

Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 1}$

www.cafeplanck.com

info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 + 1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

Etudier la fonction aux bornes de D_f

A la borne gauche

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^2 - 3}{x^2 + 1} = 1$$

Alors la droite d'équation $Y = 1$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 3}{x^2 + 1} = 1$$

Alors la droite d'équation $Y = 1$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = \frac{8x}{(x^2 + 1)^2}$$

$$8x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -3 \Rightarrow \begin{array}{l} 0 \\ -3 \end{array}$$

Convexité de f





$$y'' = f''(x) = \frac{-8(3x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^3}$$

$$-8(3x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0.57 \Rightarrow y = -2.02 \Rightarrow \begin{matrix} 0.57 \\ -2.02 \end{matrix} \\ x = -0.57 \Rightarrow y = -2.02 \Rightarrow \begin{matrix} -0.57 \\ -2.02 \end{matrix} \end{cases}$$

$$m_{x=-0.57} = f'(-0.57) = -2.59$$

$$m_{x=0.57} = f'(0.57) = 2.59$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$	-0.57	0	0.57	$+\infty$
y'	$-$	-2.59	$-$	0	$+$
y''	$-$	0	$+$	$+$	0
y	1	-2.02	-3	-2.02	1
					
	Inf	Min	Inf		

La courbe

