

Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \frac{1}{x^2 + 1}$

www.cafeplanck.com

info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2 + 1} = 0$$

Alors la droite d'équation $Y = 0$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^2 + 1} = 0$$

Alors la droite d'équation $Y = 0$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = \frac{-2x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$-2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array}$$

Convexité de f









$$y'' = \frac{2(3x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^3}$$

$$2(3x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0.58 \Rightarrow y = 0.75 \Rightarrow \begin{matrix} 0.58 \\ 0.75 \end{matrix} \\ x = -0.58 \Rightarrow y = 0.75 \Rightarrow \begin{matrix} -0.58 \\ 0.75 \end{matrix} \end{cases}$$

$$m_{x=-0.58} = f'(-0.58) = 0.65$$

$$m_{x=0.58} = f'(0.58) = -0.65$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$	-0.58	0	0.58	$+\infty$				
y'	$+$	0.65	$+$	0	$-$	-0.65	$-$		
y''	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$			
y	0		0.75		1		0.75		0
			Inf		Max		Inf		

La courbe

