Plan d'étude et représentation graphique de $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Rightarrow D_f = ° = (-\infty, +\infty)$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$\lim_{x\to-\infty} y = \lim_{x\to-\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^{-x}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^{x}} = \lim_{x\to+\infty} 2^x = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x\to-\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^x}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{1}{x2^x} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{-x2^{-x}} = \lim_{x\to+\infty} -\frac{2^x}{x} = -\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Oy.

A la borne droite

$$\lim_{x\to+\infty} y = \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{2^x} = 0$$

Alors la droite d'équation $Y = 0$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f.

Le sens de variation de f

$$y' = -\frac{\ln 2}{2^x}$$

Convexité de f

$$y'' = \frac{\ln^2 2}{2^x}$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$-$	
y''		$+$	
y	$-\infty$	$\searrow$	0

La courbe