

# Årsprøve- projekt Hus og Have



William, Mathias og Thomas

1.C

Matematik

30. Maj 2022

# Titelblad

Hillerød HTX

Matematik

Hus og have

Årsprøve - projekt Hus og Have

**Dato for udlevering af projektoplæg**

30/5-2022

**Dato for aflevering af projektbesvarelse**

30/5-2022

William, Thomas og Mathias

Khalil

## Indholdsfortegnelse

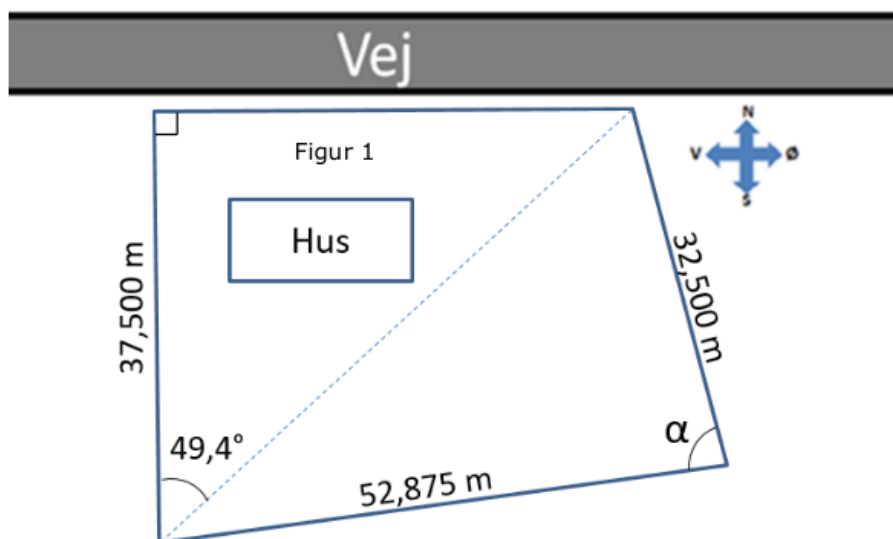
Titelblad .....	2
Indholdsfortegnelse .....	3
Forord.....	3
Beregninger.....	3
Del 1. Ejendommens grundlæggende dimensioner .....	3
Del 2. Terrasse.....	5
Del 3. Espalier.....	7
Del 4. Solcelle anlæg .....	8
Konklusion.....	10

## Forord

Dette er 1 års årsprøven i matematik, som er blevet lavet i grupper af 3, til at forberede os til en matematik eksamen i 3.g

## Beregninger

### Del 1. Ejendommens grundlæggende dimensioner



1a) Bestem længden af den side af grunden, der vender ud mod (og som er parallel med) vejen.

Vi bruger denne formel til at finde  $c$ :

$$\sin(A) = \frac{\text{hosliggende}}{\text{hypotenusen}} = \frac{a}{c}$$

Derefter bruger vi sinus-relationerne til at finde  $b$ :

$$\frac{b}{\sin(B)} = \frac{c}{\sin(C)}$$

$$B := 49.4 : C := 90 :$$

$$A := 180 - (B + C)$$

$$A := 40.6$$

$$a := 37.5 :$$

Vi isolere  $c$  og udregner den.

$$\frac{\sin(A) \cdot c}{\sin(A)} = \frac{\frac{a}{c} \cdot c}{\sin(A)}$$

$$c = \frac{a}{\sin(A)}$$

$$c := \frac{a}{\sin(A)}$$

$$c := 57.62367191$$

Vi isolere  $b$  og udregner den.

$$\frac{b}{\sin(B)} \cdot \sin(B) = \frac{c}{\sin(C)} \cdot \sin(B)$$

$$b = \frac{c}{\sin(C)} \cdot \sin(B)$$

$$b := \text{evalf}\left(\frac{c}{\sin(C)} \cdot \sin(B)\right)$$

$$b := 43.75200071$$

$$b$$

$$43.75200071$$

Siden  $b$  som vender mod vejen er 43.752 meter lang.

1b) Bestem (ved hjælp af en analytisk metode) vinklen  $a$  ved grundens syd-østligste hjørne.

Vi bruger cosinusrelationerne til at finde vinkel  $C$  som svarer til det sydøstlige hjørne af grunden

$$\cos(C) = \frac{b^2 + a^2 - c^2}{2ba}$$

Vi indsætter vores tal i formlen for cosinusrelationerne

$$\cos(C) := \frac{52.875^2 + 32.500^2 - 57.62367191^2}{2 \cdot 52.875 \cdot 32.500} :$$

$$\cos(C)$$

$$0.1546544640$$

Vi bruger arccos til at regne vinklen

$$\arccos(0.1546544640)$$

$$81.10324314$$

□

Vinklen  $a$  i grundens sydøstlige hjørne er 81.10324314

1c) Afgør (og din afgørelse skal være argumenteret) om kommunen, ud fra ovennævnte kriterium, vil give familien lov til at opdele grunden i 2 stykker.

Vi udregner arealet af begge stykker have med formlen:

$$v = \frac{h \cdot g}{2}$$

$$a_1 := 37.5 : b_1 := 43.75200071 :$$

$$v_1 := \frac{a_1 \cdot b_1}{2}$$

$$v_1 := 820.3500135 \quad ($$

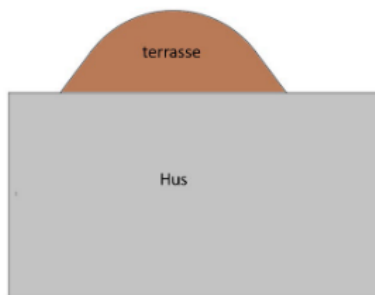
$$a_2 := 32.5 : b_2 := 52.875 :$$

$$v_2 := \frac{a_2 \cdot b_2}{2}$$

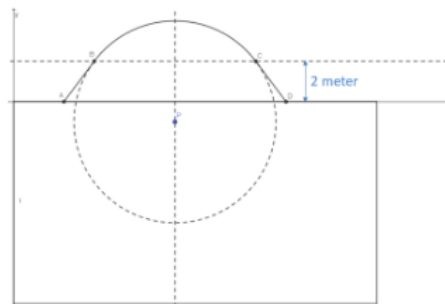
$$v_2 := 859.2187500 \quad ($$

Begge stykker er store nok da de henholdsvis er 820.35m<sup>2</sup> og 859.22m<sup>2</sup>.

## Del 2. Terrasse



Figur 2a: Hus og terrasse set oppefra



Figur 2b: Hus og terrasse indlagt i koordinatsystem

2a) Bestem terrassens længde, der hvor terrassen møder husmuren (altså afstanden mellem punkterne A og D i figur 2)

Vi bruger cirkelns ligning til at finde koordinaterne til punktet  $c$ .

$$a := 8 : b := -1 :$$

$$r := 5 :$$

$$c_y := 2 :$$

cirkelns ligning:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Vi indsætter de kendte tal i cirkelns ligning og forkorter:

$$(x - 8)^2 + (2 + 1)^2 = 5^2$$

$$(x - 8)^2 + 3^2 = 25$$

$$(x - 8)^2 + 9 = 25$$

Vi bruger den anden kvadratsætning til at ophæve parentesen:

$$x^2 + 8^2 - 2 \cdot 8 \cdot x + 9 = 25$$

Vi forkorter igen:

$$x^2 + 64 - 16x + 9 = 25$$

$$x^2 - 16x + 73 = 25$$

$$x^2 - 16x + 73 - 25 = 25 - 25$$

$$x^2 - 16x + 48 = 0$$

Siden det er en andengrads ligning udregne vi den med disse formler:

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2 \cdot a}$$

Så løser vi:

$$D_{isk} := (-16)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 48$$

$$D_{isk} := 64 \quad (3)$$

$$x_1 := evalf\left(\frac{16 + \sqrt{D_{isk}}}{2 \cdot 1}\right)$$

$$x_1 := 12. \quad (4)$$

$$x_2 := evalf\left(\frac{16 - \sqrt{D_{isk}}}{2 \cdot 1}\right)$$

$$x_2 := 4. \quad (5)$$

Så finder vi hældningen på linjen mellem  $P$  og  $B$  med ligningen:

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$c := \frac{-1 - 2}{8 - 4}$$

$$c := -\frac{3}{4} \quad (6)$$

$$a := -\frac{1}{c}$$

$$a_1 := \frac{4}{3} \quad (7)$$

Så finder vi  $b$  med denne formel:

$$b = y - a \cdot x$$

$$b := 2 - a_1 \cdot 4$$

$$b_1 := -\frac{10}{3} \quad (8)$$

$$y = \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}$$

så finder vi  $x$  når  $y$  er 0 ved at bruge solve:

$$A_x := evalf(solve(0 = a \cdot x + b))$$

$$A_x := 2.500000000 \quad (9)$$

Så finder vi afstanden ved at finde distancen mellem  $A_x$  og  $P_x$  og gange med to:

$$(8 - A_x) \cdot 2$$

$$11.00000000 \quad (10)$$

Terrassens længde er 11 meter.

2b) Bestem terrassens areal

$$b - c = 8$$

centrum til  $b - c$  linjen er 3

Vi regner arealet af trekant BPC

$$\frac{8 \cdot 3}{2}$$

12

Så splitter vi trekanten i 2 ved højden og regner vinkel P

$$\frac{5}{\sin(90)} = \frac{8}{\sin(p)} \xrightarrow{\text{solutions for p}} 53.13010235$$

Så ganger vi med 2 for at få vinkel P i trekant BPC

$$53.13010235 \cdot 2$$

106.2602047

Så bruger vi formelen for areal af cirkeludsnit

$$A = \frac{r^2 \cdot \pi}{360} \cdot P_{\text{vinkel}}$$

$$\frac{5 \cdot 5 \cdot \pi}{360} \cdot 106.2602047$$

23.18238045

Så trækker vi arealet af trekant BPC fra arealet af cirkeludsnittet

$$23.18238045 - 12$$

11.18238045

Så regner vi arealet af trapez ABCD

$$(11 - 1.5) \cdot 2$$

19.0

Så lægger vi arealet af trapezet til arealet af cirkel stykket

$$11.18238045 + 19$$

30.18238045

**Arealet af terrassen er 30.18 meter**

Del 3. Espalier

3a) Bestem højden (h) på dette espalier.

$$a := -5 : b := 7 : c := 0 :$$

Vi starter med at regne diskriminanten

$$D = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 7^2 - 4 \cdot (-5) \cdot 0 = 49$$

Så bruger vi toppunktsformlen

$$T = (T_x; T_y) = \left( \frac{-b}{2a}; \frac{-D}{4a} \right) = \left( \frac{-1}{2 \cdot (-5)}; \frac{-49}{4 \cdot (-5)} \right) = \left( \frac{1}{10}; \frac{49}{20} \right)$$

Så regner vi højden om til meter

$$T_y = \frac{49}{20} \xrightarrow{\text{at 5 digits}} T_y = 2.4500$$

Højden af espalien er 2.45 meter

3b) Bestem espaliers maksimale bredde (angivet som "x1 " som er vist på figuren).

Vi bruger formelen for skæring med x-aksen

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-7 + \sqrt{49}}{2 \cdot (-5)} = 0$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-7 - \sqrt{49}}{2 \cdot (-5)} = 1.40$$

Vi regner forskellen mellem de to punkter for at finde bredden

$$x_1 = 1.40 - 0 = 1.40$$

Bredden af espalien er 1.40 meter på det bredeste punkt

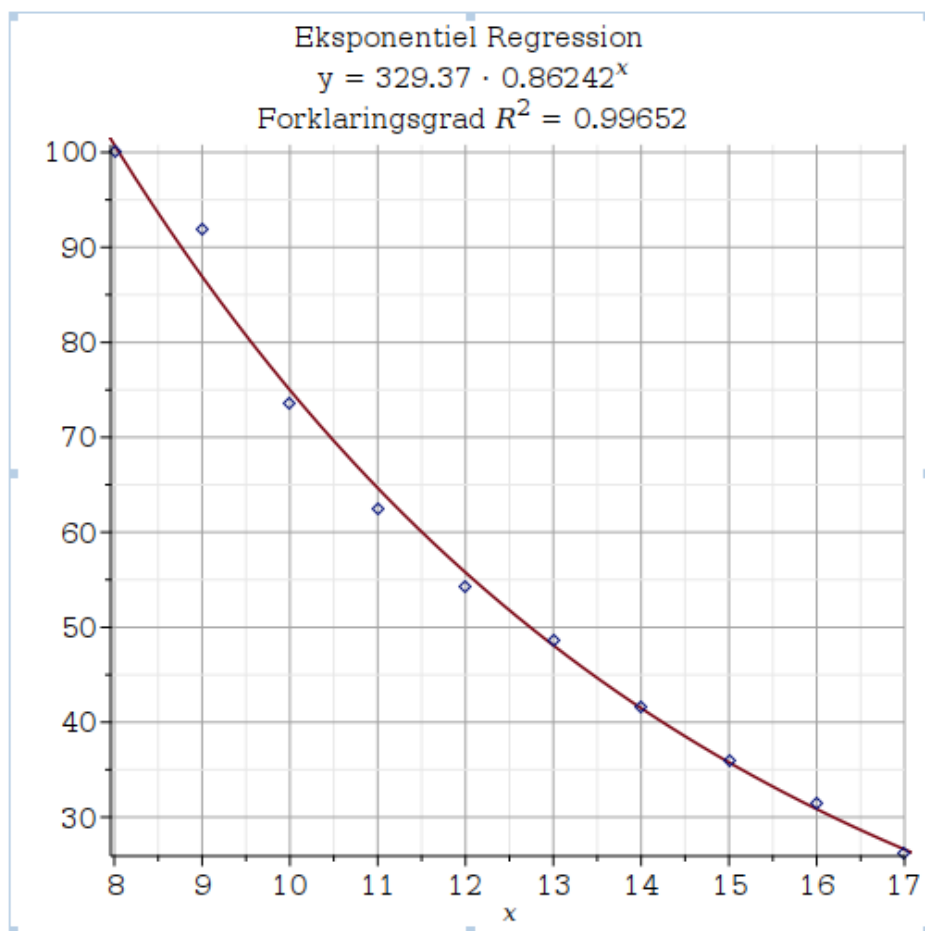
#### Del 4. Solcelle anlæg

4a) Argumentér for, at prisudviklingen for solceller i Danmark med god tilnærmelse kan beskrives ved en eksponentiel vækst.

Udviklingen i prisen falder mindre og mindre fra år til år og er derfor en eksponentiel funktion.

4b) Idet den eksponentielle vækst er af typen  $f(t) = b \cdot a^t$ , hvor  $t$  er antallet af år efter 2008 og hvor  $f(t)$  er den indekserede pris ( $t=0$  svarer til år 2008), bestem da konstanterne  $a$  og  $b$ .





4c) Bestem halveringstiden for prisen for solceller i Danmark i den pågældende periode.

Vi finder halverings konstanten ved at bruge formlen:

$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log(a)}$$

$$T = \text{evalf}\left(\frac{\log_{10}\left(\frac{1}{2}\right)}{\log_{10}(0.86242)}\right)$$

$T = 4.683019092$

Halvveringskonstanten er på 4.68

4d) Familien planlægger at anskaffe et solcelleanlæg, når prisen (ekskl. montage) kommer under 100.000 kr. Hvornår kan det forventes at ske?

Da en 100000 er en sjette del af 600000 ved vi at vi kan indsætte  $\frac{1}{6}$  ganget med hundrede da tallene er i procent på y's plads og udregne den eksponentielle funktions forskrift og udregner x.

$$\frac{1}{6} = 329.37 \cdot 0.86242^x$$

vi bruger solve til at finde x:

$$x = \text{solve}\left(\frac{1}{6} \cdot 100 = 329.37 \cdot 0.86242^x\right)$$

$$x = 20.15885956$$

(12)

De skal vente 13 år til 2021.

## Konklusion

Have projektet er en nogenlunde succes. De kunne godt dele haven over i to stykker men efter deres kriterier skal de vente 13 år før de kunne bygge solceller. De ville bygge en meget stor terrasse og nogle meget høje espalier.