Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \dfrac{2x-2}{x+1}$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \frac{2x-2}{x+1} \Rightarrow D_f = R - \{-1\} = \underbrace{(-\infty,-1)}_{I_1} \cup \underbrace{(-1,+\infty)}_{I_2}$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

Etudier la fonction au bornes de I_1

A la borne gauche

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x-2}{x+1} = 2$$

Alors la droite d'équation $Y = 2$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x\to-1^-} y = \lim_{x\to-1^-} \frac{2x-2}{x+1} = \frac{2(-1-\varepsilon)-2}{(-1-\varepsilon)+1} = \frac{-2\varepsilon-4}{-\varepsilon} = \frac{-4}{-\varepsilon} = \frac{4}{\varepsilon} = +\infty$$

Alors la droite d'équation $X = -1$ est une asymptote verticale pour la courbe de f .

Etudier la fonction au bornes de I_2

A la borne gauche

$$\lim_{x\to-1^+} y = \lim_{x\to-1^+} \frac{2x-2}{x+1} = \frac{2(-1+\varepsilon)-2}{(-1+\varepsilon)+1} = \frac{2\varepsilon-4}{+\varepsilon} = \frac{-4}{+\varepsilon} = -\infty$$

Alors la droite d'équation $X = -1$ est une asymptote verticale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \frac{2x-2}{x+1} = 2$$

Alors la droite d'équation $Y = 2$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = \frac{4}{(x+1)^2}$$

$$(x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1 \notin D_f$$

Convexité de f

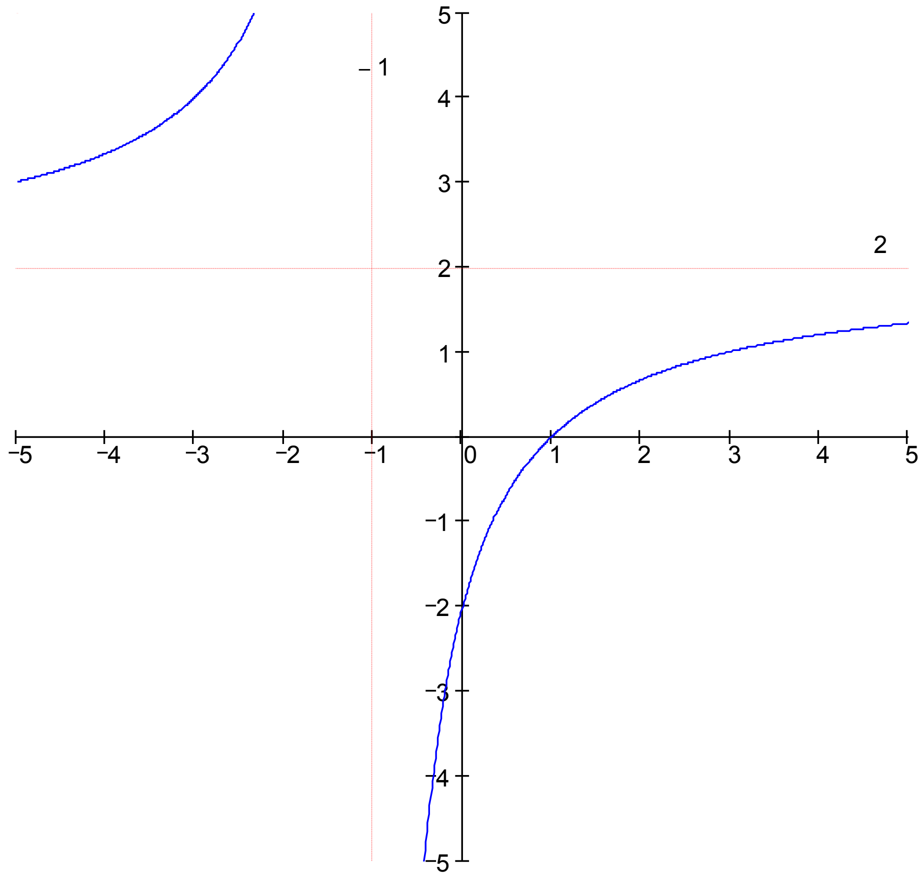
$$y'' = f''(x) = \frac{-8}{(x+1)^3}$$

$$(x+1)^3 = 0 \Rightarrow x = -1 \notin D_f$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$	||	$+$	
y''		$+$	||	$-$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	2

La courbe



− 1
2