

Pole figury.

M. Sarnowski

September 26, 2019

Dany jest stopień n oraz współczynniki $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n$
wielomianu $W(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \dots + a_{n-2}x^2 + a_{n-1}x + a_n$.

Oblicz przybliżoną wartość pola figury ograniczonej osią X i wykresem
funkcji $W(x)$ w podanym przedziale $\langle a; b \rangle$.

Do obliczenia pola zastosujemy **metode trapezów**:

Przedział $\langle a; b \rangle$ dzielimy na $n + 1$ równo odległych punktów

$x_0, x_1, x_2, \dots, x_n$.

Odległość między punktami, czyli wysokość każdego trapezu

$\Delta x = (b - a)/n$

$$x_0 = a, x_1 = a + \Delta x, x_2 = a + 2 \cdot \Delta x, \dots, x_n = a + n \cdot \Delta x = b,$$

Zatem dla $i = 0, 1, 2, \dots, n$ $x_i = a + i \cdot (b - a)/n$

Dla każdego x_i obliczamy wartość funkcji $W(x_i) = W(a + i \cdot (b - a)/n)$

Pole pod wykresem funkcji przybliżane jest polami n trapezów.

- trapez 1:

$$P_d(1) = \text{podstawa dolna} = W(a + 0 \cdot \Delta x)$$

$$P_g(1) = \text{podstawa górna} = W(a + 1 \cdot \Delta x)$$

$$H = \text{wysokość} = \Delta x$$

$$\text{Pole} = P(1) = \frac{|P_d(1) + P_g(1)|}{2} \cdot H$$

- trapez 2:

$$P_d(2) = \text{podstawa dolna} = W(a + 1 \cdot \Delta x)$$

$$P_g(2) = \text{podstawa górna} = W(a + 2 \cdot \Delta x)$$

$$H = \text{wysokość} = \Delta x$$

$$\text{Pole} = P(2) = \frac{|P_d(2) + P_g(2)|}{2} \cdot H$$

- trapez 3:

$$P_d(3) = \text{podstawa dolna} = W(a + 2 \cdot \Delta x)$$

$$P_g(3) = \text{podstawa górna} = W(a + 3 \cdot \Delta x)$$

$$H = \text{wysokość} = \Delta x$$

$$\text{Pole} = P(3) = \frac{|P_d(3) + P_g(3)|}{2} \cdot H$$

- trapez i :

$$P_d(i) = \text{podstawa dolna} = W(a + (i - 1) \cdot \Delta x)$$

$$P_g(i) = \text{podstawa g\u00f3rna} = W(a + i \cdot \Delta x)$$

$$H = \text{wysoko\u015b\u0107} = \Delta x$$

$$\text{Pole} = P(i) = \frac{|P_d(i) + P_g(i)|}{2} \cdot H$$

- trapez n:

$$P_d(n) = \text{podstawa dolna} = W(a + (n - 1) \cdot \Delta x)$$

$$P_g(n) = \text{podstawa g\u00f3rna} = W(a + n \cdot \Delta x)$$

$$H = \text{wysoko\u015b\u0107} = \Delta x$$

$$\text{Pole} = P(n) = \frac{|P_d(n) + P_g(n)|}{2} \cdot H$$

Przybli\u017cona warto\u015b\u0107 pola figur jest suma p\u00f3l wszystkich otrzymanych w ten spos\u00f3b trapez\u00f3w:

$$\text{Pole} \approx P(1) + P(2) + \dots + P(n)$$

Poprawno\u015b\u0107 mo\u017cna sprawdzi\u0107 obliczaj\u0105c ca\u0142k\u0119 oznaczona.