UNIVERSIDAD DE LA REPÚBLICA

Facultad de Ciencias Económicas y de Administración
Licenciatura en Estadística

Introducción a la Estadística Computacional

Trabajo final

Análisis del punto de equilibrio económico de un hub logístico.

Felipe Pino, Matias Passerini, Juan Cadenas

4 de Diciembre de 2025

Resumen ejecutivo

El presente proyecto tiene como objetivo estudiar el punto de equilibrio económico de un hub logístico mediante técnicas numéricas de búsqueda de raíces y métodos de simulación. El foco se coloca en la construcción de una función de beneficio flexible y no lineal, diseñada especialmente para el uso de métodos iterativos tales como bisección, Newton–Raphson y punto fijo.

La función de beneficio se formuló como un polinomio de grado dos, incorporando tanto el margen económico por pedido como un término cuadrático que representa ineficiencias crecientes por congestión operativa. A partir de esta estructura, el proyecto aborda el cálculo del volumen mínimo de pedidos que hace que el beneficio sea igual a cero. Posteriormente, se analizó la sensibilidad de este punto de equilibrio generando múltiples escenarios a través del método de Monte Carlo, variando parámetros clave de la función mediante distribuciones aleatorias que reflejan la incertidumbre inherente al contexto logístico.

Presentación del problema

Olist opera como un marketplace donde cada pedido implica ingresos para la plataforma (comisión y flete) y costos logísticos asociados al procesamiento del producto. La empresa cuenta con datos públicos en su web sobre la información de sus ventas, procesos, costos y beneficios. Desde la perspectiva de un centro logístico, el problema fundamental consiste en determinar:

1. ¿Para qué nivel de pedidos anuales el beneficio económico del hub es igual a cero?

2. ¿Cómo varía ese punto de equilibrio si cambian los parámetros económicos fundamentales como precio, flete, costos variables o la intensidad de congestión?

3. ¿Qué tan sensibles son los resultados ante la incorporación de incertidumbre en dichos parámetros?

El análisis de raíces de la función de beneficio permite responder estas preguntas de manera sistemática. Debido a que el beneficio se modeló como una función cuadrática en el volumen anual de pedidos, no se cuenta con una solución cerrada simple que se desee usar. Esto motiva la aplicación de algoritmos numéricos iterativos que permitan obtener el punto de equilibrio con la precisión deseada.

$$\text{Beneficio}(q) = \Big((P_{\text{prom}} \cdot \text{Comision}_{\%}) + Flete_{\text{prom}} \; - \; (\beta_{\text{log}} \cdot Peso_{\text{prom}} + \gamma_{\text{log}}) \Big) \cdot q \; - \; CF_{\text{total}} \; - \; \Delta_{\text{inef}} \cdot q^2.$$

Metodología utilizada

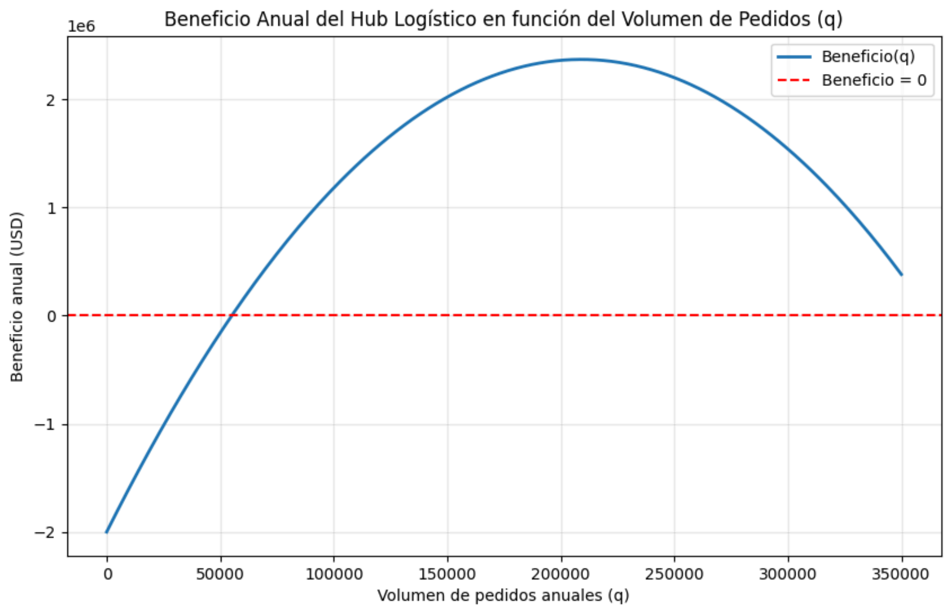
La metodología del proyecto combina técnicas numéricas de búsqueda de raíces con simulación Monte Carlo para analizar el punto de equilibrio económico del hub logístico. En una primera etapa se formuló una función de beneficio no lineal que incorpora tanto el margen unitario por pedido como un término cuadrático que modela ineficiencias crecientes. Esta estructura impide resolver analíticamente el punto de equilibrio, por lo que se recurrió a métodos iterativos como bisección, Newton–Raphson y punto fijo. Cada uno fue aplicado con el objetivo de comparar su estabilidad y velocidad de convergencia frente a la misma función económica.

Además del cálculo del punto de equilibrio, se incorporó un análisis de optimización para determinar el nivel de operación que maximiza el beneficio. Para esto se utilizó el método de búsqueda por sección áurea, adecuado para optimizar funciones unimodales sin requerir derivadas.

Una vez calculado el punto de equilibrio en el escenario determinista, se extendió el análisis incorporando incertidumbre en los parámetros del modelo. Para ello se empleó el método de Monte Carlo, asignando distribuciones probabilísticas a variables como precio promedio, costos logísticos y coeficientes operativos. En cada iteración se generó un conjunto aleatorio de parámetros, se reconstruyó la función de beneficio y se resolvió nuevamente la raíz mediante los métodos numéricos seleccionados. Este proceso permitió obtener una distribución del punto de equilibrio, capturando su variabilidad y estimando la probabilidad de operar con beneficio nulo o positivo bajo distintos escenarios.

Resultados

Grafico beneficio anual x pedidos anuales en el escenario determinista:



Método de bisección:

```
Raíz encontrada por bisección (volumen q*): 55106.37473830684
Iteraciones: 42
```

Método de punto fijo:

```
x_1 = 52904.3437273629
x_2 = 54774.04432685588
x_3 = 55055.961304355704
x_4 = 55098.72124607805
x_5 = 55105.212690029206
x_6 = 55106.19829855051
x_7 = 55106.347948486255
x_8 = 55106.37067066533
x_9 = 55106.37412070134
x_10 = 55106.37464453971
x_11 = 55106.37472407704
x_12 = 55106.37473615364
x_13 = 55106.374737987295

Resultado final: {'pf': np.float64(55106.374737987295), 'iter': 13}
```

Método de Newton-Raphson:

```
x_2 = 55106.3537761292
x_3 = 55106.37473831412
x_4 = 55106.37473831555
Sí hubo convergencia luego de 4 iteraciones
{'raiz': np.float64(55106.37473831555), 'f_raiz': np.float64(-1.1641532182693481e-10), 'iter': 4, 'demoro': 0.0001633167266845703}
```

Resultado de la optimización:

```
{'q_optimo': 209020.3930307077,
 'beneficio_max': 2368952.593241075,
 'iteraciones': 54,
 'intervalo_final': (209020.3930303189, 209020.39303094798)}
```

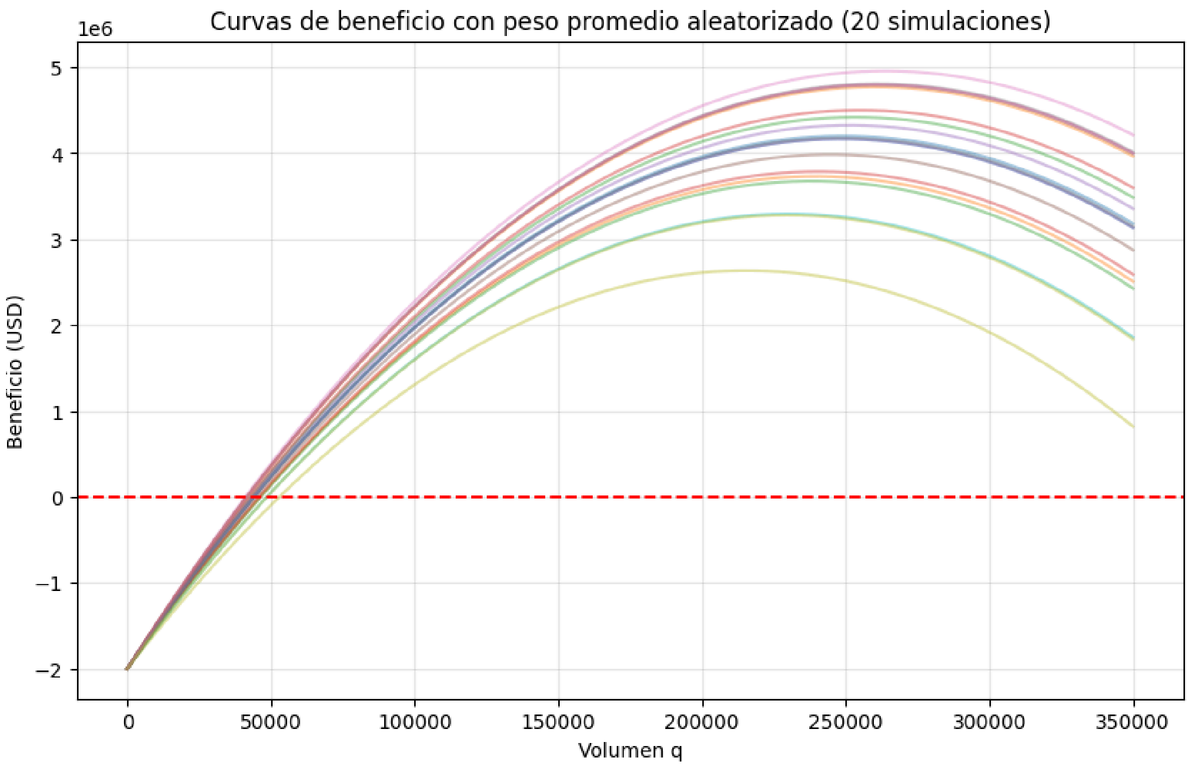
Simulación Monte Carlo del Punto de Equilibrio (aleatorizando el peso promedio)

Ahora con nuestra variable aleatorizada volvemos a simular los puntos de equilibrio para cada nueva trayectoria, para cada réplica de Monte Carlo generamos un valor aleatorio de peso promedio (W^(i)), reemplazandolo en la función de beneficio:

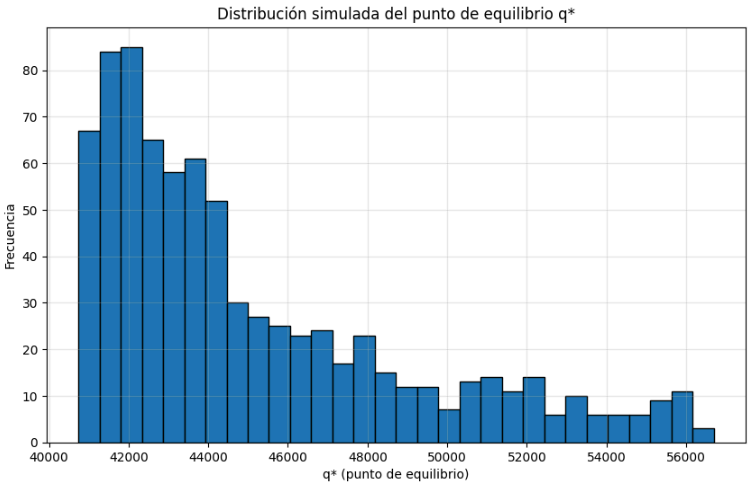
$$\text{Beneficio}(q) = \underbrace{\left[(P_{\text{prom}} \cdot c) + F_{\text{prom}} - \left(\beta W^{(i)} + \gamma\right)\right]}_{\text{margen unitario aleatorio}} \cdot q \; - \; CF \; - \; \delta q^2$$

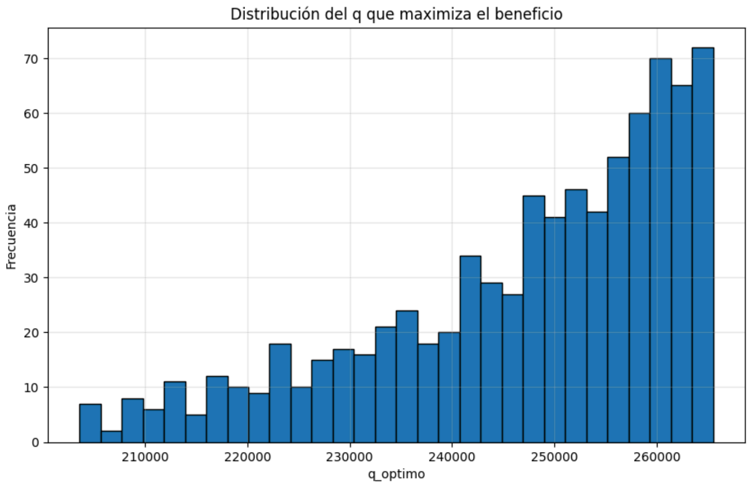
Con esto, la forma de la curva beneficio–volumen cambia en cada simulación, alterando el punto de equilibrio (q^*). Para obtenerlo en cada réplica, aplicamos el método de bisección, técnica robusta presentada en clase para resolver ecuaciones no lineales.

Simulamos 1.000 trayectorias, pero nos quedamos solo con las primeras 20 para el gráfico.



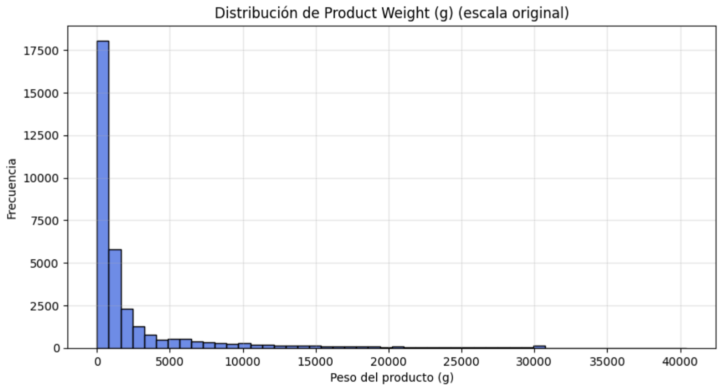
A medida que el peso de los productos varía, las ventas dejan de comportarse de manera homogénea. En consecuencia, también cambia el punto de equilibrio (el nivel de q que hace que el beneficio sea cero) así como el valor q que maximiza el beneficio económico.

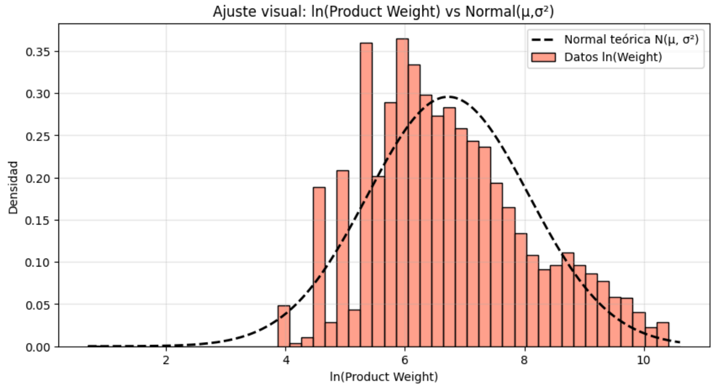




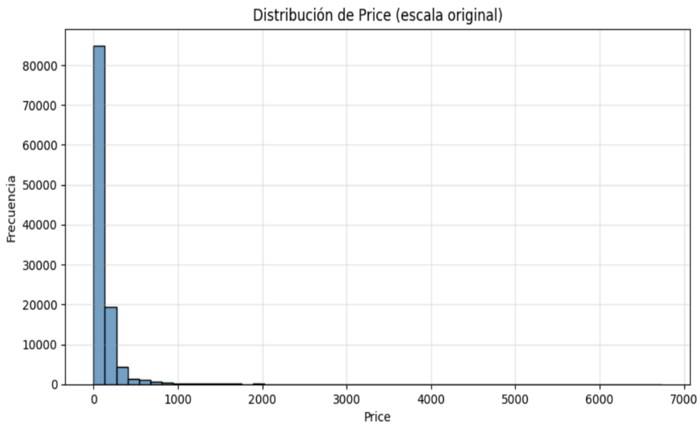
Una vez entendido como las variaciones en nuestra variable peso repercuten en el punto de equilibrio, extendemos esta variabilidad hacia el resto de las variables previamente fijas para darle al modelo la capacidad de fluctuar en función de diferentes valores aleatorios. Pero para ello, primero fue necesario hallar las distribuciones empíricas de estas variables, de la cual se extraerán valores aleatorios para cada nueva iteración.

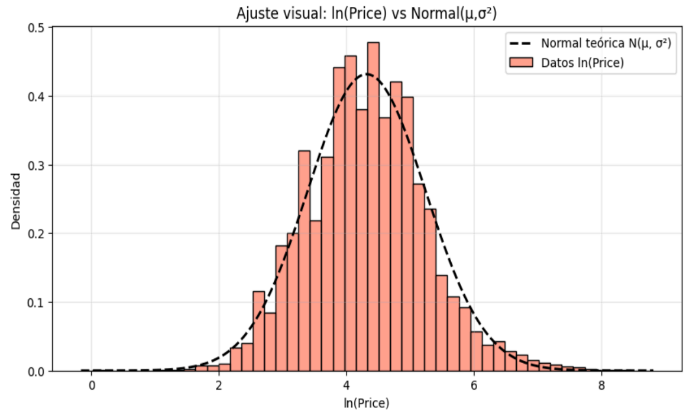
Distribución del peso:



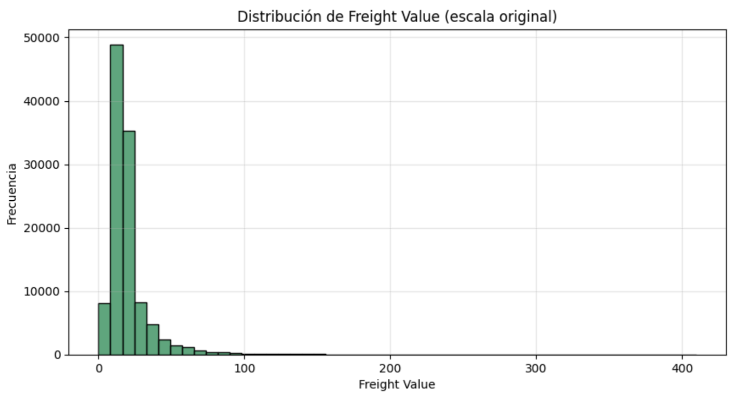


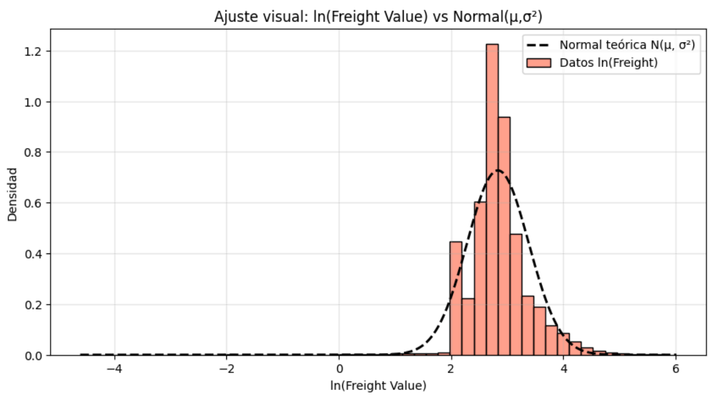
Seguimos con la variable precio, calculamos sus estadísticos descriptivos y graficamos su distribución. Luego aplicamos logaritmo y ajustamos a una distribución normal, la cual usaremos posteriormente al momento de aleatorizar la variable dentro del modelo.





Hacemos el mismo procedimiento para la variable transporte.





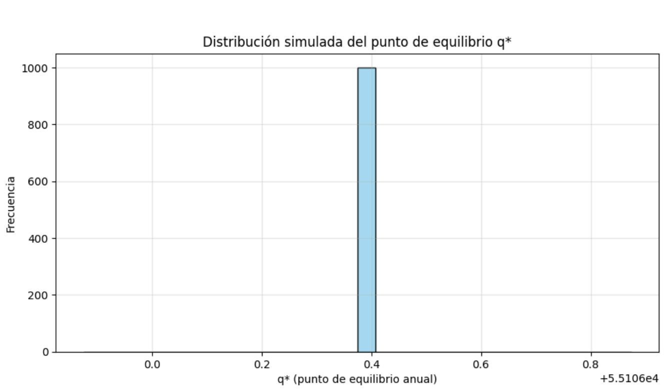
En el caso de los costos fijos anuales, no se contaba con una distribución empírica como en las otras variables. Por eso se decidió modelarlos mediante una distribución lognormal, adecuada para representar costos siempre positivos y con variaciones proporcionales.

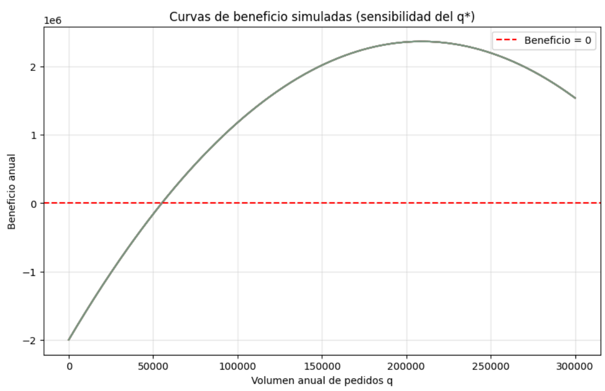
Se tomó como valor central una mediana de 2.000.000 y una volatilidad moderada ($\sigma = 0.15$). A partir de estos valores se obtuvo el parámetro $\mu = \log(CF\_mediana)$, con el cual se generaron los costos fijos aleatorios utilizados en cada iteración de la simulación.

Función global

En el modelo de simulación decidimos aleatorizar únicamente cuatro variables específicas —precio promedio del producto, valor promedio del flete, peso promedio de los productos y costos fijos anuales— porque representan las fuentes principales de incertidumbre económica y operativa dentro del funcionamiento real de un hub logístico. Estas variables combinan componentes comerciales (precio y comisión asociada), logísticos (peso como determinante del costo por manipulación y transporte) y estructurales (costos fijos del centro de distribución). Además, todas ellas mostraron variabilidad empírica significativa en los datos, lo que justifica modelarlas mediante distribuciones probabilísticas para capturar el comportamiento real del sistema. Limitar la aleatorización a estas cuatro variables permite simular escenarios plausibles sin introducir ruido artificial, concentrando la incertidumbre en los factores que verdaderamente afectan el punto de equilibrio del hub.

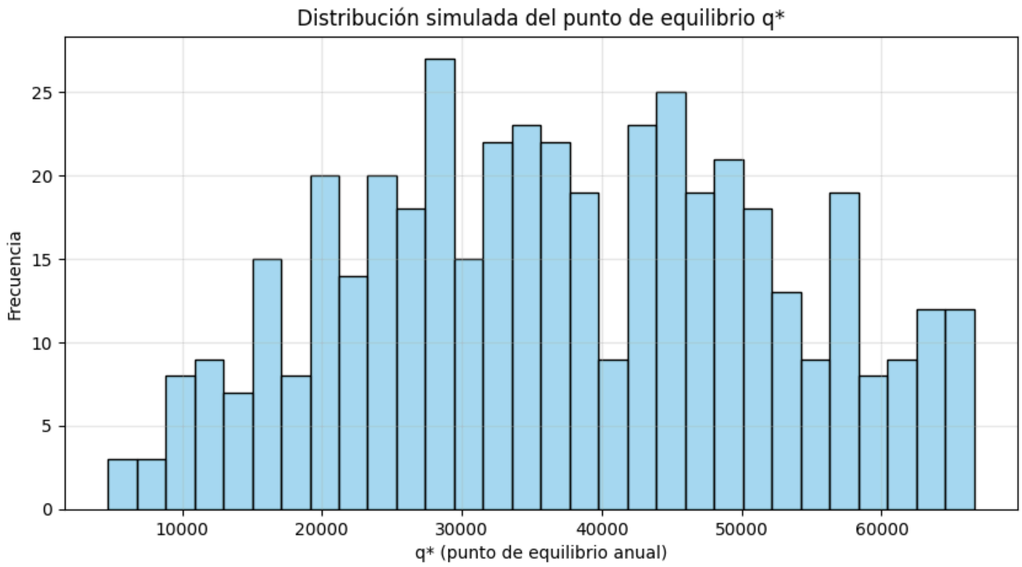
En una primera simulación podemos ver que si dejamos nuestras variables estáticas el modelo nos devolverá el gráfico inicial sin ningún tipo de variabilidad. Ahora en cambio si le asignamos a cada una de ellas la distribución teórica que mejor ajustaba a su comportamiento natural vamos a poder ver como cada simulación es diferente, reflejando distintas combinaciones de valores (dentro de los parámetros) de precio, costos fijos y transporte.



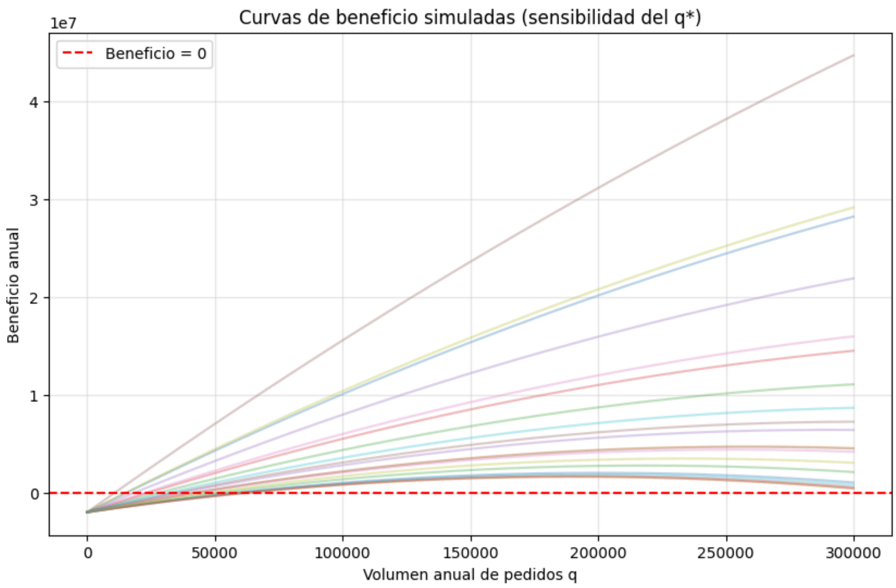


Nuevamente simulamos 1.000 trayectorias, pero nos quedamos solo con las primeras 20 para el gráfico. Esta vez aleatorizado todas las variables mencionadas.

Vemos ahora si como los valores de nuestro punto de equilibrio, calculado con bisección para cada simulación, dejan de ser fijos y comienzan a moverse según varían los valores.



Lo mismo sucede con las trayectorias de los beneficios, las diferentes combinaciones de valores devueltos por la aleatoriedad de las distribuciones que les asignan a cada uno sus valores, presentan situaciones diferentes para la empresa.



Discusión y alcance de los resultados

Los resultados muestran que los métodos numéricos aplicados permiten localizar el punto de equilibrio, aunque con diferencias esperables: bisección es el más estable, Newton–Raphson el más rápido y punto fijo depende de la forma de la función.

Al incorporar variabilidad mediante Monte Carlo, observamos que el punto de equilibrio deja de ser un valor único y pasa a fluctuar según los cambios aleatorios en precio, flete, peso y costos fijos. Esto permite visualizar cómo la incertidumbre operativa afecta la posición del punto de equilibrio y qué variables generan mayores desplazamientos en su valor. El alcance del análisis se limita a las distribuciones empíricas construidas y a la estructura funcional definida para el beneficio.

Conclusiones y futuros pasos

El estudio muestra que el punto de equilibrio del hub logístico puede calcularse de forma confiable mediante métodos numéricos y que la simulación Monte Carlo permite analizar cómo cambia dicha raíz bajo variaciones razonables de los parámetros. El ejercicio evidencia que algunas variables (como el precio promedio y los costos fijos) producen desplazamientos más significativos en el punto de equilibrio que otras.

Como futuros pasos, se podría profundizar en la calidad de las distribuciones utilizadas, incorporar nuevas fuentes de variabilidad (por ejemplo, demanda estacional u otros costos operativos) y validar el modelo con datos adicionales. También sería útil realizar un análisis de sensibilidad formal para cuantificar el efecto relativo de cada variable.

Datos utilizados

Se empleó el dataset oficial Olist Brazilian E-commerce Public Dataset (Kaggle)

Link a la base: https://www.kaggle.com/datasets/olistbr/brazilian-ecommerce

Referencias bibliográficas

Jones, O., Maillardet, R., & Robinson, A. (2014). *Introduction to scientific programming and simulation using R* ((2.ª ed.) ed.). Taylor & Francis Group.

Robert, C., & Casella, G. (2010). *Introducing Monte Carlo methods with R.* Springer.

Código realizado en Python (Trabajo_Final_2_0):

https://github.com/matipasse/Trabajo-Final