



On White II, Wassily Kandinsky 1923

MCE_IM_2025-2026

1

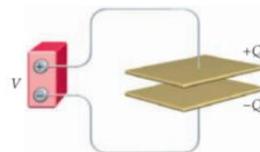
Mecânica e Campo Eletromagnético

Aula 11

Cap. 3 – Dieléctricos. Vector polarização e deslocamento eléctrico. Susceptibilidade eléctrica.
Campo magnético

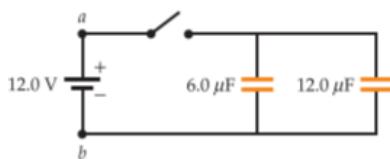
Isabel Malaquias
imalaquias@ua.pt
Gab. 13.3.16

CONDENSADORES E DIELÉCTRICOS



Quando as armaduras de um condensador não carregado são ligadas aos terminais de uma bateria, esta “bombeia” carga de uma armadura para a outra até a ddp entre as duas armaduras igualar a ddp de circuito aberto nos terminais da bateria. A quantidade de carga transferida é $Q = CV$.

CONDENSADORES LIGADOS EM PARALELO

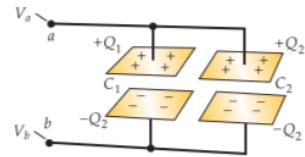
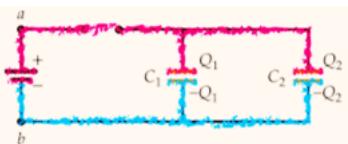


- Qual é o potencial de cada condensador no circuito?
NB – escolher o terminal negativo como ponto referencial de potencial nulo
- Qual é a carga de cada uma das armaduras do condensador?
- Qual é a carga total que atravessa a bateria?

MCE_IM_2025-2026

2

CONDENSADORES LIGADOS EM PARALELO



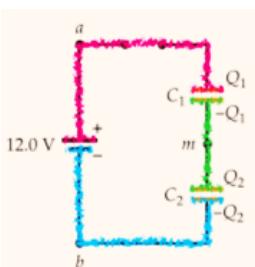
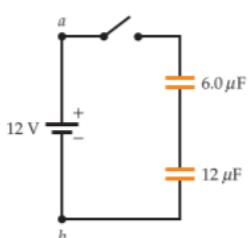
- Todos os pontos a vermelho têm um potencial $V_a = 12 V$
Todos os pontos a azul têm $V_b = 0 V$
 - A carga em cada condensador é: $Q_1 = C_1 V$ e $Q_2 = C_2 V$, portanto
 $Q_1 = (6,0 \mu F)(12 V) = 72 \mu C$ e
 $Q_2 = (12,0 \mu F)(12 V) = 144 \mu C$
- Os condensadores ficam carregados porque a bateria actua como uma bomba de cargas
 $Q = Q_1 + Q_2$ o que dá $Q = 216 \mu C$

A CAPACIDADE EQUIVALENTE será dada por $C_{eq} = Q_{total} / V$
ou seja, $C_{eq} = 216 \mu C / 12 V$

$$C_{eq} = 18 \mu F$$

$$\rightarrow C_{eq} = C_1 + C_2$$

CONDENSADORES LIGADOS EM SÉRIE



- Qual é o potencial de cada condensador no circuito? NB – escolher o terminal negativo como ponto referencial de potencial nulo
- Qual é a carga de cada uma das armaduras do condensador?
- Qual é a carga total que atravessa a bateria?

- Todos os pontos a:
 - vermelho estão a um potencial de 12 V
 - azul estão a um potencial zero
 - verde estão a um potencial a determinar, V_m

$$Q_1 = C_1 V_1 \text{ e } Q_2 = C_2 V_2$$

- $V_1 = V_a - V_m$
 $V_2 = V_m - V_b$
 $Q_2 = C_2 V_2 = C_2 (V_m - V_b)$
 $Q_1 = C_1 V_1 = C_1 (V_a - V_m)$

$$V_a - V_b = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2}$$

$$-Q_1 + Q_2 = 0$$

$$Q_1 = Q_2 = Q = 48 \mu C$$

CAPACIDADE EQUIVALENTE,
 $C_{eq} = 4,0 \mu F$

Durante o carregamento não há transferência de carga de ou para a região a verde, pelo que a sua carga se mantém como zero

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_2}$$

DIELÉCTRICOS

Quando o espaço entre as armaduras de um condensador é ocupado por UM DIELÉCTRICO, A CAPACITÂNCIA AUMENTA de um factor característico do dielétrico – descoberta de Faraday.

PORQUE AUMENTA?

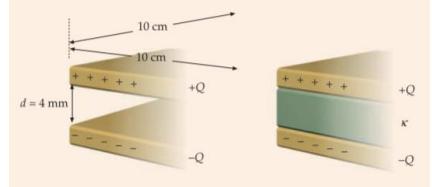
O campo eléctrico entre as armaduras do condensador enfraquece com a presença do dielétrico.

Assim, para uma dada carga Q das armaduras, a ddp V é reduzida e a capacidade C aumenta.

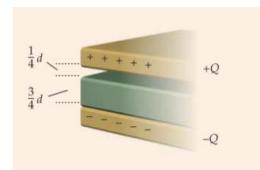
Se num condensador sem dielétrico o campo é E_0 , quando se introduz o dielétrico, o campo será dado por

$$E = \frac{E_0}{K}$$

K = CONSTANTE DIELÉCTRICA



Material não condutor (ex.: vidro, ar, papel ou madeira)



In Tipler & Mosca, *Physics for Scientists and Engineers*, W. H. Freeman & Company (2008), p.819

MCE_IM_2025-2026

5

DIELÉCTRICOS

Para um **CONDENSADOR DE PLACAS PARALELAS**, separadas pela distância d , a ddp V entre as placas é dada por

$$V = Ed = \frac{E_0}{K} d = \frac{V_0}{K}$$

A nova capacidade, C , será dada por

$$C = \frac{Q}{V} = K \frac{Q}{V_0} \quad \longleftrightarrow \quad C = K C_0$$

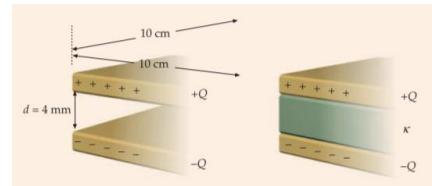
A = área da placa

$$C = K \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

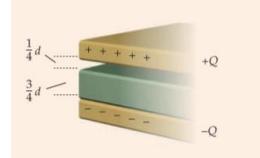
$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

$$\epsilon = K \epsilon_0$$

PERMITIVIDADE
do dielétrico



Material não condutor (ex.: vidro, ar, papel ou madeira)



MCE_IM_2025-2026

6

ENERGIA ARMAZENADA NA PRESENÇA DE UM DIELÉTRICO

A energia, U , armazenada é dada por

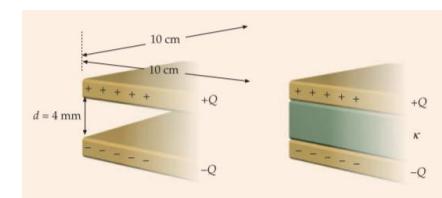
$$U = \frac{1}{2} Q V \quad \longrightarrow \quad U = \frac{1}{2} C V^2$$

$$U = \frac{1}{2} \frac{\epsilon A}{d} (Ed)^2$$

volume onde
está o
dielétrico

$$U = \frac{\epsilon A}{2} d E^2$$

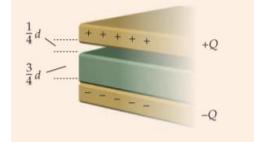
$$u = \frac{\epsilon}{2} E^2 \quad \text{ENERGIA/VOLUME}$$



Material não condutor (ex.: vidro, ar, papel ou madeira)

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

$$V = Ed$$



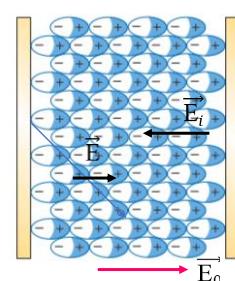
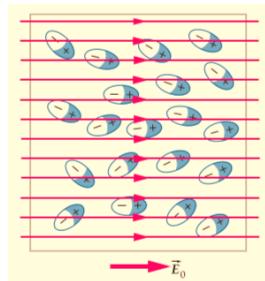
$$\epsilon = K\epsilon_0 \quad K = \text{constante dielétrica}$$

Parte desta energia está associada com o campo eléctrico e a restante está associada à agressão mecânica (*mechanical stress*) polarizadora sobre as moléculas do dielétrico.

MCE_IM_2025-2026

7

Interpretação molecular do comportamento do dielétrico



In Paul A. Tipler & Gene Mosca, *Physics for Scientists and Engineers*, W. H. Freeman & Company (2008), p.825

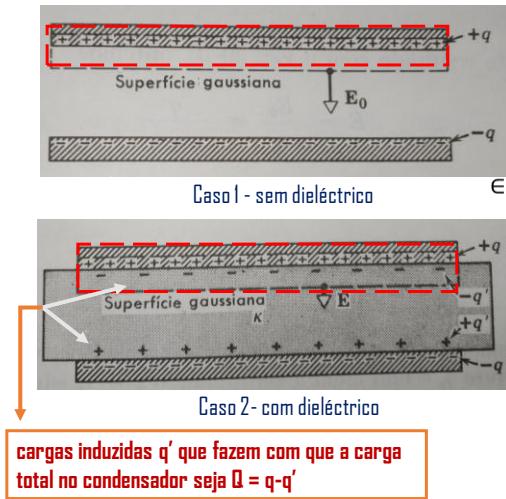
Polarização das moléculas do dielétrico dentro do condensador e criação de um campo eléctrico próprio contrário, induzido (\vec{E}_i), ao campo eléctrico externo \vec{E}_0

Há assim enfraquecimento do campo dentro do dielétrico $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i$.

MCE_IM_2025-2026

8

Dieléctricos e lei de Gauss



Usámos a Lei de Gauss em situações sem dielétrico. Se tiver, o que acontece?

a MESMA CARGA nos dois casos
marcação das superfícies Gaussianas

Caso 1 - sem dielétrico

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 E_0 A = q$$

Caso 2- com dielétrico

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 E A = q - q'$$

$q = \text{carga livre das placas}$

$$E_0 = \frac{q}{\epsilon_0 A}$$

$q' = \text{carga superficial induzida}$

$$E = \frac{q}{\epsilon_0 A} - \frac{q'}{\epsilon_0 A}$$

$$E = \frac{E_0}{K} = \frac{q}{K \epsilon_0 A}$$

$$q' = q \left(1 - \frac{1}{K}\right)$$

MCE_IM_2025-2026

9

Dieléctricos e lei de Gauss

O CAMPO TOTAL DENTRO DO DIELÉTRICO é $\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i$

O CAMPO INDUZIDO é proporcional ao campo eléctrico externo e, logo, proporcional ao campo total

$$\vec{E}_i = -\chi_e \vec{E}$$

χ_e = susceptibilidade eléctrica
(constante positiva)

Comparando com a relação obtida experimentalmente num condensador, verificamos que a **CONSTANTE DIELÉCTRICA** é igual a

$$K = 1 + \chi_e$$

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_i = \frac{1}{1+\chi_e} \vec{E}_0$$

MCE_IM_2025-2026

10

Vectores POLARIZAÇÃO e DESLOCAMENTO ELÉCTRICO

POLARIZAÇÃO

$$P = \frac{q'}{A}$$

A = área

A **Polarização**, P , pode definir-se como o **momento do dipolo eléctrico induzido por unidade de volume**

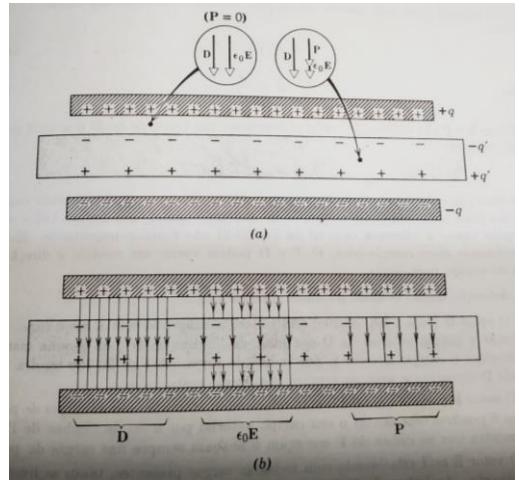
$$P = \frac{q' d}{A d}$$

d = espessura do condensador de placas paralelas
volume total do dielétrico

momento de dipolo induzido na placa dielétrica

d = espessura do condensador de placas paralelas

$$\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$$



Halliday & Resnick, Física, II-I, p.119

MCE_IM_2025-2026

11

Vectores POLARIZAÇÃO e DESLOCAMENTO ELÉCTRICO

DESLOCAMENTO ELÉCTRICO

Atrás escrevemos

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 E_0 A = q$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 E A = q - q'$$

$$E = \frac{E_0}{K} = \frac{q}{K\epsilon_0 A}$$

$$P = \frac{q'}{A}$$

Poderemos agora dizer que

$$\frac{q}{A} = \epsilon_0 \left(\frac{q}{K\epsilon_0 A} \right) + \frac{q'}{A}$$

D = deslocamento eléctrico

relacionado com a carga livre

$$D = \epsilon_0 E + P$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

$$\oint \vec{D} \cdot d\vec{S} = q \quad \text{ou} \quad \operatorname{div} \vec{D} = \rho$$

expressões integral e diferencial da **LEI DE GAUSS** num dielétrico

MCE_IM_2025-2026

12

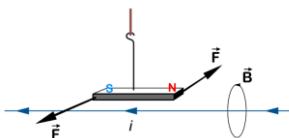
CAMPO MAGNÉTICO

FORÇA EXERCIDA SOBRE UMA CARGA
POR UM CAMPO MAGNÉTICO

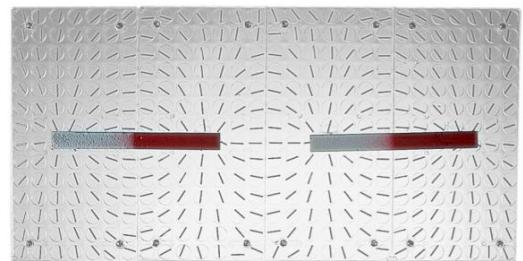
A existência de um campo \vec{B} magnético num dado ponto do espaço pode ser demonstrada usando uma agulha magnética e um fio de corrente.



$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$



Experiências de Ørsted e Faraday



<https://www.jroma.pt/eletromagnetismo.html>

Unidade S.I. de CAMPO
MAGNÉTICO

1 tesla = 1 newton
/coulomb.metro por segundo
1 T = 1 N/C.m.s⁻¹

1 T = 10⁴ gauss (G)

MCE_IM_2025-2026

13

CAMPO MAGNÉTICO

FORÇA EXERCIDA SOBRE UMA CARGA
POR UM CAMPO MAGNÉTICO

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

$$|\vec{F}| = q |\vec{v}| |\vec{B}| \sin \theta$$

A força magnética é **sempre perpendicular** à velocidade da partícula carregada e ao campo magnético

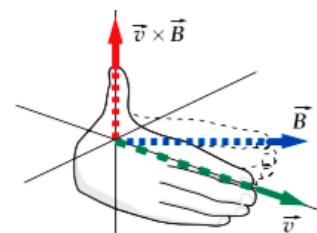
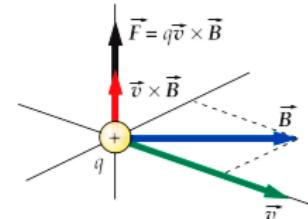


não realiza trabalho sobre a partícula
ao longo de um trajecto

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

$$dW = q (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} dt = 0$$

A direcção do vector \vec{v} pode ser
alterada pela força magnética,
mas não o seu módulo



MCE_IM_2025-2026

14

CAMPO MAGNÉTICO

FORÇA EXERCIDA SOBRE UMA CARGA POR UM CAMPO MAGNÉTICO. FORÇA DE LORENTZ.

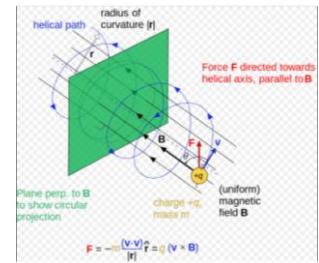
- A força magnética só actua sobre cargas em movimento

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$



https://stringfixer.com/pt/Electron_beams#wiki-1

- Quando $\vec{v} \perp \vec{B}$, e \vec{B} é uniforme, a partícula descreve uma órbita circular



https://pt.wikipedia.org/wiki/For%C3%A7a_de_Lorentz#/media/Ficheiro:Magnetic_deflection_helical_path.svg

- Quando existem, em simultâneo, um campo eléctrico e um campo magnético, a partícula fica sujeita à chamada **FORÇA DE LORENTZ**

$$\vec{F} = q (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

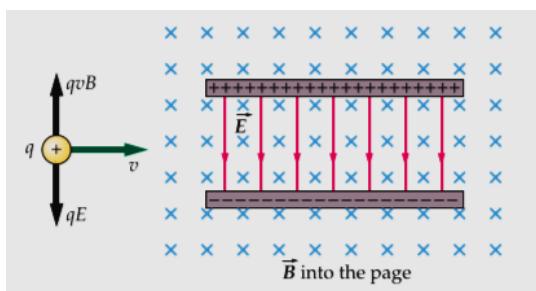
MCE_IM_2025-2026

15

CAMPO MAGNÉTICO

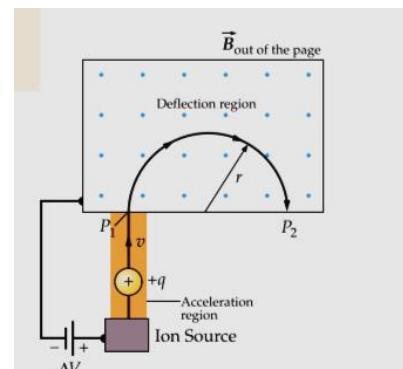
APLICAÇÕES DA FORÇA MAGNÉTICA

SELECTOR DE VELOCIDADES



A partícula + sofre a acção de uma força eléctrica para baixo e uma força magnética para cima. Estas forças equilibram-se quando a velocidade da partícula verifica $vB = E$

ESPECTRÓMETRO DE MASSA



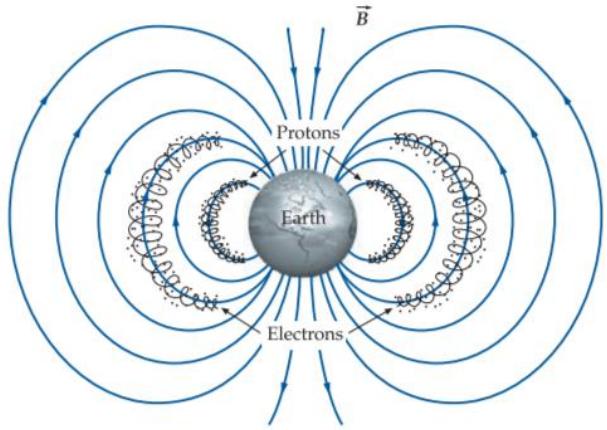
Os iões sofrem encurvalamento na trajectória e emergem em P_2 . O raio r do círculo varia com a massa do ião.

MCE_IM_2025-2026

16

CAMPO MAGNÉTICO

Os **Cinturões de Van Allen** são uma barreira que protege a **Terra** de radiações, pois conseguem manter elétrões muito energéticos a certa distância da atmosfera terrestre. Estão associados às auroras boreal e austral "cortinas" de partículas carregadas visíveis em determinados pontos na superfície da Terra, onde os cinturões se cruzam com a atmosfera superior.



Tipler & Mosca, p. 895

MCE_IM_2025-2026

17

CAMPO MAGNÉTICO

FORÇA EXERCIDA SOBRE UM FIO

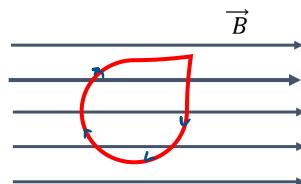
$$\vec{F} = Q \vec{v} \times \vec{B}$$

Q = carga total

$$\vec{F} = Q \frac{d\vec{l}}{dt} \times \vec{B}$$

$$\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

I



Num condutor com FORMA ARBITRÁRIA, teremos de somar todas as contribuições para a força

$$\vec{F} = I \left(\int_a^b d\vec{l} \right) \times \vec{B} = I \vec{l} \times \vec{B}$$

Força sobre um fio que encerra uma SUPERFÍCIE FECHADA

$$\vec{F} = I (\oint d\vec{l}) \times \vec{B} = 0$$

MCE_IM_2025-2026

18

CAMPO MAGNÉTICO

LEI DE BIOT-SAVART – Fio infinito

Para o campo eléctrico, tínhamos

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

fonte do campo

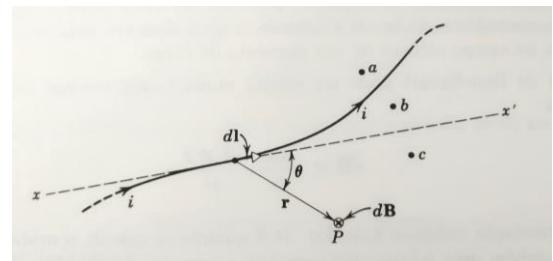
Para o campo magnético, será

$$d\vec{B} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{I d\vec{l}}{r^2} \times \hat{r}$$

Lei de Biot-Savart

$$\mu_0 = \frac{1}{\epsilon_0 c^2}$$

μ_0 permeabilidade magnética do vazio



O elemento $d\vec{l}$ do fio percorrido por uma corrente I fornece uma contribuição $d\vec{B}$ para a indução magnética no ponto P . O campo magnético aponta para dentro do plano da folha.

O módulo da contribuição dB é dado por

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dl \sin \theta}{r^2}$$

MCE_IM_2025-2026

19

CAMPO MAGNÉTICO

LEI DE BIOT-SAVART – Fio infinito

O módulo da contribuição de $d\vec{B}$ é dado por

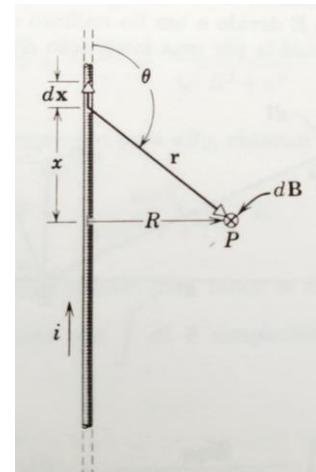
$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dx \sin \theta}{r^2} \quad B = \int dB = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \frac{dx \sin \theta}{r^2}$$

integremos em termos de $d\theta$

$$\sin \theta = \sin (\pi - \theta) = \frac{R}{r} \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{R}{x}$$

$$x = R \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \quad dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \cdot \sin \theta d\theta$$

$$dx = -\frac{R}{\sin^2 \theta} d\theta \quad B = 2 \left(-\frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{\pi/2} \sin \theta d\theta \right)$$



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

MCE_IM_2025-2026

20

CAMPO MAGNÉTICO

LEI DE BIOT-SAVART – Fio finito

Procedimento
idêntico ao anterior e
integrar entre θ_1 e θ_2

