



- مهلت ارسال پاسخ تا ساعت ۱۳:۲۹ روز مشخص شده است.
- در طول ترم امکان ارسال با تاخیر پاسخ همه‌ی تمرین (به استثنای هفته‌ی امتحان میانترم) تا سقف پنج روز و در مجموع ۱۵ روز، وجود دارد. پس از گذشت این مدت، پاسخ‌های ارسال شده پذیرفته نخواهند بود.
- هم‌کاری و هم‌فکری شما در انجام تمرین مانعی ندارد اما پاسخ ارسالی هر کس حتما باید توسط خود او نوشته شده باشد.
- در صورت هم‌فکری و یا استفاده از هر منبع خارج از کتاب و اسلایدهای درس، نام هم‌فکران و آدرس منابع مورد استفاده برای حل سوال مورد نظر را ذکر کنید.
- لطفا تصویری واضح از پاسخ سوالات نظری بارگذاری کنید. در غیر این صورت پاسخ شما تصحیح نخواهد شد.

### سوالات نظری (۱۰+۵۰ نمره)

۱. (۱۰+۳۰ نمره) در هر یک بخش‌های زیر محدب بودن تابع یا مجموعه داده شده را با ارائه دلیل مشخص کنید.

$$f(x) = 5x^4 + 3x^3, x \in \mathbb{R} \quad (\text{آ})$$

$$S = \{(x, y) | y \leq x^2, x^2 + y^2 \leq 1\} \quad (\text{ب})$$

$$S = \{x | x \in \mathbb{R}^n, \sum_i^n |x_i| \leq 1\} \quad (\text{ج})$$

$$f(x) = x^T A x, x \in \mathbb{R}^n, A \text{ positive semi-definite} \iff f(x) \geq 0 \quad (\text{د}) \text{ (امتیازی)}$$

۲. (۲۰ نمره) در مسئله رگرسیون سعی می‌شود رابطه تعدادی داده و برچسب آنها را مشخص شود. برای مثال اگر بدانیم بین جفت داده  $x^{(i)}, y^{(i)}$  یک رابطه درجه دو وجود داشته باشد سعی می‌شود در تابع زیر

$$\hat{y} = w_2 x^2 + w_1 x + w. \quad (1)$$

مقادیر  $w_2, w_1, w$  به گونه‌ای پیدا شوند که مقدار تابع زیر کمینه شود.

$$f(w_2, w_1, w) = \sum_i (\hat{y}^{(i)} - y^{(i)})^2 \quad (2)$$

در واقع  $\hat{y}$  مقداری است که برای  $y$  پیش‌بینی می‌کنیم و تابع  $f$  میزان خطای این پیش‌بینی را نشان می‌دهد.

(آ) گرادیان تابع خطا را بیابید.

- (ب) رابطه Gradient Decent را برای تابع خطا تعیین کنید و بررسی کنید با افزایش یا کاهش  $\alpha$  در این رابطه چه اتفاقی می‌افتد.

۱. (۵۰ نمره) شبکه‌های عصبی پیچشی یا Convolutional Neural Networks دسته‌ای شبکه‌های عصبی هستند که معمولاً برای تحلیل تصاویر در یادگیری ماشین استفاده می‌شوند. در این شبکه‌ها ابتدا تصاویر با استفاده از عملیات Convolution از تعدادی فیلتر عبور می‌کنند (به این لینک مراجعه کنید) که در نهایت خروجی آن به ادامه شبکه داده می‌شود. هر فیلتر به شکل یک ماتریس بوده که در فرایند یادگیری درایه‌های این ماتریس مشخص می‌شوند.

در این سوال هدف این است که به گونه‌ای عملیات بدست آوردن وزن فیلتر به شکل ساده‌تر و به صورت یک مسئله بهینه‌سازی بررسی شود. در این مسئله دو تصویر به عنوان ورودی داده می‌شوند که تصویر اول مربوط به قبل از عبور از فیلتر و تصویر دوم مربوط به بعد از عبور فیلتر است. فیلتر استفاده شده یک ماتریس  $3 \times 3$  که مقدار درایه‌ها در آن باید به گونه‌ای باشد که اختلاف تصویر اول بعد از عبور از این فیلتر و تصویر دوم کمینه شود.

- ورودی: دو تصویر، که تصویر اول در اندازه  $128 \times 128$  و تصویر دوم در اندازه  $126 \times 126$  است.
- خروجی: در خروجی ماتریس بدست آمده برای فیلتر چاپ شود.

نکته: پاسخ را در قالب jupyter notebook داده شده ارسال کنید. می‌توانید برای حل سوال از کتابخانه‌های مختلف استفاده کنید اما فرایند Gradient Decent باید پیاده‌سازی شود. همچنین می‌توانید توابع جدید به کد داده‌شده بیافزایید.