



On White II, Wassily Kandinsky 1923

MCE_IM_2025-2026

Mecânica e Campo Eletromagnético

Aula 12

Cap. 3 – Lei de Ampère

Fluxo do campo magnético

Lei geral da indução ou de Faraday

Isabel Malaquias

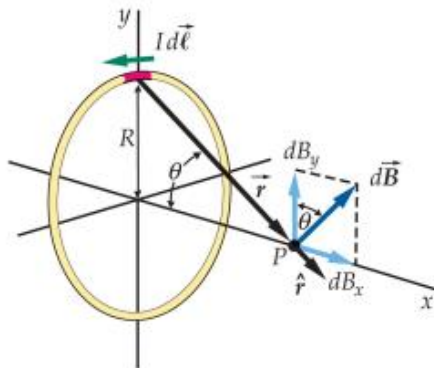
imalaquias@ua.pt

Gab. 13.3.16

1

CAMPO MAGNÉTICO

CAMPO DEVIDO A UMA ESPIRA DE CORRENTE

campo magnético ao longo
do eixo da espira

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I R^2}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

Lei de Biot-Savart

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad r^2 = R^2 + x^2$$

$$d\vec{l} \perp \hat{r} \implies |d\vec{l} \times \hat{r}| = dl$$

$$|d\vec{B}| = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{R^2 + x^2}$$

Todas as componentes em torno de **y** anulam-se

$$dB_x = dB \sin \theta = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl}{R^2 + x^2} \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

$$B_x = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I R dl}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \quad \oint dl = 2\pi R$$

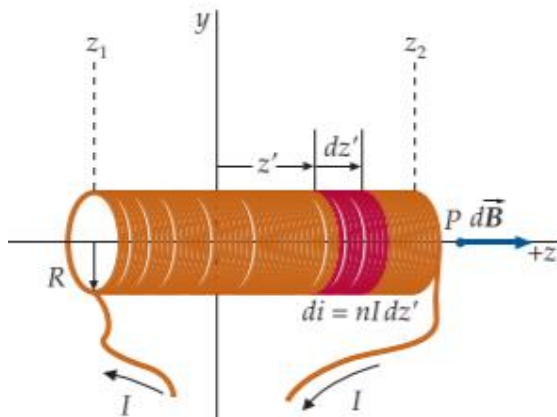
No **CENTRO DA ESPIRA**, tem-se

$$B_x = \frac{\mu_0}{2} \frac{I}{R}$$

MCE_IM_2025-2026

2

CAMPO MAGNÉTICO



SOLENÓIDE ~ conjunto de anéis circulares de corrente justapostos, transportando a mesma corrente

$$B_z = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2\pi I R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$$

Campo magnético para um anel de corrente

$$n = \frac{N \text{ espiras}}{\text{comprimento } L}$$

Cada elemento dz' é tratado como um anel de corrente $di = n I dz'$

densidade de corrente solenoidal, J

$$B_z = \mu_0 \frac{NI}{L} = \mu_0 n I$$

$L \gg R$
no **CENTRO** do solenóide

$$B_z = \mu_0 \frac{NI}{2L} = \mu_0 \frac{nI}{2}$$

numa **EXTREMIDADE** do solenóide

MCE_IM_2025-2026

3

LEI DE AMPÈRE

Se tivermos um fio atravessado por uma corrente I , as linhas de campo magnético são circulares e concêntricas com o fio. O campo magnético é dado, usando a lei de Biot-Savart, por

A LEI DE AMPÈRE vai permitir generalizar este resultado para qualquer tipo de caminho ou de fio (não depende do caminho)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



$$B \cdot 2\pi R = \mu_0 I$$

comprimento do caminho circular à volta do fio

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

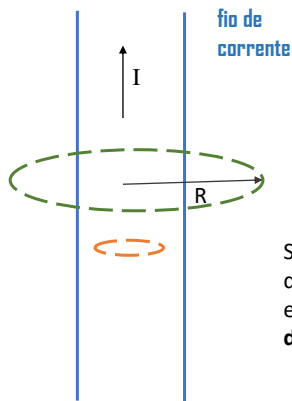
integral de linha sobre uma superfície aberta

$$\text{se } I = 0, \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

MCE_IM_2025-2026

4

LEI DE AMPÈRE



$$B 2 \pi R = \mu_0 I$$

comprimento do
caminho circular à
volta do fio

Se o percurso escolhido for dentro
do condutor (laranja), com $r < R_{\text{fio}}$,
então falaremos de uma
densidade de corrente, J,

$$J = \frac{I}{\pi R_{\text{fio}}^2}$$

$$B 2 \pi r = \mu_0 \left(\frac{I}{\pi R_{\text{fio}}^2} \right) \pi r^2$$

A LEI DE AMPÈRE vai permitir generalizar este
resultado para qualquer tipo de caminho ou de fio
(não depende do caminho)

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Tem-se, então, que

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

integral de linha sobre uma
superfície aberta

MCE_IM_2025-2026

5

LEI DE AMPÈRE

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Pelo **TEOREMA DE STOKES**, sabemos que:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{A} \cdot d\vec{S}$$

pelo que podemos escrever que

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_S \text{rot} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 I$$

$$\oint \vec{\nabla} \times \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

Exemplos de aplicação da lei de Ampère:

- Fios infinitos atravessados por uma corrente
- Planos infinitos com espessura b e densidade de corrente J
- Solenóide infinito
- Toróide

$$\frac{1}{dS} \int_S \text{rot} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \mu_0 \frac{1}{dS} \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

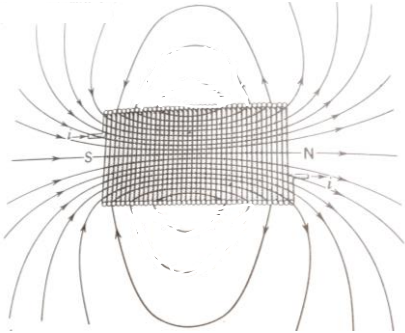
$$\text{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{J}$$

MCE_IM_2025-2026

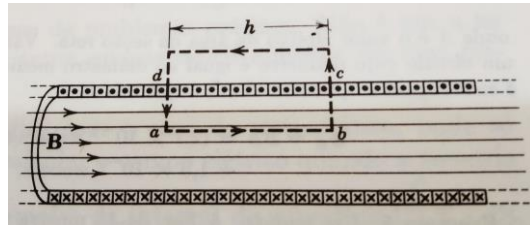
6

LEI DE AMPÈRE

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



A corrente total I que atravessa a área limitada pelo percurso de integração **não é igual à corrente I_0** que percorre o solenóide, pois esta área é atravessada por mais de uma espira



percurso $abcd$ do solenóide

Fora do solenóide, experimentalmente, $\vec{B} = 0$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_b^c \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_d^a \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

\downarrow Bh \downarrow $\vec{B} \perp d\vec{l}$ \downarrow $\vec{B} \perp d\vec{l}$

$n = n^0$ espiras por unidade de comprimento

$$I = I_0 (n h)$$

$$Bh = \mu_0 I_0 (n h) \quad \rightarrow \quad \boxed{B = \mu_0 n I}$$

MCE_IM_2025-2026

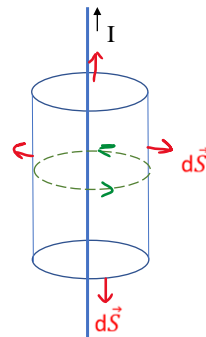
7

FLUXO DO CAMPO MAGNÉTICO

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

O fluxo do campo magnético pode ocorrer através de uma superfície aberta ou de uma superfície fechada

Através de uma SUPERFÍCIE FECHADA, por exemplo, de um cilindro



$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_{S1} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{S2} \vec{B} \cdot d\vec{S} + \int_{S3} \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\Phi = 0$$

O vector \vec{B} tem rotacional mas não diverge

O integral do vetor campo magnético através de uma qualquer superfície fechada, atravessada ou não por uma corrente, é sempre zero.

MCE_IM_2025-2026

8

FLUXO DO CAMPO MAGNÉTICO

Divergência do campo magnético

Acabamos de ver que

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Pelo TEOREMA DE GAUSS, vimos atrás que

$$\int_S \vec{A} \cdot d\vec{S} = \int_V \text{div} \vec{A} dV$$

Poderemos então escrever que

$$\int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0 = \int_V \text{div} \vec{B} dV = 0$$

$$\Leftrightarrow \int_V \text{div} \vec{B} dV = 0$$

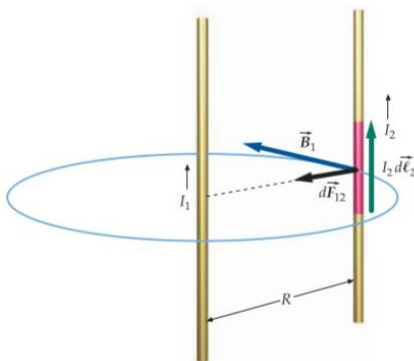
$$\Leftrightarrow \boxed{\text{div} \vec{B} = 0}$$

O vector \vec{B} tem rotacional mas não diverge

MCE_IM_2025-2026

9

Força magnética entre fios de corrente



Há uma força igual e oposta exercida pela corrente I_2 sobre I_1 .

$$dF_{12} = |I_2| d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1$$

$$dF_{12} = I_2 dl_2 B_1$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I}{R}$$

$$\boxed{dF_{12} = I_2 dl_2 \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{R}}$$

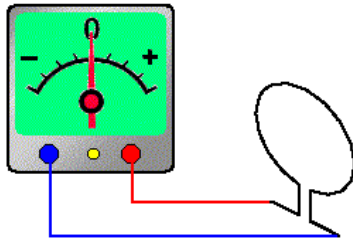
$$\frac{dF_{12}}{dl_2} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1}{R} I_2$$

Força por unidade de comprimento

MCE_IM_2025-2026

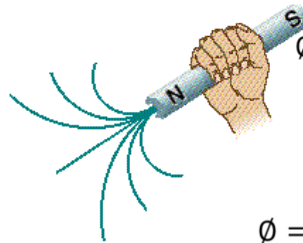
10

LEI DE FARADAY DA INDUÇÃO ELECTROMAGNÉTICA



[Lenz.gif \(491x267\)](#)
([ensinoadistancia.pro.br](#))

f.e.m. = força electromotriz
(diferença de potencial)



$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

através de uma **superfície aberta**

$$\Phi = \int_S |\vec{B}| |d\vec{S}| \cos(\vec{B}, d\vec{S})$$

as variações do fluxo no tempo podem ser de três ordens:

$B(t)$

$S(t)$

ângulo entre \vec{B} e $d\vec{S}$

f.e.m. induzida, $\epsilon = - \frac{d\Phi}{dt}$

MCE_IM_2025-2026

11

LEI DE FARADAY DA INDUÇÃO ELECTROMAGNÉTICA

- a f.e.m. instantânea induzida num circuito é directamente proporcional à taxa de variação temporal do fluxo magnético através do circuito
- se o circuito for constituído por **N espiras**, todas com a mesma área, e se Φ_B for o fluxo através de cada espira, é induzida uma f.e.m. em cada uma e a **lei de Faraday** é dada por

$$\epsilon = - N \frac{d\Phi}{dt}$$

CONVENÇÃO DE SINAIS

- a f.e.m. e as correntes são positivas se forem contrárias ao sentido do movimento dos ponteiros do relógio
- O fluxo é positivo, se apontar no sentido do observador

USAR A REGRA DA MÃO DIREITA OU DO SACA-ROLHAS

MCE_IM_2025-2026

12