Introdução a Sistemas Digitais – Compilação de Exercícios Teste

Sistemas Numéricos | Lógica Booleana | Mapas Karnaugh – Soluções (9/10/24)

*Considere a função booleana F(x,y,z) = x' . y' +z' . x.
Esta função pode ser descrita pelo produto dos seguintes maxtermos:

R: 2,3,5,7. Tendo em conta que estamos a trabalhar com os Maxtermos do produto, função complementar de F.

x y z	x'.y'	z'.x	F	F'	
0 0 0	1	0	1	0	0
0 0 1	1	0	1	0	1
0 1 0	0	0	0	**1**	2
0 1 1	0	0	0	**1**	3
1 0 0	0	1	1	0	4
1 0 1	0	0	0	**1**	5
1 1 0	0	1	1	0	6
1 1 1	0	0	0	**1**	7

*Considere a função booleana F(x,y,z) = xy + xz + yz
Esta função pode ser descrita pelo produto dos seguintes maxtermos:

R: 0,1,2,4.

x y z	xy	xz	yz	F	F'	
0 0 0	0	0	0	0	**1**	0
0 0 1	0	0	0	0	**1**	1
0 1 0	0	0	0	0	**1**	2
0 1 1	0	0	1	1	0	3
1 0 0	0	0	0	0	**1**	4
1 0 1	0	1	0	1	0	5
1 1 0	1	0	0	1	0	6
1 1 1	1	1	1	1	0	7

*Num contexto de representação em complemento para 2, considere a quantidade 10000000001_2. O valor absoluto dessa quantidade expresso em BCD_{8421} é:

10000000001_2 = 2^10+1= 1025_{10}
$1_{10} = 0001_2$ | $0_{10} = 0000_2$ | $2_{10} = 0010_2$ | $5_{10} = 0101_2$

R: 0001 0000 0010 0101 (BCD_{8421})

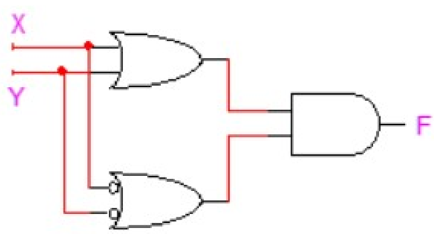
*Analise o circuito da figura. A função F(x,y) que realiza é:

F= x'.y'+x.y

F= x xor y

F=x.y' + x'.y

F = (x xor y)'



*Considere um contexto de representação de quantidades em complemento para 2 com 8 bits. Identifique os possíveis casos de overflow

$FF_{16} + FE_{16}$

($1111\ 1111_2 + 1111\ 1110_2 = -1 + (-2) = -3_{10}$)
$7F_{16} + 01_{16}$
($0111\ 1111_2 + 0000\ 0001_2 = 127 + 1 = 128_{10}$)
$FF_{16} + 80_{16}$
($1111\ 1111_2 + 1000\ 0000_2 = -1 + (-128) = -129_{10}$)
$7F_{16} + FF_{16}$
($0111\ 1111_2 + 1111\ 1111_2 = 127 + (-1) = 126_{10}$)

(Com 8 bits em complemento para 2 são representáveis a gama de valores compreendida entre [-128,127].)

*Considere um contexto de representação de quantidades em complemento para 2 com 8 bits. Identifique os possíveis casos de overflow

$7F_{16} + 20_{16}$
$80_{16} + 7F_{16}$
$40_{16} + 20_{16}$
$40_{16} + 40_{16}$

*Seja f(a,b,c) = a'.c+(a⊕c)' + a.b' +b+ c. A expressão booleana mais simples para esta função é

1
a+b+c
0
a'+b+c

a b c	a'.c	(a⊕c)'	a.b'	F
0 0 0	0	1	0	1
0 0 1	1	0	0	1
0 1 0	0	1	0	1
0 1 1	1	0	0	1
1 0 0	0	0	1	1
1 0 1	0	1	1	1
1 1 0	0	0	0	1
1 1 1	0	1	0	1

*Tendo em conta a seguinte tabela de verdade da função F(x,y,z) a expressão algébrica da 2ª forma canónica é:

x	y	z	F
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	0

(x+y'+z).(x'+y+z).(x'+y'+z).(x'+y'+z')
(x'+y+z').(x+y'+z).(x'+y'+z).(x'+y'+z')
(x+y+z).(x+y'+z').(x'+y'+z).(x'+y'+z')
(x+y'+z).(x+y'+z).(x'+y'+z).(x'+y'+z')

*Considere o número 57.3425_8 A sua representação hexadecimal é:
$3F.715_{16}$
$3F.517_{16}$
$2F.71_{16}$
$2F.715_{16}$

$57_8 = 0010\ 1111_2 = 2F_{16}$
$0.3425_8 = 0111\ 0001\ 0101_2 = 715_{16}$

*Considere a seguinte expressão algébrica:
$x+(y \oplus z)^D.w+(y \oplus z)$.
Esta expressão pode ser simplificada para:
$x+(y\oplus z)'+w$
$x+(y\oplus z)+w$
$x+w$
$x+(y\oplus z)$

*Atendendo à identidade booleana
X.Y + X' . Z + Y .Z = X.Y+X'.Z
deduz-se, por dualidade, que:
X.Y + X' . Z + Y. Z = (X+Y) . (X' + Z)
(X+Y) . (X'+Z) . (Y+Z) = (X+Y) . (X' + Z)
X.Y + X' . Z + Y. Z = X'. Y' + X. Z'
(X+Y) . (X'+Z) . (Y+Z) = X+Y . X' + Z

*Construindo o mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D) = D.(C'+A) podemos concluir que

Tem 4 implicantes Primos
Tem 2 Implicantes Primos Essenciais
Tem 1 Implicante Primo Essencial
Não tem Implicantes Primos Essenciais

* Seja F(x,y,z) a função definida pelo seguinte mapa de Karnaugh

x		
1	0	yz
1	1	
0	1	
1	1	

F=x'.z'+y'.z+x.y é uma expressão mínima
F=(x'+y+z).(x+y'+z') é uma expressão mínima na forma soma de produtos
F=x'.y'+x.z+y.z' é uma expressão mínima
Existem duas formas mínimas em produto de somas

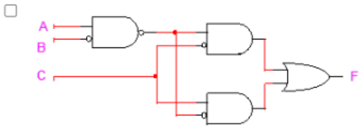
*Dado o seguinte mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D)
podemos concluir, após minimização correta, que
F = (B xor C)' +AB
F = (B xor C)' + A.B'
F = (B cor C)' + A.B.C'

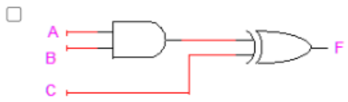
	00	01	11	10	AB
00	1	0	1	1	
01	1	0	1	1	
11	0	1	1	0	
10	0	1	1	0	
CD					

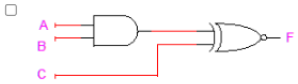
*Seja f(x,y,z) = (x+y+z).(x'.y+z'.y). A partir desta expressão podemos concluir que
f não inclui o mintermo m_0 na sua 1ª forma canónica.
f inclui o mintermo m_0 na sua 1ª forma canónica.
f inclui o mintermo m_0 na sua 2ª forma canónica,
f não inclui o maxtermo M_0 na sua 2ª forma canónica

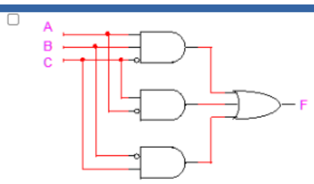
*A função F(A,B,C) tem a seguinte tabela de verdade:
Escolha os possíveis circuitos lógicos que a implementam

A	B	C	**F**
0	0	0	**0**
0	0	1	**1**
0	1	0	**0**
0	1	1	**1**
1	0	0	**0**
1	0	1	**1**
1	1	0	**1**
1	1	1	**0**









*Considere o seguinte sistema de equações booleanas:
A.B' = 0
C.B+ A' = 0
A+C = D.A

Determine os valores corretos para A,B,C e D

A = 1, B = 1, C = 1, D = 1
A = 1, B = 1, C = 0, D = 1
A = 0, B = 1, C = 1, D = 1
A = 1, B = 0, C = 0, D = 1

*Sejam A = 1101 e B = 11111101 numa representação em complemento para 2 com 4 e 8 bits respetivamente. Neste caso é verdade que

As quantidades não podem ser comparadas
A<B
A>B
A = B

*A expressão algébrica mais simples da função complementar de F(x,y,z) = x.y + z.(x'+y') + x' é
x'.y.z
x.y.z
x.y.z'
x.y'.z'

*Dado o seguinte mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D) podemos concluir, após minimização correta, que

	00	01	11	10	AB
00	0	1	1	1	
01	0	1	0	1	
11	0	1	0	1	
10	0	1	1	1	
CD					

F = (A xor B)’ + A.D’
F = (A xor B) + A.D
F = (A xor B) + B.D’
F = (A xor B) + A.D

*Considere o seguinte mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D) onde “x” designa um termo mínimo irrelevante

	00	01	11	10	AB
00	0	0	1	1	
01	0	x	x	1	
11	1	1	x	1	
10	1	1	0	0	
CD					

F = A’.C + A.C’
F = (A + C).(A’+C’+D).(A’+B’+C’)
F = (A+C).(A’+C’+D)
F = A’.C + A.C’ + C.D’

*Dado o seguinte mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D) podemos concluir que

	00	01	11	10	AB
00	1	1	0	0	
01	0	1	1	0	
11	1	1	0	0	
10	0	1	1	0	
CD					

A soma de produtos mínima pode ser escrita como F = A’.(C xor D)’+ B. (C xor D)
A soma de produtos mínima pode ser escrita como F = A’.(C xor D)’+ B. (C xor D) + A’.B
Tem 5 Implicantes Primos Essenciais
Tem 1 Implicante Primo não essencial

*Dado o seguinte mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D) podemos concluir que existem

	00	01	11	10	AB
00	0	1	1	1	
01	0	1	0	1	
11	0	1	0	1	
10	0	1	1	1	
CD					

4 implicantes Primos
2 somas de produtos mínimas
apenas uma soma de produtos mínima
4 implicantes Primos essenciais

*Dado o seguinte mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D) podemos concluir que tem

	00	01	11	10	AB
00	1	0	1	1	
01	1	0	1	1	
11	0	1	1	0	
10	0	1	1	0	
CD					

3 Implicantes Primos
4 Implicantes Primos Essenciais
2 Implicantes Primos Essenciais
4 Implicantes Primos

*Dado o seguinte mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D) podemos concluir, após minimização correta, que

	00	01	11	10	AB
00	0	0	1	1	
01	0	0	1	1	
11	1	1	1	0	
10	1	1	0	0	
CD					

F = (A xor C)’ + A.B.C’
F = (A xor C) + A.B’.D

F = (A xor C) + C.D.B
F = (A xor C) + A.B.D

*A função booleana G = t.u' + r'.s.t.u'.v.x.y'
pode ser simplificada para

G = t'.u
G = (t'+u)'
G = r'.s.t.u'.v.x.y'
G = t.u' + r's.v.x.y'

*Tendo em conta a seguinte tabela de verdade
pode afirmar-se que

x	y	F(x,y)	G(x,y)
0	0	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	0

F xor G = (x.y)'
F.G = x xor y
F = x.y
G' = x+y

*Seja f(x,y,z) = [(x'.y'.z')'.(x.y.z')'.(x.y'.z)']'. A segunda forma canónica
de f pode ser escrita como:
f(x,y,z) = ΣM(0,2,3,4,7)
f(x,y,z) = ΣM(1,2,3,6,7)
f(x,y,z) = ΣM(1,2,3,4,6)
f(x,y,z) = ΣM(1,2,3,4,7)

*Considere o seguinte mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D),
onde "x" designa uma combinação de entrada irrelevante.
Podemos concluir, após minimização correta, que

	00	01	11	10	AB
00	0	1	0	1	
01	1	1	1	1	
11	1	x	1	x	
10	x	0	x	0	
CD					

F = D + C'. (A⊕B)
F = D + C.A.B + C.A'.B'
F = D + C.A.B + C'.A'.B'
F = D + C'. (A⊕B)'

* Seja f(x,y,z) = x'.y +x'.z+yz.
A função dual de f é
f
x'.y+z
f'
(x'+y).(x'+z).(y'+z)

*A expressão algébrica da 1ª Forma Canónica de F(x,y,z) = x.y + x.z + y.z
x.y’.z’ + x.y’.z + x.y’.z’ + x.y’.z
x.y’.z’ + x.y’.z + x.y’.z’ + x’.y’.z’
x’.y.z + x.y’.z + x.y.z’ + x.y.z
x.y’.z’ + x.y’.z + x.y’.z’ + x’.y’.z

* Considere a função booleana F(x,y,z) = xy + xz + yz. Esta função pode ser descrita pelo produto dos seguintes maxtermos: **0,1,2,4**

*Seja F(x,y,z) a função definida pelo seguinte mapa de Karnaugh
F=x’.z’+y’.z+x.y é uma expressão mínima
F=x’.y’+x.z+y.z’ é uma expressão mínima
Existem duas formas mínimas em produto de somas
F=(x’+y+z).(x.y’+z’) é uma expressão mínima na forma soma de produtos

	x	
1	0	yz
1	1	
0	1	
1	1	

*O seguinte mapa de Karnaugh
Contém exactamente 6 implicantes primos
Não contém qualquer ‘distinguished 1-cell” (não tem implicantes primos essenciais)
Contém exactamente 6 implicantes primos essenciais
Contém exactamente 6 implicantes

	x	
1	0	yz
1	1	
0	1	
1	1	

*A expressão algébrica da função dual de F(x,y,z) = (x xor y) + (x+y.z) é
(x xor y)’.x.(y+z)
(x xor y)’.x’.(y+z)
(x xor y)’.x.(y’+z’)
(x xor y).x.(y+z)

*A partir do seguinte mapa de Karnaugh a função F(A,B,C,D) pode ter a seguinte expressão booleana mínima
A’.B + D’.(A’+B)
A’.B + C.(A’+B’)
A’.B + C’.(A’+B)
A’.B + C’.(A’+B’)

	00	01	11	10	AB
00	1	1	1	0	
01	1	1	1	0	
11	0	1	0	0	
10	0	1	0	0	
CD					

*Dado o seguinte mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D) podemos concluir, após minimização correta, que
F = (A'+B).(A'+B'+D')
F = (A+B).(A'+B'+D)
F = (A+B).(A'+B'+D')
F = (A+B).(A+B+D)

	00	01	11	10	AB
00	0	1	1	1	
01	0	1	0	1	
11	0	1	0	1	
10	0	1	1	1	
CD					

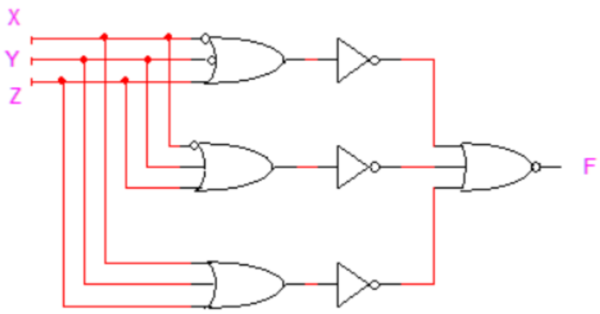
*Considere a seguinte palavra em código binário natural: 11001100. A palavra correspondente em código de Gray é: **10101010**

*Num código binário de 9 bits e com 2^9 palavras a Distância de Hamming máxima é:

*Seja f(x,y,w,z) = (x⊕z) + w.y. A função f tem
6 maxtermos
10 mintermos
4 mintermos
12 mintermos

*Seja f(x,y,w,z) = x.y + w.z. A função f tem
7 mintermos
8 maxtermos
9 maxtermos
8 mintermos

*Analise o circuito da figura. A tabela de verdade da função F(x,y,z) que ele realiza é:



○

x	y	z	F
0	0	0	**0**
0	0	1	**1**
0	1	0	**1**
0	1	1	**1**
1	0	0	**1**
1	0	1	**0**
1	1	0	**0**
1	1	1	**1**

○

x	y	z	F
0	0	0	**0**
0	0	1	**1**
0	1	0	**1**
0	1	1	**1**
1	0	0	**0**
1	0	1	**1**
1	1	0	**1**
1	1	1	**0**

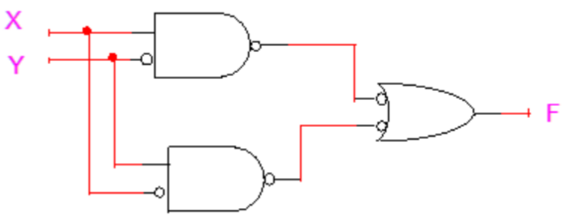
○

x	y	z	F
0	0	0	**0**
0	0	1	**1**
0	1	0	**1**
0	1	1	**1**
1	0	0	**0**
1	0	1	**1**
1	1	0	**0**
1	1	1	**1**

○

x	y	z	F
0	0	0	**1**
0	0	1	**0**
0	1	0	**0**
0	1	1	**1**
1	0	0	**0**
1	0	1	**1**
1	1	0	**0**
1	1	1	**0**

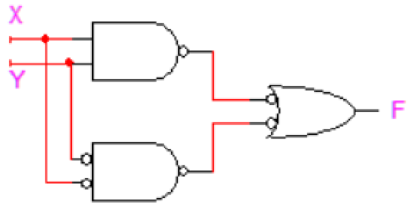
* Analise o circuito da figura. A função F(x,y) que ele realiza é:



F = x'.y'+x.y
F = x.y' + x'.y
F = x+ y'
F = x xor y

F = ((x.y')')' + ((x'.y)')' (=) F = x.y' + x'.y = **x xor y**

* Analise o circuito da figura. A função F(x,y) que ele realiza é:



F = (x xor y)'
F = x.y' + x'.y
F = x'.y' + x.y
F = x xor y

F = ((x.y)')' + ((x'.y')')' (=) F = (x.y) + (x'.y') = **(x xor y)'**

*Em complemento para 2 com 8 bits o valor decimal do resultado da operação 01000000 + 10000000 é
R: -64

*Em complemento para 2 com 8 bits o valor decimal do resultado da operação 11111110 + 00000010 é
R: 0

*Atendendo à identidade booleana
X.Y + X' . Z + Y. Z = X . Y + X' . Z
deduz-se, por dualidade, que:

(X+Y) . (X'+Z) . (Y+Z) = (X+Y) . (X'+Z)
X.Y + X'.Z + Y. Z = (X+Y) . (X'+Z)
X.Y + X'.Z + Y. Z = X'.Y' + X.Z'
(X+Y) . (X'+Z) . (Y+Z) = X+Y . X'+Z

* É conhecido que $123_x > 123_y$ com (x>3) e (y>3). Neste caso:

x>y desde que x = 2y
x<y
x>y
x=y

*O mapa de Karnaugh que corresponde à função F(A,B,C,D)=A.B + (C xor D)

	00	01	11	10	AB
00	0	1	0	0	
01	1	1	1	1	
11	0	1	0	0	
10	1	1	1	1	
CD					

	00	01	11	10	AB
00	0	0	1	0	
01	1	1	1	1	
11	0	0	1	0	
10	1	1	1	1	
CD					

	00	01	11	10	AB
00	1	1	1	0	
01	1	1	1	1	
11	0	0	1	0	
10	1	1	1	1	
CD					

	00	01	11	10	AB
00	1	1	1	1	
01	0	0	1	0	
11	1	1	1	1	
10	0	0	1	0	
CD					

*A expressão algébrica mais simples da função complementar de F(x,y,z) = x.y + z.(x'+y')+x'
x'.y.z
x.y.z
x.y.z'
x.y'.z'

x y z	x.y	z.(x'+y')	F
0 0 0	0	0	1
0 0 1	0	1	1
0 1 0	0	0	1
0 1 1	0	1	1
1 0 0	**0**	**0**	**0**
1 0 1	0	1	1
1 1 0	1	0	1
1 1 1	1	0	1

*Quantos comportamentos diferentes se podem definir num sistema digital combinacional com 2 entradas e 3 saídas?
R: 4096

[2^(3*(2^2)) = 2^(3*4) = 2^(12) = 4096
2^(outputs*(2^inputs))]

w	x	y	z	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	1
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

*Considere um contexto de representação em complemento para 2 com 32 bits. Os limites mínimo e máximo da gama de números representável são

min = $7FFFFFFF_8$, max=80000000_8
min = 80000000_{16}, max = $7FFFFFFF_{16}$
min = 00000000_{16}, max = $FFFFFFFF_{16}$
min = $FFFFFFFF_{16}$, max = 800000000_{16}

*Considere a seguinte expressão algébrica:
w.z + x+ y.w' + x'.(y'+w).z.
A versão mais simples desta expressão é:
w.z + x+w'.y
x+z+w.y'
x+z'+w'.y
x+z+w'.y

*Dado o seguinte mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D) podemos concluir que tem
5 Implicantes primos
5 Implicantes primos essenciais
4 Implicantes primos essenciais
6 Implicantes primos

	00	01	11	10	AB
00	0	1	0	1	
01	1	1	1	1	
11	1	0	1	0	
10	0	0	0	0	
CD					

*Dado o seguinte mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D) podemos concluir que tem

2 Implicantes Primos Essenciais
4 Implicantes Primos Essenciais
4 Implicantes Primos
3 Implicantes Primos

	00	01	11	10	AB
00	0	0	1	1	
01	0	0	1	1	
11	1	1	1	0	
10	1	1	0	0	
CD					

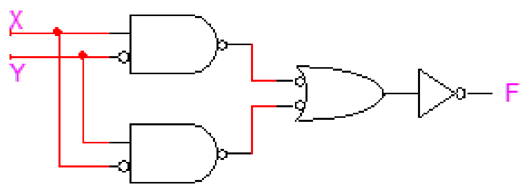
*Dado o seguinte mapa de Karnaugh da função F(A,B,C,D) podemos concluir, após minimização correta, que

F = (A xor C)' + A.B.C'
F = (A xor C) + A.B'.D
F = (A xor C) + C.D.B
F = (A xor C) + A.B.D

	00	01	11	10	AB
00	0	0	1	1	
01	0	0	1	1	
11	1	1	1	0	
10	1	1	0	0	
CD					

*A expressão algébrica da 2ª Forma Canónica de F(x,y,z) = (x xor y) + zy =
(x+y+z).(x+y+z').(x+y'+z)
(x+y+z).(x+y+z').(x+y'+z).(x'+y'+z')
(x+y+z).(x+y+z').(x'+y'+z)
(x+y+z).(x+y+z').(x'+y'+z')

*Analise o circuito da figura. A função F(x,y) que ele realiza é:



F = x xor y
F = (x xor y)'
F = x'.y' + x.y
F =x.y' + x'.y