

$$\frac{d^2\Phi}{dx^2} = 4\pi G\rho(x) \quad \phi(0) = 5 \quad \phi(3) = 4$$

$$\rho(x) = \begin{cases} 0 & x \in [0, 1) \\ 1 & x \in (1, 2] \\ 0 & x \in (2, 3] \end{cases}$$

Mnożymy równanie razy funkcję testową $v(x)$ zerującą się na brzegach

$$\phi(x)''v(x) = 4\pi G\rho(x)v(x)$$

Całkujemy obustronnie

$$\int_0^3 \phi(x)''v(x)dx = 4\pi G \int_1^2 v(x)dx$$

Całkujemy przez części

$$v(3)\phi'(0) - v(0)\phi'(0) - \int_0^3 v(x)\phi'(x)dx = 4\pi G \int_1^2 v(x)dx$$

$$v(0) = 0 \quad v(3) = 0$$

$$B(u, v) = \int_0^3 v(x)\phi'(x)dx$$

$$L(v) = 4\pi G \int_1^2 v(x)dx$$

Rozbijamy funkcję ϕ na sumę $w + \tilde{\phi}$

$$\phi(x) = w(x) + \tilde{\phi}(x) \quad w(0) = 0 \quad w(3) = 0$$

$$\tilde{\phi}(x) = 5 - \frac{x}{3}$$

Tworzy się równanie funkcjonalów $L(v)$ i $B(v, w)$ które zostaną wykorzystane w dalszym rozwiązaniu

$$B(u, \phi) = B(v, w + \tilde{\phi}) = B(u, v) + B(v, \tilde{\phi})$$

$$L(v) - B(v, \tilde{\phi}) = B(v, w)$$