Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = 6x^4 + 8x^3$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$y = f(x) = 6x^4 + 8x^3 \Rightarrow D_f = ° = (-\infty, +\infty)$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} 6x^4 + 8x^3 = \lim_{x \to -\infty} 6x^4 = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to -\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{6x^4 + 8x^3}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{6x^4}{x} = \lim_{x \to -\infty} 6x^3 = -\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Oy.

A la borne droite

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} 6x^4 + 8x^3 = \lim_{x \to +\infty} 6x^4 = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{6x^4 + 8x^3}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{6x^4}{x} = \lim_{x \to +\infty} 6x^3 = +\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Oy.

Le sens de variation de f

$y' = f'(x) = 24x^3 + 24x^2$

$$24x^3+24x^2=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow \left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right. \\ x=-1 \Rightarrow y=-2 \Rightarrow \left| \begin{matrix} -1 \\ -2 \end{matrix} \right. \end{cases}$$

Convexité de f

$$y''=f''(x)=72x^2+48x$$

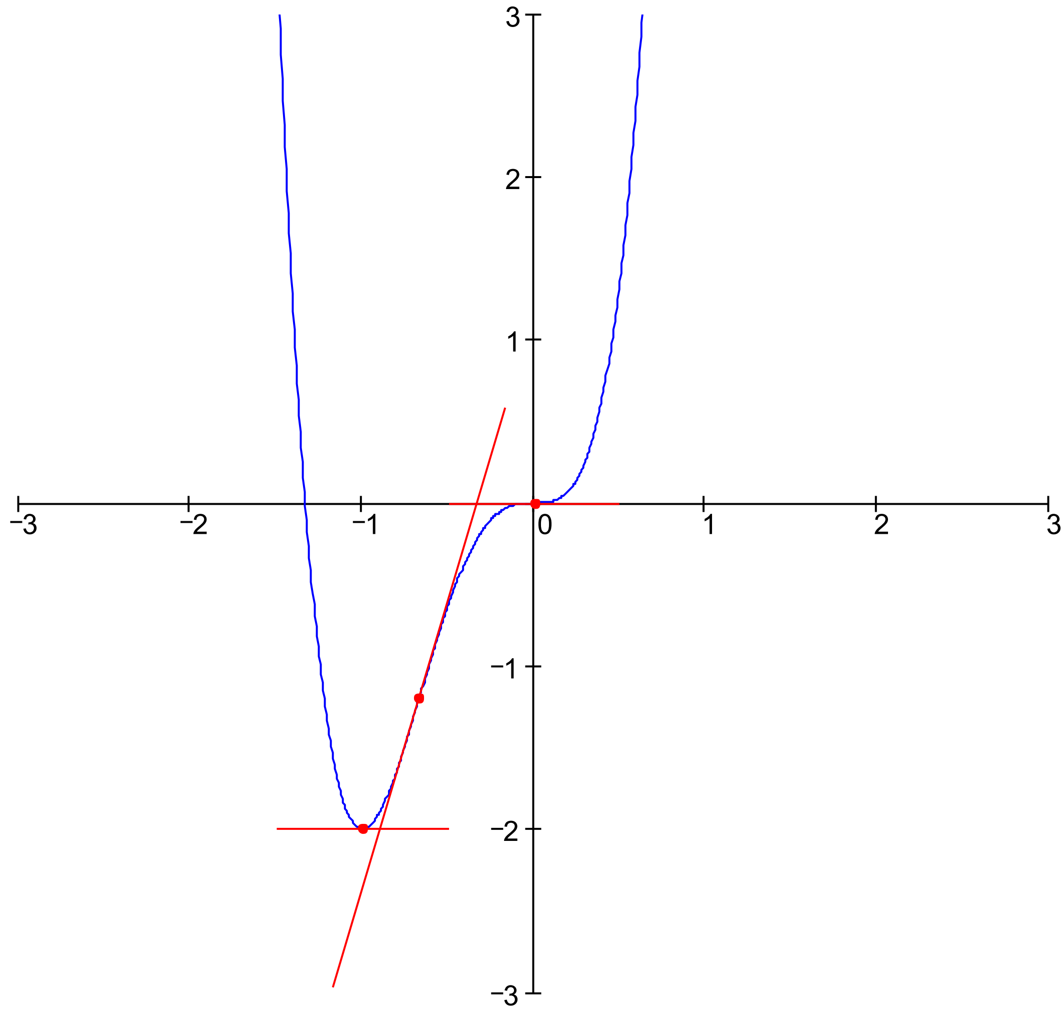
$$72x^2+48x=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow \left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right. \\ x=-0.67 \Rightarrow y=-1.18 \Rightarrow \left| \begin{matrix} -0.67 \\ -1.18 \end{matrix} \right. \end{cases}$$

$$m_{x=-0.67}=f'(-0.67)=3.56$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$		-1		-0.67		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	3.56	$+$	0	$+$	
y''		$+$	|	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$ $\smile$	-2 Min	$\nearrow$ $\smile$	-1.18 Inf	$\nearrow$ $\frown$	0 Inf	$\nearrow$ $\smile$	$+\infty$

La courbe


3
2
1
−3
−2
−1
0
1
2
3
−1
−2
−3