Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = 2\sqrt{-x^2+1}$

www.cafeplanck.com info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = 2\sqrt{-x^2 + 1} \Rightarrow D_f = [-1, 1]$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$x = -1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Alors le point $\begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{vmatrix}$ est un point d'arrêt.

A la borne droite

$$x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Alors le point $\begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$ est un point d'arrêt.

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = \frac{-2x}{\sqrt{-x^2 + 1}}$$

$$-2x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$\sqrt{-x^2 + 1} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -1 \\ 0 \end{cases} \\ x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{cases}$$

$$m_{x \to -1^{+}} = \lim_{x \to -1^{+}} f'(x) = \lim_{x \to -1^{+}} \frac{-2x}{\sqrt{-x^{2} + 1}} = \frac{-2(-1 + \varepsilon)}{\sqrt{-(-1 + \varepsilon)^{2} + 1}} = \frac{2 - 2\varepsilon}{\sqrt{-1 + 2\varepsilon - \varepsilon^{2} + 1}} = \frac{2}{\sqrt{+2\varepsilon - \varepsilon^{2}}} = +\infty$$

$$m_{x \to 1^{-}} = \lim_{x \to 1^{-}} f'(x) = \lim_{x \to 1^{-}} \frac{-2x}{\sqrt{-x^{2} + 1}} = \frac{-2(1 - \varepsilon)}{\sqrt{-(1 - \varepsilon)^{2} + 1}} = \frac{-2 + 2\varepsilon}{\sqrt{-1 + 2\varepsilon - \varepsilon^{2} + 1}} = \frac{-2}{\sqrt{+2\varepsilon - \varepsilon^{2}}} = -\infty$$

Convexité de f

$$y'' = f''(x) = \frac{2}{(x^2 - 1)\sqrt{-x^2 + 1}}$$

$$(x^{2}-1)\sqrt{-x^{2}+1} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -1\\0 \end{cases} \\ x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1\\0 \end{cases}$$

Le tableau de variation

La courbe

