Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = x - \sqrt{x}$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = x - \sqrt{x} \Rightarrow D_f = [0, +\infty)$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right.$$

Alors le point $\left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right.$ est un point d'arrêt.

A la borne droite

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} (x - \sqrt{x}) = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x - \sqrt{x}}{x} = 1$$

$$b = \lim_{x \to +\infty} \left(y - ax \right) = \lim_{x \to +\infty} (x - \sqrt{x} - x) = \lim_{x \to +\infty} -\sqrt{x} = -\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de la droite $Y = x$.

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2\sqrt{x} - 1}{2\sqrt{x}}$$

$$2\sqrt{x}-1=0 \Rightarrow x=0.25 \Rightarrow y=-0.25 \Rightarrow \left| \begin{matrix} 0.25 \\ -0.25 \end{matrix} \right.$$

$$2\sqrt{x}=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow \left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right.$$

$$m_{x\to 0^+} = \lim_{x\to 0^+} f'(x) = \lim_{x\to 0^+}\left(1-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right) = 1-\frac{1}{2\sqrt{(0+\varepsilon)}} = 1-\frac{1}{2\sqrt{+\varepsilon}} = -\infty$$

Convexité de f

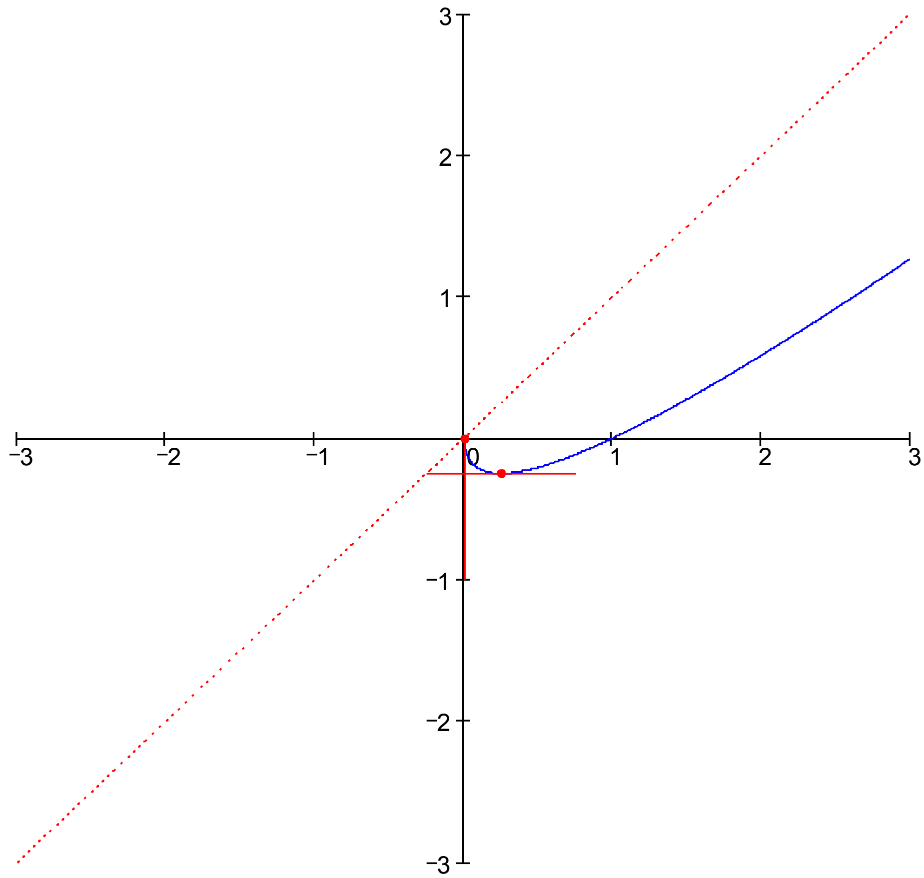
$$y'' = f''(x) = \frac{1}{4\sqrt{x^3}} = \frac{1}{4x\sqrt{x}}$$

$$4x\sqrt{x}=0 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=0 \Rightarrow \left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right.$$

Le tableau de variation

x	0		0.25		$+\infty$
y'	||	$-$	0	$+$	
y''	||	$+$			$+$	
y	0	$\searrow$ $\cup$	-0.25 Min	$\nearrow$ $\cup$	$+\infty$

La courbe


3
2
1
0
−1
−2
−3
−3
−2
−1
1
2
3