# Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = 2x^4 - 2x^3 - 2x$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

## Le domaine de définition de $f$

$$y = f(x) = 2x^4 - 2x^3 - 2x \Rightarrow D_f = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

## Etudier la fonction au bornes de $D_f$

### A la borne gauche

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} 2x^4 - 2x^3 - 2x = \lim_{x \to -\infty} 2x^4 = +\infty$$

Alors la courbe de $f$ tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche $a$ et $b$ :

$$a = \lim_{x \to -\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2x^4 - 2x^3 - 2x}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{2x^4}{x} = \lim_{x \to -\infty} 2x^3 = -\infty$$

Alors la courbe de $f$ a une branche parabolique au long de l'axe $Oy$.

### A la borne droite

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} 2x^4 - 2x^3 - 2x = \lim_{x \to +\infty} 2x^4 = +\infty$$

Alors la courbe de $f$ tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche $a$ et $b$ :

$$a = \lim_{x \to +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x^4 - 2x^3 - 2x}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{2x^4}{x} = \lim_{x \to +\infty} 2x^3 = +\infty$$

Alors la courbe de $f$ a une branche parabolique au long de l'axe $Oy$.

## Le sens de variation de $f$

$$y' = f'(x) = 8x^3 - 6x^2 - 2$$

$$8x^3 - 6x^2 - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow \left| \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \right.$$

## Convexité de $f$

$$y'' = f''(x) = 24x^2 - 12x$$

$$24x^2 - 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ x = 0.5 \Rightarrow y = -1.13 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0.5 \\ -1.13 \end{vmatrix} \end{cases}$$

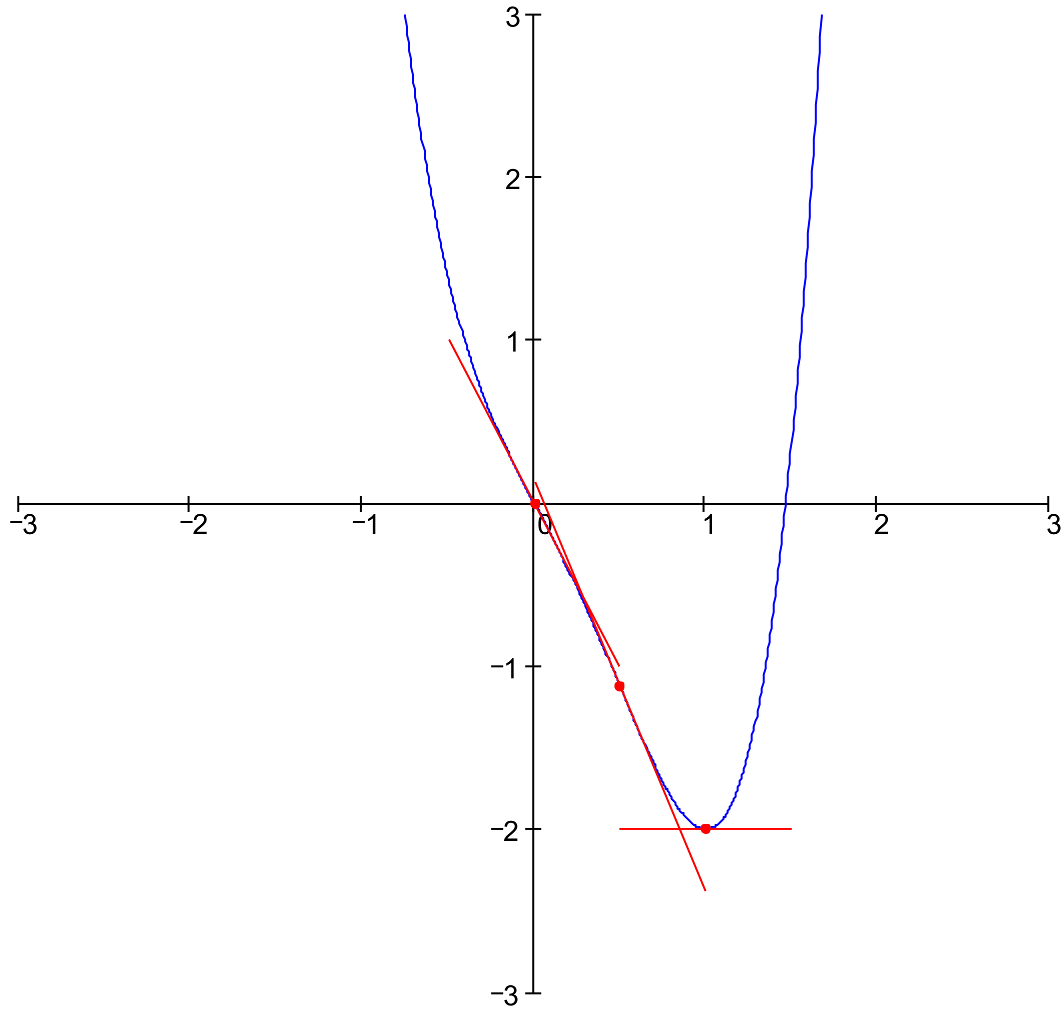
$$m_{x=0} = f'(0) = -2$$

$$m_{x=0.5} = f'(0.5) = -2.5$$

## Le tableau de variation

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $0.5$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $-2$ | $-$ | $-2.5$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y''$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ $\cup$ | $0$ Inf | $\searrow$ $\cap$ | $-1.13$ Inf | $\searrow$ $\cup$ | $-2$ Min | $\nearrow$ $\cup$ | $+\infty$ |

## La courbe


3
2
1
−3
−2
−1
0
1
2
3
−1
−2
−3