Determinantes-Modelo de Leontief

Álgebra Linear e Geometria Analítica A **Soluções da Folha Prática 3**

---

1. 1; -3; 1; -43; 3.
2. 28; -7; -280.
3. $\lambda \in \{-4, -1, 0\}$.
5. (a) $|A^T| = 3$; (b) $|AB| = -15$; (c) $|A^4| = 81$; (d) $|B^{-1}| = -\frac{1}{5}$;
   (e) $|2A| = 96$; (f) $|2A^{-1}| = \frac{32}{3}$; (g) $|(2A)^{-1}| = \frac{1}{96}$; (h) $|AB^{-1}A^T| = -\frac{9}{5}$.
6. $\frac{16}{3}$.
7. 96.
9. (a) 3; (b) 5; (c) 16; (d) -2.
10. (a) -13; (b) 37; (c) 1496; (d) -8; (e) 0.
11. (a) $\begin{bmatrix} -14 & -2 & -11 \\ -32 & 14 & 12 \\ -40 & 50 & 15 \end{bmatrix}$; (b) -130; (d) $\begin{bmatrix} \frac{7}{65} & \frac{1}{65} & \frac{11}{130} \\ \frac{16}{65} & -\frac{7}{65} & -\frac{6}{65} \\ \frac{4}{13} & -\frac{5}{13} & -\frac{3}{26} \end{bmatrix}$.
12. $\operatorname{adj} A = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$; $A\,(\operatorname{adj} A) = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$; $\det(A) = -2$.
13. $\begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{4}{15} & -\frac{11}{60} \\ 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{4} \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ -\frac{1}{5} & -\frac{4}{5} & \frac{7}{5} \\ \frac{1}{10} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} 3 & -\frac{39}{17} & 2 & -\frac{16}{17} \\ 0 & \frac{2}{17} & 0 & \frac{3}{17} \\ -1 & \frac{21}{17} & -1 & \frac{6}{17} \\ 0 & \frac{5}{17} & 0 & -\frac{1}{17} \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} \frac{1}{a} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{b} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{c} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{d} \end{bmatrix}$.
14. O elemento (1,2) de A^{-1} é 0.
15. (a) 2; (b) O elemento $(2,3)$ de $\operatorname{adj} A$ é 2 e o elemento (2,3) de A^{-1} é 1.
16. O elemento (4,1) de A^{-1} é -1.
17. $\alpha \in \{8, -5, -1\}$.
18. $\beta \in \mathbb{R} \setminus \{-2 - \sqrt{10}, 0, -2 + \sqrt{10}\}$.
19. Se a matriz dos coeficiente do sistema é quadrada e tem determinante não nulo.
20. (a) $x = -2$, $y = 1$, $z = -3$;
    (b) $x = -\frac{28}{11}$, $y = -\frac{34}{11}$, $z = -\frac{30}{11}$;
    (c) $x = -2$, $y = -1$, $z = -8$;
    (d) $x = 1$, $y = -1$, $z = 0$, $w = 2$.
21. Se $\det(A) \neq 0$, então A é invertível e $AB = AC \Rightarrow A^{-1}(AB) = A^{-1}(AC) \Rightarrow (A^{-1}A)B = (A^{-1}A)C \Rightarrow B = C$.

23. (a) Verdadeira; (b) Falsa; (c) Falsa; (d) Falsa; (e) Verdadeira; (f) Falsa; (g) Verdadeira; (h) Verdadeira; (i) Falsa; (j) Falsa.

25. A resposta ao Exercício 25 (a), depende da forma como o estudante ordena os setores. Se ordenar os setores por manufaturação, agricultura e serviços, então a matriz de consumo é:

$$C = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.3 & 0.2 & 0.0 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}.$$

As necessidades intermédias (input) para a produção de x é dada por Cx. Neste caso tem-se que

$$Cx = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.3 & 0.2 & 0.0 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 60 \\ 20 \\ 10 \end{bmatrix}$$

(b) Resolva a equação $x = Cx + d$ para d.

$$d = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.1 & 0.6 & 0.6 \\ 0.3 & 0.2 & 0.0 \\ 0.3 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9x_1 - 0.6x_2 - 0.6x_3 \\ -0.3x_1 + 0.8x_2 \\ -0.3x_1 - 0.1x_2 + 0.9x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 18 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

A solução é $x = \begin{bmatrix} 33.33 \\ 35.00 \\ 15.00 \end{bmatrix}$

(c) Resolvendo como no ponto anterior $d = x - Cx$ vem $x = \begin{bmatrix} 40 \\ 15 \\ 15 \end{bmatrix}$

(d) Resolvendo como no ponto anterior $d = x - Cx$ vem $x = \begin{bmatrix} 73.33 \\ 50 \\ 30 \end{bmatrix}$.

26. $x = (I - C)^{-1} d = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.6 & 0.8 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 50 \\ 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.6 & 1 \\ 1.2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 30 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 110 \\ 120 \end{bmatrix}$.

27. $x = (I - C)^{-1} d = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.6 \\ -0.5 & 0.8 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 18 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 45 \end{bmatrix}$.

28. Já sabemos que $(I - C)^{-1} = \begin{bmatrix} 1.6 & 1 \\ 1.2 & 2 \end{bmatrix}$. Assim, $x_1 = (I - C)^{-1} d_1 = \begin{bmatrix} 1.6 & 1 \\ 1.2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.6 \\ 1.2 \end{bmatrix}$.

e $x_2 = (I - C)^{-1} d_2 = \begin{bmatrix} 111.6 \\ 121.2 \end{bmatrix}$.

29. Nessa semana o caçador deve gerar 140 euros na sua atividade de caça e o talho deve gerar 90 euros na sua atividade.