

Geometri og trigonometri

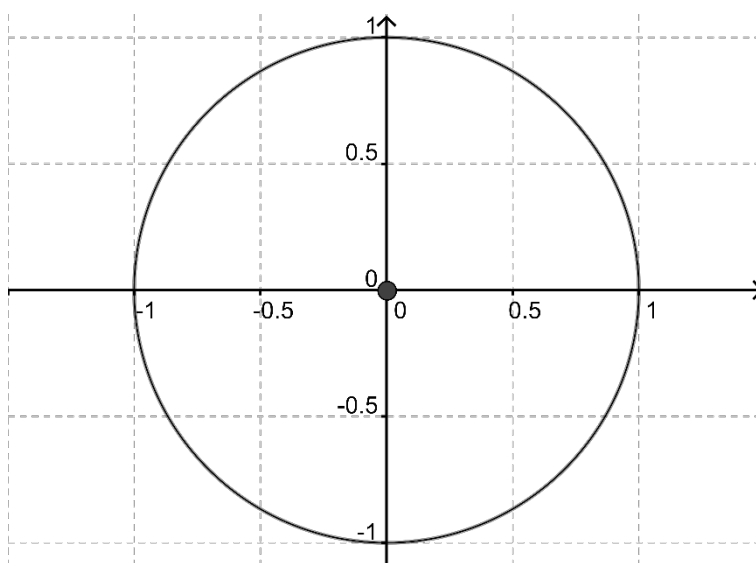
04 Enhedscirklen

Nu er I efterhånden blevet mestre i at beregne sider vha. Pythagoras' læresætning og ensvinklede trekanter, men vi har stadig ikke kigget på, hvordan vi kan bestemme vinklerne i en trekant.

Kan vi overhovedet det – altså bortset fra med en vinkelmåler?

Enheds-cirklen

Lad os tage udgangspunkt i en cirkel med centrum i *Origo* $O = (0, 0)$ og radius $r = 1$. Denne cirkel kaldes enhedscirklen, og vil være vores indgang til mere avancerede trekantberegninger.



På jeres lommeregner (også den, I har på telefonen), findes der nogle knapper, der hedder *sinus*, *cosinus* og *tangens*. Nogle af jer har måske prøvet at bruge disse i folkeskolen, men nu skal vi kigge på, hvad det egentlig er for nogle værdier, lommeregneren giver os, når vi bruger disse tre *funktioner*.

En vinkel i enheds-cirklen

Hvis vi vil *afsætte* en vinkel ν i enhedscirklen, skal det gøres ud fra x-aksen, og vinklen skal afsættes *mod uret* (positiv omløbsretning) – lad os se på tavlen, hvad der menes med det.

Punktet, hvor dette vinkelben skærer enhedscirklen, kalder vi P .

Som vi kan se i GeoGebra-dokumentet, ændrer P placering på enhedscirklen, hvis vi ændrer størrelsen på vinklen – og det betyder jo, at P 's koordinater ændrer sig.

Hvorfor er punktet P interessant, og hvad kan vi bruge koordinaterne til?

Sinus og cosinus – P 's koordinater

Det forholder sig faktisk således, at P 's koordinater er det, vi får, når vi bruger hhv. *sinus* og *cosinus* på lommeregneren $P(x_0, y_0) = P(\cos(\nu), \sin(\nu))$.

Øvelse 1

I skal udfylde nedenstående skema på følgende måde (vi vender tilbage til *tangens* lidt senere):

1. Vælg fem (5) vinkler i intervallet $v = [0^\circ; 360^\circ]$, og indtast i skemaet (husk gradtegn).
2. Aflæs, i GeoGebra, *sinus* og *cosinus* til de fem vinkler (med fire decimaler), og indtast i skemaet.
3. Beregn *sinus* og *cosinus* til de fem vinkler på lommeregneren, og indtast i skemaet (med fire decimaler).

Vinkel v	Aflæst i GeoGebra			Beregnet på lommeregner		
	$\sin(v)$	$\cos(v)$	$\tan(v)$	$\sin(v)$	$\cos(v)$	$\tan(v)$

Som I forhåbentlig kan se i skemaet stemmer de aflæste og de beregnede værdier overens – dvs. I kan forhåbentlig acceptere (og forstå), hvad værdierne betyder, når vi bruger *sinus* og *cosinus* på lommeregneren.

Næste gang skal vi se på, hvad vi så rent faktisk kan bruge det til – i første omgang til beregning af vinkler i den retvinklede trekant.

Invers (omvendt) sinus og cosinus

Vi har nu set, hvordan vi kan bestemme $\sin(v)$ og $\cos(v)$ ved at bruge lommeregneren. Men det gælder jo kun, hvis vi kender vinklen v .

Hvad nu, hvis vi skal "den anden vej rundt" – hvor vi kender sinus- eller cosinusværdien, og gerne vil finde den vinkel, der passer til.

Udgangspunktet er stadig enhedscirklen, og nu skal vi bare forestille os, at vi kender P 's x- eller y-koordinat. Denne kan vi bruge til at fastlægge P 's placering på enhedscirklen, og vi kan så tage vores vinkelmåler og bestemme den vinkel, der passer.

- Er der kun én vinkel, der passer til en given sinus- eller cosinusværdi?

Øvelse 2

I skal udfylde nedenstående skema på følgende måde (vi vender tilbage til *tangens* lidt senere):

1. Vælg fem (5) værdier i intervallet $p = [-1; 1]$, og indtast i skemaet.
2. Beregn vinklen, hvis p-værdien er hhv. *sinus* og *cosinus* eller *tangens*.

p	Beregnet på lommeregner		
	sinus	cosinus	tangens
	ν	ν	ν

Hvad nu hvis?

Er der mere end én vinkel, der passer til hver værdi af p i øvelse 2?

- Undersøg, ved at bruge enhedscirklen, for hvilke værdier af p , der er to (2) vinkler, og find en sammenhæng mellem de to vinkler.

Opgaver

Opgave 1

- a) Tegn en enhedscirkel. Konstruér de vinkler, der har sinusværdien 0,6.
- b) Angiv vinklerne.
- c) Konstruér de vinkler, der har cosinusværdien -0,5.
- d) Angiv størrelsen af vinklerne.

Opgave 2

MAT AB1 stx - opgaver

- a) Opg. 8.09
- b) Opg. 8.10
- c) Opg. 8.11