Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = x^4 - 2x^3$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = x^4 - 2x^3 \Rightarrow D_f = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} x^4 - 2x^3 = \lim_{x \to -\infty} x^4 = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to -\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^4 - 2x^3}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^4}{x} = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Oy.

A la borne droite

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} x^4 - 2x^3 = \lim_{x \to +\infty} x^4 = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^4 - 2x^3}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^4}{x} = \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Oy.

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = 4x^3 - 6x^2$$

$$4x^3-6x^2=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\Rightarrow y=0\Rightarrow\left|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right.\\ x=1.5\Rightarrow y=-1.68\Rightarrow\left|\begin{matrix}1.5\\-1.68\end{matrix}\right.\end{cases}$$

Convexité de f

$$y''=12x^2-12x$$

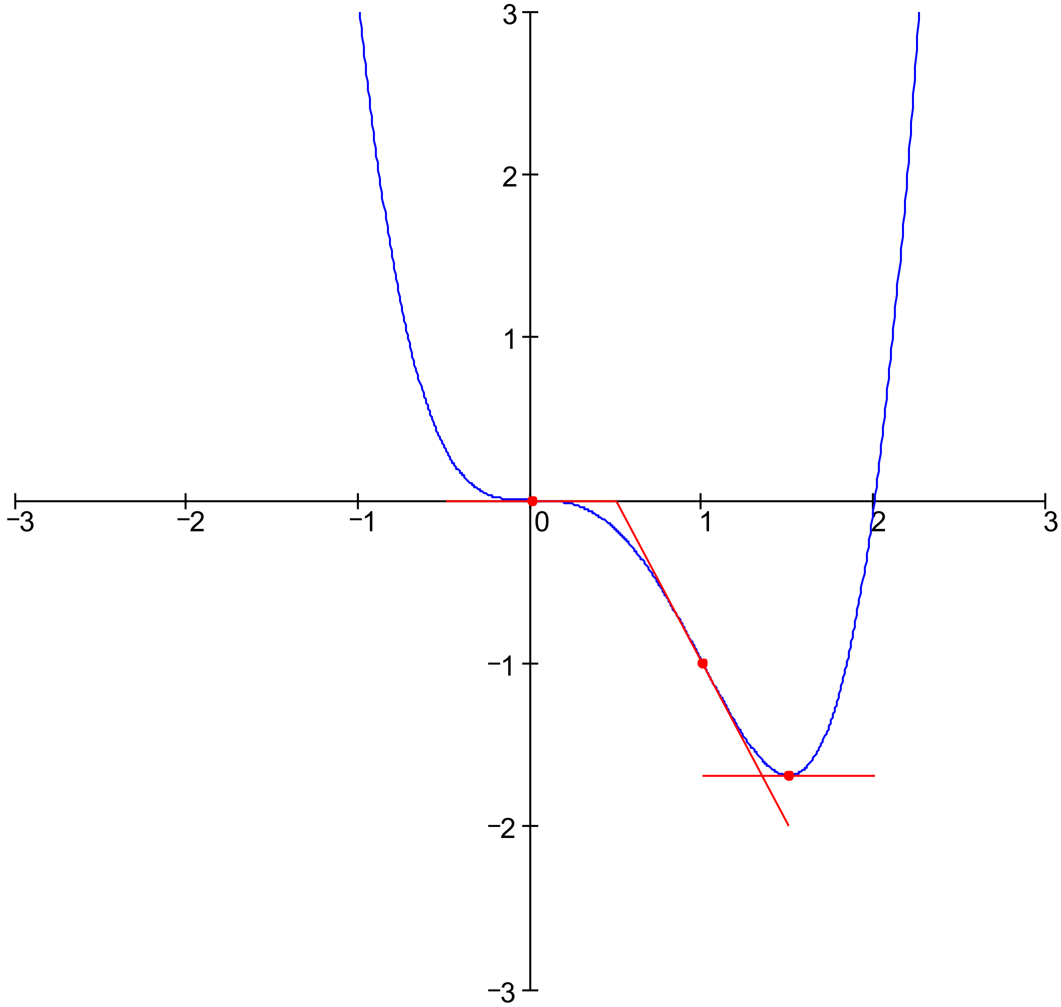
$$12x^2-12x=0\Rightarrow\begin{cases}x=0\Rightarrow y=0\Rightarrow\left|\begin{matrix}0\\0\end{matrix}\right.\\ x=1\Rightarrow y=-1\Rightarrow\left|\begin{matrix}1\\-1\end{matrix}\right.\end{cases}$$

$$m_{x=1}=f'(1)=-2$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$		0		1		1.5		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	-2	$-$	0	$+$	
y''		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$ $\cup$	0 Inf	$\searrow$ $\cap$	-1 Inf	$\searrow$ $\cup$	-1.68 Min	$\nearrow$ $\cup$	$+\infty$

La courbe


3
2
1
−3
−2
−1
0
1
2
3
−1
−2
−3