2013 TBA

Black-Box Optimization Benchmarking Template for the Comparison of More than Two Algorithms on the Noiseless Testbed

Draft version *

Forename Name

ABSTRACT

to be written

Categories and Subject Descriptors

G.1.6 [**Numerical Analysis**]: Optimization—*global optimization, unconstrained optimization*; F.2.1 [**Analysis of Algorithms and Problem Complexity**]: Numerical Algorithms and Problems

General Terms

Algorithms

Keywords

Benchmarking, Black-box optimization

1. CPU TIMING

In order to evaluate the CPU timing of the algorithm, we have run the MY-ALGORITHM-NAME on the function f_8 with restarts for at least 30 seconds and until a maximum budget equal to $400(D+2)$ is reached. The code was run on a Mac Intel(R) Core(TM) i5-2400S CPU @ 2.50GHz with 1 processor and 4 cores. The time per function evaluation for dimensions 2, 3, 5, 10, 20, 40 equals $x.x$, $x.x$, $x.x$, xx, xxx, and xxx milliseconds respectively.

repeat the above for any algorithm tested

2. RESULTS

Results from experiments according to [**?**] on the benchmark functions given in [**?**, **?**] are presented in Figures **??**, **??** and **??** and in Tables **??** and **??**. The **expected running time (ERT)**, used in the figures and tables, depends on a given target function value, $f_t = f_{opt} + \Delta f$, and is computed over all relevant trials as the number of function evaluations executed during each trial while the best function value did not reach f_t, summed over all trials and divided by the number of trials that actually reached f_t [**?**, **?**]. **Statistical significance** is tested with the rank-sum test for a given target Δf_t using, for each trial, either the number of needed function evaluations to reach Δf_t (inverted and multiplied by −1), or, if the target was not reached, the best Δf-value achieved, measured only up to the smallest number of overall function evaluations for any unsuccessful trial under consideration.

*Submission deadline: March 28th.

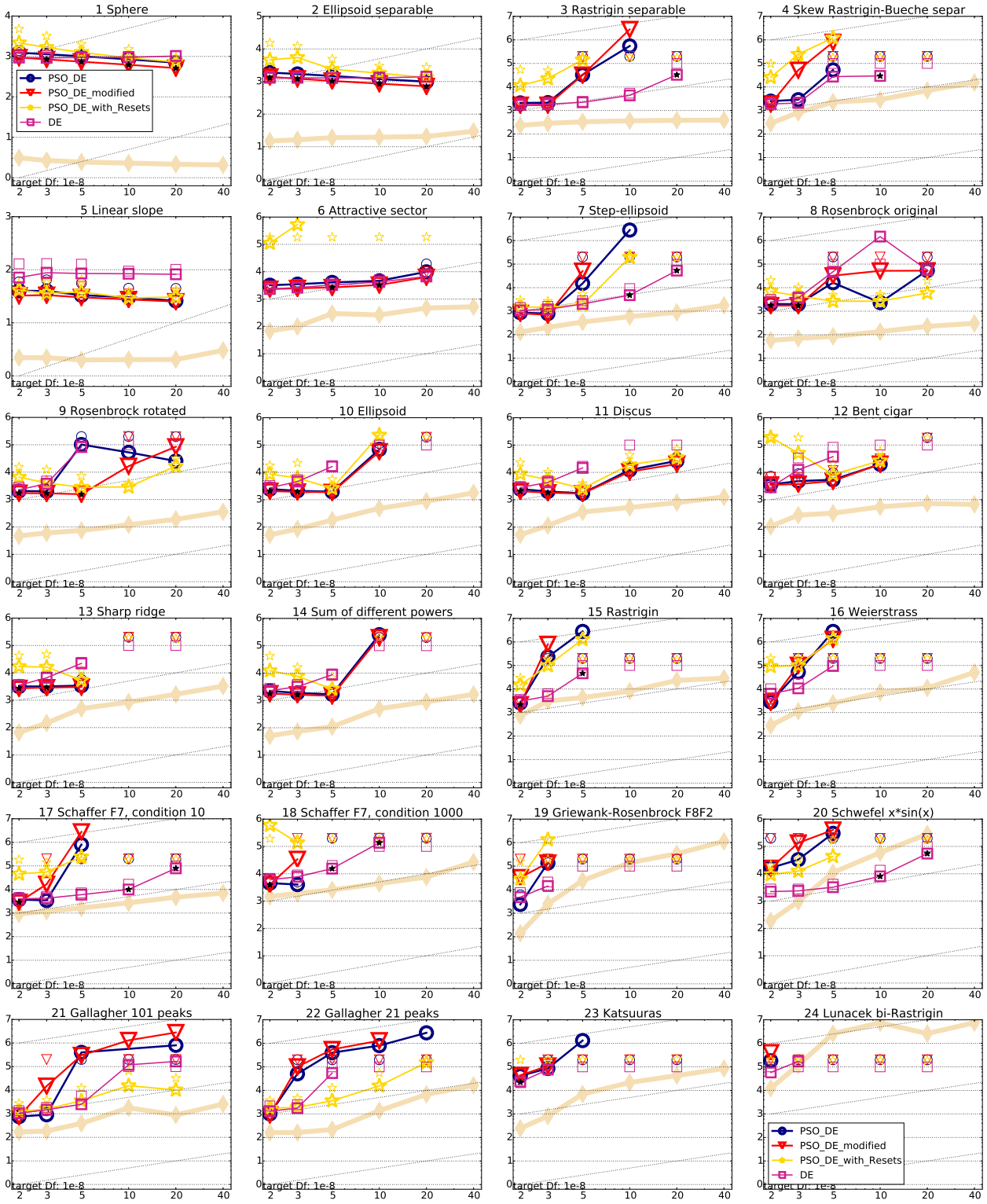

Figure 1: Expected running time (ERT in number of f-evaluations as $\log_{10}$ value), divided by dimension for target function value 10^{-8} versus dimension. Slanted grid lines indicate quadratic scaling with the dimension. Different symbols correspond to different algorithms given in the legend of f_1 and f_{24}. Light symbols give the maximum number of function evaluations from the longest trial divided by dimension. Black stars indicate a statistically better result compared to all other algorithms with $p < 0.01$ and Bonferroni correction number of dimensions (six). Legend: ○:PSO DE, ▽:PSO DE modified, ⋆:PSO DE with Resets, □:DE

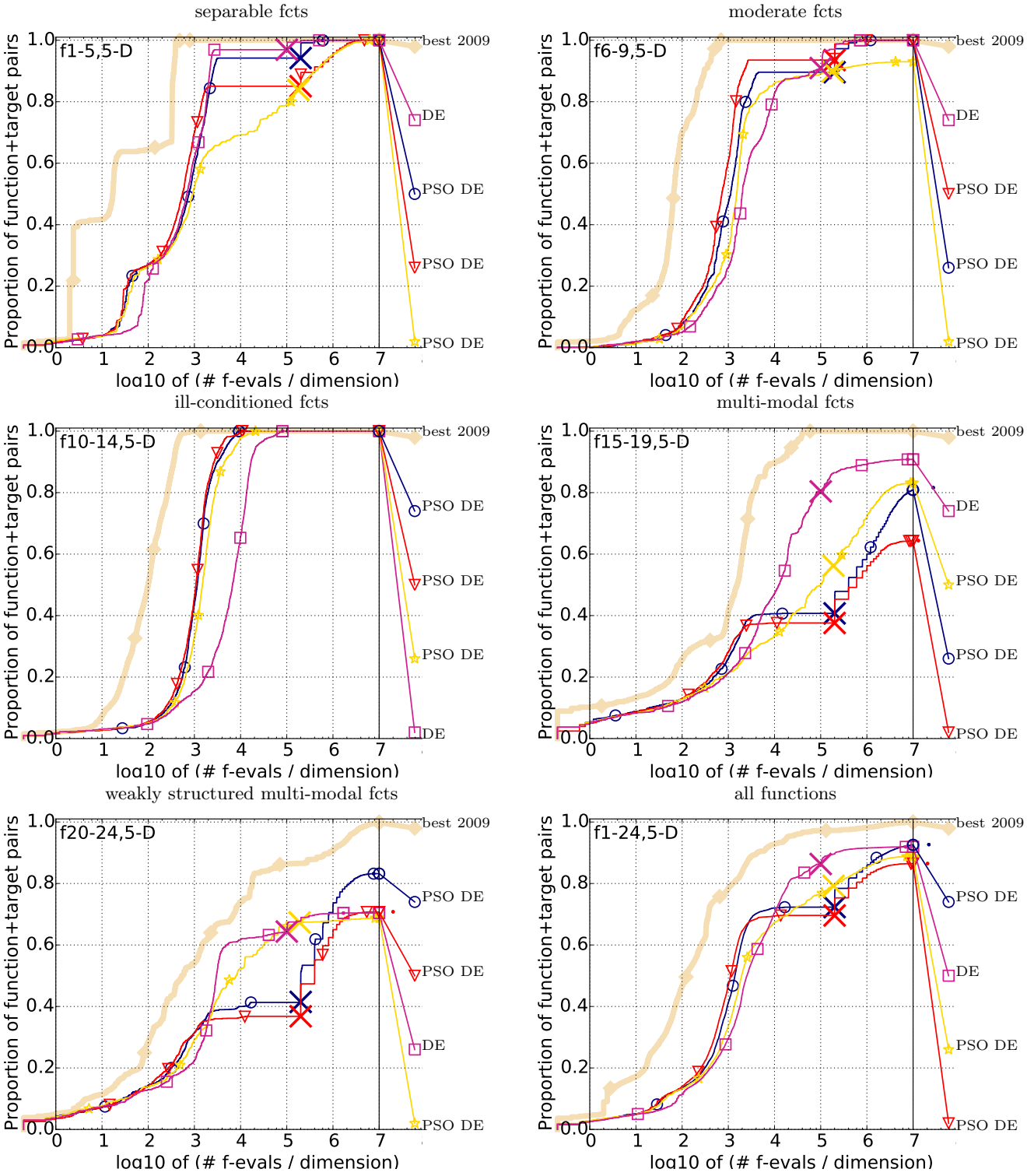

Figure 2: Bootstrapped empirical cumulative distribution of the number of objective function evaluations divided by dimension (FEvals/DIM) for 50 targets in $10^{[-8..2]}$ for all functions and subgroups in 5-D. The "best 2009" line corresponds to the best ERT observed during BBOB 2009 for each single target.

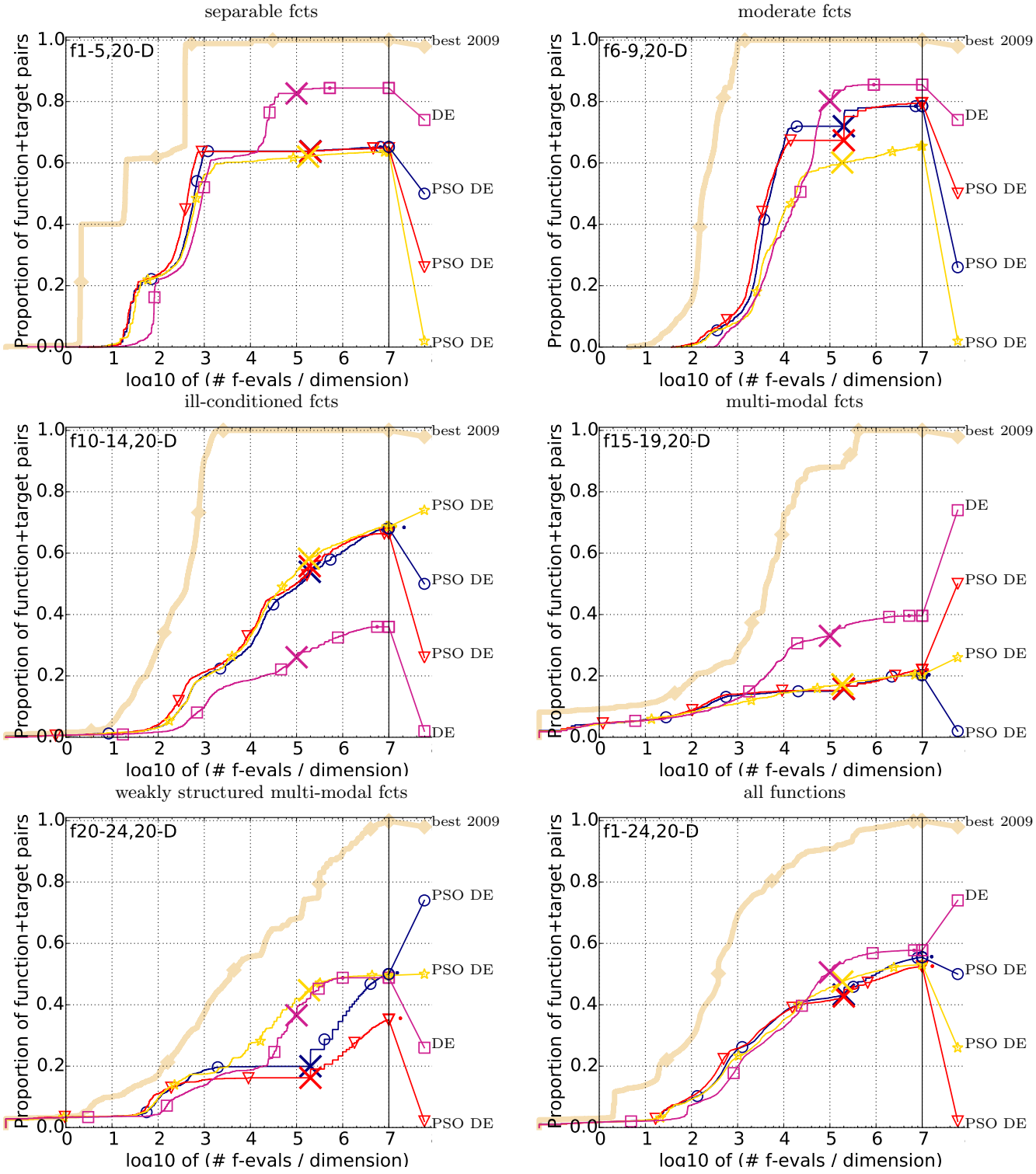

Figure 3: Bootstrapped empirical cumulative distribution of the number of objective function evaluations divided by dimension (FEvals/DIM) for 50 targets in $10^{[-8..2]}$ for all functions and subgroups in 20-D. The "best 2009" line corresponds to the best ERT observed during BBOB 2009 for each single target.

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f1	11	12	12	12	12	12	12	15/15
PSO DE	**5.1**(4)	**35**(17)	77(18)	122(10)	171(19)	261(21)	363(30)	15/15
PSO DE	**5.1**(2)	39(10)	**68**(18)	**103**(10)$^{\star 3}$	**134**(9)$^{\star 4}$	**199**(10)$^{\star 4}$	**271**(17)$^{\star 4}$	15/15
PSO DE	6.0(5)	43(7)	85(14)	126(6)	196(50)	303(117)	416(91)	15/15
DE	5.5(7)	45(17)	90(7)	129(10)	174(17)	259(6)	343(9)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f2	83	87	88	89	90	92	94	15/15
PSO DE	25(3)	31(0.8)	37(2)	43(2)	49(3)	62(3)	72(4)	15/15
PSO DE	**18**(2)	**22**(1)$^{\star 2}$	**26**(1)$^{\star 3}$	**31**(3)$^{\star 3}$	**35**(2)$^{\star 4}$	**43**(2)$^{\star 4}$	**51**(2)$^{\star 4}$	15/15
PSO DE	31(17)	38(21)	47(34)	53(10)	69(40)	88(53)	102(60)	15/15
DE	20(2)	26(3)	31(4)	37(3)	42(2)	53(2)	62(1)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f3	716	1622	1637	1642	1646	1650	1654	15/15
PSO DE	2.4(1)	3.7(1.0)	98(305)	98(0.9)	98(152)	99(152)	99(302)	13/15
PSO DE	**2.1**(1.0)	**2.7**(0.8)*	97(153)	97(0.6)	97(455)	97(1)	97(302)	13/15
PSO DE	4.5(4)	107(73)	192(170)	219(219)	306(614)	428(686)	428(524)	10/15
DE	2.1(0.5)	3.9(0.3)	**4.6**(0.4)	**4.9**(0.3)	**5.2**(0.4)	**5.8**(0.2)	**6.4**(0.3)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f4	809	1633	1688	1758	1817	1886	1903	15/15
PSO DE	2.8(0.9)	4.8(0.3)	153(443)	147(142)	143(412)	139(265)	138(393)	12/15
PSO DE	**1.9**(0.6)	309(306)	2368(2956)	2274(2413)	2200(2883)	2121(3307)	2102(1573)	3/15
PSO DE	10(15)	558(458)	1338(1475)	1289(1267)	2218(2560)	3247(5873)	3219(5037)	2/15
DE	2.6(0.8)	**4.4**(0.5)	**79**(74)	**76**(213)	**74**(138)	**72**(133)	**72**(131)	12/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f5	10	10	10	10	10	10	10	15/15
PSO DE	**11**(3)	16(7)	17(8)	17(9)	17(5)	17(6)	17(9)	15/15
PSO DE	11(3)	**15**(3)	**15**(6)	**15**(4)	**15**(5)	**15**(6)	**15**(4)	15/15
PSO DE	13(3)	19(10)	19(8)	19(8)	19(10)	19(9)	19(6)	15/15
DE	25(4)	39(10)	43(15)	43(12)	43(17)	43(14)	43(11)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f6	114	214	281	404	580	1038	1332	15/15
PSO DE	6.5(3)	11(5)	15(2)	17(3)	15(3)	13(2)	13(1)	15/15
PSO DE	**5.6**(2)	**7.8**(3)	**10**(3)$^{\star 2}$	**11**(2)$^{\star 3}$	**10**(2)$^{\star 3}$	**8.4**(0.8)$^{\star 2}$	**8.9**(1)$^{\star 2}$	15/15
PSO DE	7.3(6)	21(13)	75(49)	181(291)	610(1084)	5950(6625)	∞ *9e5*	0/15
DE	13(3)	14(3)	17(3)	16(3)	14(2)	11(2)	11(2)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f7	24	324	1171	1451	1572	1572	1597	15/15
PSO DE	13(10)	3.1(0.5)	62(214)	51(345)	47(159)	47(1)	47(1)	14/15
PSO DE	**10**(4)	**2.5**(0.3)*	133(214)	108(173)	160(477)	160(636)	158(626)	12/15
PSO DE	12(8)	4.1(1)	**2.6**(2)	**4.0**(3)	**4.5**(2)	**4.5**(2)	**4.7**(2)	15/15
DE	20(20)	6.6(4)	4.0(0.8)	5.1(1)	5.4(0.9)	5.4(1)	5.7(2)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f8	73	273	336	372	391	410	422	15/15
PSO DE	16(7)	273(918)	226(3)	206(1342)	199(1280)	193(1828)	191(2370)	14/15
PSO DE	**12**(3)	572(2)	467(1)	424(672)	405(640)	389(610)	381(1776)	13/15
PSO DE	20(7)	**21**(5)	**22**(6)	**22**(19)	**23**(7)	**27**(5)	**30**(7)	15/15
DE	21(5)	23(7)	115(64)	312(454)	557(30)	550(938)	554(1189)	11/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f9	35	127	214	263	300	335	369	15/15
PSO DE	34(10)	3959(1e4)	2356(1171)	1916(4741)	1683(1664)	1512(2981)	1378(2)	10/15
PSO DE	**23**(6)$^{\star 2}$	**18**(6)$^{\star 2}$	**15**(3)$^{\star 3}$	**14**(2)$^{\star 3}$	**15**(3)$^{\star 3}$	**17**(3)$^{\star 3}$	**19**(3)$^{\star 3}$	15/15
PSO DE	36(20)	32(16)	26(11)	24(9)	24(7)	32(6)	35(37)	15/15
DE	45(9)	57(13)	266(265)	1239(2467)	1307(862)	1195(1499)	1105(1357)	9/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f10	349	500	574	607	626	829	880	15/15
PSO DE	**8.3**(1)	7.4(2)	7.8(2)	8.7(1)	10(2)	9.0(2)	10(2)	15/15
PSO DE	8.5(2)	**7.4**(1)	**7.6**(2)	**8.2**(2)	**9.3**(1)	**8.8**(0.8)	**10**(0.9)	15/15
PSO DE	11(6)	9.1(2)	9.4(0.8)	10(5)	12(2)	11(4)	13(4)	15/15
DE	47(15)	48(6)	54(9)	63(5)	73(8)	73(6)	85(6)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f11	143	202	763	977	1177	1467	1673	15/15
PSO DE	13(3)	13(2)	4.6(0.7)	4.3(0.6)	4.2(0.4)	4.4(0.2)	4.7(0.2)	15/15
PSO DE	**11**(3)	**12**(2)	**4.2**(0.3)	**4.0**(0.7)	**4.0**(0.5)	**4.2**(0.4)	**4.5**(0.4)	15/15
PSO DE	25(15)	28(16)	8.4(4)	8.1(5)	7.3(2)	6.9(4)	7.4(3)	15/15
DE	55(14)	74(11)	28(4)	29(5)	30(3)	34(3)	39(5)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f12	108	268	371	413	461	1303	1494	15/15
PSO DE	**46**(12)	35(27)	36(21)	38(27)	38(23)	17(12)	17(8)	15/15
PSO DE	55(32)	**35**(57)	**31**(23)	**32**(22)	**32**(36)	**15**(10)	**15**(14)	15/15
PSO DE	65(40)	50(33)	51(29)	55(32)	53(34)	27(26)	26(14)	15/15
DE	131(43)	93(12)	100(44)	129(51)	163(108)	101(29)	115(88)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f13	132	195	250	319	1310	1752	2255	15/15
PSO DE	15(3)	16(2)	19(5)	19(3)	5.8(0.6)	6.2(1)	6.4(0.6)	15/15
PSO DE	**12**(2)	**13**(1)*	**16**(2)	**17**(2)$^{\star 2}$	**5.1**(0.4)$^{\star 2}$	**5.5**(0.6)	**6.0**(1)	15/15
PSO DE	16(3)	18(4)	19(2)	21(6)	6.8(2)	7.8(4)	10(8)	15/15
DE	26(7)	48(8)	70(16)	90(19)	32(5)	39(4)	43(3)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f14	10	41	58	90	139	251	476	15/15
PSO DE	1.6(2)	10(1)	18(2)	22(3)	21(1)	19(2)	15(2)	15/15
PSO DE	2.2(2)	**10**(3)	**16**(2)	**16**(2)$^{\star 3}$	**16**(3)$^{\star 2}$	**16**(2)$^{\star 3}$	**13**(1)	15/15
PSO DE	**1.6**(1)	10(4)	19(4)	24(3)	28(17)	29(3)	24(18)	15/15
DE	2.5(2)	15(6)	23(5)	25(4)	30(8)	69(7)	72(2)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f15	511	9310	19369	19743	20073	20769	21359	14/15
PSO DE	**5.1**(1)	1502(4504)	722(657)	708(822)	697(647)	673(1767)	655(830)	1/15
PSO DE	144(492)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *1e6*	0/15
PSO DE	18(9)	59(65)	213(241)	209(186)	318(423)	307(394)	299(351)	2/15
DE	9.0(5)	**9.4**(3)*	**12**(13)$^{\star 2}$	**12**(13)$^{\star 2}$	**11**(7)$^{\star 2}$	**11**(31)$^{\star 2}$	**11**(12)$^{\star 2}$	12/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f16	120	612	2662	10163	10449	11644	12095	15/15
PSO DE	4.1(4)	418(822)	1033(1595)	639(909)	622(406)	558(493)	1157(413)	1/15
PSO DE	5.6(6)	602(820)	1034(1031)	271(712)	383(430)	558(858)	538(392)	2/15
PSO DE	5.3(2)	128(131)	117(109)	51(23)	76(99)	248(241)	571(878)	2/15
DE	**3.7**(3)	**90**(67)	**91**(30)	**39**(17)	**44**(28)	**40**(25)	**39**(15)	11/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f17	5.2	215	899	2861	3669	6351	7934	15/15
PSO DE	4.0(6)	4.7(0.9)	**3.3**(0.7)	**1.8**(0.2)	44(68)	80(79)	254(535)	5/15
PSO DE	**3.3**(1)	**3.5**(0.9)	82(278)	26(88)	100(204)	181(275)	820(975)	2/15
PSO DE	4.0(3)	4.9(4)	4.4(3)	4.5(2)	7.7(10)	31(36)	109(195)	10/15
DE	3.7(6)	6.1(3)	4.5(1)	2.6(0.6)	**3.1**(0.5)	**3.1**(0.4)	**3.5**(0.4)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f18	103	378	3968	8451	9280	10905	12469	15/15
PSO DE	3.0(2)	5.5(2)	127(315)	237(355)	701(861)	1284(1442)	∞ *1e6*	0/15
PSO DE	4.3(2)	**4.6**(0.9)	64(315)	104(148)	216(296)	∞	∞ *1e6*	0/15
PSO DE	**2.5**(0.3)	8.0(8)	3.7(4)	7.0(5)	21(20)	612(494)	∞ *9e5*	0/15
DE	5.2(4)	9.1(3)	**2.6**(0.4)	**2.3**(0.6)	**3.3**(0.9)	**5.0**(0.7)$^{\star 2}$	**5.7**(1)$^{\star 4}$	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f19	1	1	242	1.0e5	1.2e5	1.2e5	1.2e5	15/15
PSO DE	**23**(34)	4629(2925)	5.8e4(5e4)	∞	∞	∞	∞ *1e6*	0/15
PSO DE	35(37)	**3883**(2420)	8329(1e4)	∞	∞	∞	∞ *1e6*	0/15
PSO DE	46(48)	8915(1e4)	∞	∞	∞	∞	∞ *9e5*	0/15
DE	37(47)	6135(4174)	**1603**(753)	**69**(161)	**62**(72)	∞	∞ *5e5*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f20	16	851	38111	51362	54470	54861	55313	14/15
PSO DE	11(7)	3.5(2)	39(52)	29(39)	28(46)	27(55)	27(45)	6/15
PSO DE	**8.9**(6)	**2.9**(0.6)	52(118)	39(34)	37(64)	36(55)	36(54)	5/15
PSO DE	13(9)	10(11)	3.8(4)	3.0(5)	3.3(3)	3.5(5)	3.9(6)	15/15
DE	12(6)	4.3(2)	**0.27**(0.1)	**0.24**(0.1)	**0.24**(0.0)	**0.26**(0.1)	**0.28**(0.0)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f21	41	1157	1674	1692	1705	1729	1757	14/15
PSO DE	2.7(4)	433(432)	1194(1044)	1181(2213)	1172(1172)	1157(1733)	1139(1279)	5/15
PSO DE	2.8(4)	756(432)	895(1938)	886(1918)	879(1757)	868(1155)	854(1279)	6/15
PSO DE	3.0(3)	4.8(5)	6.2(6)	8.4(11)	8.5(17)	10(7)	10(10)	15/15
DE	**2.1**(2)	**3.5**(4)	**4.2**(2)	**5.4**(3)	**5.7**(5)	**6.4**(3)	**6.8**(2)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f22	71	386	938	980	1008	1040	1068	14/15
PSO DE	**3.7**(3)	943(1939)	2131(3194)	2040(2548)	1983(2971)	1923(2400)	1874(3039)	5/15
PSO DE	3.9(3)	2957(2585)	2931(2396)	2804(3058)	2726(5697)	2643(960)	2576(2339)	4/15
PSO DE	3.8(2)	**15**(8)	**16**(22)	**16**(16)	**16**(24)	**16**(15)	**17**(7)	15/15
DE	5.3(5)	99(3)	275(536)	266(383)	261(130)	257(1083)	253(235)	10/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f23	3.0	518	14249	27890	31654	33030	34256	15/15
PSO DE	2.6(2)	21(16)	283(333)	**235**(215)	**207**(292)	**198**(227)	**191**(240)	2/15
PSO DE	2.8(2)	**17**(10)	985(2506)	∞	∞	∞	∞ *1e6*	0/15
PSO DE	**2.5**(3)	96(125)	∞	∞	∞	∞	∞ *1e6*	0/15
DE	3.3(5)	44(25)	**44**(31)	∞	∞	∞	∞ *5e5*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f24	1622	2.2e5	6.4e6	9.6e6	9.6e6	1.3e7	1.3e7	3/15
PSO DE	99(155)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *1e6*	0/15
PSO DE	48(310)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *1e6*	0/15
PSO DE	96(90)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *1e6*	0/15
DE	**17**(11)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *5e5*	0/15

Table 1: Expected running time (ERT in number of function evaluations) divided by the respective best ERT measured during BBOB-2009 in dimension 5. The ERT and in braces, as dispersion measure, the half difference between 90 and 10%-tile of bootstrapped run lengths appear for each algorithm and target, the corresponding best ERT in the first row. The different target Δf-values are shown in the top row. #succ is the number of trials that reached the (final) target $f_{\text{opt}} + 10^{-8}$. The median number of conducted function evaluations is additionally given in *italics*, if the target in the last column was never reached. Entries, succeeded by a star, are statistically significantly better (according to the rank-sum test) when compared to all other algorithms of the table, with $p = 0.05$ or $p = 10^{-k}$ when the number k following the star is larger than 1, with Bonferroni correction by the number of instances.

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f1	43	43	43	43	43	43	43	15/15
PSO DE	36(4)	67(5)	97(9)	129(11)	163(8)	230(10)	295(17)	15/15
PSO DE	**28**(5)*	**52**(4)$^{\star 3}$	**76**(9)$^{\star 4}$	**98**(8)$^{\star 4}$	**122**(11)$^{\star 4}$	**168**(10)$^{\star 4}$	**217**(6)$^{\star 4}$	15/15
PSO DE	34(7)	68(3)	100(9)	140(7)	172(34)	240(15)	306(12)	15/15
DE	53(5)	101(5)	149(9)	196(9)	243(10)	335(15)	428(19)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f2	385	386	387	388	390	391	393	15/15
PSO DE	19(0.8)	22(1)	26(1)	30(1)	33(0.8)	40(1)	47(2)	15/15
PSO DE	**13**(0.7)$^{\star 4}$	**16**(0.8)$^{\star 4}$	**18**(1)$^{\star 4}$	**21**(1)$^{\star 4}$	**23**(1)$^{\star 4}$	**29**(2)$^{\star 4}$	**34**(2)$^{\star 4}$	15/15
PSO DE	20(2)	24(4)	27(2)	33(11)	39(3)	48(18)	64(19)	15/15
DE	25(1)	30(1)	35(1)	41(1)	45(2)	56(2)	66(1)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f3	5066	7626	7635	7637	7643	7646	7651	15/15
PSO DE	1186(1971)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	5128(3943)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	**89**(30)	**64**(31)$^{\star 4}$	**84**(20)$^{\star 4}$	**84**(26)$^{\star 4}$	**85**(84)$^{\star 4}$	**85**(74)$^{\star 4}$	**86**(196)$^{\star 4}$	14/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f4	4722	7628	7666	7686	7700	7758	1.4e5	9/15
PSO DE	1.2e4(8670)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	**74**(31)$^{\star 2}$	**455**(734)$^{\star 4}$	∞	∞	∞	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f5	41	41	41	41	41	41	41	15/15
PSO DE	11(4)	13(6)	13(3)	13(4)	13(2)	13(3)	13(2)	15/15
PSO DE	**11**(2)	**12**(3)	**12**(5)	**12**(4)	**12**(5)	**12**(4)	**12**(4)	15/15
PSO DE	13(5)	15(5)	15(4)	15(3)	15(4)	15(4)	15(3)	15/15
DE	30(3)	38(4)	40(6)	40(2)	40(6)	40(6)	40(2)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f6	1296	2343	3413	4255	5220	6728	8409	15/15
PSO DE	18(17)	16(2)	16(5)	16(3)	17(4)	20(8)	21(6)	15/15
PSO DE	**12**(3)*	**12**(5)	**11**(2)	**12**(8)	**13**(2)	**13**(8)	**14**(3)	15/15
PSO DE	612(751)	2761(1191)	1.6e4(2e4)	1.3e4(6994)	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	19(3)	15(2)	14(3)	14(2)	14(1)	14(2)	14(1)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f7	1351	4274	9503	16523	16524	16524	16969	15/15
PSO DE	5925(2e4)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	1.2e4(9620)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	**19**(23)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	29(8)	**37**(13)$^{\star 4}$	**81**(122)$^{\star 4}$	**63**(62)$^{\star 4}$	**63**(156)$^{\star 4}$	**63**(63)$^{\star 4}$	**62**(64)$^{\star 4}$	11/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f8	2039	3871	4040	4148	4219	4371	4484	15/15
PSO DE	11(2)	267(518)	257(249)	252(241)	249(2)	242(457)	238(447)	12/15
PSO DE	**7.5**(1)	265(258)	255(495)	249(242)	246(474)	239(230)	234(668)	12/15
PSO DE	10(5)	**21**(44)	**22**(35)	**22**(35)	**23**(7)	**24**(37)	**25**(18)	15/15
DE	94(10)	129(3)	167(5)	205(20)	223(24)	239(42)	244(42)	15/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f9	1716	3102	3277	3379	3455	3594	3727	15/15
PSO DE	18(2)	113(640)	112(305)	114(298)	118(291)	126(283)	131(271)	14/15
PSO DE	**17**(7)	483(320)	462(1510)	454(586)	450(574)	447(551)	446(1328)	11/15
PSO DE	24(20)	**57**(42)	**59**(50)	**63**(53)	**67**(45)	**76**(39)	**84**(49)	15/15
DE	143(12)	258(26)	390(26)	2197(3255)	∞	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f10	7413	8661	10735	13641	14920	17073	17476	15/15
PSO DE	151(88)	294(168)	537(356)	2053(2279)	**3834**(5044)	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	**131**(63)	**241**(73)	**518**(262)	**810**(733)	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	211(119)	486(212)	5252(5483)	4202(2476)	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f11	1002	2228	6278	8586	9762	12285	14831	15/15
PSO DE	28(18)	35(24)	22(15)	24(13)	27(9)	30(8)	33(10)	15/15
PSO DE	28(18)	**32**(13)	**18**(8)	**18**(8)	**20**(7)	**23**(6)	**24**(4)	15/15
PSO DE	**27**(13)	37(35)	24(13)	22(10)	25(13)	32(21)	41(20)	15/15
DE	964(81)	728(97)	∞	∞	∞	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f12	1042	1938	2740	3156	4140	12407	13827	15/15
PSO DE	286(0.6)	1145(1360)	3496(3055)	1.6e4(1e4)	**1.3e4**(1e4)	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	612(248)	1664(2860)	**1679**(2393)	**3316**(6432)	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	**225**(648)	**899**(1250)	2216(1694)	8442(1e4)	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	343(1444)	1217(1552)	2102(3185)	8892(7130)	∞	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f13	652	2021	2751	3507	18749	24455	30201	15/15
PSO DE	3074(1e4)	7904(8392)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	1540(7657)	3955(4939)	9439(1e4)	1.6e4(2e4)	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	42(52)	**70**(106)	**190**(166)*	**553**(495)$^{\star 2}$	**275**(346)	∞	∞ *3e6*	0/15
DE	**32**(1)	394(991)	3006(3667)	8016(7130)	∞	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f14	75	239	304	451	932	1648	15661	15/15
PSO DE	13(3)	12(3)	16(2)	17(2)	15(2)	136(40)	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	**11**(4)	**9.2**(0.9)$^{\star 2}$	**12**(0.8)$^{\star 4}$	**12**(1)$^{\star 4}$	**12**(3)*	**113**(70)	**1236**(1334)	3/15
PSO DE	14(6)	12(2)	16(4)	18(6)	17(4)	136(47)	∞ *4e6*	0/15
DE	45(19)	31(5)	37(6)	86(15)	1249(1334)	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f15	30378	1.5e5	3.1e5	3.2e5	3.2e5	4.5e5	4.6e5	15/15
PSO DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f16	1384	27265	77015	1.4e5	1.9e5	2.0e5	2.2e5	15/15
PSO DE	5776(4329)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	5778(5054)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	**290**(411)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f17	63	1030	4005	12242	30677	56288	80472	15/15
PSO DE	8.8(5)	2549(5749)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	**8.6**(7)	2570(4824)	1.4e4(7187)	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	10(12)	364(388)	6291(7936)	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	16(9)	**11**(2)	**7.3**(1)$^{\star 2}$	**4.4**(0.3)$^{\star 4}$	**2.7**(0.3)$^{\star 4}$	**14**(14)$^{\star 4}$	**20**(25)$^{\star 4}$	9/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f18	621	3972	19561	28555	67569	1.3e5	1.5e5	15/15
PSO DE	6.4(2)	2748(3248)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	**4.8**(1)	1.4e4(1e4)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	17(16)	1728(2439)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	13(4)	**11**(3)	**8.3**(5)$^{\star 4}$	**32**(37)$^{\star 4}$	**54**(32)$^{\star 4}$	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f19	1	1	3.4e5	4.7e6	6.2e6	6.7e6	6.7e6	15/15
PSO DE	798(272)	**1.5e6**(2e6)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	**628**(270)	4.5e6(1e7)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	961(265)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	1411(211)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f20	82	46150	3.1e6	5.5e6	5.5e6	5.6e6	5.6e6	14/15
PSO DE	20(5)	347(303)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	**16**(5)	563(649)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	21(6)	**11**(20)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	37(6)	18(5)	**0.30**(0.2)$^{\star 4}$	**0.20**(0.1)$^{\star 4}$	**0.20**(0.1)$^{\star 4}$	**0.19**(0.1)$^{\star 4}$	**0.19**(0.1)$^{\star 4}$	14/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f21	561	6541	14103	14318	14643	15567	17589	15/15
PSO DE	1099(1780)	2444(2443)	3133(1133)	3117(2163)	3092(1160)	3027(962)	909(738)	3/15
PSO DE	1782(3560)	3972(5499)	3967(2550)	3908(6141)	3821(3411)	3594(4364)	3181(2158)	1/15
PSO DE	**10**(25)	**25**(38)	**14**(17)	**14**(17)	**14**(12)	**13**(20)	**12**(13)	15/15
DE	277(1790)	473(537)	230(316)	228(108)	223(240)	211(229)	188(388)	6/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f22	467	5580	23491	24163	24948	26847	1.3e5	12/15
PSO DE	2145(4280)	1970(1969)	2382(3444)	2315(2604)	2243(1882)	2085(1339)	415(319)	1/15
PSO DE	2144(4282)	1970(2507)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	16(21)	**103**(303)	**130**(187)	**126**(212)	**122**(345)	**114**(56)	**23**(17)	10/15
DE	**13**(11)	539(627)	∞	∞	∞	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f23	3.2	1614	67457	3.7e5	4.9e5	8.1e5	8.4e5	15/15
PSO DE	3.5(11)	5001(4339)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	1.7(1)	**4993**(4311)	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	2.1(1)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	**1.6**(0.9)	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *2e6*	0/15

Δf_{opt}	1e1	1e0	1e-1	1e-2	1e-3	1e-5	1e-7	#succ
f24	1.3e6	7.5e6	5.2e7	5.2e7	5.2e7	5.2e7	5.2e7	3/15
PSO DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
PSO DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *4e6*	0/15
DE	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞ *2e6*	0/15

Table 2: Expected running time (ERT in number of function evaluations) divided by the respective best ERT measured during BBOB-2009 in dimension 20. The ERT and in braces, as dispersion measure, the half difference between 90 and 10%-tile of bootstrapped run lengths appear for each algorithm and target, the corresponding best ERT in the first row. The different target Δf-values are shown in the top row. #succ is the number of trials that reached the (final) target $f_{\text{opt}} + 10^{-8}$. The median number of conducted function evaluations is additionally given in *italics*, if the target in the last column was never reached. Entries, succeeded by a star, are statistically significantly better (according to the rank-sum test) when compared to all other algorithms of the table, with $p = 0.05$ or $p = 10^{-k}$ when the number k following the star is larger than 1, with Bonferroni correction by the number of instances.