# Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \frac{1}{x}$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

## Le domaine de définition de $f$

$$y = f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \underbrace{(-\infty, 0)}_{I_1} \cup \underbrace{(0, +\infty)}_{I_2}$$

## Etudier la fonction au bornes de $D_f$

### Etudier la fonction au bornes de $I_1$

#### A la borne gauche

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Alors la droite d'équation $Y = 0$ est une asymptote horizontale pour la courbe de $f$.

#### A la borne droite

$$\lim_{x \to 0^-} y = \lim_{x \to 0^-} \frac{1}{x} = \frac{1}{0 - \varepsilon} = \frac{1}{-\varepsilon} = -\infty$$

Alors la droite d'équation $X = 0$ est une asymptote verticale pour la courbe de $f$.

### Etudier la fonction au bornes de $I_2$

#### A la borne gauche

$$\lim_{x \to 0^+} y = \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{0 + \varepsilon} = \frac{1}{+\varepsilon} = +\infty$$

Alors la droite d'équation $X = 0$ est une asymptote verticale pour la courbe de $f$.

#### A la borne droite

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Alors la droite d'équation $Y = 0$ est une asymptote horizontale pour la courbe de $f$ .

## Le sens de variation de $f$

$$y' = f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \notin D_f$$

## Convexité de $f$

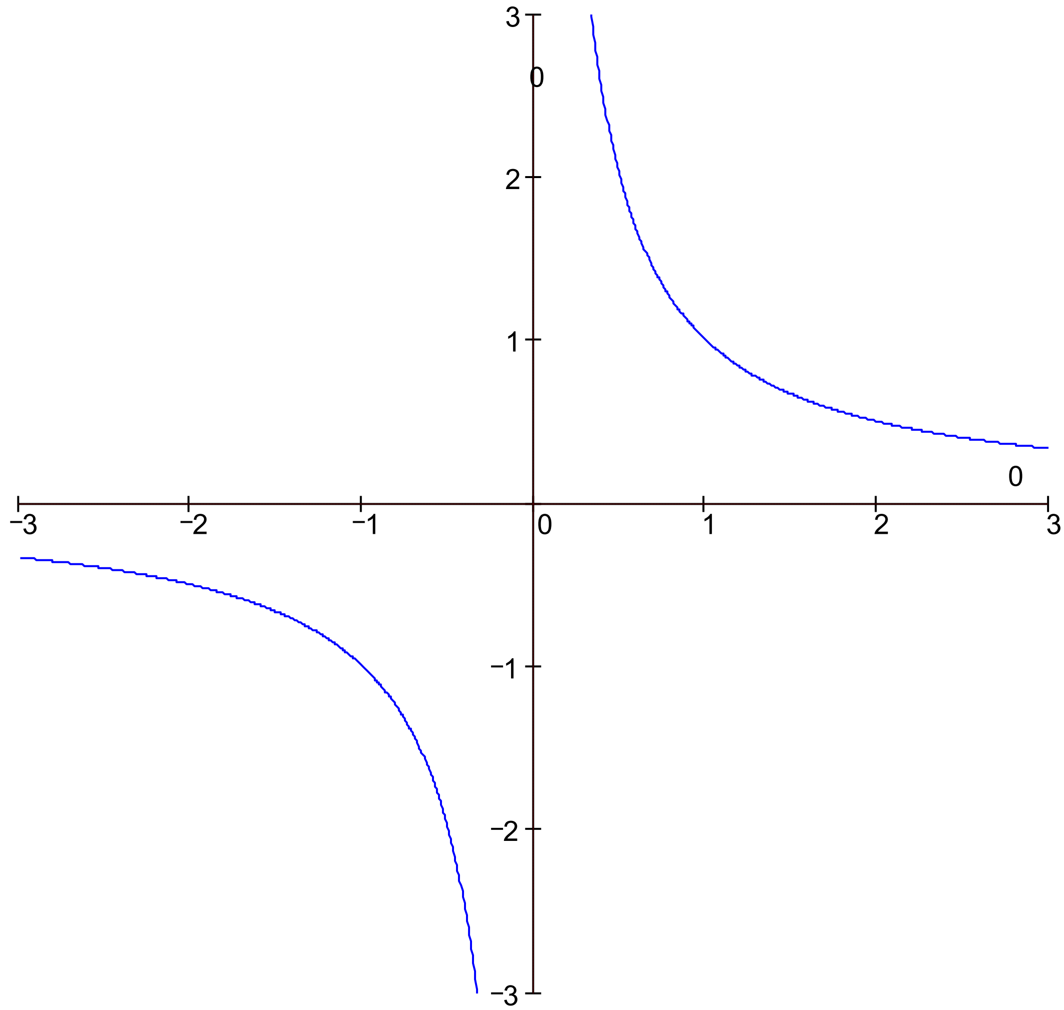
$$y'' = f''(x) = \frac{2}{x^3}$$

$$x^3 = 0 \Rightarrow x = 0 \notin D_f$$

## Le tableau de variation

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | ‖ | $-$ | |
| $y''$ | | $-$ | ‖ | $+$ | |
| $y$ | $0$ | $\searrow$ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | $\searrow$ | $0$ |

## La courbe


3
0
2
1
0
−3
−2
−1
0
1
2
3
−1
−2
−3