

Домашнее задание #1

Hard deadline по теоретическому заданию: 23:59 11 февраля

Hard deadline по заданию на программирование: 23:59 18 февраля

1 Теоретическое задание [50 баллов]

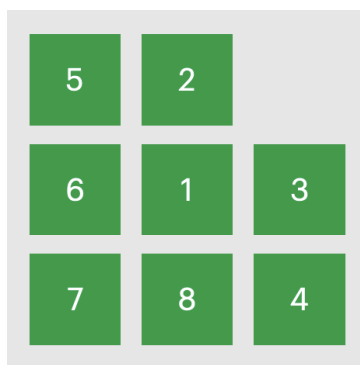
На лекции мы рассмотрели игру пятнашки и две эвристики для решения этой задачи с помощью алгоритма A^* SEARCH. В этом задании мы рассмотрим игру пятнашки в общем виде и придумаем дополнительные эвристики.

Классические пятнашки Рассмотренный на лекции вариант игры пятнашки состоит из доски 3×3 с 8-ю костяшками и одной пустой клеткой (Рисунок 1). Костяшки могут перемещаться по горизонтали или вертикали в соседнюю пустую клетку. Цель игры — начать с заданного расположения костяшек и перемещать костяшки для достижения итогового расположения.

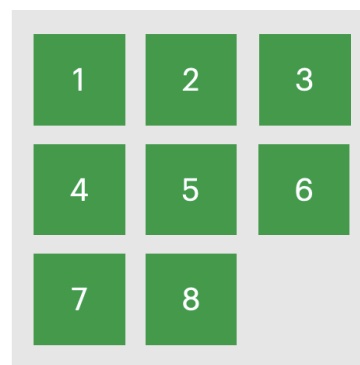
Обобщение Теперь рассмотрим обобщение игры для доски размером $n \times n$ с $n^2 - 1$ костяшками и 1 пустой клеткой. Правила для обобщенной головоломки точно такие же, как и для игры с 8-ю костяшками. Все вопросы в теоретической части задания необходимо рассматривать для обобщенной версии игры.

Эвристики Рассмотрим несколько эвристик, которые алгоритм поиска A^* SEARCH может использовать для нахождения оптимального решения пятнашек.

- Эвристика $h_1(\cdot)$ возвращает количество костяшек, которые находятся не на своих местах.



(a) Начальная позиция



(b) Целевая позиция.

Рис. 1: Иллюстрации задачи.

- Эвристика $h_2(\cdot)$ возвращает сумму манхэттенских расстояний между каждой костяшкой и ее целевой позицией.
- Эвристика $h_3(\cdot)$ возвращает минимальное количество ходов, необходимых для достижения целевого расположения, если на каждом шаге можно переместить любую костяшку в пустой слот.

Пункт 1

15 баллов

Докажите, что h_3 консистентна.

Пункт 2

5 баллов

Докажите или опровергните: h_3 доминирует h_1 .

Примечание: Функция f доминирует функцию g если для любого x выполняется $f(x) \geq g(x)$ и для некоторых x выполняется $f(x) > g(x)$.

Пункт 3

5 баллов

Докажите или опровергните: h_3 доминирует h_2 .

Пункт 4

5 баллов

Докажите или опровергните: эвристика $h = \max(h_2, h_3)$ является консистентной.

Пункт 5

20 баллов

Важным свойством любой эвристики является возможность ее эффективного вычисления. Приведите алгоритм вычисления h_3 для заданного состояния, время работы которого полиномиально зависит от числа костяшек. Докажите, что ваш алгоритм корректно вычисляет значение эвристики и имеет полиномиальную асимптотику.

2 Задание на программирование [50 баллов]

В этой задаче вам предстоит реализовать алгоритм поиска на графе A^* для нахождения оптимальной последовательности ходов в игре пятнашки. Подробная постановка задачи и шаблоны функций даны в Google Colab:

<https://colab.research.google.com/drive/13wx5P70fb6ZWEclCL-YpU8iQuxsbgI3x?usp=sharing>

Для решения скопируйте ноутбук себе и оформите решение в нем. Прикрепите ссылку на ваш ноутбук к решению на EDU и убедитесь, что вы выдали доступ на просмотр вашего решения. Пожалуйста, не изменяйте имена заданных функций и убедитесь, что весь ноутбук можно запустить после перезапуска ядра.