

Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \frac{-4x}{x^2 + 1}$

www.cafeplanck.com

info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \frac{-4x}{x^2 + 1} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} = (-\infty, +\infty)$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x}{x^2 + 1} = 0$$

Alors la droite d'équation $Y = 0$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

A la borne droite

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-4x}{x^2 + 1} = 0$$

Alors la droite d'équation $Y = 0$ est une asymptote horizontale pour la courbe de f .

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = \frac{4(x^2 - 1)}{(x^2 + 1)^2}$$

$$4(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \begin{matrix} -1 \\ 2 \end{matrix} \\ x = 1 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \end{cases}$$

Convexité de f

$$y'' = f''(x) = \frac{-8x(x^2 - 3)}{(x^2 + 1)^3}$$













$$-8x(x^2 - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix} \\ x = -1.73 \Rightarrow y = 1.73 \Rightarrow \begin{vmatrix} -1.73 \\ 1.73 \end{vmatrix} \\ x = 1.73 \Rightarrow y = -1.73 \Rightarrow \begin{vmatrix} 1.73 \\ -1.73 \end{vmatrix} \end{cases}$$

$$m_{x=-1.73} = f'(-1.73) = 0.5$$

$$m_{x=0} = f'(0) = -4$$

$$m_{x=1.73} = f'(1.73) = 0.5$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$	-1.73	-1	0	1	1.73	$+\infty$						
y'		+	0.5	+	0	-	-4	-	0	+	0.5	+	
y''		+	0	-		+	0	+		+	0	-	
y	0		1.73		2		0		-2		-1.73		0
			Inf		Max		Inf		Min		Inf		0

La courbe

