیات کلی حل مسئله:

۱. دمای گازهای ورودی به توربین حداکثر می تواند $T_{t4} = 1400 K$ باشد تا پره توربین آسیب نبیند.
۲. در نواحی قبل از فرایند احتراق، نسبت گرمایی ویژه گازهای سرد $\gamma_c = 1.4$ و بعد از انجام فرایند احتراق نسبت گرمایی ویژه گازهای گرم برابر $\gamma_h = 1.25$ و ثابت فرض شده است. ثابت جهانی گاز ثابت و برابر $R = 287 \frac{J}{kg.K}$ و ارزش حرارتی سوخت برابر $h_f = 43 \frac{Mj}{kg}$ ثابت فرض شود.

مراحل پیاده سازی تمرین:

۱. دیفیوزر: دیفیوزر نخستین بخش یک توربوفن است که دهانه ورودی موتور محسوب می شود و بخاطر انواع افت های لایه مرزی و چرخش جریان، اندکی افت فشار کل دارد. نسبت فشار دیفیوزر π_d حدودا ۰.۹۷ است. این فرایند معمولا بی دررو یا آدیاباتیک است و لذا در دیفیوزر افت دمای کل رخ نمی دهد ($T_{t2} = T_{t1}$). یک تابع به نام Diffuser ایجاد کنید که دو متغیر ماخ پرواز M_0 و ارتفاع پرواز altitude را از کاربر بگیرد و به کمک تابع موجود در متلب برای اتمسفر استاندارد (atmosisa) فشار و دمای استاتیک پرواز را محاسبه کند. نحوه فراخوانی

تابع اتسفر استاندارد به صورت زیر است که یک ورودی ارتفاع بر حسب متر می‌پذیرد و ۵ خروجی به ترتیب، دمای استاتیک، سرعت صوت، فشار استاتیک، چگالی استاتیک و لزجت را محاسبه می‌کند.

$$[T_0, a_0, P_0, \rho_0, \mu_0] = \text{atmosisa}(\text{altitude(in meters)})$$

سپس به کمک روابط جریان آیزنتروپیک، دمای کل و فشار کل را محاسبه و در مرحله آخر فشار کل و دمای کل نهایی دیفیوزر را محاسبه کند. خروجی تابع دیفیوزر، مقدار فشار کل P_{t2} و دمای کل T_{t2} خواهد بود.

$$T_{t1} = T_{t0} = T_0 \left(1 + \frac{\gamma_c - 1}{2} M_0^2 \right)$$

$$P_{t1} = P_{t0} = P_0 \left(1 + \frac{\gamma_c - 1}{2} M_0^2 \right)^{\frac{\gamma_c}{\gamma_c - 1}}$$

$$T_{t2} = T_{t1}$$

$$P_{t2} = \pi_d P_{t1}$$

ورودی تابع DIFFUSER نسبت فشار کل دیفیوزر π_d ، ارتفاع و ماخ پرواز است و خروجی‌های آن فشار کل P_{t2} و دمای کل T_{t2} انتهای دیفیوزر است.

۲. فن: فن با انجام کار روی جریان هوای ورودی آن را به اندازه نسبت فشار کل π_f متراکم می‌کند. در یک توربوفن نسبت فشار کل فن حدودا $\pi_d = 1.5$ است. این فرایند ایده‌آل نیست و بازده ایزنتروپیک یک فن واقعی در حدود $\eta_f = 0.90$ است. کار مورد نیاز برای به حرکت درآوردن فن \dot{W}_f نیز توسط توربین فشار پایین تامین خواهد شد. لذا یکی از خروجی‌های تابع فن، کار فن است. نسبت هوای کنار گذر به هوای هسته اصلی موتور با ضریب کنارگذر $\alpha = \dot{m}_{bypass} / \dot{m}_{core}$ مشخص می‌شود. فرض کنید در این توربوفن $\alpha = 8$ باشد. روابط مورد نیاز به شرح زیر است:

$$P_{t1.3} = \pi_f P_{t2}$$

$$\tau_f = 1 + \frac{\left(\pi_f \right)^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}} - 1}{\eta_f}$$

$$T_{t1.3} = \tau_f T_{t2}$$

$$c_{p,c} = \frac{\gamma_c R}{\gamma_c - 1}$$

$$\dot{W}_f = \alpha c_{p,c} T_{t2} (\tau_f - 1)$$

یک تابع FAN ایجاد کنید که نسبت گذردهی هوای α ، بازده فن η_f ، نسبت فشار کل π_f ، فشار کل P_{t2} و دمای کل T_{t2} است و خروجی‌های آن کار مورد نیاز فن \dot{W}_f ، فشار کل $P_{t1.3}$ و دمای کل $T_{t1.3}$ بعد از فن است. از جهت پیاده‌سازی معادلات حاکم، فن و کمپرسور شبیه به هم هستند. R و γ_c همواره برای یک فن هوای سرد هستند و می‌توان آن‌ها را به صورت ثابت درون تابع فن تعریف کرد.

۳. نازل کنارگذر: بخش قابل توجهی از نیروی پیشرانش توسط نازل همگرای فن تولید می‌شود. با توجه به اینکه فشار جریان کنارگذر چندان بالا نیست، ممکن است نازل همگرا در شرایط خفه شده/خفه نشده (choked/unchoked) قرار گیرد. لذا برای محاسبه نیروی نازل فن نیاز به چک کردن شرط خفگی است. افت فشار یک نازل چندان زیاد نیست و لذا $\pi_{fn} = 0.98$ برای محاسبه نیروی پیشرانش نیاز است که سرعت، دمای استاتیک، فشار استاتیک و فشار کل در خروجی نازل فن محاسبه شود. مقدار γ درون تابع نازل نباید تعریف شود؛ زیرا نازل فن جریان سرد از خود عبور می‌دهد و نازل هسته اصلی موتور توربوفن جریان داغ.

$$P_{t1.9} = \pi_{fn} P_{t1.3}$$

برای محاسبه ماخ خروجی نازل فن نیاز است شرط خفگی چک شود:

الف) نازل خفه شده:

$$\text{if } P_{t1.9} \geq P_0 \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \Rightarrow M_{1.9} = 1$$

$$P_{1.9} = P_{t1.9} / \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

ب) نازل خفه نشده:

$$\text{if } P_{t1.9} < P_0 \left(\frac{\gamma + 1}{2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} \Rightarrow P_{1.9} = P_0$$

$$M_{1.9} = \sqrt{\frac{2}{\gamma_c - 1} \left(\left(\frac{P_{t1.9}}{P_{1.9}} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} - 1 \right)}$$

سپس می‌توانید محاسبات دما و سرعت را انجام دهید. محاسبات هر دو حالت نازل یکسان است:

$$T_{t1.9} = T_{t1.3}$$

$$T_{1.9} = \frac{T_{t1.9}}{\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_{1.9}^2 \right)}$$

$$u_{1.9} = M_{1.9} \sqrt{\gamma R T_{1.9}}$$

یک تابع به نام NOZZLE ایجاد کنید که ورودی‌های آن افت فشار نازل π_{fn} ، فشار کل ورودی نازل $P_{t1.3}$ ، دمای کل ورودی نازل $T_{t1.3}$ ، ظرفیت گرمایی ویژه گازهای گذرنده از نازل γ_c و فشار محیط خروجی نازل P_0 است و خروجی‌های آن سرعت خروجی گازهای نازل $u_{1.9}$ ، فشار استاتیک گازهای خروجی $P_{1.9}$ و دمای استاتیک گازهای خروجی نازل $T_{1.9}$ است.

۴. **کمپرسور فشار پایین:** کمپرسور فشار پایین، مرحله اول متراکم‌سازی هوا را انجام می‌دهد و فشار کل هوای پشت فن را از مقدار P_{t2} به مقدار $P_{t2.5}$ افزایش می‌دهد. توجه کنید که بخش مرکزی فن معمولاً فشاری برابر فشار جلوی فن دارد و از افزایش فشار فن در بخش هسته مرکزی موتور می‌توان صرف نظر کرد. جمع کار مورد نیاز فن و کمپرسور فشار پایین با کار خروجی توربین فشار پایین باید برابر باشد (روی یک شفت قرار گرفته‌اند). نسبت فشار کمپرسور فشار پایین را $\pi_{LPC} = 4.2$ و بازده آن را $\eta_{LPC} = 0.87$ فرض کنید.

$$P_{t2.5} = \pi_{LPC} P_{t2}$$

$$\tau_{LPC} = 1 + \frac{\left(\pi_{LPC} \right)^{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c}} - 1}{\eta_{LPC}}$$

$$T_{t2.5} = \tau_{LPC} T_{t2}$$

$$c_{p,c} = \frac{\gamma_c R}{\gamma_c - 1}$$

$$\dot{W}_{LPC} = c_{p,c} T_{t2} (\tau_{LPC} - 1)$$

یک تابع به نام COMPRESSOR ایجاد کنید که نسبت فشار کمپرسور π_{LPC} ، بازده η_{LPC} ، فشار کل ورودی P_{t2} و دمای کل ورودی T_{t2} را بگیرد و در خروجی فشار کل $P_{t2.5}$ ، دمای کل $T_{t2.5}$ و کار کمپرسور \dot{W}_{LPC} را محاسبه کند.

۵. **کمپرسور فشار بالا:** همه چیز مشابه کمپرسور فشار پایین است؛ با این تفاوت که مقادیر ورودی و خروجی تغییر می‌کند و کار کمپرسور فشار بالا با کار توربین فشار بالا در توازن است. نسبت فشار کمپرسور فشار بالا را $\pi_{HPC} = 7.5$ و بازده آن $\eta_{HPC} = 0.85$ را فرض کنید.

لذا دوباره تابع COMPRESSOR را فراخوانی و نسبت فشار کمپرسور π_{HPC} ، بازده η_{HPC} ، فشار کل ورودی $P_{t2.5}$ و دمای کل ورودی $T_{t2.5}$ را ورودی و در خروجی فشار کل P_{t3} ، دمای کل T_{t3} و کار کمپرسور \dot{W}_{HPC} را محاسبه کنید.

۶. **محفظه احتراق:** در این مرحله میزان مصرف سوخت $f = \dot{m}_f / \dot{m}_{air}$ برای اینکه دمای گازهای ورودی به توربین در دمای ثابت باقی بماند $T_{t4} = 1400 K$ محاسبه می‌شود. توجه شود که پیش از فرایند احتراق، گاز سرد محسوب می‌شود و پس از فرایند احتراق گازها داغ هستند و خواص آنها تغییر می‌کند. افت فشار در محفظه احتراق‌های با تکنولوژی بالا بسیار کم است $\pi_b = 0.95$ و بازده حرارتی نسبتاً بالایی $\eta_b = 0.99$ دارند. ارزش حرارتی سوخت برابر $h_f = 43 \frac{MJ}{kg}$ ثابت فرض شود.

$$\begin{aligned} P_{t4} &= \pi_b P_{t3} \\ c_{p,h} &= \frac{\gamma_h R}{\gamma_h - 1} \\ f &= \frac{c_{p,h} T_{t4} - c_{p,c} T_{t3}}{\eta_b h_f - c_{p,h} T_{t4}} \end{aligned}$$

یک تابع به نام COMBUSTOR ایجاد کنید که مقادیر نسبت فشار محفظه π_b ، بازده حرارتی محفظه η_b ، ارزش حرارتی سوخت h_f ، دمای کل ورودی توربین T_{t4} ، دمای کل خروجی کمپرسور T_{t3} و فشار کل خروجی کمپرسور P_{t3} را گرفته و مصرف سوخت f و فشار کل خروجی محفظه P_{t4} را محاسبه کند.

۷. **توربین فشار بالا:** توربین وظیفه دارد انرژی جنبشی گازهای داغ حاصل از واکنش شیمیایی را به انرژی مکانیکی تبدیل کرده و از طریق یک شفت، کمپرسور را به حرکت درآورد. هر شفت یک بازده مکانیکی η_{mH} دارد و بخشی از کار توربین تلف می‌شود. لذا کار هر توربین (فشار بالا/فشار پایین) باید متناظر با کمپرسور متصل به شفت آن (فشار بالا/فشار پایین) باشد. فرض کنید $\eta_{mH} = 0.993$ و $\eta_{HPT} = 0.92$ باشد. در توربین همواره با جریان گاز داغ سروکار داریم و می‌توان γ_h و $c_{p,h}$ را درون تابع تعریف کرد.

$$\begin{aligned} c_{p,h} &= \frac{\gamma_h R}{\gamma_h - 1} \\ T_{t4.5} &= T_{t4} - \frac{\dot{W}_{HPC}}{\eta_{mH}(1+f)c_{p,h}} \\ \tau_{HPT} &= T_{t4.5}/T_{t4} \\ \pi_{HPT} &= \left(1 - \frac{1 - \tau_{HPT}}{\eta_{HPT}}\right)^{\frac{\gamma_h}{\gamma_h - 1}} \\ P_{t4.5} &= \pi_{HPT} P_{t4} \end{aligned}$$

یک تابع به نام TURBINE ایجاد کنید که مقادیر بازده مکانیکی شفت η_{mH} ، بازده توربین η_{HPT} ، کار کمپرسور فشار بالا \dot{W}_{HPC} ، مصرف سوخت f ، دمای کل ورودی توربین T_{t4} ، فشار کل ورودی به توربین فشار بالا P_{t4} را فراخوانی کرده و فشار کل خروجی توربین $P_{t4.5}$ و دمای کل خروجی توربین $T_{t4.5}$ را محاسبه کند.

۷. **توربین فشار پایین:** مشابه بخش قبلی است؛ تنها با یک تفاوت که توربین فشارپایین، وظیفه تامین کار فن و کمپرسور فشارپایین را دارد. فرض کنید $\eta_{mL} = 0.995$ و $\eta_{LPT} = 0.94$ باشد. سایر متغیرها در بخش‌های قبلی به‌دست آمده است.

$$\begin{aligned} T_{t5} &= T_{t4.5} - \frac{\dot{W}_{LPC} + \dot{W}_F}{\eta_{mL}(1+f)c_{p,h}} \\ \tau_{LPT} &= T_{t5}/T_{t4.5} \end{aligned}$$

$$\pi_{LPT} = \left(1 - \frac{1 - \tau_{LPT}}{\eta_{LPT}}\right)^{\frac{\gamma_h}{\gamma_h - 1}}$$

$$P_{t5} = \pi_{LPT} P_{t4.5}$$

از تابع TURBINE مانند بخش قبل استفاده شود، با این تفاوت که کار ورودی جمع کار فن و کمپرسور فشارپایین قرار داده شود. مقادیر بازده مکانیکی شفت η_{mL} ، بازده توربین η_{LPT} ، کار کمپرسور فشار پایین \dot{W}_{LPC} ، مصرف سوخت f ، دمای کل ورودی توربین $T_{t4.5}$ ، فشار کل ورودی به توربین فشار بالا $P_{t4.5}$ را فراخوانی کرده و فشار کل خروجی توربین P_{t5} و دمای کل خروجی توربین T_{t5} را محاسبه کند.

۸. نازل هسته موتور: کافی است از همان تابع NOZZLE بخش ۳ استفاده شود. تنها تفاوت آن در این است که نسبت ظرفیت گرمایی از γ_c به γ_h تغییر می‌کند. ورودی‌های تابع افت فشار نازل $\pi_{cn} = 0.99$ ، فشار کل P_{t5} ، دمای کل T_{t5} ، ظرفیت گرمایی ویژه γ_h و فشار محیط P_0 است و خروجی‌های آن سرعت خروجی u_9 ، فشار خروجی P_9 و دمای گازهای خروجی نازل T_9 است.

بدنه برنامه اصلی:

یک m. فایل با نام TURBOFAN در متلب ایجاد کنید که در آن ماخ پروازی $M_0 = 0.85$ و ارتفاع پرواز $\text{altitude} = 10000 \text{ m}$ باشد. تمامی متغیرهای مسئله باید درون بدنه اصلی برنامه تعریف و مقداردهی شود و از مقداردهی به متغیرها درون توابع بپرهیزید. تا جای ممکن نام متغیرهای درون متلب و فرمول‌ها یکسان باشند و کامنت‌گذاری توصیه می‌شود. برای سهولت در برنامه‌نویسی بهتر است درون توابع خود از عملگرهای $*$ ، $/$ ، $^$ و * به جای $*$ ، $/$ و $^$ استفاده کنید تا توابع هم برای اسکالر و هم برای ماتریس و بردار قابل استفاده باشد. در بدنه اصلی به ترتیب بندهای ۱ تا ۸ به صورت تابع فراخوان شود و مقادیر سرعت $u_{1.9}$ و u_9 ، دمای استاتیک خروجی $T_{1.9}$ و T_9 ، فشار استاتیک خروجی $P_{1.9}$ و P_9 و مصرف سوخت نسبی f محاسبه شود. سپس مقدار نیروی پیشرانش مخصوص ST، مصرف سوخت ویژه SFC، ضربه ویژه Isp و بازده پیشرانش η_p را در بدنه اصلی محاسبه کنید.

$$u_0 = M_0 \sqrt{\gamma_c R T_0}$$

الف) نیروی پیشرانش مخصوص فن:

$$F_{fan} = \alpha \left[(u_{1.9} - u_0) + \frac{RT_{1.9}}{u_{1.9}} \left(1 - \frac{P_0}{P_{1.9}} \right) \right]$$

ب) نیروی پیشرانش مخصوص هسته موتور:

$$F_{core} = (1 + f) \left[(u_9 - u_0) + \frac{RT_9}{u_9} \left(1 - \frac{P_0}{P_9} \right) \right]$$

ج) نیروی پیشرانش مخصوص توربوفن:

$$F_{turbofan} = F_{fan} + F_{core}$$

د) مصرف ویژه سوخت:

$$SFC = f / F_{turbofan}$$

ه) ضربه ویژه موتور:

$$I_{sp} = \frac{F_{turbofan} \cdot g}{f}, \quad g = 9.81 \frac{m}{s^2}$$

و) بازده پیشرانش موتور:

$$\eta_p = \frac{F_{turbofan} \cdot u_0}{\frac{1}{2} \{ (1 + f) u_9^2 + \alpha u_{1.9}^2 - (1 + f) u_0^2 \}}$$

رسم نمودارهای عملکردی (خوانایی نمودار، عنوان محورها، رنگ‌بندی، استفاده از نماد و ... الزامی است):

۱. به کمک دستور piechart سهم نیروی پیشرانش فن و هسته مرکزی موتور را ترسیم و نامگذاری کنید.
 ۲. تمامی پارامترها را ثابت نگه داشته و ضریب گذردهی α را از مقدار ۴ تا ۱۴ تغییر بدهید. نمودار نیروی پیشرانش مخصوص توربوفن برحسب ضریب گذردهی را ترسیم کنید.
 ۳. مقدار نسبت فشار کمپرسور فشار بالا را از ۴ تا ۲۴ تغییر دهید و اثر آن را در یک نمودار بر I_{sp} و $F_{turbofan}$ بر روی دو محور جداگانه نمایش بدهید.
 ۴. نمودار بازده پیشرانش را برحسب ماخ پرواز ۰.۱ تا ۱ و ارتفاع پرواز سطح دریا تا ۳۰ کیلومتر به ازای هر ۵ کیلومتر رسم کنید.
 ۵. برای ماخ پروازی ۰.۱ تا ۱ مقدار SFC و f را در یک نمودار با دو محور عمودی جداگانه ترسیم کنید.
- (برای آشنایی بیشتر با این مسئله و به‌دست آوردن مطالب بیشتر می‌توانید به کتاب Aircraft Engine Design (Mattingly) مراجعه کنید.)

خروجی‌های مورد انتظار:

تمامی توابع و فایل m. برنامه اصلی متلب به انضمام تصاویر نمودارها را درون یک پوشه قرارداده و پوشه را با نام و نام خانوادگی خود به صورت فشرده در درس افزار Quera آپلود کنید. مهلت ارسال تمرینات سه‌شنبه ۱۳ شهریور ساعت ۱۲:۰۰ ظهر است.



انجمن علمی دانشکده مهندسی هوافضا
دانشگاه صنعتی شریف، تابستان ۱۴۰۳
آدرس تلگرام t.me/ssAEsharif

