

Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$

www.cafeplanck.com

info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\} = \underset{I_1}{\left(-\infty, 0\right)} \cup \underset{I_2}{\left(0, +\infty\right)}$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

Etudier la fonction au bornes de I_1

A la borne gauche

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 0$$

Alors la droite d'équation $Y = 0$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{\sqrt[3]{0 - \varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt[3]{-\varepsilon}} = -\infty$$

Alors la droite d'équation $X = 0$ est une asymptote verticale pour la courbe de f .

Etudier la fonction au bornes de I_2

A la borne gauche

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = \frac{1}{\sqrt[3]{0 + \varepsilon}} = \frac{1}{\sqrt[3]{\varepsilon}} = +\infty$$

Alors la droite d'équation $X = 0$ est une asymptote verticale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} = 0$$

Alors la droite d'équation $Y = 0$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = \frac{-1}{3x\sqrt[3]{x}}$$



$$3x\sqrt[3]{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \notin D_f$$

Convexité de f

$$y'' = f''(x) = \frac{4}{9x^2\sqrt[3]{x}}$$

$$9x^2\sqrt[3]{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \notin D_f$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		-		-	
y''		-		+	
y	0		$-\infty$	$+\infty$	

La courbe

