

Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \frac{-4x+4}{x^2}$

www.cafeplanck.com

info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \frac{-4x+4}{x^2} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \underset{I_1}{\underset{1}{(-\infty, 0)}} \cup \underset{I_2}{\underset{3}{(0, +\infty)}}$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

Etudier la fonction au bornes de I_1

A la borne gauche

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x+4}{x^2} = 0$$

Alors la droite d'équation $Y = 0$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-4x+4}{x^2} = \frac{-4(0-\varepsilon)+4}{(0-\varepsilon)^2} = \frac{4\varepsilon+4}{+\varepsilon^2} = \frac{4}{+\varepsilon^2} = +\infty$$

Alors la droite d'équation $X = 0$ est une asymptote verticale pour la courbe de f .

Etudier la fonction au bornes de I_2

A la borne gauche

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-4x+4}{x^2} = \frac{-4(0+\varepsilon)+4}{(0+\varepsilon)^2} = \frac{-4\varepsilon+4}{+\varepsilon^2} = \frac{4}{+\varepsilon^2} = +\infty$$

Alors la droite d'équation $X = 0$ est une asymptote verticale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x+4}{x^2} = 0$$

Alors la droite d'équation $Y = 0$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = \frac{4(x-2)}{x^3}$$

$$4(x-2) = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow y = -1 \Rightarrow \begin{matrix} 2 \\ -1 \end{matrix}$$

$$x^3 = 0 \Rightarrow x = 0 \notin D_f$$

Convexité de f

$$y'' = f''(x) = \frac{-8(x-3)}{x^4}$$

$$-8(x-3) = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow y = -0.89 \Rightarrow \begin{matrix} 3 \\ -0.89 \end{matrix}$$

$$x^4 = 0 \Rightarrow x = 0 \notin D_f$$

$$m_{x=3} = f'(3) = 0.15$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$
y'	+		-	0	+
y''	+		+	0	-
y	0	$+\infty$	-1	-0.89	0
			Min	Inf	

La courbe

