Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \dfrac{2x+2}{x-1}$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \frac{2x+2}{x-1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{1\} = \underbrace{(-\infty,1)}_{I_1} \cup \underbrace{(1,+\infty)}_{I_2}$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

Etudier la fonction au bornes de I_1

A la borne gauche

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x+2}{x-1} = 2$$

Alors la droite d'équation $Y = 2$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x\to1^-} y = \lim_{x\to1^-} \frac{2x+2}{x-1} = \frac{2(1-\varepsilon)+2}{(1-\varepsilon)-1} = \frac{-2\varepsilon+4}{-\varepsilon} = \frac{4}{-\varepsilon} = -\infty$$

Alors la droite d'équation $X = 1$ est une asymptote verticale pour la courbe de f .

Etudier la fonction au bornes de I_2

A la borne gauche

$$\lim_{x\to1^+} y = \lim_{x\to1^+} \frac{2x+2}{x-1} = \frac{2(1+\varepsilon)+2}{(1+\varepsilon)-1} = \frac{+2\varepsilon+4}{+\varepsilon} = \frac{4}{+\varepsilon} = +\infty$$

Alors la droite d'équation $X = 1$ est une asymptote verticale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x+2}{x-1} = 2$$

Alors la droite d'équation $Y = 2$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = \frac{-4}{(x-1)^2}$$

$$(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \notin D_f$$

Convexité de f

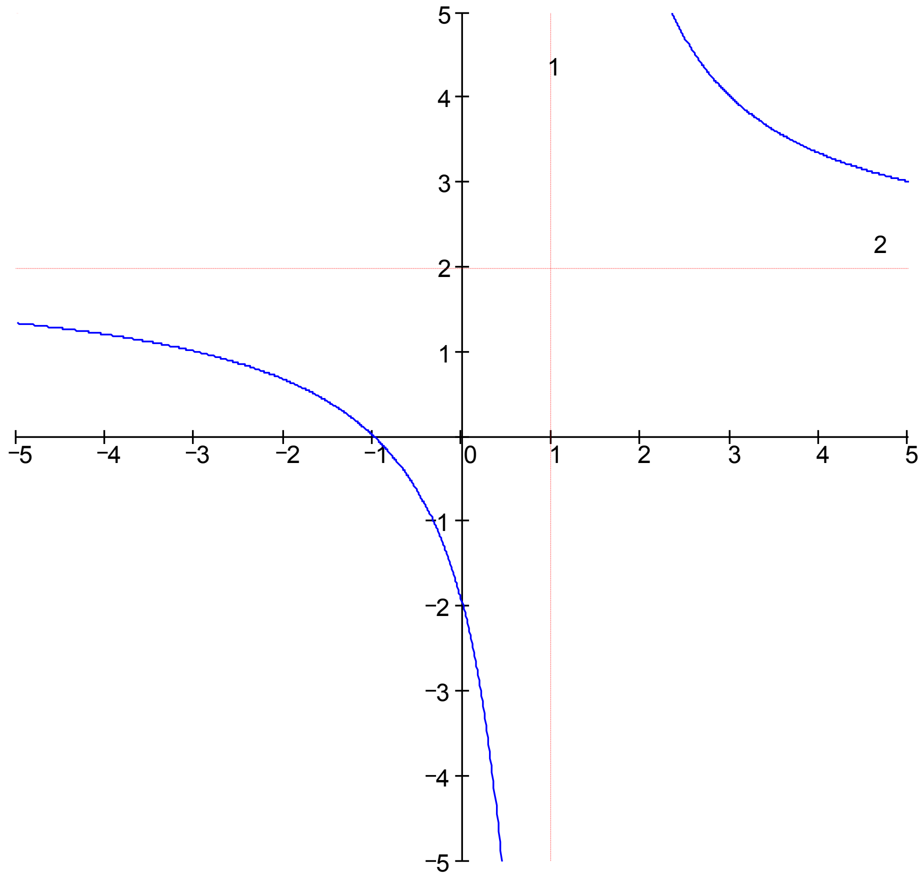
$$y'' = f''(x) = \frac{8}{(x-1)^3}$$

$$(x-1)^3 = 0 \Rightarrow x = 1 \notin D_f$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$			1			$+\infty$
y'		$-$		‖		$-$	
y''		$-$		‖		$+$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$	‖	$+\infty$	$\searrow$	2

La courbe


1
2