Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \sqrt{x^3}$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \sqrt{x^3} \Rightarrow D_f = [0, +\infty)$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Alors le point $\begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$ est un point d'arrêt.

A la borne droite

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} \sqrt{x^3} = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x^3}}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x\sqrt{x}}{x} = \lim_{x \to +\infty} x = +\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l'axe Oy.

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = \frac{3\sqrt{x}}{2}$$

$$3\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Convexité de f

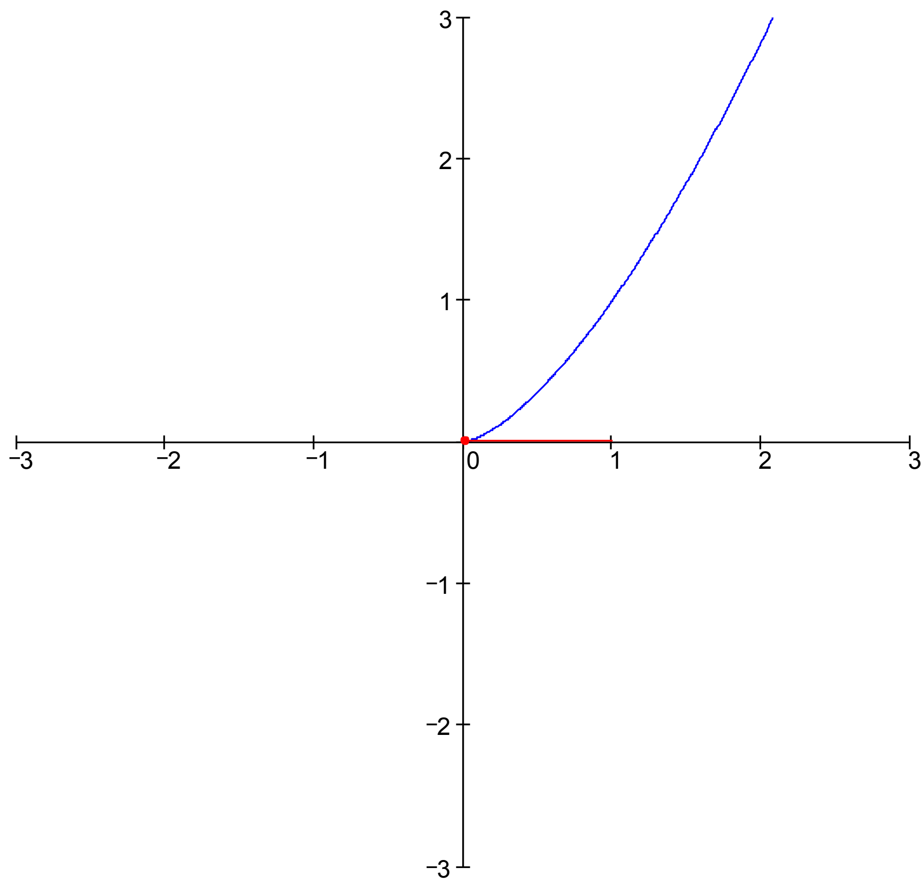
$$y'' = f''(x) = \frac{3}{4\sqrt{x}}$$

$$4\sqrt{x} = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Le tableau de variation

x	0		$+\infty$
y'	0	$+$	
y''		$+$	
y	0	$\nearrow$	$+\infty$

La courbe


3
2
1
−3
−2
−1
0
1
2
3
−1
−2
−3