

大实验二 物理层信道容量分析实验

实验目的与要求

1. 了解什么是凸优化问题;
2. 学会使用 Matlab CVX 工具箱解决最优功率分配问题,使得信道容量最大化;
3. 了解注水算法;

实验环境

电脑, Matlab, CVX 工具箱

实验内容

一、背景知识简介:

1. 凸优化问题:

$$\begin{aligned} & \text{minimize} && f_0(x) \\ & \text{subject to} && f_i(x) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & && h_i(x) = 0, \quad i = 1, \dots, p \end{aligned}$$

其中: f_0 和 f_i 是凸函数, h_i 是仿射的。通常, f_0 被称作目标函数, f_i 和 h_i 被称作约束条件。

2. 使用 CVX 工具箱解决凸优化问题

```
cvx_begin                                %cvx开始标志
    variable x(n, 1);                    %声明优化变量是维度为n的x
    minimize( f0(x) );                    %最小化目标函数f0(x)
```

```

subject to                                %x的约束条件

        f_i(x) >= 0;
        A * x - b == 0;

cvx_end                                  %cvx结束标志

```

二、实验步骤

1. 最优功率分配问题。

考虑 $T = 10$ 个时隙。在每个时隙 i ，发射机的发射功率为 P_i (W)，发射机到接收机的信道状态与接收机的背景噪声的比值为 a_i 。假设单位带宽，则收发机之间 T 个时隙的总信道容量可表示为 $\sum_{i=1}^T \log_2(1 + P_i a_i)$ 。考虑发射机的发射功率之和不能超过 $P_{\max}=1$ (W)。发射机的最优功率分配问题可以表示成如下的凸优化问题：

$$\begin{aligned}
 & \text{maximize} \quad \sum_{i=1}^T \log_2(1 + P_i a_i) \\
 & \text{subject to} \quad P_i \geq 0, \sum_{i=1}^T P_i = 1
 \end{aligned}$$

使用 CVX 找出最优的功率分配，其中每一个时隙的 a_i 可用 Matlab 命令 $a=\text{rand}(T,1)$ 产生。给出代码与运行结果，以及最优功率分配。

2. 注水算法

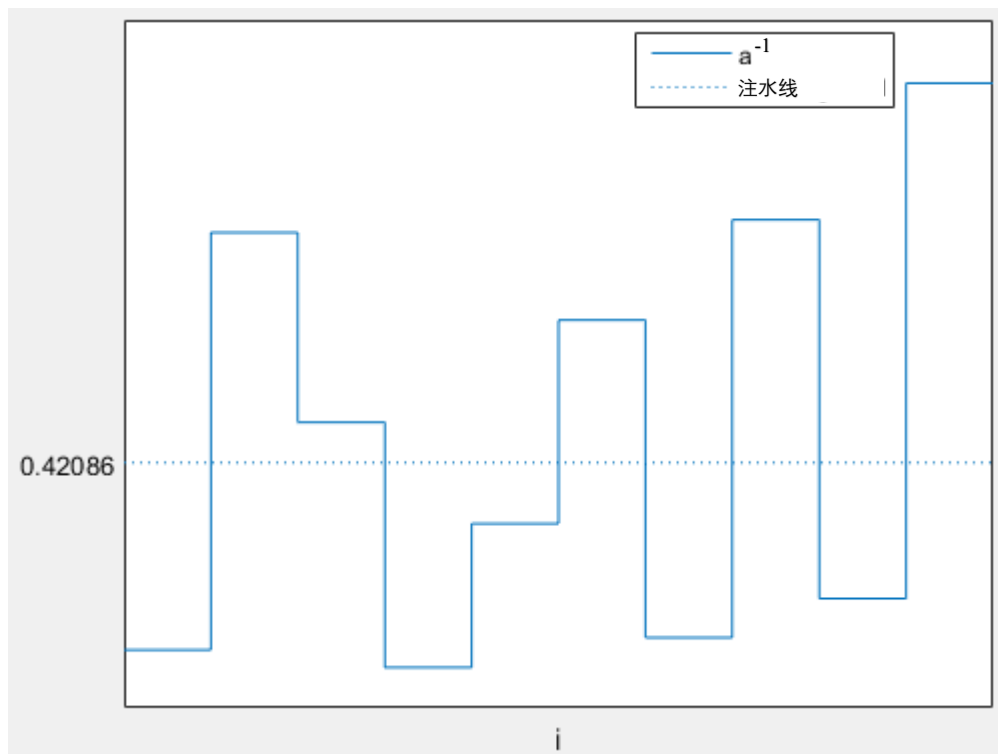
步骤 1 的最优功率分配问题除了可以用 CVX 找出数值解，还可以应用凸优化数学分析的方法找出解析解。其解析解可以表示为：

$$P_i = \left(\frac{1}{\ln 2 * \lambda} - \frac{1}{a_i} \right)^+$$

其中， $(x)^+$ 表示 $\max(0, x)$ ， λ 是一个保证 $\sum_{i=1}^{10} \left(\frac{1}{\ln 2 * \lambda} - \frac{1}{a_i} \right)^+ = 1$ 成立的常数。基于此解析解，可得出实现功率分配的注水算法，其中 $\frac{1}{\ln 2 * \lambda}$ 称为注水线。

1) 思考为什么称作注水算法，注水线，信道状态 a ，与功率分配的关系如何？

- 2) 通过程序找出 λ
- 3) 利用 Matlab 画出类似于下图的结果图



其中，横轴是时隙，纵轴是 $1/a$ ，虚线是注水线。由此图可以直观地看出应该如何根据信道状态“注水”，实现最优功率分配。