# Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$

www.cafeplanck.com info@cafeplanck.com

## Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 1}{x} \Rightarrow D_f = {}^{\circ} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, 0) \cup (0, 0)$$

## Etudier la fonction au bornes de $D_f$

## Etudier la fonction au bornes de $I_1$

#### A la borne gauche

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 1}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \to -\infty} x = -\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite Y = ax + b. On cherche a et b:

$$a = \lim_{x \to -\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2} = 1$$

$$b = \lim_{x \to -\infty} (y - ax) = \lim_{x \to -\infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x} - x \right) = \lim_{x \to -\infty} \left( \frac{x^2 - 1 - x^2}{x} \right) = \lim_{x \to -\infty} \left( \frac{-1}{x} \right) = 0$$

Alors la droite d'équation Y = x est une asymptote oblique pour la courbe de f.

#### A la borne droite

$$\lim_{x \to 0^{-}} y = \lim_{x \to 0^{-}} \frac{x^{2} - 1}{x} = \frac{(0 - \varepsilon)^{2} - 1}{0 - \varepsilon} = \frac{\varepsilon^{2} - 1}{-\varepsilon} = \frac{-1}{-\varepsilon} = \frac{1}{+\varepsilon} = +\infty$$

Alors la droite d'équation X = 0 est une asymptote verticale pour la courbe de f.

## Etudier la fonction au bornes de $I_2$

#### A la borne gauche

$$\lim_{x \to 0^+} y = \lim_{x \to 0^+} \frac{x^2 - 1}{x} = \frac{(0 + \varepsilon)^2 - 1}{0 + \varepsilon} = \frac{\varepsilon^2 - 1}{+\varepsilon} = \frac{-1}{+\varepsilon} = -\infty$$

Alors la droite d'équation X = 0 est une asymptote verticale pour la courbe de f.

#### A la borne droite

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 1}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2}{x} = \lim_{x \to +\infty} x = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite Y = ax + b. On cherche a et b:

$$a = \lim_{x \to +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^2 - 1}{x^2} = 1$$

$$b = \lim_{x \to +\infty} (y - ax) = \lim_{x \to +\infty} \left( \frac{x^2 - 1}{x} - x \right) = \lim_{x \to +\infty} \left( \frac{x^2 - 1 - x^2}{x} \right) = \lim_{x \to +\infty} \left( \frac{-1}{x} \right) = 0$$

Alors la droite d'équation Y = x est une asymptote oblique pour la courbe de f .

### Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = \frac{x^2 + 1}{x^2}$$

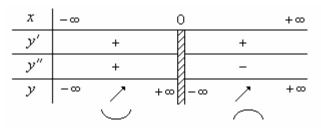
$$x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \notin D_f$$

## Convexité de f

$$y'' = f''(x) = \frac{-2}{x^3}$$

$$x^3 = 0 \Rightarrow x = 0 \notin D_f$$

#### Le tableau de variation



# La courbe

