Plan d'étude et représentation graphique de $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x \Rightarrow D_f = \left(0, +\infty\right)$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$\lim_{x \to 0^+} y = \lim_{x \to 0^+} \log_{\frac{1}{2}} x = \log_{\frac{1}{2}} (0 + \varepsilon) = \log_{\frac{1}{2}} \varepsilon = +\infty$$

Alors la droite d'équation $X = 0$ est une asymptote verticale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \log_{\frac{1}{2}} x = -\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\log_{\frac{1}{2}} x}{x} = 0$$

$$b = \lim_{x \to +\infty} \left(y - ax\right) = \lim_{x \to +\infty} \log_{\frac{1}{2}} x = -\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Ox .

Le sens de variation de f

$$y' = -\frac{1}{x \ln 2}$$

Convexité de f

$$y'' = \frac{1}{x^2 \ln 2}$$

Le tableau de variation

x	0		$+\infty$
y'		$-$	
y''		$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$

La courbe