

Tal- og bogstavregning

03 Potenser og rødder

Potenser

Potens (i en matematisk kontekst) betyder, at man multiplicerer et grundtal a med sig selv n gange (en forsimplet forklaring, som vi nok skal gøre op med på et senere tidspunkt):

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a \cdot a \cdot a}_{n \text{ gange}}$$

hvor a kaldes *grundtallet* og n kaldes *eksponenten*.

Som nævnt, så er ovenstående forklaring forsimplet, men den giver god mening, hvis vi antager, at eksponenten er et helt tal på nær 0 ($n \in \mathbb{Z} \setminus 0$). Lidt senere skal vi kigge på potenser, hvor eksponenten kan være hvilket som helst reelt tal ($n \in \mathbb{R}$).

Positiv heltallig eksponent

Når der er tale om en positiv heltallig eksponent, kan vi bare betragte potensudtrykket ud fra den forsimplede model ovenfor.

- $4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$
- $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = 16$
- $(-1)^3 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$
- $1.2^3 = 1.2 \cdot 1.2 \cdot 1.2 = 1.728$

Negativ heltallig eksponent

Hvis eksponenten derimod er negativ, giver det jo ikke mening at sige, at grundtallet skal multipliceres med sig selv "minus" antal gange. I stedet bruger man følgende omskrivning (som nok skal blive forklaret, når vi kigger nærmere på potensregnerreglerne):

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

- $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$
- $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$
- $1.2^{-3} = \frac{1}{1.2^3} = \frac{1}{1.728} = \frac{1000}{1728} = \frac{125}{216}$

Potensregneregler

For regning med potenser gælder der nogle enkle regneregler (som brøkreknereglerne), der kan gøre livet lettere for os. Der er i alt seks (6) regler, som er værd at huske:

Samme grundtal men forskellig eksponent

1. To potenser med samme grundtal men forskellige eksponenter multipliceres ved at bevare grundtallet og lægge eksponenterne sammen:

- $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2. To potenser med samme grundtal men forskellige eksponenter divideres ved at bevare grundtallet og trække eksponenterne fra hinanden:

- $a^n \div a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

Samme eksponent men forskelligt grundtal

3. To potenser med samme eksponent med forskellige grundtal multipliceres ved at multiplicere grundtallene og bevare eksponenten:

- $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

4. To potenser med samme eksponent med forskellige grundtal divideres ved at dividere grundtallene og bevare eksponenten:

- $a^n \div b^n = \frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

En potens opløftet

5. Du kan opløfte en potens i en ny potens ved at gange de to eksponenter sammen:

- $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Eksempler

- $5^2 \cdot 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$
- $3^6 \div 3^4 = \frac{3^6}{3^4} = 3^{6-4} = 3^2$
- $2^6 \cdot 5^6 = (2 \cdot 5)^6 = 10^6$
- $12^3 \div 2^3 = \frac{12^3}{2^3} = \left(\frac{12}{2}\right)^3 = 6^3$
- $(3^4)^5 = 3^{4 \cdot 5} = 3^{20}$

Opgaver

Opgave 1

Reducer følgende udtryk ved hjælp af potensregnerreglerne – der skal i hvert tilfælde gøres rede for, hvilken potensregnerregel, der er anvendt (fra nr. 1 til 5):

[Opgave 2.23](#)

Opgave 2

Omskriv følgende udtryk uden brug af hjælpemidler:

[Opgave 2.28](#)

Opgave 3

Reducer udtrykkene til uforkortelige brøker, så de ikke indeholder negative eksponenter:

[Opgave 2.30](#)