Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \cot x$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \cot x \Rightarrow D_f = {}^\circ \; - \left\{ x \middle| x = k\pi \wedge k \in \bullet \right\}$$

$$y = \cot x \Rightarrow T = \pi \Rightarrow I = (0, \pi)$$

Etudier la fonction au bornes de I

A la borne gauche

$$\lim_{x \to 0^+} y = \lim_{x \to 0^+} \cot x = \cot(0 + \varepsilon) = +\infty$$

Alors la droite d'équation $X = 0$ est une asymptote verticale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x \to \pi^-} y = \lim_{x \to \pi^-} \cot x = \cot(\pi - \varepsilon) = -\infty$$

Alors la droite d'équation $X = \pi$ est une asymptote verticale pour la courbe de f .

Le sens de variation de f

$$y' = -\left(1 + \cot^2 x\right)$$

Convexité de f

$$y'' = 2\cot x(1 + \cot^2 x)$$

$$2\cot x(1 + \cot^2 x) = 0 \Rightarrow \cot x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}$$

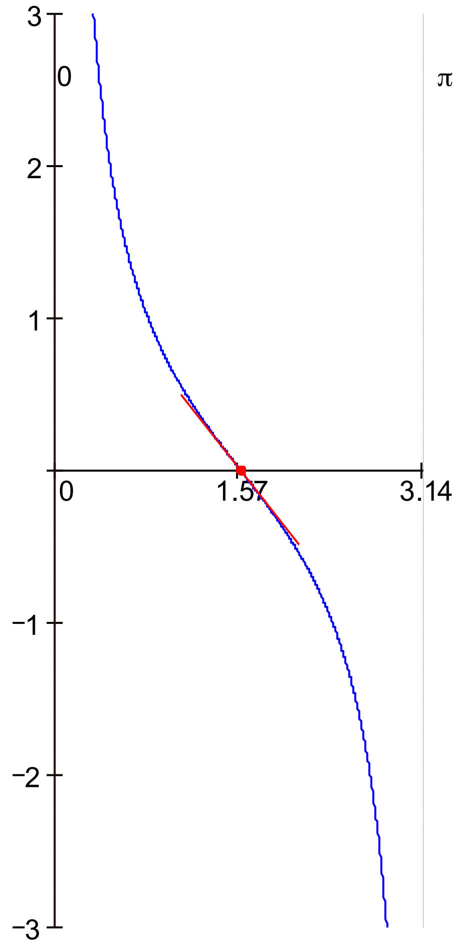
$$k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} \\ 0 \end{array} \right.$$

$$m_{\frac{\pi}{2}} = f'(\frac{\pi}{2}) = -1$$

Le tableau de variation

x	0		$\frac{\pi}{2}$		π
y'	‖	$-$	-1	$-$	‖
y''	‖	$+$	0	$-$	‖
y	‖ $+\infty$	↘	0 Inf	↘	$-\infty$ ‖

La courbe


3
2
1
−1
-2
−3
0
π
0
1.57
3.14