Plan d’étude et représentation graphique de $y = f(x) = x^3$

www.cafeplanck.com
info@cafeplanck.com

Le domaine de définition de f

$$y = f(x) = x^3 \Rightarrow D_f = {}^\circ = (-\infty, +\infty)$$

Etudier la fonction au bornes de D_f

A la borne gauche

$$\lim_{x \to -\infty} y = \lim_{x \to -\infty} x^3 = -\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to -\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to -\infty} \frac{x^3}{x} = \lim_{x \to -\infty} x^2 = +\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l’axe Oy.

A la borne droite

$$\lim_{x \to +\infty} y = \lim_{x \to +\infty} x^3 = +\infty$$

Alors la courbe de f tend vers un infini au long de la droite $Y = ax + b$. On cherche a et b :

$$a = \lim_{x \to +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x^3}{x} = \lim_{x \to +\infty} x^2 = +\infty$$

Alors la courbe de f a une branche parabolique au long de l’axe Oy.

Le sens de variation de f

$$y' = f'(x) = 3x^2$$

$$3x^2 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \left| \begin{matrix} 0 \\ 0 \end{matrix} \right.$$

Convexité de f

$$y'' = f''(x) = 6x$$

$$6x = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow \left| \begin{array}{l} 0 \\ 0 \end{array} \right.$$

Le tableau de variation

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	
y''		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$
			Inf		

La courbe