Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x \Rightarrow D_f = {}^\circ = (-\infty, +\infty)$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{4}x^4 + x = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{4}x^4 = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to -\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\frac{1}{4}x^4 + x}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{\frac{1}{4}x^4}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{4}x^3 = -\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Oy.

A la borne droite

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{4}x^4 + x = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{4}x^4 = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{4}x^4 + x}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{4}x^4}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{4}x^3 = +\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Oy.

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = x^3 + 1$$

$$x^3 + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = -0.75 \Rightarrow \begin{vmatrix} -1 \\ -0.75 \end{vmatrix}$$

Convexité de f

$$y'' = f''(x) = 3x^2$$

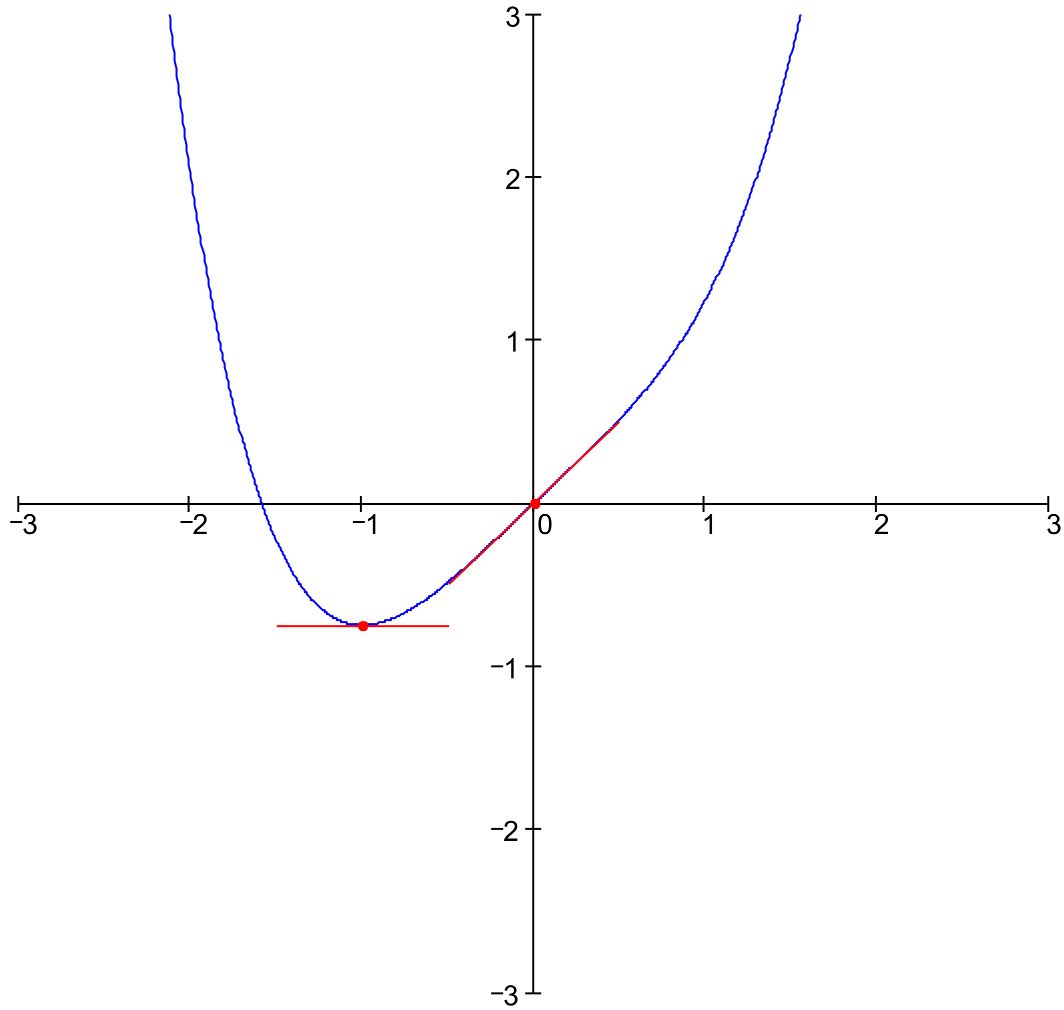
$$3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$m_{x=0} = f'(0) = 1$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	1	$+$	
y''		$+$		$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-0.75	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
			Min		Méplat		

La courbe


3
2
1
−1
−2
−3
−3
−2
−1
0
1
2
3