# Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \frac{x^4 + 1}{x}$

www.cafeplanck.com info@cafeplanck.com

## Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \frac{x^4 + 1}{x} \Rightarrow D_f = -\{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

## Etudier la fonction au bornes de $D_f$

## Etudier la fonction au bornes de $I_1$

#### A la borne gauche

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^4 + 1}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^4}{x} = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite Y = ax + b. On cherche a et b:

$$a = \lim_{x \to -\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^4 + 1}{x^2} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^4}{x^2} = \lim_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Oy.

#### A la borne droite

$$\lim_{x \to 0^{-}} y = \lim_{x \to 0^{-}} \frac{x^{4} + 1}{x} = \frac{(0 - \varepsilon)^{4} + 1}{0 - \varepsilon} = \frac{\varepsilon^{4} + 1}{-\varepsilon} = \frac{1}{-\varepsilon} = -\infty$$

Alors la droite d'équation X = 0 est une asymptote verticale pour la courbe de f .

## Etudier la fonction au bornes de $I_2$

#### A la borne gauche

$$\lim_{x \to 0^+} y = \lim_{x \to 0^+} \frac{x^4 + 1}{x} = \frac{(0 + \varepsilon)^4 + 1}{0 + \varepsilon} = \frac{\varepsilon^4 + 1}{+\varepsilon} = \frac{1}{+\varepsilon} = +\infty$$

Alors la droite d'équation X = 0 est une asymptote verticale pour la courbe de f .

#### A la borne droite

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^4 + 1}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^4}{x} = \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite Y = ax + b. On cherche a et b:

$$a = \lim_{x \to +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^4 + 1}{x^2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^4}{x^2} = \lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Oy.

#### Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = \frac{3x^4 - 1}{x^2}$$

$$3x^{4} - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0.76 \Rightarrow y = 1.76 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0.76 \\ 1.76 \end{vmatrix} \\ x = -0.76 \Rightarrow y = -1.76 \Rightarrow \begin{vmatrix} -0.76 \\ -1.76 \end{vmatrix} \end{cases}$$

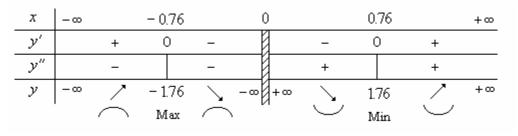
$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \notin D_f$$

## Convexité de f

$$y'' = f''(x) = \frac{2(3x^4 + 1)}{x^3}$$

$$x^3 = 0 \Rightarrow x = 0 \notin D_f$$

#### Le tableau de variation



## La courbe

