NUM7

Teoria:

Interpolacja to metoda numeryczna, która pozwala nam na budowanie funkcji interpolacyjnej. Nasze zadanie sprowadza się do przeprowadzenia interpolacji wielomianowej, czyli przybliżenia funkcji przy pomocy wielomianów.

Będziemy używać dwóch sposobów na wybór węzłów interpolacyjnych:

Jednorodny: $x_i = \text{-}1 + 2\left(\frac{i}{(n+1)}\right)\ dla\ i = (0,1..,n)$

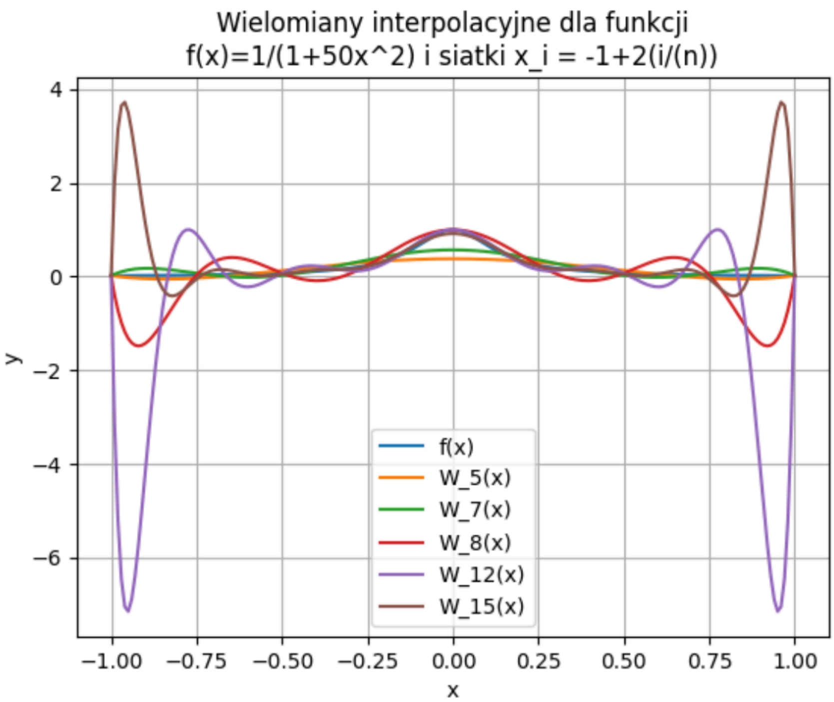
Cosinusoidalny: $x_i = \cos\left(\frac{(2i+1)}{2(n+1)}\pi\right)\ dla\ i = (0,1..,n)$

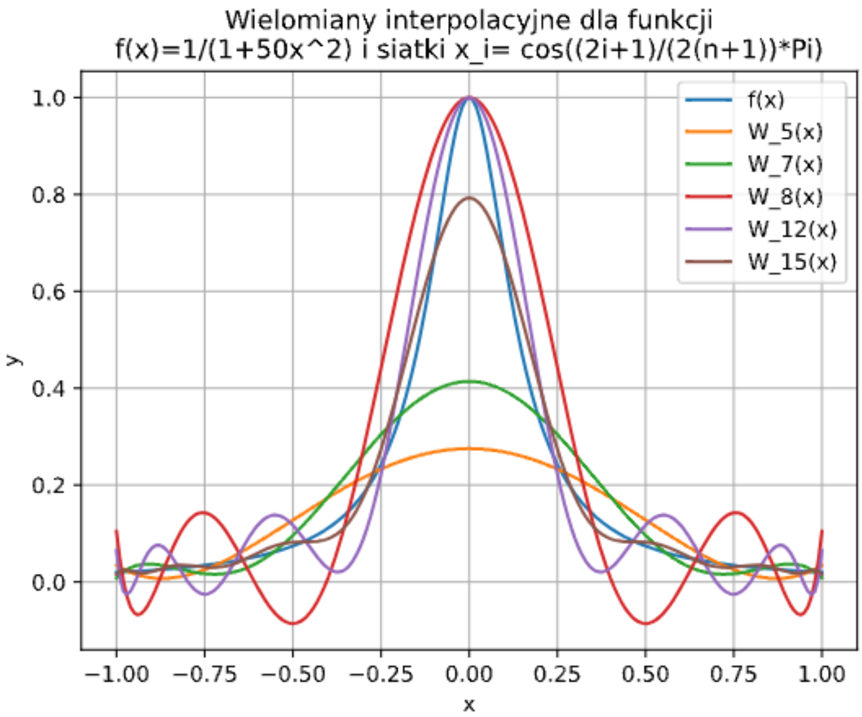
Będziemy również używać wzorów Lagrange'a do wyliczenia wartości wielomianu interpolacyjnego.

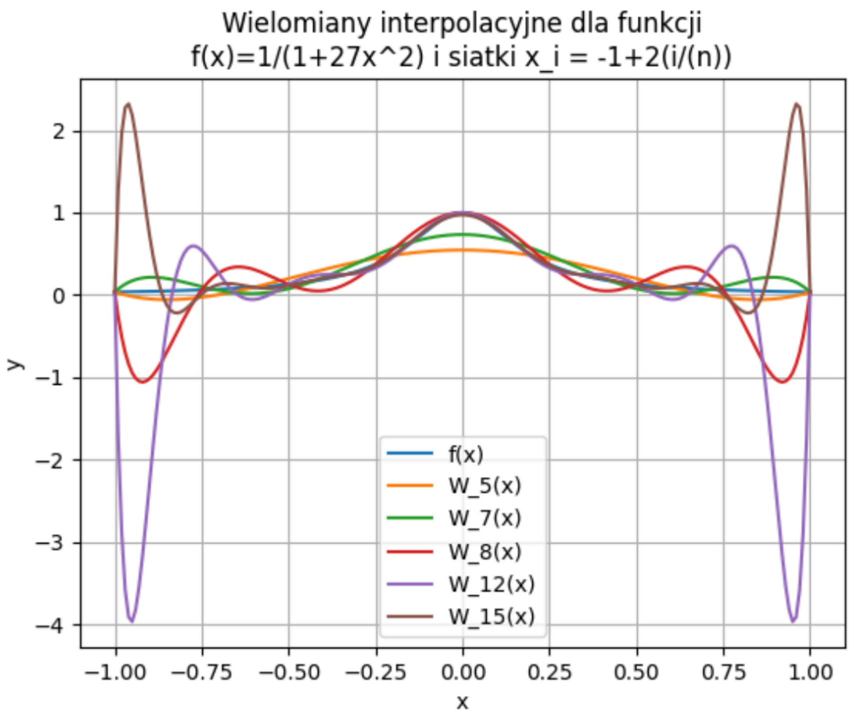
$$f(x) = \sum_{j=1}^{n} y_j\, \phi_j(x)$$

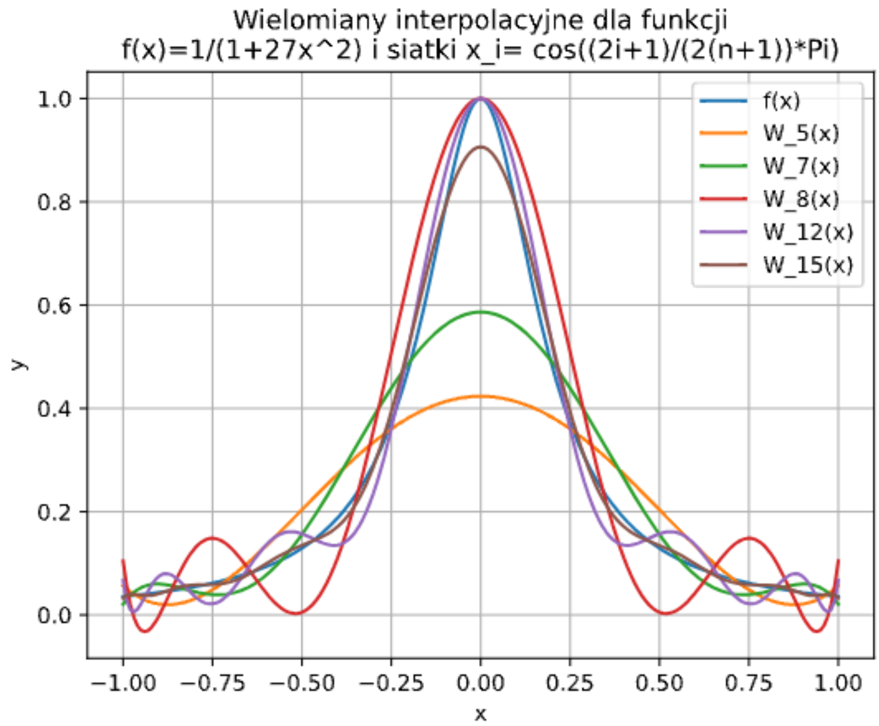
$$\phi_j(x) = \prod_{i \neq j} \frac{(x - x_i)}{(x_j - x_i)}$$

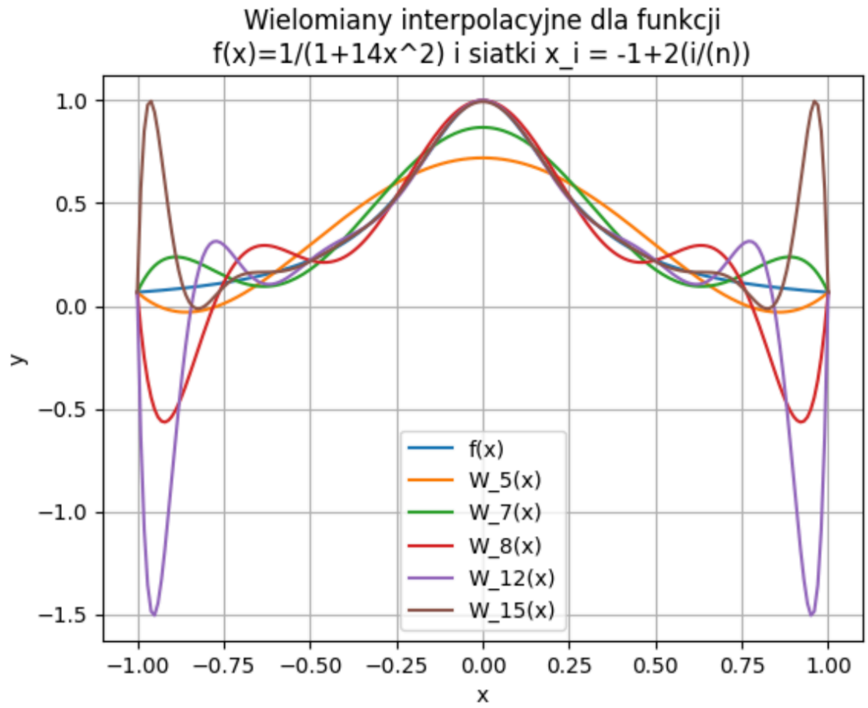
Wyniki:

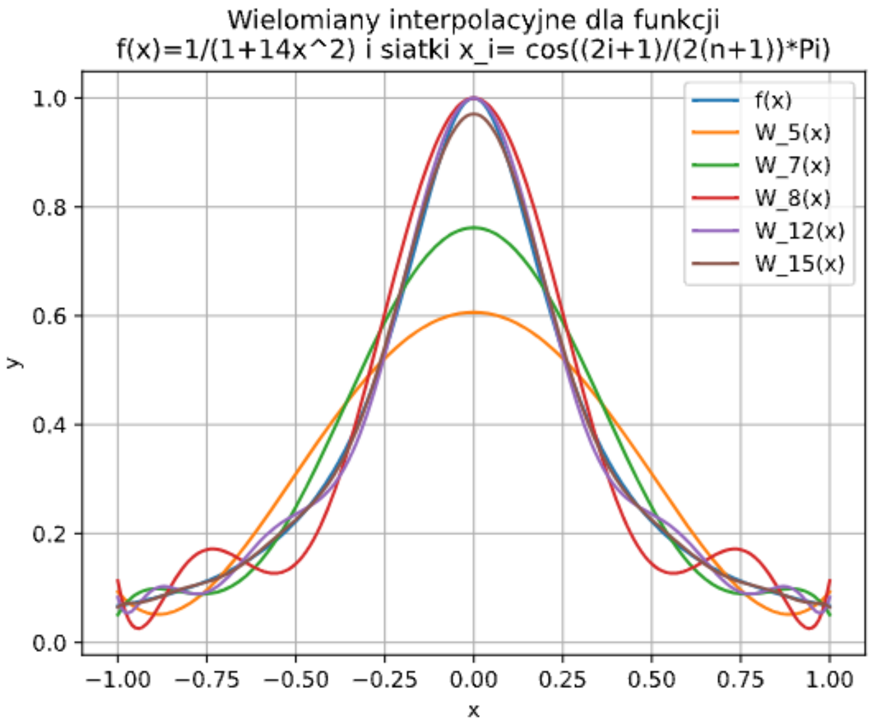



Wielomiany interpolacyjne dla funkcji
f(x)=1/(1+50x^2) i siatki x_i= cos((2i+1)/(2(n+1))*Pi)
f(x)
W_5(x)
W_7(x)
W_8(x)
W_12(x)
W_15(x)
y
x


Wielomiany interpolacyjne dla funkcji
f(x)=1/(1+27x^2) i siatki x_i = -1+2(i/(n))
f(x)
W_5(x)
W_7(x)
W_8(x)
W_12(x)
W_15(x)
y
x


Wielomiany interpolacyjne dla funkcji
f(x)=1/(1+27x^2) i siatki x_i= cos((2i+1)/(2(n+1))*Pi)
f(x)
W_5(x)
W_7(x)
W_8(x)
W_12(x)
W_15(x)
y
x


Wielomiany interpolacyjne dla funkcji
f(x)=1/(1+14x^2) i siatki x_i = -1+2(i/(n))
f(x)
W_5(x)
W_7(x)
W_8(x)
W_12(x)
W_15(x)
y
x

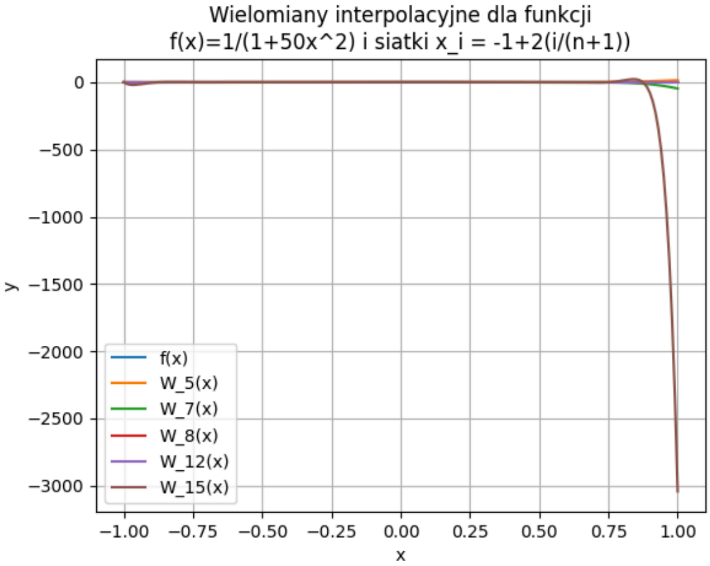


Podsumowanie:

Obserwujemy, iż gdy zwiększamy nasze n to polepsza się przybliżenie, ale tym samym na krańcach przedziału pojawia się efekt Rungego czyli moment gdy początkowo przy zwiększaniu węzłów poprawią się przybliżenie, a później po dalszym wzroście węzłów jakość interpolacji zaczyna się pogarszać. Możemy również zauważyć, że w przypadku mniejszych wartości mianownika w wielomianie pogarszanie jakości interpolacji znacznie się zmniejsza.

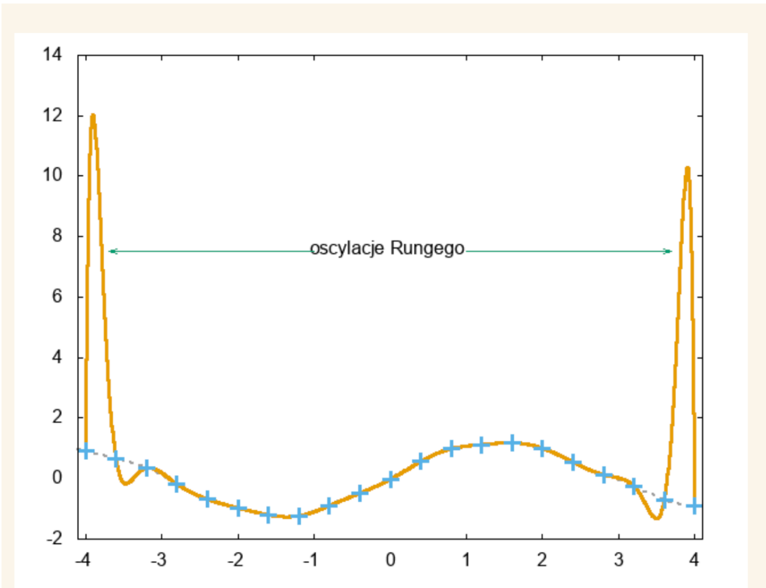
Chciałbym również zauważyć, iż w przypadku dystrybucji jednorodnej w mianowniku użyłem samego ,,n” , ponieważ gdy używałem tam n+1, tak jak jest podane w zadaniu oscylacja Rungego była zbyt wielka i nie można było wysnuć wniosków z tak przedstawionego na wykresach rozwiązania.

Przykład dla n+1 w mianowniku:



Oscylacja Rungego

Przykład z wykładu Profesora Góry:



Przykład uruchomienia:

make run – uruchamia program i generuje wykresy