Plan d'étude et représentation graphique de $y = f(x) = \sqrt{-x^2 + 4}$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = \sqrt{-x^2 + 4} \Rightarrow D_f = [-2, 2]$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$x = -2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Alors le point $\begin{vmatrix} -2 \\ 0 \end{vmatrix}$ est un point d'arrêt.

A la borne droite

$$x = 2 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$$

Alors le point $\begin{vmatrix} 2 \\ 0 \end{vmatrix}$ est un point d'arrêt.

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{-x^2 + 4}}$$

$$-x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \begin{vmatrix} 0 \\ 2 \end{vmatrix}$$

$$\sqrt{-x^2+4}=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \Rightarrow y=0 \Rightarrow \left|\begin{array}{l}-2\\0\end{array}\right. \\ x=2 \Rightarrow y=0 \Rightarrow \left|\begin{array}{l}2\\0\end{array}\right. \end{cases}$$

$$m_{x\to -2^+} = \lim_{x\to -2^+} f'(x) = \lim_{x\to -2^+} \frac{-x}{\sqrt{-x^2+4}} = \frac{-(-2+\varepsilon)}{\sqrt{-(-2+\varepsilon)^2+4}} = \frac{2-\varepsilon}{\sqrt{-4+4\varepsilon-\varepsilon^2+4}} = \frac{2}{\sqrt{+4\varepsilon-\varepsilon^2}} = +\infty$$

$$m_{x\to 2^-} = \lim_{x\to 2^-} f'(x) = \lim_{x\to 2^-} \frac{-x}{\sqrt{-x^2+4}} = \frac{-(2-\varepsilon)}{\sqrt{-(2-\varepsilon)^2+4}} = \frac{-2+\varepsilon}{\sqrt{-4+4\varepsilon-\varepsilon^2+4}} = \frac{-2}{\sqrt{+4\varepsilon-\varepsilon^2}} = -\infty$$

Convexité de f

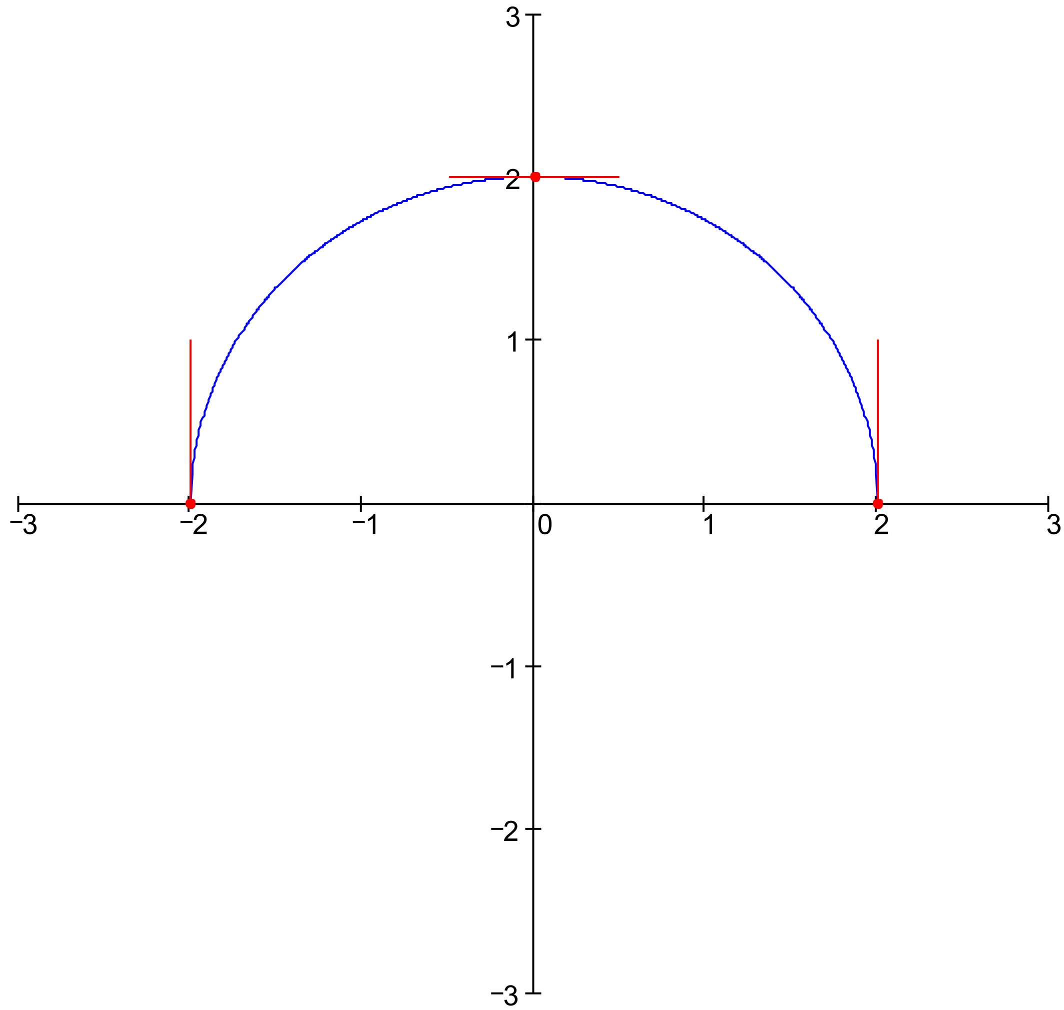
$$y'' = f''(x) = \frac{4}{\left(x^2-4\right)\sqrt{-x^2+4}}$$

$$\left(x^2-4\right)\sqrt{-x^2+4}=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \Rightarrow y=0 \Rightarrow \left|\begin{array}{l}-2\\0\end{array}\right. \\ x=2 \Rightarrow y=0 \Rightarrow \left|\begin{array}{l}2\\0\end{array}\right. \end{cases}$$

Le tableau de variation

x	-2		0		2
y'	‖	$+$	0	$-$	‖
y''	‖	$-$	|	$-$	‖
y	0	↗ ⌒	2 Max	↘ ⌒	0

La courbe


3
2
1
−1
−2
−3
−3
−2
−1
0
1
2
3