# Plan d’étude et représentation graphique de $y = f(x) = \tan x$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

## Le domaine de définition de $f$

$$y = f(x) = \tan x \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{ x \middle| x = (2k-1)\frac{\pi}{2} \wedge k \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$y = \tan x \Rightarrow T = \pi \Rightarrow I = [0,\pi] - \left\{ \frac{\pi}{2} \right\} = \underbrace{\left[0, \frac{\pi}{2}\right)}_{I_1} \cup \underbrace{\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right]}_{I_2}$$

## Etudier la fonction au bornes de $D_f$

## Etudier la fonction au bornes de $I_1$

### A la borne gauche

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Alors le point $\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ est un point d’arrêt.

### A la borne droite

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} y = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^-} \tan x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right) = +\infty$$

Alors la droite d’équation $X = \frac{\pi}{2}$ est une asymptote verticale pour la courbe de $f$ .

## Etudier la fonction au bornes de $I_2$

### A la borne gauche

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} y = \lim_{x \to \frac{\pi}{2}^+} \tan x = \tan(\frac{\pi}{2} + \varepsilon) = -\infty$$

Alors la droite d'équation $X = \frac{\pi}{2}$ est une asymptote verticale pour la courbe de $f$ .

**A la borne droite**

$$x = \pi \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \left| \begin{matrix} \pi \\ 0 \end{matrix} \right.$$

Alors le point $\left| \begin{matrix} \pi \\ 0 \end{matrix} \right.$ est un point d'arrêt.

## Le sens de variation de $f$

$$y' = 1 + \tan^2 x$$

## Convexité de $f$

$$y'' = 2\tan x(1 + \tan^2 x)$$

$$2\tan x(1 + \tan^2 x) = 0 \Rightarrow \tan x = 0 \Rightarrow x = k\pi$$

$$k = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right.$$

$$k = 1 \Rightarrow x = \pi \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \left| \begin{matrix} \pi \\ 0 \end{matrix} \right.$$

$$m_0 = f'(0) = 1$$

$$m_\pi = f'(\pi) = -1$$

## Le tableau de variation

| $x$ | $0$ | | $\frac{\pi}{2}$ | | $\pi$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | $1$ | $+$ | ‖ | $+$ | $-1$ |
| $y''$ | $0$ | $+$ | ‖ | $-$ | $0$ |
| $y$ | $0$ | $\nearrow$ | $+\infty$ ‖ $-\infty$ | $\nearrow$ | $0$ |

## La courbe