Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = x^4 - 2x^2$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = x^4 - 2x^2 \Rightarrow D_f = {}^\circ = (-\infty, +\infty)$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$\lim_{x \to -\infty} x^4 - 2x^2 = \lim_{x \to -\infty} x^4 = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to -\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^4 - 2x^2}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^4}{x} = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Oy.

A la borne droite

$$\lim_{x \to +\infty} x^4 - 2x^2 = \lim_{x \to +\infty} x^4 = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^4 - 2x^2}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^4}{x} = \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Oy.

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = 4x^3 - 4x$$

$$4x^3-4x=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right. \\ x=-1 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} -1 \\ -1 \end{array} \right. \\ x=1 \Rightarrow y=-1 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 1 \\ -1 \end{array} \right. \end{cases}$$

Convexité de f

$$y''=f''(x)=12x^2-4$$

$$12x^2-4=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-0.58 \Rightarrow y=-0.56 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} -0.58 \\ -0.56 \end{array} \right. \\ x=0.58 \Rightarrow y=-0.56 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 0.58 \\ -0.56 \end{array} \right. \end{cases}$$

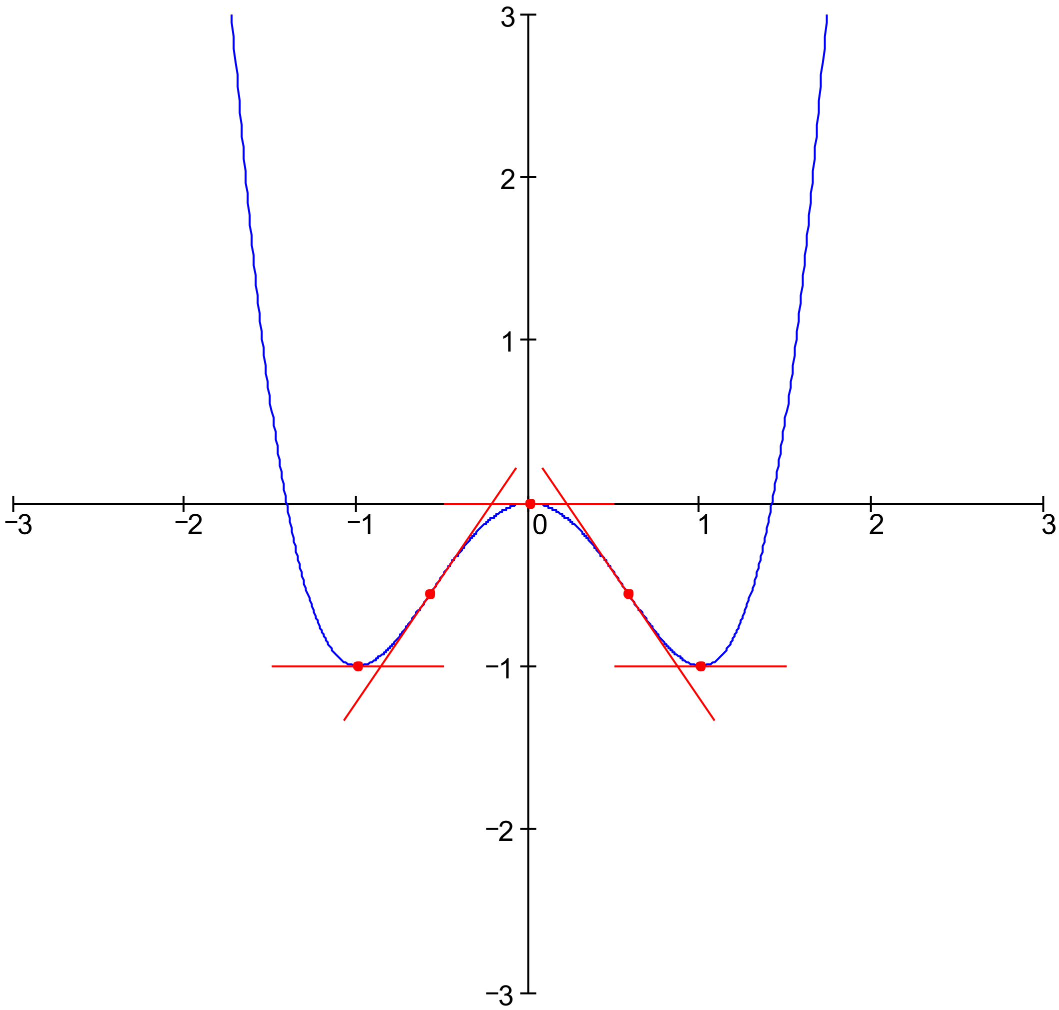
$$m_{x=-0.58}=f'(-0.58)=1.54$$

$$m_{x=0.58}=f'(0.58)=-1.54$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$		-1		-0.58		0		0.58		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	1.54	$+$	0	$-$	-1.54	$-$	0	$+$	
y''		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$ $\cup$	-1 Min	$\nearrow$ $\cup$	-0.56 Inf	$\nearrow$ $\cap$	0 Max	$\searrow$ $\cap$	-0.56 Inf	$\searrow$ $\cup$	-1 Min	$\nearrow$ $\cup$	$+\infty$

La courbe


3
2
1
−1
−2
−3
−3
−2
−1
0
1
2
3