

Matemática

Programa de Estudio
Octavo básico
Ministerio de Educación

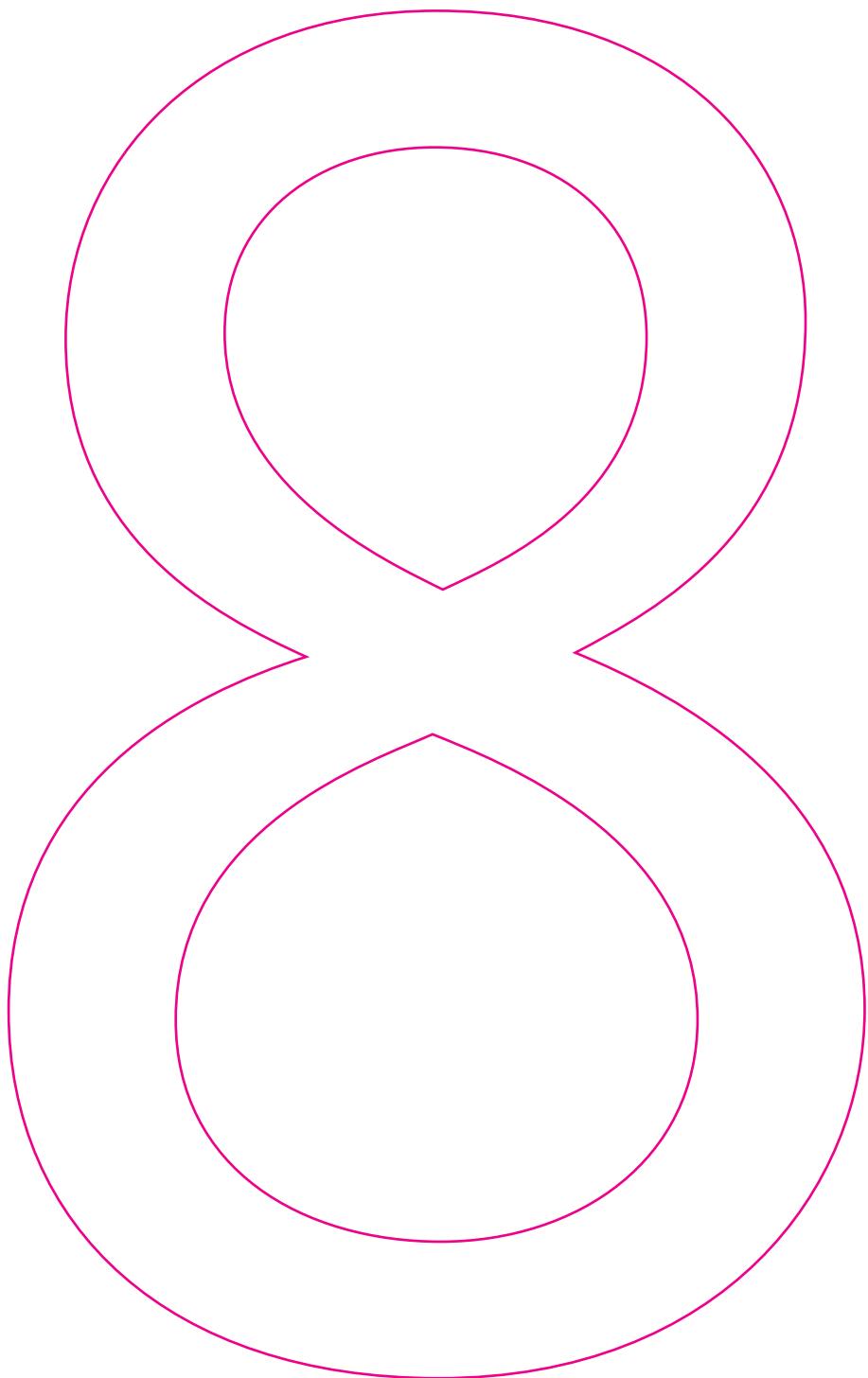


Matemática

Programa de Estudio

Octavo básico

Ministerio de Educación



Ministerio de Educación de Chile

MATEMÁTICA

Programa de Estudio

Octavo básico

Primera edición: julio de 2016

Decreto Exento Mineduc N° 628/2016

Unidad de Currículum y Evaluación

Ministerio de Educación de Chile

Avenida Bernardo O'Higgins 1371

Santiago de Chile

ISBN 978-956-292-579-2

Se sugiere verificar la legitimidad y buen funcionamiento de las páginas web recomendadas en este Programa de Estudio. Dado el tiempo desde su publicación, puede que alguna de ellas hayan caducado o conduzcan a otros sitios.

Estimadas y estimados miembros de la Comunidad Educativa:

En el marco de la agenda de calidad y las transformaciones que impulsa la Reforma Educativa en marcha, estamos entregando a ustedes los Programas de Estudio para 7º y 8º básico. Estos Programas han sido elaborados por la Unidad de Currículum y Evaluación del Ministerio de Educación, de acuerdo a las definiciones establecidas en las Bases Curriculares de 2013 y 2015 (Decreto Supremo N° 614 y N° 369, respectivamente), y han sido aprobados por el Consejo Nacional de Educación para entrar en vigencia a partir de 2016.

Estos programas corresponden a las asignaturas de Artes Visuales, Ciencias Naturales, Educación Física y Salud, Historia, Geografía y Ciencias Sociales, Inglés, Lengua y Literatura, Matemática, Música, Orientación y Tecnología.

Los Programas de Estudio –en tanto instrumentos curriculares– son una propuesta pedagógica y didáctica que apoya el proceso de gestión curricular de los establecimientos educacionales. Desde esta perspectiva, se fomenta el trabajo docente, para la articulación y generación de experiencias de aprendizajes pertinentes, relevantes y significativas para sus estudiantes, en el contexto de las definiciones realizadas por las Bases Curriculares que han entrado en vigencia para estos cursos en el año 2016. Estos Programas otorgan ese espacio a los y las docentes, y pueden trabajarse a partir de las necesidades y potencialidades de su contexto, porque la Educación tiene como principio el ofrecer espacios de aprendizaje integrales.

Es de suma importancia promover el diálogo entre estos instrumentos y las necesidades, intereses y características de la población escolar. De esta manera, complejizando, diversificando y profundizando en las áreas de aprendizaje, estaremos contribuyendo al desarrollo de las herramientas que los y las estudiantes requieren para desarrollarse como personas integrales y desenvolverse como ciudadanos y ciudadanas, de manera reflexiva, crítica y responsable.

Por esto, los Programas de Estudio son una invitación a las comunidades educativas de nuestras escuelas y liceos a enfrentar un desafío de preparación, estudio y compromiso con la vocación formadora y con las expectativas de aprendizajes que pueden lograr sus alumnos y alumnas. Invito a todos y todas a trabajar en esta tarea de manera entusiasta, colaborativa, analítica y respondiendo a las necesidades de su contexto educativo.

Cordialmente,



ADRIANA DELPIANO PUELMA
MINISTRA DE EDUCACIÓN

IMPORTANTE

En el presente documento, se utilizan de manera inclusiva términos como “el docente”, “el estudiante”, “el profesor”, “el alumno”, “el compañero” y sus respectivos plurales (así como otras palabras equivalentes en el contexto educativo) para referirse a hombres y mujeres.

Esta opción obedece a que no existe acuerdo universal respecto de cómo aludir conjuntamente a ambos sexos en el idioma español, salvo usando “o/a”, “los/las” y otras similares, y ese tipo de fórmulas supone una saturación gráfica que puede dificultar la comprensión de la lectura.

Índice

Presentación	6
Nociones básicas	8
Orientaciones para implementar el Programa	12
Orientaciones para planificar el aprendizaje	20
Orientaciones para evaluar los aprendizajes	23
Estructura del Programa	25
Matemática	33
50	Objetivos de Aprendizaje de 8° básico
55	Visión global de los Objetivos de Aprendizaje del año
Primer semestre	
64	Unidad 1
98	Unidad 2
Segundo semestre	
136	Unidad 3
167	Unidad 4
Bibliografía	191
Anexos	
200	1. Glosario
218	2. Progresión de Habilidades de 7° básico a 2° medio
222	3. Progresión de Objetivos de Aprendizaje Temáticos de 7° básico a 2° medio

Presentación

Por medio de los Objetivos de Aprendizaje (OA), las Bases Curriculares definen los desempeños mínimos que se espera que todos los estudiantes logren en cada asignatura y nivel de enseñanza. Dichos objetivos integran habilidades, conocimientos y actitudes fundamentales para que los jóvenes alcancen un desarrollo armónico e integral que les permita enfrentar su futuro con todas las herramientas necesarias y participar de manera activa y responsable en la sociedad.

Las Bases Curriculares constituyen, asimismo, el referente para los establecimientos que deseen elaborar programas propios. En este sentido, son lo suficientemente flexibles para adaptarse a los diferentes contextos educativos, sociales, económicos, territoriales y religiosos de nuestro país. Estas múltiples realidades dan origen a una diversidad de aproximaciones curriculares, didácticas, metodológicas y organizacionales, que se expresan en distintos proyectos educativos. Todos estos proyectos son bienvenidos en la medida en que permitan que los alumnos alcancen los Objetivos de Aprendizaje. Por ello, dada la escala nacional de las Bases Curriculares, no corresponde que estas especifiquen didácticas que limiten la diversidad de enfoques educacionales.

Al Ministerio de Educación, por su parte, le corresponde la tarea de suministrar Programas de Estudio que faciliten una óptima implementación de las Bases Curriculares en aquellos establecimientos que no opten por programas propios. Se ha procurado que estos Programas constituyan un complemento coherente y alineado con las Bases Curriculares y una herramienta de apoyo para los docentes.

Los Programas de Estudio proponen una organización de los Objetivos de Aprendizaje de acuerdo con el tiempo disponible en el año escolar. Asimismo, constituyen una orientación acerca de cómo combinar los objetivos y cuánto tiempo destinar a cada uno de ellos. Esta última es una estimación aproximada, de carácter indicativa, que los profesores tienen que adaptar de acuerdo con la realidad de sus alumnos y de su establecimiento.

Asimismo, para facilitar al docente su quehacer en el aula, se sugiere un conjunto de Indicadores de Evaluación para cada Objetivo, que dan cuenta de las diversas maneras en que un estudiante puede demostrar que ha aprendido. Además, se proporcionan orientaciones didácticas para cada disciplina y una amplia gama de actividades de aprendizaje y de evaluación de carácter flexible y general, ya que pueden utilizarse como base para nuevas actividades. Estas se complementan con sugerencias al docente, recomendaciones de recursos didácticos complementarios y bibliografía para profesores y estudiantes.

En síntesis, estos Programas de Estudio se entregan a los establecimientos como una ayuda para realizar su labor de enseñanza. No obstante, su uso es voluntario; la ley dispone que cada colegio pueda elaborar sus propios Programas de Estudio, en tanto cumplan con todos los Objetivos de Aprendizaje establecidos en las Bases Curriculares.

Nociones básicas

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE COMO INTEGRACIÓN DE CONOCIMIENTOS, HABILIDADES Y ACTITUDES

Los Objetivos de Aprendizaje definen para cada asignatura los aprendizajes terminales esperables para cada año escolar. Se refieren a conocimientos, habilidades o actitudes que entregan a los estudiantes las herramientas cognitivas y no cognitivas necesarias para su desarrollo integral, para la comprensión de su entorno y para despertar en ellos el interés por continuar aprendiendo.

En la formulación de los Objetivos de Aprendizaje se relacionan habilidades, conocimientos y actitudes. Por medio de ellos, se pretende plasmar, de manera clara y precisa, cuáles son los aprendizajes que el estudiante debe lograr. Se conforma, así, un currículum centrado en el aprendizaje, que declara explícitamente cuál es el foco del quehacer educativo. Se busca que los alumnos pongan en juego estos conocimientos, habilidades y actitudes para enfrentar diversos desafíos, tanto en el contexto de la asignatura como al desenvolverse en su vida cotidiana.

HABILIDADES

Las habilidades son capacidades para realizar tareas y para solucionar problemas con precisión y adaptabilidad. Pueden desarrollarse en los ámbitos intelectual, psicomotriz o psicosocial.

En el plano educativo, las habilidades son cruciales, porque el aprendizaje involucra no solo el saber, sino también el saber hacer y la capacidad de integrar, transferir y complementar los diversos aprendizajes en nuevos contextos. La continua expansión y la creciente complejidad del conocimiento demandan capacidades de pensamiento transferibles a distintas situaciones, desafíos, contextos y problemas. En este sentido, las habilidades son fundamentales para desarrollar un pensamiento flexible, adaptativo y crítico. Los Indicadores de Evaluación, las actividades de aprendizaje y los ejemplos de evaluación sugeridos en estos Programas de Estudio apuntan específicamente al desarrollo de habilidades.

CONOCIMIENTOS

Los conocimientos corresponden a conceptos, redes de conceptos e información sobre hechos, procesos, procedimientos y operaciones. Esta definición considera el conocimiento como información (sobre objetos, eventos, fenómenos, procesos, símbolos) y como comprensión; es decir, información integrada en marcos explicativos e interpretativos mayores que sirven de base para desarrollar la capacidad de discernimiento y de argumentación¹.

Los conceptos propios de cada asignatura ayudan a enriquecer la comprensión de los estudiantes sobre el mundo que los rodea y los fenómenos que experimentan u observan. El dominio del vocabulario especializado les permite comprender mejor su entorno cercano y reinterpretar el saber que han obtenido por medio del sentido común y la experiencia cotidiana. En el marco de cualquier disciplina, el manejo de conceptos clave y de sus conexiones es fundamental para que los alumnos construyan nuevos aprendizajes a partir de ellos. El logro de los Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares implica necesariamente que el alumno conozca, explique, relacione, aplique y analice determinados conocimientos y conceptos en cada disciplina, de forma que le sirvan de base para el desarrollo de las habilidades de pensamiento.

ACTITUDES

Las Bases Curriculares detallan un conjunto de actitudes específicas que surgen de los Objetivos de Aprendizaje Transversales y que se espera fomentar en cada asignatura.

Las actitudes son disposiciones aprendidas para responder, de un modo favorable o no favorable, frente a personas, ideas y objetos, y que inclinan a las personas a determinados tipos de conductas o acciones. Por ejemplo, una persona puede tener una disposición favorable hacia la lectura, porque sabe que le sirve para su desempeño educativo, porque ha tenido experiencias placenteras con ella, porque ha visto que otros cercanos disfrutan de ella, porque le ha permitido encontrar respuestas a sus interrogantes, etc.

1 Marzano, R y Pickering, D. (1997). *Dimensions of Learning: Teacher's Manual*. Colorado: ASCD.

En la formación de las personas, las actitudes son determinantes al momento de abordar, entre otros, la diversidad, la vida saludable, la participación ciudadana, la prevención del alcohol y las drogas, y la superación de las dificultades.

La escuela es un factor definitorio en la formación de las actitudes de los estudiantes y puede contribuir a formar ciudadanos responsables y participativos que tengan disposiciones favorables frente a una variedad de temas trascendentes para nuestra sociedad.

Por otra parte, las actitudes influyen directamente en el aprendizaje, ya que determinan el grado de motivación con que las personas enfrentan las actividades escolares y la relación que tienen con los otros miembros de la comunidad escolar. Los estudiantes, por lo general, llegan a la escuela con una actitud abierta al aprendizaje y es responsabilidad de la escuela no solo mantener, sino nutrir esta disposición favorable, de manera que cuando terminen la enseñanza formal mantengan el interés por el aprendizaje y la investigación a lo largo de todas sus vidas. Al fomentarse las actitudes positivas hacia el aprendizaje, el descubrimiento y el desarrollo de habilidades, mejora significativamente el desempeño de los alumnos, lo que genera aprendizajes más profundos e impacta positivamente en su autoestima.

Asimismo, la adquisición de actitudes apropiadas propiciará que los alumnos se desarrollen de manera integral y puedan comprender el mundo que los rodea, interactuar con él y desenvolverse de manera informada, responsable y autónoma.

Las actitudes tienen tres dimensiones, muchas veces interrelacionadas: cognitiva, afectiva y experiencial. La dimensión cognitiva comprende las creencias y los conocimientos que una persona tiene sobre un objeto. La afectiva corresponde a los sentimientos que un objeto suscita en el individuo. La experiencial se refiere a las vivencias que el sujeto ha acumulado en el pasado con respecto al objeto o fenómeno. De lo anterior se desprende que, para formar actitudes, es necesario tomar en cuenta las tres dimensiones. Por ejemplo, para generar una actitud positiva hacia el aprendizaje, es necesario dar argumentos de por qué es beneficioso, explicitar las creencias que tienen los estudiantes al respecto, promover siempre un ambiente grato en el cual todos se interesen y valoren el desarrollo intelectual, y suscitar experiencias de aprendizaje interesantes y motivadoras.

El desarrollo de actitudes no debe limitarse solo al aula, sino que debe proyectarse hacia los ámbitos familiar y social. Es fundamental que los alumnos puedan desarrollar sus inquietudes, ser proactivos, adquirir confianza en sus capacidades e ideas, llevar a cabo iniciativas, efectuar acciones que los lleven a alcanzar sus objetivos, comunicarse en forma efectiva y participar activamente en la construcción de su aprendizaje. Asimismo, es necesario desarrollar en los estudiantes actitudes que los inciten a buscar la verdad, asumir un compromiso con mejorar su realidad, mostrar mayor interés en sus pares y trabajar en forma colaborativa, valorando las contribuciones de otros.

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE TRANSVERSALES (OAT)

Los Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT) son aprendizajes que tienen un carácter comprensivo y general, y apuntan al desarrollo personal, ético, social e intelectual de los estudiantes. Forman parte constitutiva del currículum nacional, por lo que los establecimientos deben asumir la tarea de promover su logro.

Los OAT no se alcanzan en una asignatura en particular; conseguirlos depende del conjunto del currículum y de las distintas experiencias escolares. Por esto, es fundamental que se promuevan en las diversas disciplinas y en las distintas dimensiones del quehacer educativo, mediante el proyecto educativo institucional, la práctica docente, el clima organizacional, la disciplina, las ceremonias escolares y el ejemplo de los adultos.

Estos objetivos incluyen actitudes y valores que se integran con los conocimientos y las habilidades. En el ciclo de la Educación Media, involucran las distintas dimensiones del desarrollo –físico, afectivo, cognitivo, socio-cultural, moral y espiritual–, además de las actitudes frente al trabajo y al dominio de las tecnologías de la información y la comunicación.

Orientaciones para implementar el Programa

Las orientaciones que se presentan a continuación destacan elementos relevantes para implementar el Programa y se vinculan estrechamente con el logro de los Objetivos de Aprendizaje especificados en las Bases Curriculares.

CONSIDERACIONES SOBRE LA ETAPA DE DESARROLLO DE LOS ESTUDIANTES

La adolescencia está marcada por el acelerado desarrollo en el ámbito físico, cognitivo, social y emocional de los estudiantes. En ella, los jóvenes fortalecen su capacidad de empatía, desarrollan diferentes miradas sobre un mismo tema y forman su propia opinión, entre otros. Además, muestran que son capaces de monitorear y regular sus desempeños, lo que facilita la metacognición, la autonomía y el autocontrol. En consecuencia, es una etapa propicia para avanzar en autonomía y hacia una comprensión integral del mundo que los rodea.

A principios de este ciclo, los alumnos transitan hacia el pensamiento formal, que les permite hacer relaciones lógicas, desarrollar el pensamiento crítico, comprender conceptos abstractos y hacer relaciones entre conceptos aparentemente disímiles². Adquieren una visión más crítica del mundo, comienzan a construir su identidad y la imagen de sí mismos. Se interesan en diversos ámbitos, expresan necesidad de comunicarse con sus pares en términos de intereses, valores y creencias, adquieren capacidad de análisis, de planificar pasos y establecer hipótesis que, a su vez, les permiten plantear otras formas de resolver problemas. Asimismo, su interés por adquirir mayor independencia los lleva a explorar diferentes posibilidades de aprendizaje. En esta etapa, necesitan ver una relación entre su aprendizaje y sus vidas e intereses para sentirse motivados a aprender.

Considerando lo expuesto, los presentes Programas de Estudio incluyen actividades que ayudan al aprendizaje de los estudiantes durante este periodo, ya que junto con plantear problemas relevantes para sus vidas y abordar referentes concretos, conducen a la comprensión de conceptos progresivamente más abstractos. En concordancia con lo anterior, los Programas de Estudio

² Alexander, A. (2006). *Psychology in Learning and Instruction*. New Jersey: Pearson.

proponen tareas más exigentes, complejas y de ámbitos cada vez más específicos que en los cursos anteriores. Por ello, es necesario que el profesor asegure un buen proceso de aprendizaje orientado a la autonomía, con el fin de mantener la motivación académica de los estudiantes.

La interacción se vuelve un tema central en esta etapa del desarrollo. Los estudiantes son capaces de escuchar y reaccionar frente a las ideas de otros y le dan mucha importancia a la opinión de los pares, por lo que se benefician de los intercambios sociales. En consecuencia, las actividades en grupo que se incorporan para el logro de cada uno de los objetivos son una instancia que, combinada con una actitud favorable hacia los desafíos escolares y una adecuada guía del docente, puede llevarlos a obtener aprendizajes profundos y significativos.

Los Programas de Estudio son herramientas que, además de apoyar la labor docente en la sala de clases, buscan motivar a los alumnos a interesarse en el aprendizaje fuera de ella y de diversas formas.

Un elemento central en los Programas es que las actividades sean significativas para los estudiantes, que presenten una conexión con la vida cotidiana y que representen un desafío atractivo al enfrentarse a ellas y resolverlas. Por lo tanto, se diseñaron como un reto que los motive a buscar evidencia y usar argumentos coherentes y bien documentados. En todas ellas tienen que usar los conocimientos de cada disciplina, aplicar habilidades de pensamiento superior (concluir, evaluar, explicar, proponer, crear, sintetizar, relacionar, contrastar, entre otras) y aspectos actitudinales como la seguridad en las propias capacidades, la curiosidad, la rigurosidad y el respeto a los demás, entre otros.

Para que los alumnos se interesen verdaderamente por comprender el mundo que los rodea, se aumenta su autonomía y motivación mediante el desarrollo de habilidades y una gran cantidad de actividades que los desafíen permanentemente.

La implementación efectiva del presente Programa requiere que el docente lleve a los estudiantes a conectar los aprendizajes del ámbito escolar con otros ámbitos de sus vidas y con su propia cultura. Para esto, es necesario que observe sus diversos talentos, intereses y preferencias con el objeto de convertir las actividades del Programa en instancias significativas en el ámbito personal.

INTEGRACIÓN Y APRENDIZAJE PROFUNDO

Para lograr un aprendizaje profundo, se requiere tener claro qué conceptos e ideas esenciales se van a aprender, acrecentar las habilidades que permitirán trabajar los conceptos e ideas y relacionar esos conceptos e ideas con su propia vida y con otras áreas del conocimiento. Los estudiantes son participantes activos en este proceso. Ellos construyen conocimiento basados en sus propias experiencias y saberes previos e interactuando constantemente con nuevos conocimientos y experiencias, muchos de los cuales provienen del medio en que se desenvuelven. Estudios en neurociencia muestran que el cerebro está constantemente buscando significado y patrones, y que esa búsqueda es innata. Asimismo, es fundamental el papel de las emociones para lograr un aprendizaje profundo. Las experiencias de aprendizaje deben ser positivas y con un nivel adecuado de exigencia, de modo que representen un desafío cognitivo que no obstruya el aprendizaje. Investigar, realizar conexiones con otras asignaturas y organizar información son ejemplos de actividades efectivas para un aprendizaje profundo.

La integración entre distintas asignaturas constituye una herramienta de gran potencial para lograr un aprendizaje profundo. Existe una vasta bibliografía que respalda que el aprendizaje ocurre con más facilidad y profundidad cuando el nuevo material se presenta desde distintas perspectivas, pues permite relacionarlo con conocimientos previos, enriquecerlos, reformularlos y aplicarlos.

El establecimiento de conexiones interdisciplinarias destaca los lazos entre las disciplinas y facilita un aprendizaje más integral y profundo³. Con ellas, los estudiantes refuerzan y expanden sus conocimientos y acceden a información y a diversos puntos de vista. Asimismo, pueden explorar material auténtico de su interés, investigar de modo independiente y apreciar que la educación contemporánea es decididamente interdisciplinaria. Esto les ayudará a futuro, cuando deban usar conocimientos, habilidades y actitudes de varias áreas para desenvolverse en la vida cotidiana y en el mundo laboral.

Los presentes Programas detallan las oportunidades de integración más significativas en numerosas actividades, pero no agotan las oportunidades que ofrecen las Bases Curriculares. En consecuencia, se recomienda buscar la integración por medio de tópicos comunes y procurando que los alumnos desarrollen las habilidades simultáneamente desde diferentes asignaturas.

³ Jacobs, H.H. (1989). *Interdisciplinary Curriculums. Design and Implementation*. Obtenido en <http://www.ascd.org/publications/books/61189156.aspx> el 10 de Diciembre de 2012.

IMPORTANCIA DEL LENGUAJE

En cualquier asignatura, aprender supone poder comprender y producir los textos propios de la disciplina. Leer y elaborar textos permite repensar y procesar la información y, por lo tanto, el aprendizaje se profundiza, ya que implica no simplemente reproducir el conocimiento, sino también construirlo.

Para desarrollar adecuadamente los aprendizajes de las asignaturas, no basta con asignar tareas de lectura y escritura. Leer y escribir para aprender son procesos que requieren trabajo en clases con textos disciplinarios, cuya comprensión y producción suponen una serie de desafíos que el estudiante no puede enfrentar sin orientación previa y andamiaje.

Por otra parte, para entender textos que tratan ámbitos específicos del conocimiento, se requiere manejar el vocabulario clave del texto y poseer ciertos conocimientos previos del área. A partir de la lectura, los estudiantes podrán adquirir más vocabulario especializado y nuevos conocimientos que les permitirán, a su vez, leer y comprender textos de mayor complejidad. De esta manera, se crea un círculo virtuoso de aprendizaje.

Para promover el aprendizaje profundo mediante la lectura y la producción de textos orales y escritos, se deben considerar los siguientes aspectos de manera habitual y consistente:

LECTURA

- › Los alumnos aprenden a leer textos propios de las disciplinas. Para esto, el profesor explica y ejemplifica cuáles son las características de los diversos géneros que se trabajan en clases y cuál es su finalidad. Dado que los temas nuevos y las estructuras desconocidas pueden aumentar excesivamente la dificultad de la lectura, se requiere que los estudiantes se familiaricen con ellos, mezclando lecturas sencillas con otras más desafiantes, para que vayan construyendo los conocimientos y habilidades necesarios para comprender textos más complejos.
- › A partir de la lectura, los alumnos adquieren un repertorio de conceptos necesarios para la comprensión de la asignatura.
- › Es fundamental que haya una discusión posterior a la lectura para que los estudiantes compartan lo que han aprendido, comparen sus impresiones, cuestionen la información y aclaren sus dudas mediante textos escritos o presentaciones orales.

- › Los alumnos usan la lectura como una de las principales fuentes de información y aprendizaje. Los docentes deben propiciar esto, asignando lecturas estimulantes, pidiéndoles buscar información relevante en textos determinados y fomentando la aplicación de las estrategias aprendidas para que puedan lidiar con la información del texto.
- › Los alumnos procuran extender sus conocimientos mediante el uso habitual de la biblioteca escolar e internet. Aprenden a localizar información relevante en fuentes escritas, identificar las ideas principales, sintetizar la información relevante, explicar los conceptos clave de la lectura, identificar los principales argumentos usados para defender una postura, descubrir contradicciones y evaluar la coherencia de la información. Para esto, se requiere que el docente modele y retroalimente el proceso.

ESCRITURA

- › Los alumnos pueden expresar sus conocimientos e ideas escribiendo textos con la estructura propia de cada disciplina, como el ensayo, el informe de investigación y la reseña histórica, entre otros.
- › Los estudiantes prestan atención no solo al qué decir, sino también al cómo decirlo. Al plantearles tareas de escritura en las cuales deben reorganizar la información para transmitirla con claridad al lector, perciben que tienen que dar una organización coherente al texto, seleccionar información relevante, profundizar ciertas ideas, entregar ejemplos y argumentos, y descartar información poco pertinente. En consecuencia, procesan la información, aclaran sus propias ideas y, de este modo, transforman su conocimiento⁴.
- › Al escribir, utilizan los conceptos y el vocabulario propios de la asignatura, lo que contribuye a su aprendizaje.
- › Las evaluaciones contemplan habitualmente preguntas abiertas que les permiten desarrollar sus ideas por escrito.

COMUNICACIÓN ORAL

- › El ambiente de la sala de clases es propicio para que los alumnos formulen preguntas, aclaran sus dudas, demuestren interés por aprender y construyan conocimiento en conjunto. Los estudiantes participan aportando información bien documentada, cuestionando y mostrando desacuerdo y llegando a acuerdos. Para esto, se requiere un ambiente en que se respete a las personas y sus ideas y se valoren el conocimiento y la curiosidad.

⁴ Bereiter, C. y Scardamalia, M. (1987). *The psychology of written composition*. Hillsdale, N. J: L. Erlbaum Associates.

- › Los alumnos usan información de fuentes orales, la sistematizan y la incorporan en sus argumentaciones, explicaciones o relatos.
- › Los alumnos tienen oportunidades para comunicar sus ideas mediante presentaciones orales que les permitan, usando un lenguaje claro y preciso, compartir sus conocimientos sobre un tema o expresar un punto de vista fundamentado.
- › El docente es el principal modelo que los estudiantes tienen sobre cómo comunicar información en el marco de su asignatura. Por esto, debe dar indicaciones precisas, ejemplos y estrategias para que sepan cómo realizar exposiciones orales efectivas que logren interesar a la audiencia y comunicarle los conocimientos aprendidos.
- › Los alumnos tienen oportunidades para leer y recolectar información, seleccionar lo más relevante, organizar la presentación y preparar una exposición que permita comunicar un tema a una audiencia específica y en una situación concreta. Para esto, deben tener claridad sobre los objetivos de sus exposiciones y el tiempo para prepararlas.

TECNOLOGÍAS DE LA INFORMACIÓN Y LA COMUNICACIÓN (TIC)

Los Objetivos de Aprendizaje Transversales de las Bases Curriculares contemplan explícitamente que los alumnos aprendan a usar las tecnologías de la información y la comunicación (TIC). Esto demanda que se promueva el dominio y uso de estas tecnologías junto con el trabajo propio de cada asignatura.

En el nivel básico, los alumnos adquirieron las habilidades elementales para usar las TIC, por lo que se espera que, en el nivel medio, realicen estas operaciones con mayor fluidez y adquieran otras de mayor dificultad, como buscar información y evaluar su pertinencia y calidad, aportar en redes virtuales de comunicación o participación, utilizar distintas TIC para comunicar ideas y argumentos, y modelar información y situaciones, entre otras.

Los Programas de Estudio elaborados por el Ministerio de Educación integran el uso de las TIC en todas las asignaturas con los siguientes propósitos:

- › Trabajar con información_
 - Utilizar estrategias de búsqueda de información para recoger información precisa.
 - Seleccionar información examinando críticamente su calidad, relevancia y confiabilidad.
 - Ingresar, guardar y ordenar información de acuerdo a criterios propios o predefinidos.

- › Crear y compartir información:
 - Desarrollar y presentar información usando herramientas y aplicaciones de imagen, audio y video, procesadores de texto, presentaciones (PowerPoint) y gráficos, entre otros, citando en cada caso las fuentes utilizadas.
 - Colaborar e intercambiar opiniones en forma respetuosa con pares, miembros de una comunidad y expertos, usando herramientas de comunicación en línea como correos electrónicos, blogs, redes sociales, chats, foros de discusión, conferencias web y diarios digitales, entre otros.
- › Usar las TIC como herramienta de aprendizaje:
 - Usar programas informáticos específicos para aprender y complementar los conceptos aprendidos en las diferentes asignaturas.
 - Usar procesadores de texto, aplicaciones informáticas de presentación y planillas de cálculo para organizar, crear y presentar información, gráficos o modelos.
- › Usar las TIC responsablemente:
 - Respetar y asumir consideraciones éticas en el uso de las TIC, como el cuidado personal y el respeto por otros.
 - Señalar las fuentes de las cuales se obtiene la información y respetar las normas de uso y de seguridad.
 - Identificar ejemplos de plagio y discutir las posibles consecuencias de reproducir el trabajo de otros.

ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

En el trabajo pedagógico, el profesor debe tomar en cuenta la diversidad presente en los estudiantes, considerando factores culturales, sociales, étnicos, religiosos, de género, de estilos de aprendizaje y de niveles de conocimiento. Esta diversidad demanda de los docentes:

- › Promover el respeto a cada uno de los alumnos, evitando cualquier forma de discriminación.
- › Procurar que los aprendizajes se desarrollen de una manera significativa en relación con el contexto y la realidad de los estudiantes.
- › Intentar que todos alcancen los Objetivos de Aprendizaje señalados en el currículum, sin que la diversidad presente impida conseguirlos.

Atender a la diversidad de estilos y ritmos de aprendizaje no implica tener expectativas más bajas para algunos estudiantes. Por el contrario, hay que reconocer los requerimientos didácticos personales de los alumnos para que todos alcancen altos estándares. En este sentido, conviene que, al diseñar el trabajo de cada unidad, el docente considere que se precisará más tiempo o se requerirán métodos diferentes para que algunos alumnos logren estos aprendizajes.

Mientras más experiencia y conocimientos tiene el profesor de su asignatura y de las estrategias que promueven el aprendizaje profundo, más herramientas tendrá para tomar decisiones pedagógicas de acuerdo con las necesidades de sus alumnos. Los Programas de Estudio incluyen numerosos Indicadores de Evaluación, actividades de aprendizaje, observaciones al docente y ejemplos de evaluaciones, entre otros, para apoyar al docente. En el caso de estudiantes con necesidades educativas especiales, los conocimientos expertos del profesor y el apoyo y las recomendaciones de los especialistas que evalúan a dichos alumnos contribuirán a que cada estudiante desarrolle al máximo sus habilidades.

Para atender a la diversidad, los docentes deben buscar en su planificación:

- › Generar ambientes de aprendizaje inclusivos, lo que implica que todos los estudiantes deben sentirse seguros para participar, experimentar y contribuir de forma significativa a la clase. Junto con destacar positivamente las diferencias de cada uno es necesario rechazar toda forma de discriminación, agresividad o violencia.
- › Utilizar materiales, estrategias didácticas y actividades que se acomoden a las particularidades culturales y étnicas de los alumnos y a sus intereses. Es importante que toda alusión a la diversidad tenga un carácter positivo, que motive a los estudiantes a valorarla.
- › Promover un trabajo sistemático con actividades variadas para los diferentes estilos de aprendizaje y con ejercitación abundante, procurando que todos tengan acceso a las oportunidades de aprendizaje que se proponen.
- › Proveer igualdad de oportunidades, asegurando que alumnos y alumnas puedan participar por igual en todas las actividades, evitando estereotipos asociados a género y a características físicas.

Orientaciones para planificar el aprendizaje

La planificación de las clases es un elemento central en el esfuerzo por promover y garantizar los aprendizajes de los estudiantes. Permite maximizar el uso del tiempo y definir los procesos y recursos necesarios para que los alumnos logren dichos aprendizajes. Los Programas de Estudio del Ministerio de Educación ayudan a los profesores a elaborar la planificación y se han diseñado como un material flexible que puede adaptarse a la realidad de los distintos contextos educativos del país.

Los Programas incorporan los mismos Objetivos de Aprendizaje definidos en las Bases Curriculares. En cada nivel, se ordenan en unidades e incluyen el tiempo que se estima necesario para que los alumnos los alcancen. Asimismo, contienen Indicadores de Evaluación coherentes con los Objetivos de Aprendizaje y actividades para cumplir cada uno de ellos.

Al planificar clases para un curso determinado, se recomienda considerar, además de los ya expuestos, los siguientes aspectos:

- › La diversidad de niveles de aprendizaje de los estudiantes de un mismo curso.
- › El tiempo real con que se cuenta, de manera de optimizar el tiempo disponible.
- › Las prácticas pedagógicas que han dado resultados satisfactorios.
- › Los recursos disponibles para el aprendizaje de la asignatura.

Una planificación efectiva involucra una reflexión que debe incorporar aspectos como:

- › Explicitar y organizar temporalmente los Objetivos de Aprendizaje: ¿Qué queremos que aprendan los estudiantes durante el año?, ¿para qué queremos que lo aprendan?, ¿cuál es la mejor secuencia para que lo hagan?
- › Establecer qué desempeños de los alumnos demuestran que han logrado los aprendizajes, por medio de los Indicadores de Evaluación. Se debe poder responder preguntas como: ¿Qué deberían ser capaces de demostrar los estudiantes que han logrado un determinado Objetivo de Aprendizaje?, ¿qué habría que observar para saber que han logrado un aprendizaje?

- › Sugerir métodos de enseñanza y actividades que facilitarán alcanzar los Objetivos de Aprendizaje.
- › Orientar las evaluaciones formativas y sumativas, y las instancias de retroalimentación.

Se sugiere que la forma de plantear la planificación incorpore, al menos, tres escalas temporales, entre las que se incluyen:

- › Planificación anual: ¿cuándo lo enseñamos?
- › Planificación de cada unidad: ¿qué y cuánto enseñamos?
- › Planificación de cada clase: ¿cómo haremos para enseñarlo?

	PLANIFICACIÓN ANUAL ¿CUÁNDO LO ENSEÑAMOS?	PLANIFICACIÓN DE LA UNIDAD ¿QUÉ Y CUÁNTO ENSEÑAMOS?	PLANIFICACIÓN DE CLASE* ¿CÓMO LO HAREMOS?
OBJETIVO	<ul style="list-style-type: none"> › Fijar la organización del año de forma realista y ajustada al tiempo disponible. 	<ul style="list-style-type: none"> › Definir qué y cuánto de cada unidad se trabajará en un tiempo acotado (en cada mes o en cada semana). 	<ul style="list-style-type: none"> › Seleccionar las actividades sugeridas en el Programa de Estudio u otras que conduzcan al logro de los Objetivos de Aprendizaje. › Estimar las horas de clases que requiere cada actividad y estructurar la clase de acuerdo a un formato que acomode al docente.
ESTRATEGIAS SUGERIDAS	<ul style="list-style-type: none"> › Hacer una lista de los días del año y las horas de clase por semana para estimar el tiempo disponible. › Identificar, en términos generales, el tipo de evaluación que se requerirá para verificar el logro de los aprendizajes. › Elaborar una calendarización tentativa de los Objetivos de Aprendizaje para el año completo, considerando los feriados, talleres, exposiciones, presentaciones, actividades deportivas fuera del establecimiento y la realización de evaluaciones formativas y de retroalimentación. › Ajustar permanentemente la calendarización o las actividades planificadas. 	<ul style="list-style-type: none"> › Calendarizar los Objetivos de Aprendizaje por semana y establecer las actividades que se realizarán para desarrollarlos. › Idear una herramienta de diagnóstico de conocimientos previos. › Generar un sistema de evaluaciones sumativas, formativas y de retroalimentación. 	<ul style="list-style-type: none"> › Definir qué se espera que aprendan los alumnos y cuál es el sentido de ese aprendizaje. › Definir las situaciones o actividades necesarias para lograr ese aprendizaje, incluyendo preguntas o problemas desafiantes para los estudiantes. › Considerar recursos y métodos variados. › Considerar diferentes modos de agrupar a los estudiantes para el trabajo en clases (individual, en parejas, grupal). › Considerar un tiempo para que los estudiantes efectúen una reflexión final sobre lo aprendido, sus aplicaciones y su proyección.

* Las planificaciones de clase competen al docente y se deben ajustar a la realidad de sus cursos y a su estilo de enseñanza.

Orientaciones para evaluar los aprendizajes

La evaluación forma parte constitutiva del proceso de enseñanza. Desempeña un papel central en la promoción, la retroalimentación y el logro del aprendizaje.

Para que esta función se cumpla efectivamente, la evaluación debe:

- › Medir el progreso en el logro de los aprendizajes.
- › Ser una herramienta que permita la autorregulación del alumno.
- › Proporcionar información que permita conocer fortalezas y debilidades de los estudiantes y, sobre esa base, retroalimentar la enseñanza y potenciar los logros esperados en la asignatura.
- › Ser una herramienta útil para orientar la planificación y hacer las modificaciones correspondientes.

¿CÓMO PROMOVER EL APRENDIZAJE POR MEDIO DE LA EVALUACIÓN?

Se deben considerar los siguientes aspectos para que la evaluación sea un medio efectivo para promover el aprendizaje:

- › Los estudiantes tienen que conocer los criterios de evaluación antes de ser evaluados; por ejemplo, se les da a conocer las listas de cotejo, las pautas con criterios de observación o las rúbricas. Una alternativa es incorporar ejemplos de trabajos previos para explicar cada aspecto que será evaluado y para que los alumnos sepan qué se espera de ellos.
- › El docente debe recopilar información de todas las evaluaciones de los estudiantes para conocer el avance en los aprendizajes de cada alumno. El análisis de esta información permite tomar decisiones para mejorar los resultados alcanzados y retroalimentar a los alumnos sobre sus fortalezas y debilidades.
- › Las evaluaciones entregan información relevante cuando se analiza cada uno de los ítems o desafíos que incluyen, pues ayudan a determinar qué aspectos no se lograron, cuáles tuvieron mejores resultados, qué estudiantes necesitan refuerzo y en qué, y cuáles son las fortalezas de los alumnos. Por medio de este análisis, se puede saber también si hay que reformular algún aspecto de la evaluación.
- › La evaluación debe considerar la diversidad de estilos de aprendizaje de los alumnos. Para esto, se deben utilizar diversos instrumentos, como portafolios, registros anecdóticos, proyectos de investigación grupales e individuales, informes y presentaciones orales y escritas, y pruebas orales, entre otros.

- › Se recomienda usar diferentes métodos de evaluación, dependiendo del objetivo a evaluar y el propósito de la evaluación.
- › La evaluación debe ser una instancia de aprendizaje en que los estudiantes reciban retroalimentación que les permita conocer sus debilidades y fortalezas y recibir sugerencias sobre cómo mejorar. Se recomienda que, luego de las evaluaciones, puedan participar en actividades para fortalecer los aspectos en que tuvieron más dificultades.

En la medida en que los docentes apoyen y orienten a los alumnos y les den espacios para la autoevaluación y la reflexión, podrán asumir la responsabilidad de su propio aprendizaje y hacer un balance de las habilidades y los conocimientos ya adquiridos y los que les falta por aprender.

¿CÓMO DISEÑAR LA EVALUACIÓN?

La evaluación debe diseñarse a partir de los Objetivos de Aprendizaje a fin de observar en qué grado estos se alcanzan. Para ello, se recomienda prepararla junto con la planificación, considerando los siguientes pasos:

1. Identificar los Objetivos de Aprendizaje prescritos y los Indicadores de Evaluación en el presente Programa de Estudio.
2. Establecer criterios de evaluación, involucrando en ello a los estudiantes cuando sea apropiado. Para formular criterios es necesario comparar las respuestas de los alumnos con las mejores respuestas de otros estudiantes de edad similar o identificar respuestas de evaluaciones previas que expresen el nivel de desempeño esperado. Se debe construir una rúbrica o pauta de evaluación que los alumnos puedan comprender y alcanzar completamente.
3. Antes de la actividad de evaluación, hay que informar con precisión a los estudiantes sobre los criterios con que se evaluará su trabajo. Para esto, se pueden proporcionar ejemplos o modelos de los niveles deseados de rendimiento.
4. Elegir el mejor instrumento o método de evaluación de acuerdo con el propósito. Este debe ser coherente con las actividades realizadas en clases para desarrollar el aprendizaje que se evalúa.
5. Planificar un tiempo razonable para comunicar los resultados de la evaluación a los estudiantes. Se requiere crear un clima adecuado para estimularlos a identificar sus errores y considerarlos como una oportunidad de aprendizaje (si es una evaluación de rendimiento sumativa, se puede informar también a los apoderados).

El profesor debe modificar su planificación de acuerdo con la información obtenida a partir de las evaluaciones.

Estructura del Programa

PÁGINA RESUMEN

UNIDAD 1

PROPÓSITO

En esta unidad, los estudiantes continúan profundizando en las operaciones con números enteros; se pone énfasis en que comprendan tanto las operaciones como el significado de número entero, por medio de representaciones y de la resolución de problemas contextualizados. Asimismo, completan el trabajo con números racionales, ejercitando especialmente el proceso de representar números y operaciones, que ha comenzado en la básica y culmina aquí, de manera internalizada. Profundizan el trabajo con potencias, ampliando el ámbito numérico de la base y trabajando con conceptos de área y volumen. Continúan utilizando las representaciones concretas, pictóricas y simbólicas del concepto potencia, trabajadas en el curso anterior, para resolver problemas en contexto. Se empieza el trabajo con raíces cuadradas para que las usen para calcular alturas de triángulos y para ampliar el registro simbólico; esto se empezó con medición concreta, en la básica. También se vuelve al concepto de porcentaje para profundizar su comprensión y tratar las variaciones porcentuales en la resolución de problemas contextualizados.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

- › Adición y sustracción de números enteros.
- › Multiplicación y división de fracciones positivas.
- › Multiplicación y división de decimales positivos.
- › Porcentaje.
- › Potencias de base 10 con exponente natural.

Propósito:

Párrafo breve que resume el objetivo formativo de la unidad. Se detalla qué se espera que el estudiante aprenda de forma general en la unidad, unidad, vinculando los contenidos, las habilidades y las actitudes de forma integrada.

Conocimientos previos:

Lista ordenada de conceptos que el estudiante debe conocer antes de iniciar la unidad y/o de habilidades que debe haber adquirido.

Palabras clave:
Vocabulario esencial que los estudiantes deben adquirir en la unidad.

Conocimientos, habilidades y actitudes:
Listado de los conocimientos, habilidades y actitudes a desarrollar en la unidad.

PALABRAS CLAVE

Multiplicación de números enteros, división de números enteros, números racionales, potencias, raíces cuadradas, variaciones porcentuales.

CONOCIMIENTOS

- › Multiplicación y división de números enteros.
- › Multiplicación y división con los números racionales.
- › Multiplicación y división de potencias de base y exponente natural hasta 3.
- › Raíces cuadradas de números naturales.
- › Variaciones porcentuales.

HABILIDADES

- › Resolver problemas, utilizando estrategias como:
 - Destacar la información dada.
 - Usar un proceso de ensayo y error sistemático.
 - Aplicar procesos reversibles.
 - Descartar información irrelevante.
 - Usar problemas similares. **(OA a)**
- › Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos, para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. **(OA h)**
- › Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros). **(OA k)**
- › Representar y ejemplificar, utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. **(OA m)**

ACTITUDES

- › Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas. **(OA A)**
- › Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. **(OA C)**
- › Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. **(OA D)**

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE E INDICADORES DE EVALUACIÓN

UNIDAD 1	
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Los estudiantes serán capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
OA 1 Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros: › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica. › Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales. › Aplicando la regla de los signos de la operación. › Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.	<ul style="list-style-type: none"> › Representan la multiplicación por -1 de manera concreta; por ejemplo: con situaciones o procesos inversos (estar en contra de, reflexión de luz, etc.). › Desarrollan la regla de los signos en ejemplos concretos o en la recta numérica: $+ \cdot + = +$; $+ \cdot - = -$; $- \cdot + = -$; $- \cdot - = +$. › Representan la multiplicación de números enteros positivos y negativos de forma pictórica (recta numérica) o simbólica. › Aplican la regla de los signos de las multiplicaciones y de las divisiones en ejercicios rutinarios. › Representan, de forma concreta o pictórica, la división de un número negativo por un número natural. › Multiplican números enteros positivos y/o negativos, utilizando la multiplicación de números naturales y la regla de los signos. › Resuelven problemas cotidianos que requieren la multiplicación o división de números enteros.
OA 2 Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas: › Representándolos en la recta numérica. › Involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros).	<ul style="list-style-type: none"> › Representan las cuatro operaciones con fracciones negativas y decimales negativos en la recta numérica. › Realizan ejercicios rutinarios que involucren las cuatro operaciones con fracciones y decimales. › Reconocen la operación matemática adecuada en problemas sencillos para resolverlos. › Resuelven problemas que involucren la multiplicación y la división de números racionales. › Utilizan diferente notación simbólica para un número racional (decimal, fraccionaria, mixta).

Objetivos de Aprendizaje:

Son los Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares que definen los aprendizajes terminales del año para cada asignatura. Se refieren a habilidades, actitudes y conocimientos que buscan favorecer el desarrollo integral de los estudiantes. En cada unidad se explicitan los Objetivos de Aprendizaje a trabajar. Además, se especifica el número del Objetivo en la Base Curricular de la asignatura.

Indicadores de Evaluación:

Los Indicadores de Evaluación detallan un desempeño observable (y por lo tanto evaluable) del estudiante en relación con el Objetivo de Aprendizaje al cual está asociado.

Son de carácter sugerido, por lo que el docente puede complementarlos. Cada Objetivo de Aprendizaje cuenta con varios indicadores, dado que existen múltiples desempeños que

pueden demostrar que un aprendizaje ha sido adquirido.

Los indicadores referentes a un solo aprendizaje no tienen el mismo nivel de dificultad. Se espera que exista una secuencia cognitiva, que comience desde habilidades básicas y termine en habilidades superiores. Adicionalmente, dan espacio para diversas formas de aprendizaje y distintas metodologías.

UNIDAD 1

OA 3

Explicar la multiplicación y la división de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.

- › Representan potencias de base y exponente natural hasta 3 con material concreto, como candados con clave de dígitos, trompo poligonal con números, dados didácticos, diagramas de árbol, etc.
- › Representan pictóricamente la multiplicación de potencias de igual base o de igual exponente natural hasta 3.
- › Representan la división de potencias de igual base o de igual exponente natural hasta 3.
- › Descubren, comunican y aplican las propiedades de la multiplicación y división de potencias, incluyendo el significado del exponente cero, en forma pictórica o simbólica.
- › Representan la potencia de potencias de manera concreta (combinación de máquinas que amplifican imágenes).
- › Relacionan situaciones reales con multiplicación, división y potencias de potencias.
- › Resuelven ejercicios rutinarios, aplicando la multiplicación, la división y la potenciación de potencias.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

Objetivo de Aprendizaje

OA 2

Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas:

- › Representándolos en la recta numérica.
- › Involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros).

1. Resuelven el siguiente problemas:

En una fábrica, se registran los tiempos de asistencia de los trabajadores. Se les otorga la siguiente facilidad:



- › Si uno llega atrasado dentro de una hora, se registra el atraso como tiempo negativo. Para recompensar el tiempo de atraso, se ofrece la posibilidad de recuperar el tiempo dentro de una semana.
- › Para un trabajador se registraron ya dos atrasos: $-\frac{1}{2}$ h y $-\frac{1}{4}$ h.
 - Calculan el tiempo perdido y lo expresan en horas.
 - Si el trabajador se queda el próximo día por $1\frac{1}{4}$ h más, ¿qué saldo de horas registra? Lo expresan en horas.

2. Relacionan los números racionales negativos con medidas y unen los números con las magnitudes.

NÚMERO RACIONAL NEGATIVO	-416,5m	$\frac{-18,3}{\text{mm}^2}$	-33,3%	-8,9°C	-0,35%	-12,4V
MAGNITUD	Temperatura	Variación IPC en un mes	Voltaje de carga negativa	Nivel del Mar Muerto	Rebaja del precio	Déficit de agua caída

® Ciencias Naturales OA 12 de 7° básico y OA 8 de 8° básico.

Objetivos de Aprendizaje:

Son los OA Especificados en las Bases Curriculares. Se debe notar que a veces un conjunto de actividades corresponde a más de un OA.

Ejemplos de actividades:

Son diversas actividades, escritas en un lenguaje claro, centradas en el logro del Objetivo de Aprendizaje indicado. Pueden ser complementadas con el texto de estudio o ser una guía para que el docente diseñe sus propias actividades.

® Relación con otras asignaturas:

Indican la relación de la actividad con Objetivos de Aprendizaje de otras asignaturas en sus respectivos niveles.

Observaciones al docente:

Son sugerencias de cómo desarrollar mejor la actividad. Generalmente indican fuentes de material fácil de adquirir (vínculos web), material de consulta para el docente (fuentes y libros) y estrategias para tratar conceptos, habilidades y actitudes.

Observaciones al docente

Pueden ubicar estos diferentes números racionales en la recta numérica para observar su representación y establecer relaciones de orden; por ejemplo: mientras más cercano al cero, es mayor o menor la rebaja del precio.

Se sugiere motivarlos para que tengan ideas propias y las defiendan sin rendirse fácilmente. **(OA C)**

EJEMPLOS DE EVALUACIÓN

EJEMPLO 3

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
OA 5 Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.	Identifican en expresiones de la vida diaria los tres términos involucrados en el cálculo porcentual: el porcentaje, el valor inicial que corresponde al porcentaje y el valor que corresponde a la base.

Actividad

Esta evaluación incluye una presentación individual o en pares de la resolución de uno de los problemas planteados.

Los alumnos trabajan el ejercicio 1:

Interés y más intereses

Año	Capital inicial	Tasa de interés (%)	Interés (%)	Capital final (\$)
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Intereses para tarjetas de ahorro tipo A
En el año 2012 se tienen las siguientes tasas de interés:
1. Año 0.50%
2. Año 1.05%
3. Año 1.75%
4. Año 2.25%
5. Año 3.25%
6. Año 4.50%

Ejercicio 1:
Completa la tabla, la cual muestra el desarrollo del capital para una tarjeta de ahorro del tipo A:
a) Comienza con un capital inicial, que creas adecuado para ti.
b) Cambia el capital inicial y compara.

Criterios de evaluación

- › Reconocen cada uno de los términos que se presentan en la tabla.
- › Traspasan información del recuadro a la tabla identificando correctamente la variable y la tasa de interés correspondiente a cada año.
- › Calculan de manera adecuada el interés obtenido y el capital final de cada año.
- › Completan la tabla de manera adecuada.
- › Comparan dos capitales iniciales y sus variaciones anuales y al final de los 6 años.
- › Comentan beneficios y perjuicios del ahorro a largo plazo (6 años).
- › Averiguan sobre las tasas de interés de diferentes bancos.

Ejemplos de evaluación:

Esta sección incluye ejemplos de actividades de evaluación para un aprendizaje de la unidad, con foco en algunos de los indicadores. Los ejemplos van acompañados de criterios de evaluación que definen los logros de aprendizaje.

Al momento de planificar la evaluación, el docente debe considerar el Objetivo de Aprendizaje y los Indicadores de Evaluación.

Objetivos de Aprendizaje:

Son los Objetivos de Aprendizaje (OA) especificados en las Bases Curriculares. Se debe notar que a veces un ejemplo de evaluación puede considerar más de un OA.

Indicadores de Evaluación:

Son los indicadores propios de cada OA De la unidad.

Matemática

Matemática

INTRODUCCIÓN

Comprender las matemáticas y ser capaz de aplicar sus conceptos y procedimientos a la resolución de problemas reales es fundamental para los ciudadanos en el mundo moderno. Para resolver e interpretar una cantidad cada vez mayor de problemas y situaciones de la vida diaria, en contextos profesionales, personales, laborales, sociales y científicos, se requiere de un cierto nivel de comprensión de los conceptos, desarrollo de razonamiento y aplicación de herramientas matemáticas. La formación y alfabetización matemática de todos los ciudadanos se considera un elemento esencial de tener en cuenta para el desarrollo de cualquier país. Se conoce como alfabetización matemática la capacidad de identificar y entender el papel que esta disciplina tiene en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar en forma adecuada tanto las herramientas como los conocimientos matemáticos para resolver problemas cotidianos.

El conocimiento matemático y la capacidad para usarlo tienen profundas e importantes consecuencias en la formación de las personas. Aprender matemática influye en el concepto que niños, jóvenes y adultos construyen sobre sí mismos y sus capacidades, en parte porque el entorno social lo valora y lo asocia a logros, beneficios y capacidades de orden superior, pero sobre todo porque facilita para confiar en el propio razonamiento y para usar de forma efectiva diversas estrategias para resolver problemas significativos relacionados con su vida. Así, el

proceso de aprender matemática ayuda a que la persona se sienta un ser autónomo y valioso en la sociedad. En consecuencia, se trata de un conocimiento cuya calidad, pertinencia y amplitud afecta la calidad de vida de las personas y sus posibilidades de actuar en el mundo.

La matemática es una herramienta fundamental que explica la mayoría de los avances de nuestra sociedad y les sirve de soporte científico. Los aportes de la matemática están en la base de la innovación en tecnología, ciencia, transporte, comunicaciones y se aplican en otras áreas, como las artes, la geografía y la economía. Tradicionalmente, el aprendizaje de esta disciplina se ha asociado solo con asimilar fórmulas, procedimientos y símbolos; sin embargo, la matemática es dinámica, creativa, utiliza un lenguaje universal y se ha desarrollado como medio para aprender a pensar y para resolver problemas. Por otra parte, se suele hacer referencia a ella como un espacio de certeza y de estabilidad (como ocurre en el álgebra o la geometría), pero también propone explicaciones a fenómenos inciertos de la vida cotidiana, por lo que el pensamiento estadístico y probabilístico son componentes destacados de la matemática. Así es capaz de explicar los patrones y las irregularidades, la continuidad y el cambio.

La formación matemática ofrece también la posibilidad de trabajar con entes abstractos y con las relaciones entre ellos, preparando a los estudiantes para comprender el medio en que se desenvuelven; un medio en que la cultura, la

tecnología y las ciencias se están redefiniendo y haciendo más complejas permanentemente. Esto queda de manifiesto en la cantidad de información que contiene datos e ideas abstractas acerca de temas económicos, técnicos y científicos, entre otros. Estos Programas proponen formar a un estudiante que perciba la matemática en su entorno y que se valga de los conocimientos adquiridos para describir y analizar el mundo con el fin de desenvolverse efectivamente en él. Se procura que la asignatura lo faculte para integrar el conocimiento matemático con otros tipos de conocimientos, de modo de poder sacar conclusiones y enfrentar situaciones cotidianas de diferente complejidad. La matemática entrega herramientas únicas y poderosas para entender el mundo.

En esa perspectiva, es indispensable que los estudiantes adquieran una sólida comprensión de los conceptos matemáticos fundamentales, como los números enteros, las potencias y raíces, porcentaje, las funciones, ecuaciones e inecuaciones, la homotecia, el muestreo y el azar, y muestren su comprensión por medio de la representación, la operatoria, la explicación, la relación y la aplicación de éstos. Con esto, se espera que los estudiantes adquieran la capacidad de emplear e interpretar las matemáticas en diversos contextos. Esto implica que deben aprender a aplicar el razonamiento matemático y a utilizar conceptos, procedimientos, datos y herramientas para entender, describir, explicar y predecir fenómenos. De esta forma, podrán reconocer el papel que juega esta disciplina en

el mundo, formular juicios bien fundados y tomar decisiones necesarias y constructivas.

Para lograrlo, es necesario que desarrollen el **pensamiento matemático**, uno de los principales focos a los cuales se orienta el currículum de esta asignatura. Esto implica formar a un estudiante que perciba la matemática en su entorno y que se valga de los conocimientos adquiridos como una herramienta útil para describir el mundo y para manejarse efectivamente en él, que reconozca las aplicaciones de la matemática en diversos ámbitos y que la use para comprender situaciones y resolver problemas. El pensamiento matemático se define como una capacidad que nos permite comprender las relaciones que se dan en el entorno, cuantificarlas, razonar sobre ellas, representarlas y comunicarlas. En este sentido, el papel de la enseñanza de las matemáticas es desarrollar las habilidades que generan el pensamiento matemático, sus conceptos y procedimientos básicos, con el fin de comprender y producir información representada en términos matemáticos. Se pretende que los estudiantes desarrollen el razonamiento lógico, que implica seleccionar, ordenar y clasificar consistentemente de acuerdo a criterios bien definidos, así como seguir reglas e inferir resultados. En este ciclo, se pretende además que avancen progresivamente hacia el trabajo deductivo y el pensamiento abstracto, dándole sentido a sus experiencias a partir de premisas o símbolos matemáticos.

La asignatura se focaliza en la **resolución de problemas**. Resolver un problema implica no solo poner en juego un amplio conjunto de habilidades, sino también la creatividad para buscar y probar diversas soluciones. Al poner el énfasis en la resolución de problemas, se busca, por un lado, que los estudiantes descubran la utilidad de las matemáticas en la vida real y, por otro, abrir espacios para conectar esta disciplina con otras asignaturas. En este contexto, muchas veces lo que más aporta al aprendizaje de los estudiantes no es la solución a un problema matemático, sino el proceso de búsqueda creativa de soluciones en cualquier área del conocimiento.

Otro de los énfasis del currículum de Matemática consiste en que los estudiantes sean capaces de transitar entre los distintos niveles de **representación** (concreto, pictórico y simbólico), traduciendo situaciones de la vida cotidiana a lenguaje formal o utilizando símbolos matemáticos para resolver problemas o explicar situaciones concretas. Así se logra que las expresiones matemáticas tengan un sentido próximo para los estudiantes.

Las Bases Curriculares dan relevancia al **modelamiento matemático**. El objetivo de desarrollar esta habilidad es lograr que el estudiante construya una versión simplificada y abstracta de un sistema que opera en la realidad, que capture los patrones clave y los exprese mediante símbolos matemáticos.

Asimismo, **las habilidades comunicativas y argumentativas** son centrales en este escenario. Las primeras se relacionan con la capacidad de expresar ideas con claridad y son muy importantes para comprender el razonamiento que hay detrás de cada problema resuelto o concepto comprendido. Las segundas permiten a los estudiantes desarrollar una actitud reflexiva y abierta al debate de sus fundamentos. Por otro

lado, las bases de la asignatura promueven **el uso de las tecnologías de la información y la comunicación (TIC)** fundamentalmente como un apoyo para la comprensión del conocimiento matemático, para manipular representaciones de funciones y de objetos geométricos, o bien para organizar la información y comunicar resultados. La asignatura se orienta a que los estudiantes comprendan las distintas operaciones matemáticas; por lo tanto, el uso de TIC como herramienta de cálculo debe reservarse para las comprobaciones rápidas de cálculos, y para efectuar una gran cantidad de operaciones u operaciones con números muy grandes. Es necesario que los estudiantes comprendan y apliquen los conceptos y las operaciones involucradas antes de usar estos medios.

Considerando que el proceso de aprendizaje que proponen estos programas para Matemática relaciona constantemente las experiencias de los estudiantes con el conocimiento matemático, se espera que ellos desarrollen una inclinación favorable hacia la disciplina. Especialmente, en relación con los injustificados resultados inferiores de las mujeres en la asignatura⁵, se pretende que las estudiantes adquieran mayor confianza y empatía respecto del aprendizaje de la matemática, y estimular su participación en la clase de Matemática en condiciones de igualdad.

5 Agencia de Calidad de la Educación, Chile. (2011) *Resultados TIMSS 2011 Chile: Estudio Internacional de Tendencias en Matemática y Ciencias*. Santiago de Chile, Ministerio de Educación SIMCE – Unidad de Currículum y Evaluación (2009). *Resumen de resultados PISA 2009 Chile*. Recuperado de http://www.agenciaeducacion.cl/wp-content/files_mf/resumenderesultadospisa2009chile..pdf

ORGANIZACIÓN CURRICULAR

HABILIDADES

En este ciclo se desarrollan cuatro habilidades (resolver problemas, representar, modelar y argumentar y comunicar) que se interrelacionan y juegan un papel fundamental en la adquisición de nuevas destrezas y conceptos y en la aplicación de conocimientos en contextos diversos.

Resolver problemas

Aprender a resolver problemas es tanto un medio como un fin en la adquisición de una buena educación matemática. Se habla de resolver problemas (en lugar de ejercicios) cuando el estudiante logra solucionar una situación problemática dada, contextualizada o no, sin que se le haya indicado un procedimiento a seguir. Para ello, necesita usar estrategias, comprobar y comunicar: los estudiantes experimentan, escogen, inventan y aplican diferentes estrategias (ensayo y error, usar metáforas o algún tipo de representación, modelar, realizar simulación, efectuar una transferencia desde problemas similares ya resueltos, por descomposición, etc.), comparan diferentes vías de solución y evalúan las respuestas obtenidas y su pertinencia. De este modo, se fomenta el pensamiento reflexivo, crítico y creativo. Cabe destacar que la importancia de la habilidad de resolver problemas debe ser desarrollada y aplicada frecuentemente en problemas rutinarios y no rutinarios.

También es importante que los estudiantes desarrollen la capacidad de plantearse problemas y de hacer preguntas. Esto lleva a comprender la clase como un lugar donde se entrelazan la creatividad y la curiosidad del estudiante, donde se pueden formular nuevas preguntas y generar situaciones de interés personal en el marco de

proyectos. Específicamente, se espera que logren plantearse nuevos problemas y resolverlos, utilizando conocimientos previos e investigando sobre lo que desconocen para llegar a la resolución.

Representar

Para trabajar con matemática de manera precisa, se requiere conocer un lenguaje simbólico (abstracto). En estos programas, al igual que en los de Educación Básica, se propone que los estudiantes transiten fluidamente desde la representación concreta hacia la pictórica, para avanzar progresivamente hacia un lenguaje simbólico. Las metáforas, las representaciones y las analogías juegan un rol clave en este proceso y permiten que los estudiantes construyan sus propios conceptos matemáticos. Representar tiene grandes ventajas para el aprendizaje; entre ellas, permite relacionar el conocimiento intuitivo con una explicación formal de las situaciones, ligando diferentes niveles de representación (concreto, pictórico y simbólico); potencia la comprensión, memorización y explicación de las operaciones, relaciones y conceptos matemáticos y brinda un significado cercano a las expresiones matemáticas.

Así, la matemática se vuelve accesible para todos, se hace cercana a la vida y a la experiencia de cada uno, se amplía el número de estudiantes que se interesen por aprenderla y lo hacen con una adecuada profundidad.

El estudiante de este ciclo adquiere conocimientos por medio del “aprender haciendo” en situaciones concretas, traduciéndolas a un nivel gráfico y utilizando símbolos matemáticos; de esa manera, logra un aprendizaje significativo y desarrolla su capacidad de pensar matemáticamente. Específicamente, se espera que extraigan información desde el entorno y elijan distintas formas de expresar esos datos (tablas, gráficos, diagramas, metáforas, símbolos matemáticos, etc.)

según las necesidades de la actividad o la situación; que usen e interpreten representaciones concretas, pictóricas y/o simbólicas para resolver problemas, y que identifiquen la validez y las limitaciones de esas representaciones según el contexto.

Modelar

En los presentes programas, se considera que modelar es una habilidad que permite resolver problemas reales mediante la construcción de modelos, que pueden ser físicos, computacionales o simbólicos, y que sirven para poner a prueba el objeto real y ver cómo responde frente a diferentes factores o variantes.

El modelo construido debe capturar parte de las características de una realidad dinámica para poder estudiarla, modificarla y/o evaluarla. Asimismo, permite buscar soluciones, aplicarlas a otras realidades (objetos, fenómenos, situaciones, etc.), estimar, comparar impactos y representar relaciones. Así, los estudiantes aprenden a usar variadas formas para representar datos y a seleccionar y aplicar los métodos matemáticos apropiados y las herramientas adecuadas para resolver problemas. Las ecuaciones, las funciones y la geometría cobran un sentido significativo para ellos. Es decir, se pretende que, por medio del modelamiento matemático, los estudiantes apliquen métodos matemáticos y herramientas apropiadas para resolver problemas del mundo real.

Al construir modelos, los estudiantes descubren regularidades o patrones y son capaces de expresar esas características fluidamente, ya sea con sus propias palabras o con un lenguaje más formal; además, desarrollan la creatividad y la capacidad de razonamiento y de resolución de problemas, y encuentran soluciones que pueden transferir a otros contextos. Se espera que, en este ciclo, el estudiante:

- › Use modelos, comprenda y aplique correctamente las reglas que los definen.

- › Seleccione modelos, comparándolos según su capacidad de capturar fenómenos de la realidad.
- › Ajuste modelos, cambiando sus parámetros o considerando buenos parámetros de un modelo dado.

La capacidad de modelar se puede aplicar en diversos ámbitos y contextos que involucren operaciones matemáticas con números reales y/o con expresiones algebraicas, análisis de datos, probabilidad de ocurrencia de eventos y sistemas geométricos.

Por otro lado, usar metáforas de experiencias cercanas ayuda a los estudiantes a comprender conocimientos matemáticos; por ejemplo: explicar las funciones como una máquina que transforma los números, u ordenar los números en una recta y explicar la adición como pasos hacia la derecha de la recta. En el uso de metáforas se reconocen tres ventajas para el aprendizaje: relacionar experiencias personales con el conocimiento formal, potenciar la comprensión, memorización y explicación de conceptos matemáticos, y brindar a las expresiones matemáticas un significado cercano.

Argumentar y comunicar

La habilidad de comunicar se desarrolla principalmente cuando el estudiante tiene la oportunidad de expresarse oralmente y por escrito sobre cuestiones matemáticas que incluyen desde explicar las propiedades básicas de los objetos familiares, los cálculos, procedimientos, y resultados de más de una manera, hasta explicar los patrones y tendencias de los datos, las ideas y las relaciones más complejas; entre ellas, las relaciones lógicas.

Reflexionar sobre los procedimientos, propios o de otros, comparar o sostener intercambios sobre situaciones problemáticas y optimiza el proceso de aprendizaje. Los verbos conjeturar, describir, fundamentar y verificar caracterizan las actividades matemáticas básicas y se deben utilizar a diario en clases. Lo anterior prepara el camino para las argumentaciones complejas que se deben realizar en este ciclo. Se apunta principalmente a que los estudiantes sepan diferenciar entre una explicación intuitiva y una argumentación; sean capaces de interpretar y comprender cadenas de implicaciones lógicas y puedan convencer a los otros de que la propuesta es válida matemáticamente y aceptada por todos. De esta manera, serán capaces de efectuar demostraciones de proposiciones, en un lenguaje disciplinar, apoyadas por medio de representaciones pictóricas y con explicaciones en lenguaje cotidiano.

Para lograrlo, es importante que el docente les otorgue la oportunidad de describir, explicar y discutir colectivamente sus soluciones, argumentos e inferencias sobre diversos problemas, escuchándose y corrigiéndose mutuamente. Así aprenderán a generalizar conceptos y a utilizar un amplio abanico de formas para comunicar sus ideas, incluyendo analogías, metáforas y representaciones pictóricas o simbólicas.

EJES TEMÁTICOS

En este ciclo (7° a 2° medio), los conocimientos se organizan en cuatro ejes temáticos: Números, Álgebra y funciones, Geometría y Probabilidad y estadística. Cada una de las habilidades descritas anteriormente se puede desarrollar en cada uno de estos ejes.

A diferencia de la Enseñanza Básica, aquí no se incluye un eje de Medición, ya que los conceptos básicos de la medición han sido tratados en el ciclo anterior y, desde 7° básico a 2° medio, los conocimientos de medición son aplicados para resolver problemas en los cuatro ejes temáticos.

Números

En este eje, los estudiantes trabajan la comprensión de nuevos números y las operaciones entre ellos. Progresan desde los números enteros hasta los números reales. En este camino, comprenden cómo los distintos tipos de números y sus reglas respecto de las operaciones básicas, permiten modelar situaciones cotidianas más amplias. El trabajo con potencias comienza con la base diez y su uso en la notación científica, para que puedan tratar el concepto de manera concreta, pictórica y simbólica. Se espera, además, que comprendan y manejen adecuadamente los porcentajes y las posibilidades de este concepto para modelar situaciones de otras áreas.

También trabajarán las formas de representar estos “nuevos números”, de relacionarlos y de utilizarlos para resolver problemas y para manejarse en la vida diaria. Un énfasis de este eje es representar dichos números en la recta numérica. Se espera que los estudiantes aprendan a aproximar, estimar y calcular con precisión, y que tengan una noción clara sobre la cantidad, la magnitud y la medida de objetos, utilizando estos números.

En cuanto al cálculo, deben ser precisos en los algoritmos, pero siempre en un contexto real y adecuado a la realidad de los jóvenes; es decir, el cálculo debe orientarse a resolver problemas en forma contextualizada y real, más que a emplear los algoritmos sin sentido. Hay que fomentar y permitir que los estudiantes usen la calculadora cuando ya han aprendido las operaciones elementales en un ámbito numérico limitado.

Se espera que, al final de este ciclo, los estudiantes puedan transitar por las diferentes formas de representación de un número (concreta, pictórica y simbólica).

Álgebra y funciones

En este eje, se espera que los estudiantes comprendan la importancia del lenguaje algebraico para expresarse en matemática y las posibilidades que ese lenguaje les ofrece. Se espera que escriban, representen y usen expresiones algebraicas para designar números; que establezcan relaciones entre ellos mediante ecuaciones, inecuaciones o funciones, siempre orientadas a resolver problemas, y que identifiquen regularidades que les permitan construir modelos y expresen dichas regularidades en lenguaje algebraico. Este eje pone especial énfasis en que los estudiantes aprendan a reconocer modelos y ampliarlos, y desarrollen la habilidad de comunicarse por medio de expresiones algebraicas.

Los aprendizajes en Álgebra y Funciones se relacionan fuertemente con el eje de Números; un trabajo adecuado en ambos ejes permitirá que los estudiantes comprendan y desarrollen conceptos nuevos cuando cursen niveles superiores, y fortalezcan los adquiridos en el ciclo anterior. Se espera que, al final de este periodo, comprendan y manipulen expresiones algebraicas sencillas, y establezcan relaciones entre estas expresiones mediante ecuaciones o inecuaciones. Especialmente, se pretende que puedan usar metáforas para interiorizarse del concepto de función y cómo utilizarla para manipular, modelar y encontrar soluciones a situaciones de cambios en diferentes ámbitos, como el aumento de ventas en un tiempo determinado. Se espera que transformen expresiones algebraicas en otras equivalentes para resolver problemas y que sean capaces de justificar su proceder; que expresen igualdades y desigualdades mediante ecuaciones e inecuaciones y que las apliquen para resolver problemas; que comprendan las funciones lineales, las funciones cuadráticas y sus respectivas representaciones, y que resuelvan problemas con ellas.

Geometría

En este eje, se espera que los estudiantes desarrollen sus capacidades espaciales y la comprensión del espacio y sus formas. Para ello, comparan, miden y estiman magnitudes, y analizan propiedades y características de diferentes figuras geométricas de dos y tres dimensiones. En este eje, la habilidad de representar juega un rol especial. Los estudiantes deben describir posiciones y movimientos, usando coordenadas y vectores, y tienen que obtener conclusiones respecto de las propiedades y las características de lugares geométricos, de polígonos y cuerpos conocidos, por medio de representaciones. Deben transitar desde un ámbito bidimensional a uno tridimensional por medio de caras, bases, secciones, sombras y redes de puntos.

Los estudiantes aprenderán a calcular perímetros, áreas y volúmenes al resolver problemas técnicos y cotidianos. Al final de este ciclo, deberán ser capaces de apreciar y utilizar las propiedades y relaciones geométricas de manera adecuada y precisa, tendrán que ser competentes en mediciones geométricas y deberán poder relacionar la geometría con los números y el álgebra de manera armoniosa y concreta. Este eje presenta por primera vez las razones trigonométricas para que los estudiantes tengan más herramientas para resolver problemas. Más aun, propone que comprendan las representaciones de coordenadas en el plano cartesiano y usen destrezas de visualización espacial. En este proceso, tienen que usar diferentes instrumentos de medida para visualizar ciertas figuras 2D o 3D; se recomienda tanto las construcciones manuales como las tecnológicas.

Probabilidad y estadística

Este eje responde a la necesidad de que todos los estudiantes aprendan a efectuar análisis e inferencias y obtener información a partir de

datos estadísticos. Se espera formar a estudiantes críticos que puedan usar la información para validar sus opiniones y decisiones y que sepan determinar situaciones conflictivas a raíz de interpretaciones erróneas de un gráfico y de las posibles manipulaciones intencionadas que se puede hacer con los datos.

En el área de la probabilidad, se busca que estimen de manera intuitiva y que calculen de manera precisa la probabilidad de ocurrencia de eventos; que determinen la probabilidad de ocurrencia de eventos en forma experimental y teórica, y que construyan modelos probabilísticos basados en situaciones aleatorias. A su vez, en el área de la estadística, se espera que los estudiantes diseñen experimentos de muestreo aleatorio para inferir sobre características de poblaciones, que registren datos desagregados cada vez que tenga sentido y utilicen medidas de tendencia central, de posición y de dispersión para resolver problemas.

El enfoque de este eje radica en interpretar y visualizar datos estadísticos, en las medidas que permitan comparar características de poblaciones y en hacer, simular y estudiar experimentos aleatorios sencillos para construir, a partir de ellos, la teoría y modelos probabilísticos. En particular, al final de este ciclo el estudiante debe comprender el rol de la probabilidad en la sociedad, utilizando herramientas de la estadística y de la probabilidad misma.

ACTITUDES

Las Bases Curriculares de Matemática promueven un conjunto de actitudes que derivan de los objetivos de la Ley General de Educación y de los Objetivos de Aprendizaje Transversales (OAT). Estas actitudes se relacionan con la asignatura y se orientan al desarrollo social y moral de los estudiantes.

Las actitudes son objetivos de aprendizaje y se deben desarrollar de forma integrada con los conocimientos y las habilidades propios de la asignatura. Se tiene que promover el logro de estas actitudes de manera sistemática y sostenida mediante las actividades de aprendizaje, las interacciones en la clase, las actividades extraprogramáticas, las rutinas escolares, y también mediante el ejemplo y la acción cotidiana del docente y de la comunidad escolar.

Las actitudes a desarrollar en la asignatura de Matemática son las siguientes:

- A. Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.
- B. Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.
- C. Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
- D. Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
- E. Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
- F. Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

La formación matemática en este nivel requiere que los estudiantes den sentido a los contenidos matemáticos. Deben construir y aprender su propio significado para desarrollar una base sólida y lograr una comprensión profunda de los conceptos y procedimientos que utilizarán más adelante. En este contexto, se espera que el profesor utilice un modelo pedagógico que promueva la comprensión de conceptos matemáticos y no la mera repetición y mecanización de algoritmos, definiciones y fórmulas. Para esto, debe planificar cuidadosamente situaciones de aprendizaje en las que los estudiantes logren establecer vínculos entre los conceptos y las habilidades matemáticas y puedan demostrar la comprensión por sobre la mecanización.

Para aprender matemática, se necesita comprender conceptos y encontrar relaciones, lo que supone la abstracción de acciones del medio y la habilidad para “hablar”, “escribir” y “leer” en lenguaje cotidiano y en lenguaje matemático. En esta propuesta, igual que en la de enseñanza básica, se plantea el aprendizaje de matemática como un tránsito desde lo concreto a lo pictórico para luego llegar a lo simbólico. Esto significa que el estudiante adquiere conocimientos mediante el “aprender haciendo” en situaciones concretas, que luego traduce a un nivel gráfico y después expresa en símbolos matemáticos. Se debe considerar al estudiante como protagonista de su aprendizaje, capaz de aprender y generar representaciones que surgen de una acción.

En esta propuesta se enfatiza el uso de representaciones, analogías y metáforas para una mayor comprensión. En este sentido, los estudiantes pueden resolver problemas en distintos niveles de abstracción, transitando en ambos sentidos desde representaciones reales, concretas, hasta las representaciones simbólicas y viceversa. Esta es la esencia del modelo concreto, pictórico y simbólico.

La búsqueda de nuevos conocimientos, así como del desarrollo de habilidades y de una comprensión más profunda de la matemática, ha llevado a los docentes a proponer variados lineamientos didácticos y numerosas metodologías de enseñanza. La literatura reciente indica que el éxito es posible en la medida en que el profesor sea capaz de establecer situaciones de aprendizaje que promuevan el diálogo, la discusión matemática y el desarrollo de habilidades matemáticas respecto de los contenidos. A su vez, estas situaciones de aprendizaje deben despertar en los estudiantes la curiosidad y la capacidad de elaborar conceptos que permitan conectar la matemática con la vida diaria y las diferentes áreas del conocimiento.

Al enseñar, el docente debe de tomar en cuenta los siguientes factores para lograr aprendizajes profundos en sus estudiantes:

- › **Aprender haciendo:** este recurso metodológico permite al estudiante comenzar con una experimentación de fenómenos reales para acercarse a conceptos matemáticos, como las ecuaciones, las funciones y las razones trigonométricas, entre otros. De esta manera, puede descubrir una parábola en el lanzamiento de un balón o al regar con una manguera. A partir de estas experiencias, debe poder formalizar el fenómeno en lenguaje puramente matemático. Para que el aprendizaje sea efectivo mediante el aprender haciendo, es importante que el profesor promueva una discusión con preguntas, observaciones, explicaciones y ejemplos después de las actividades, para que después formalicen entre todos el concepto nuevo. De este modo, podrán conectar sus conocimientos matemáticos con experiencias vividas.

- › **Centrar el aprendizaje en el estudiante:** el estudiante es el que hace la clase, el profesor guía en los momentos difíciles y prepara el proceso de aprendizaje, considerando los resultados de aprendizaje a lograr. Esta visión de enseñar y aprender se refleja en un modelo que comienza con una acción que debe realizar el estudiante, con el docente como gestor. Para comprender los contenidos matemáticos, los estudiantes necesitan tener experiencias de resolución de problemas basados en acciones que les permitan descubrir conceptos, estrategias y soluciones variadas. Además, deben tener una cultura de aprender de los errores, ya que estos son parte del proceso. Los errores se acogen positivamente como oportunidades de conversación y búsqueda de soluciones más adecuadas. Posteriormente, es importante que reflexionen sobre el proceso por medio del cual adquirieron los nuevos conocimientos, para poder transferirlo a nuevas situaciones.
- › **Experiencias previas:** al enseñar nuevos contenidos, es relevante que el docente recurra a los conocimientos, destrezas, habilidades y experiencias previas de sus estudiantes. Estas experiencias son los fundamentos para desarrollar conceptos nuevos. Por ejemplo: la multiplicación de números naturales sirve para multiplicar números enteros; las proporciones directas son la base para aprender la función lineal; las experiencias con transformaciones isométricas sirven como base para el lenguaje con coordenadas. El nuevo conocimiento se construye sobre el conocimiento previo.
- › **Conexiones:** es esencial que se establezcan conexiones entre la matemática y otras asignaturas para evitar que el aprendizaje sea fragmentado y, en cambio, lograr una interacción cruzada entre las diferentes áreas del conocimiento que permita lograr una comprensión profunda. Con las conexiones, los conocimientos toman sentido, relevancia y utilidad. Esto permite que los estudiantes tomen conciencia del contexto en el que se inserta el conocimiento, de su posible aplicabilidad y, de este modo, relacionen conceptos de otras áreas del conocimiento con conceptos matemáticos. Usar experiencias prácticas en situaciones concretas de la vida diaria y de modelos matemáticos, científicos y sociales, también facilita el aprendizaje.
- › **Recurrir frecuentemente a representaciones, analogías y metáforas:** facilita la comprensión del significado de los conceptos. Se considera que usar representaciones, analogías y metáforas en clases de Matemática favorece la compresión de los estudiantes y, por ende, complementa el proceso de aprendizaje. Se estima que son un aporte cognitivo y pedagógico, ya que, al representar situaciones de la vida cotidiana, se aclaran conceptos y se introducen nuevas ideas, haciéndolas cercanas y significativas para los estudiantes, generándoles motivación y una mayor seguridad en relación con sus capacidades. Para incorporar metáforas en las clases de Matemática, los alumnos pueden:
 - Utilizar ideas concretas, intuitivas e imaginativas y lenguaje cotidiano al representar un concepto matemático abstracto; por ejemplo: la función se puede representar con las metáforas crecimiento o decrecimiento, o como variación, como correspondencia o como máquina.
 - Recurrir a objetos familiares o a recursos como esquemas y analogías para que les sea más fácil entender un concepto o un procedimiento matemático.

De esta forma, las metáforas proporcionan características familiares al objeto y otorgan relaciones y acciones que el individuo proyecta sobre la situación para construir nuevos conceptos, nuevas relaciones y acciones.

- › **Progresión de complejidad:** la construcción de una base sólida de aprendizaje considera que cualquier nuevo aprendizaje se asimilará a los aprendizajes previos. Por esto, el docente debe saber qué habilidades y conceptos han adquirido los alumnos con anterioridad para activarlos estratégicamente en función del aprendizaje futuro. Cuando se tienen los conocimientos básicos activados, se inicia el trabajo con el nuevo aprendizaje, que tiene que ir creciendo en complejidad de manera progresiva, según el principio de ir desde lo más simple a lo más complejo.
- › **Comunicación y aprendizaje cooperativo:** al elaborar las múltiples tareas de la asignatura, es importante que el docente favorezca la comunicación y la colaboración entre estudiantes. Analizar, evaluar y representar resultados en común son actividades esenciales, porque profundizan y estimulan el pensamiento crítico y ponen a prueba el aprendizaje. En este punto, son recomendables las presentaciones o conferencias matemáticas y/o la redacción individual de los procesos en forma de un diario matemático.
- › **El uso de Tecnologías de Información y Comunicación (TIC):** la tecnología puede ayudar a los estudiantes a aprender matemática. Utilizando las herramientas tecnológicas, pueden ejecutar los procedimientos rutinarios en forma rápida y precisa, liberando tiempo para razonar, elaborar modelos, buscar patrones, comprobar conjeturas y resolver problemas complejos que antes no eran accesibles para ellos. A su vez, los *software* educativos amplían

las posibilidades de ejercitación motivante y de acceso a información. La tecnología también ayuda a la evaluación, ya que permite a los docentes examinar los procesos que han seguido los estudiantes en sus investigaciones matemáticas y en los resultados obtenidos.

- › **Repasar conceptos y ejercitarse:** es importante reforzar y repasar los conceptos y los principios básicos de las matemáticas. Para esto, el docente debe considerar la ejercitación con el fin de asegurar la comprensión, pero, a su vez, desde la repetición, debe incentivar a los estudiantes a abordar problemas con mayor desafío y guiarlos a realizar una verdadera actividad matemática.
- › **La retroalimentación:** es relevante que los estudiantes desarrollen una visión positiva de las matemáticas y sientan que son capaces de desempeñarse con una autoestima positiva y con seguridad. Para esto, conviene que el docente reconozca el esfuerzo de los estudiantes, sus observaciones y su iniciativa para explorar nuevos conocimientos por sí mismos, en un ambiente que acoge todos los puntos de vista. Se debe aprovechar las oportunidades para generar discusiones sobre las vías de solución y respecto de la efectividad de las estrategias escogidas. En esta diversidad, el estudiante descubre cómo mejorar y superarse en su proceso de aprendizaje. En entrevistas personales, el profesor debe apoyar al estudiante a revisar su proceso e identificar las áreas que necesita modificar y aquellas que ya están logradas.

ORIENTACIONES DE EVALUACIÓN

La evaluación formativa ayuda tanto al profesor como al estudiante a conocer los avances y las áreas que es necesario fortalecer para continuar el proceso de aprendizaje. Con esta información, el docente puede tomar decisiones para modificar su planificación y adecuarla mejor a las necesidades de sus estudiantes. Por su parte, los estudiantes podrán focalizar sus esfuerzos con la confianza de que podrán mejorar sus resultados. Las evaluaciones formativas tienen un carácter de orientación y de apoyo al aprendizaje, no son medidas para determinar capacidades de los estudiantes. Permiten obtener información sobre los progresos, la comprensión y el aprendizaje de los contenidos y las habilidades en cualquier etapa o momento.

Es importante que la evaluación se realice como un continuo dentro de las actividades en la sala de clases, pues está inserta en el proceso de aprendizaje.

A continuación se presentan sugerencias de instrumentos de evaluación que se pueden usar durante el proceso de aprendizaje o a final de éste para verificar el logro de los resultados de aprendizaje. Dichos instrumentos permiten que los estudiantes demuestren sus habilidades, conocimientos y actitudes durante la hora de clases o después de un proceso de aprendizaje:

› **Proyectos (de grupos o individuales):** están orientados a resolver un problema más complejo, una investigación guiada o el modelamiento de un problema real; pueden durar desde un día completo hasta varias semanas. Los estudiantes los llevan a cabo con un alto grado de autonomía, con objetivos claros, acordados previamente y enfatizando el proceso de aprendizaje, y con resultados abiertos. Es la forma ideal para conectar diferentes áreas del conocimiento.

- › **Diario de vida matemático:** es un cuaderno o carpeta en que el estudiante desarrolla estrategias personales, exploraciones, definiciones propias o descubrimientos. El profesor puede observar estos registros para orientar el desarrollo de las habilidades de sus estudiantes y verificar que comprenden los conceptos de acuerdo al lenguaje que emplean para explicar su pensamiento.
- › **Trabajo colaborativo:** los estudiantes trabajan una tarea específica en pares o grupos, en la sala de clases y durante la hora de clase. Trabajar en grupo no puede significar que los integrantes diluyan la responsabilidad de su propio aprendizaje en el grupo. El grupo es una plataforma que les va a facilitar la construcción de su aprendizaje, del que son los únicos responsables; hay que aprender juntos para poder actuar después individualmente. El grupo debe tener claro sus objetivos y los productos que debe lograr, tiene que poder evaluar el progreso realizado en cuanto al logro de esos objetivos y los esfuerzos individuales de cada miembro. Ejemplos de tareas: experimentar, definir un concepto, clasificar, calcular, resolver un problema y argumentar su resolución.
- › **Portafolio:** selección de evidencias (que forman un dossier o una carpeta) que el estudiante tiene que recoger y aportar a lo largo de un periodo de tiempo determinado y que responde a uno o más Objetivos de Aprendizaje. Estas evidencias (problemas resueltos, trabajos, fragmentos de películas, entrevistas, actividades académicas, apuntes, trabajos de asignaturas, entre otras) permiten al estudiante demostrar que está aprendiendo, a la vez que posibilitan al profesor un seguimiento del progreso de este aprendizaje. Las evidencias tienen que acompañarse de una justificación y una reflexión del estudiante. Profesor y alumnos seleccionan algunas de las evidencias con una

periodicidad determinada, lo que permite que el estudiante asuma un papel activo en su evaluación.

- › **Presentación o conferencia matemática:** se refiere a presentar la resolución de un problema, indicando el proceso y los procedimientos usados para fundamentar el resultado obtenido. Para evaluar una presentación, se requiere una pauta con indicadores como dominio del tema, uso de materiales de apoyo, uso del lenguaje y otros que se consideren necesarios para el tema. Es importante que los estudiantes conozcan los indicadores y la forma de evaluación antes de hacer la presentación.
- › **Entrevista individual:** mientras el curso trabaja en una tarea, el profesor dialoga con uno o más estudiantes de un mismo nivel de desempeño acerca de un concepto, un desafío o una pregunta relacionada con el tema abordado en esa clase. El docente registra esta información como descripción del logro de sus estudiantes.
- › **Actividad autoevaluable:** al finalizar un tema o unidad, el profesor brinda a sus estudiantes la oportunidad de trabajar con un material que les permita autocorregirse (puede ser una hoja de actividades con las respuestas atrás). A partir de los resultados, pueden verificar su avance o aquello que deben reforzar, corregir su tarea con ayuda de otros compañeros, completar su trabajo con recursos que estén a su alcance (cuaderno, libro, afiches...), anotar sus dudas y, en última instancia, pedir ayuda al profesor.

SUGERENCIAS PARA EL DESARROLLO DE LAS CLASES DE MATEMÁTICA

La siguiente tabla muestra un ejemplo de una clase de Matemática:

SUGERENCIA DE CLASE		BLOQUE DE 90 MINUTOS
II UNIDAD	EJE ÁLGEBRA Y FUNCIONES	INDICADORES DE EVALUACIÓN
	Objetivo de Aprendizaje <p>OA 10</p> <p>Mostrar que comprenden la función afín:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal. › Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano. › Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo. › Relacionándola con el interés simple. › Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas. <p>Habilidad</p> <p>OA e</p> <ul style="list-style-type: none"> › Explicar y fundamentar: <ul style="list-style-type: none"> - Soluciones propias y los procedimientos utilizados. - Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teorema. <p>Actitud</p> <p>OA D</p> <ul style="list-style-type: none"> › Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. 	<ul style="list-style-type: none"> › Resuelven problemas de la vida diaria o de ciencias que involucran el cambio constante expresado mediante ecuaciones recursivas de la forma $f(x + 1) - f(x) = c$.
TIEMPO Y MATERIAL		ACTIVIDAD SUGERIDA
INICIO	<p>Materiales: Huinchas de medir, regla, fichas o botones, hojas cuadriculadas.</p> <p>Tiempo: 15 minutos</p>	<p>Inicio de la clase:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Una breve repetición de las propiedades de la función afín, incluyendo la representación de tablas y gráficos. › Repartición y representación de los materiales e instrucción de uso. › Organización de la clase en parejas que se denominan con números crecientes, partiendo del “grupo 1”.

DESARROLLO	TIEMPO Y MATERIAL	ACTIVIDAD SUGERIDA	IMÁGENES ORIENTADORAS Y REPRESENTACIONES
	<p>Tiempo: 60 minutos</p>	<p>Primera fase del desarrollo: Los grupos impares reciben la actividad A y los grupos pares la actividad B.</p> <p>Actividad del grupo A: Estiran la huincha encima de la mesa y ponen el primer botón en la posición 13 cm y el segundo botón en la posición 91 cm. Los botones saltan simultáneamente en la dirección del botón opuesto. El primer botón siempre salta por 2 cm, mientras el segundo botón salta por 3 cm. Después de cada salto, se registran en una tabla las nuevas posiciones de los botones y las diferencias entre ellos. Se elabora, en un sistema cartesiano de coordenadas, el gráfico de puntos que representa el cambio constante de la diferencia de los botones por intervalos.</p> <p>Actividad del grupo B: Estiran la huincha encima de la mesa y ponen el primer botón en la posición 41 cm y el segundo botón en la posición 53 cm. Los botones saltan simultáneamente en la huincha en direcciones opuestas. El primer botón siempre salta por 2 cm hacia el inicio de la huincha, mientras el segundo botón salta por 3 cm hacia el extremo opuesto. Después de cada salto, se registran en una tabla las nuevas posiciones de los botones y las diferencias entre ellos. Se elabora, en un sistema cartesiano de coordenadas, el gráfico de puntos que representa el cambio constante de las diferencias de los botones por intervalos.</p> <p>Ambos grupos trabajan lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> A. Exponen y comunican sus resultados, presentando principalmente los gráficos. B. Elaboran, para ambas actividades anteriores, las ecuaciones recursivas que representan el cambio constante por intervalo de la distancia entre los botones. C. Determinan sucesivamente la diferencia para 8 saltos, mediante las ecuaciones recursivas. D. Determinan, para la actividad A, el número de los saltos hasta que la distancia entre los botones esté a menos de 10 cm. E. Determinan, para la actividad B, el número de los saltos hasta que la diferencia entre los botones esté mayor de 40 cm. 	

TIEMPO Y MATERIAL	ACTIVIDAD SUGERIDA	IMÁGENES ORIENTADORAS Y REPRESENTACIONES
DESARROLLO	<p>Segunda parte del desarrollo: Los grupos resuelven el problema de la construcción de un túnel, en la cual trabajan dos máquinas gigantes que excavan el túnel, partiendo de ambos extremos. La máquina izquierda avanza aproximadamente 4 m por día y la máquina derecha avanza aproximadamente 5 m por día. El túnel tendrá un largo total de 283 m. Las máquinas trabajan en forma simultánea y después de cada 5 días, se realizan trabajos de mantenimiento por 2 días. El 1º de marzo comienzan los trabajos.</p> <ul style="list-style-type: none"> › Elaboran la ecuación regresiva que determina la distancia entre ambas máquinas por intervalos de días. › Determinan la distancia entre ambas máquinas después del cuarto día. › Determinan la distancia que entre ambas máquinas para el día 25 de marzo. › ¿En qué día del año caerá la unión de ambas máquinas? Los grupos preparan una representación breve de su trabajo y de sus resultados, y presentan y explican al curso el desarrollo y el resultado de la resolución del problema. 	  <p>(Fuente: www.herrenknecht.com)</p>
CIERRE	<p>Tiempo: 15 minutos</p> <p>Los alumnos dejan sus grupos y se sientan en sus puestos en la sala de clases. El profesor les presenta en la pizarra, o por otro medio, una variedad de problemas de la vida diaria. Ellos deciden cuáles se pueden resolver mediante ecuaciones recursivas del cambio constante por intervalos, y eligen un problema para resolverlo en la casa.</p>	

Objetivos de Aprendizaje de 8º básico

Este es el listado de Objetivos de Aprendizaje de Matemática para 8º básico prescrito en las Bases Curriculares correspondientes. El presente Programa de Estudio organiza y desarrolla estos mismos Objetivos por medio de una propuesta de Indicadores de Evaluación, actividades y evaluaciones.

Se espera que los estudiantes sean capaces de:

Habilidades

Resolver problemas

- a. Resolver problemas utilizando estrategias tales como:
 - › Destacar la información dada.
 - › Usar un proceso de ensayo y error sistemático.
 - › Aplicar procesos reversibles.
 - › Descartar información irrelevante.
 - › Usar problemas similares.
- b. Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.
- c. Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.

Argumentar y comunicar

- d. Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.
- e. Explicar y fundamentar:
 - › Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
 - › Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.
- f. Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos.
- g. Evaluar la argumentación de otros dando razones.

Modelar

- h.** Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria.
- i.** Seleccionar y ajustar modelos, para resolver problemas asociados a ecuaciones e inequaciones de la forma $ax + b >, <, = c$, con $a, b, c \in N$, comparando dependencias lineales.
- j.** Evaluar la pertinencia de modelos:
 - › En relación al problema presentado.
 - › Considerando sus limitaciones.

Representar

- k.** Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros).
- l.** Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.
- m.** Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.

Ejes temáticos

Números

- 1.** Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros:
 - › Representándolos de manera concreta, pictórica y simbólica.
 - › Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales.
 - › Aplicando la regla de los signos de la operación.
 - › Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.
- 2.** Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas:
 - › Representándolos en la recta numérica.
 - › Involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros).

- 3.** Explicar la multiplicación, la división y el proceso de formar potencias de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.
- 4.** Mostrar que comprenden las raíces cuadradas de números naturales:
 - › Estimándolas de manera intuitiva.
 - › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.
 - › Aplicándolas en situaciones geométricas y en la vida diaria.
- 5.** Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.

Álgebra y funciones

- 6.** Mostrar que comprenden las operaciones de expresiones algebraicas:
 - › Representándolas de manera pictórica y simbólica.
 - › Relacionándolas con el área de cuadrados, rectángulos y volúmenes de paralelepípedos.
 - › Determinando formas factorizadas.
- 7.** Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal:
 - › Utilizando tablas.
 - › Usando metáforas de máquinas.
 - › Estableciendo reglas entre x e y .
 - › Representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de venn), de manera manual y/o con software educativo.
- 8.** Modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, usando ecuaciones lineales de la forma: $ax = b$; $\frac{x}{a} = b$, $a \neq 0$; $ax + b = c$; $\frac{x}{a} + b = c$; $ax = b + cx$; $a(x + b) = c$; $ax + b = cx + d$ ($a, b, c, d, e \in Q$).
- 9.** Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.
- 10.** Mostrar que comprenden la función afín:
 - › Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal.
 - › Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano.
 - › Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo.
 - › Relacionándola con el interés simple.
 - › Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

Geometría

- 11.** Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies y el volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros:
 - › Estimando de manera intuitiva área de superficie y volumen.
 - › Desplegando la red de prismas rectos para encontrar la fórmula del área de superficie aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas.
 - › Aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas.
 - › Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.
- 12.** Explicar, de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana, de manera manual y/o con *software* educativo.
- 13.** Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con *software* educativo, utilizando:
 - › Los vectores para la traslación.
 - › Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión.
 - › Los puntos del plano para las rotaciones.
- 14.** Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con *software* educativo, y aplicar a las simetrías de polígonos y poliedros, y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.

Probabilidad y estadística

- 15.** Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles:
 - › Identificando la población que está sobre o bajo el percentil.
 - › Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con *software* educativo.
 - › Utilizándolas para comparar poblaciones.
- 16.** Evaluar la forma en que los datos están presentados:
 - › Comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno.
 - › Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con *software* educativo.
 - › Detectando manipulaciones de gráficos para representar datos.

17. Explicar el principio combinatorio multiplicativo:

- › A partir de situaciones concretas.
- › Representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con *software* educativo.
- › Utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto.

Actitudes (para 7° básico a 2° medio)

- A.** Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.
- B.** Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.
- C.** Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
- D.** Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
- E.** Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
- F.** Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

Visión global de los Objetivos de Aprendizaje del año

El presente Programa de Estudio se organiza en cuatro unidades que cubren en total 38 semanas del año. Cada unidad está compuesta por una selección de Objetivos de Aprendizaje, y algunos pueden repetirse en más de una. Mediante esta planificación, se logra la totalidad de Objetivos de Aprendizaje de las Bases Curriculares del año para la asignatura.

UNIDAD 1

OA 1

Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros:

- › Representándolos de manera concreta, pictórica y simbólica.
- › Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales.
- › Aplicando la regla de los signos de la operación.
- › Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.

OA 2

Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas:

- › Representándolos en la recta numérica.
- › Involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros).

OA 3

Explicar la multiplicación y la división de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.

OA 4

Mostrar que comprenden las raíces cuadradas de números naturales:

- › Estimándolas de manera intuitiva.
- › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.
- › Aplicándolo a situaciones geométricas y en la vida diaria.

OA 5

Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.

Tiempo estimado: 57 horas pedagógicas

UNIDAD 2

OA 6

Mostrar que comprenden las operaciones de expresiones algebraicas:

- › Representándolas de manera pictórica y simbólica.
- › Relacionándolas con el área de cuadrados, rectángulos y volúmenes de paralelepípedos.
- › Determinando formas factorizadas.

OA 7

Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal:

- › Utilizando tablas
- › Usando metáforas de máquinas
- › Estableciendo reglas entre x e y
- › Representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de Venn), de manera manual y/o con software educativo.

OA 8

Modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, usando ecuaciones lineales de la forma:

$$ax = b; \frac{x}{a} = b, a \neq 0;$$

$$ax + b = c; \frac{x}{a} + b = c;$$

$$ax = b + cx; a(x + b) = c; ax + b = cx + d$$

$$(a, b, c, d, e \in Q).$$

OA 9

Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.

OA 10

Mostrar que comprenden la función afín:

- › Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal.
- › Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano.
- › Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo.
- › Relacionándola con el interés simple.
- › Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

Tiempo estimado: 69 horas pedagógicas

UNIDAD 3

OA 11

Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies y el volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros:

- › Estimando de manera intuitiva área de superficie y volumen
- › Desplegando la red de prismas rectos para encontrar la fórmula del área de superficie
- › Transfiriendo la fórmula del volumen de un cubo (base por altura) en prismas diversos y cilindros
- › Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria

OA 12

Explicar, de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana, de manera manual y/o con *software* educativo.

OA 13

Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con *software* educativo, utilizando:

- › Los vectores para la traslación.
- › Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión.
- › Los puntos del plano para las rotaciones.

OA 14

Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con *software* educativo, y aplicar a las simetrías de polígonos y poliedros, y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.

Tiempo estimado: 48 horas pedagógicas

UNIDAD 4

OA 15

Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles:

- › Identificando la población que está sobre o bajo el percentil
- › Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con *software* educativo
- › Utilizándolas para comparar poblaciones

OA 16

Evaluar la forma en que los datos están presentados:

- › Comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno.
- › Justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de datos.
- › Detectando manipulaciones de gráficos para representar datos.

OA 17

Explicar el principio combinatorio multiplicativo:

- › A partir de situaciones concretas.
- › Representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con *software* educativo.
- › Utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto.

Tiempo estimado: 54 horas pedagógicas

Visión global de las actitudes del año

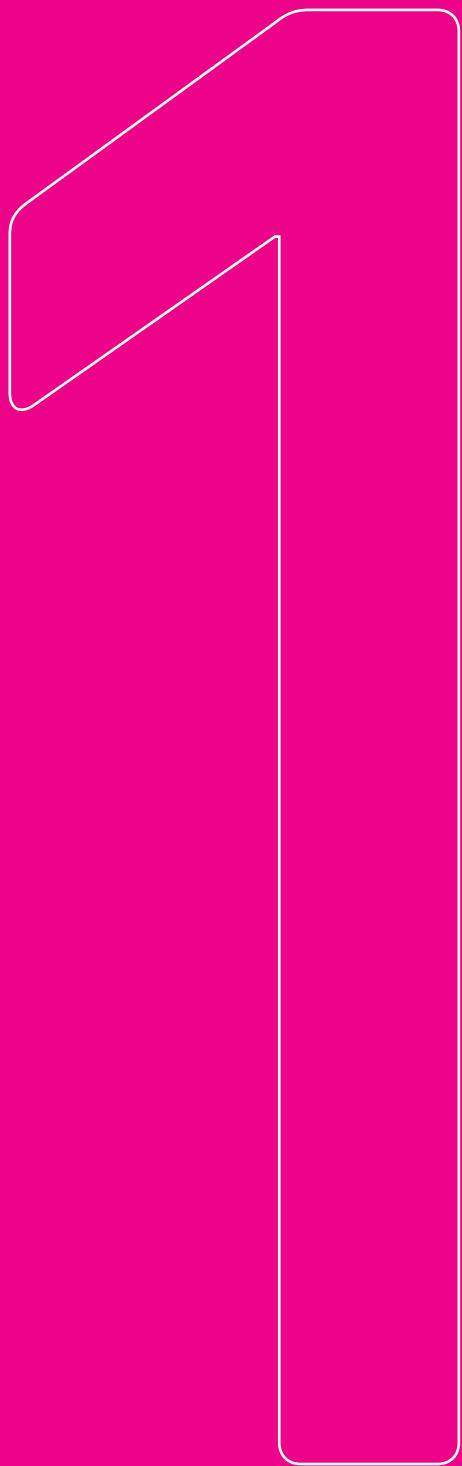
Las Bases Curriculares de Matemática establecen un conjunto de Objetivos de Aprendizaje de actitudes a desarrollar a lo largo de todo el ciclo. Aunque el docente debe aprovechar todas las oportunidades de aprendizaje de la asignatura para desarrollar estas actitudes, este programa las organiza para que pueda dar especial énfasis a algunas de ellas, según se muestra en la siguiente tabla.

UNIDAD 1	UNIDAD 2
OA A Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.	OA C Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.
OA C Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.	OA E Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
OA D Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.	OA F Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

UNIDAD 3	UNIDAD 4
OA B Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.	OA D Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.
OA C Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.	OA E Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.
OA D Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.	OA F Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.

INDICADORES DE EVALUACIÓN DE OBJETIVOS DE APRENDIZAJE ACTITUDINALES	
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE ACTITUDINALES	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
OA A Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas.	<ul style="list-style-type: none"> › Aplican estrategias conocidas para obtener una solución. › Buscan y prueban estrategias propias y alternativas. › Escuchan los planteamientos de otros. › Crean tácticas propias.
OA B Demostrar curiosidad, interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato.	<ul style="list-style-type: none"> › Reconocen sus fortalezas y debilidades. › Comparten de forma desinteresada sus puntos de vista. › Formulan preguntas o exponen hipótesis propias acerca de una situación o un problema. › Participan en la búsqueda de una posible solución a un problema.
OA C Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales.	<ul style="list-style-type: none"> › Tienen ideas propias y las defienden, sin rendirse fácilmente. › Planifican su trabajo y los procedimientos detalladamente. › Buscan, aceptan sus errores y repiten procesos. › Comprueban en forma autónoma para validar su resultado.
OA D Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.	<ul style="list-style-type: none"> › Respetan y valoran las opiniones y logros de otros. › Comparten, obedecen y asumen responsabilidades. › Manejan formas de convivencia, como trabajo entre pares, en grupos chicos, en plenario o en forma individual. › Aceptan reglas y plazos. › Trabajan sin supervisión.
OA E Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social.	<ul style="list-style-type: none"> › Cuestionan datos que les han sido entregados o que hayan encontrados en los medios. › Usan procedimientos matemáticos para confirmar la veracidad de una información y/o para complementarla. › Intercambian opiniones sobre los motivos de la información manipulada. › Toman decisiones basados en conocimientos matemáticos.
OA F Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas.	<ul style="list-style-type: none"> › Indican y citan las fuentes usadas de manera adecuada. › Usan la información de manera efectiva. › Controlan el uso de la tecnología en forma responsable. › Procesan la información extraída, evitando las copias textuales extremas.

Semestre



UNIDAD 1

PROPÓSITO

En esta unidad, los estudiantes continúan profundizando en las operaciones con números enteros; se pone énfasis en que comprendan tanto las operaciones como el significado de número entero, por medio de representaciones y de la resolución de problemas contextualizados. Asimismo, completan el trabajo con números racionales, ejercitando especialmente el proceso de representar números y operaciones, que ha comenzado en la Educación Básica. Profundizan el trabajo con potencias, ampliando el ámbito numérico de la base y trabajando con conceptos de área y volumen. Continúan utilizando las representaciones concretas, pictóricas y simbólicas del concepto potencia, trabajadas en el curso anterior, para resolver problemas en contexto. Se empieza el trabajo con raíces cuadradas para que las usen para calcular alturas de triángulos y para ampliar el registro simbólico; esto se empezó con medición concreta, en la básica. También se vuelve al concepto de porcentaje para profundizar su comprensión y tratar las variaciones porcentuales en la resolución de problemas contextualizados.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

- › Adición y sustracción de números enteros.
- › Multiplicación y división de fracciones positivas.
- › Multiplicación y división de decimales positivos.
- › Porcentaje.
- › Potencias de base 10 con exponente natural.

PALABRAS CLAVE

Multiplicación de números enteros, división de números enteros, números racionales, potencias, raíces cuadradas, variaciones porcentuales.

CONOCIMIENTOS

- › Multiplicación y división de números enteros.
- › Multiplicación y división con los números racionales.
- › Multiplicación y división de potencias de base y exponente natural hasta 3.
- › Raíces cuadradas de números naturales.
- › Variaciones porcentuales.

HABILIDADES

- › Resolver problemas utilizando estrategias tales como:
 - Destacar la información dada.
 - Usar un proceso de ensayo y error sistemático.
 - Aplicar procesos reversibles.
 - Descartar información irrelevante.
 - Usar problemas similares. **(OA a)**
- › Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos, para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. **(OA h)**
- › Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros). **(OA k)**
- › Representar y exemplificar, utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. **(OA m)**

ACTITUDES

- › Abordar de manera flexible y creativa la búsqueda de soluciones a problemas de la vida diaria, de la sociedad en general, o propios de otras asignaturas. **(OA A)**
- › Demostrar interés, esfuerzo y perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. **(OA C)**
- › Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. **(OA D)**

UNIDAD 1

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</p>	<p>Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:</p>
<p>OA 1</p> <p>Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica. › Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales. › Aplicando la regla de los signos de la operación. › Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios. 	<ul style="list-style-type: none"> › Representan la multiplicación por -1 de manera concreta; por ejemplo: con situaciones o procesos inversos (estar en contra de, etc.). › Desarrollan la regla de los signos en ejemplos concretos o en la recta numérica: $+ \cdot + = +$; $+ \cdot - = -$; $- \cdot + = -$; $- \cdot - = +$. › Representan la multiplicación de números enteros positivos y negativos de forma pictórica (recta numérica) o simbólica. › Aplican la regla de los signos de las multiplicaciones y de las divisiones en ejercicios rutinarios. › Representan, de forma concreta o pictórica, la división de un número negativo por un número natural. › Multiplican números enteros positivos y/o negativos, utilizando la multiplicación de números naturales y la regla de los signos. › Resuelven problemas cotidianos que requieren la multiplicación o división de números enteros.
<p>OA 2</p> <p>Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Representándolos en la recta numérica. › Involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros). 	<ul style="list-style-type: none"> › Representan las cuatro operaciones con fracciones negativas y decimales negativos en la recta numérica. › Realizan ejercicios rutinarios que involucren las cuatro operaciones con fracciones y decimales. › Reconocen la operación matemática adecuada en problemas sencillos para resolverlos. › Resuelven problemas que involucren la multiplicación y la división de números racionales. › Utilizan diferente notación simbólica para un número racional (decimal, fraccionaria, mixta).

UNIDAD 1	
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
OA 3 Explicar la multiplicación y la división de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.	<ul style="list-style-type: none"> › Representan potencias de base y exponente natural hasta 3 con material concreto, como candados con clave de dígitos, trompo poligonal con números, dados didácticos, diagramas de árbol, etc. › Representan pictóricamente la multiplicación de potencias de igual base o de igual exponente natural hasta 3. › Representan la división de potencias de igual base o de igual exponente natural hasta 3. › Descubren, comunican y aplican las propiedades de la multiplicación y división de potencias, incluyendo el significado del exponente cero, en forma pictórica o simbólica. › Representan la potencia de potencias de manera concreta (combinación de máquinas que amplifican imágenes). › Relacionan situaciones reales con multiplicación, división y potencias de potencias. › Resuelven ejercicios rutinarios, aplicando la multiplicación, la división y la potenciación de potencias.
OA 4 Mostrar que comprenden las raíces cuadradas de números naturales: <ul style="list-style-type: none"> › Estimándolas de manera intuitiva. › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica. › Aplicándolas en situaciones geométricas y en la vida diaria. 	<ul style="list-style-type: none"> › Estiman en cm, hasta el primer decimal, el largo de un cuadrado cuya área en cm^2 no tiene un número cuadrado, y comparan la estimación con multiplicación por sí mismo, utilizando la calculadora. › Ubican la posición aproximada de raíces no exactas en la recta numérica. › Resuelven problemas de transformación de rectángulos (u otras figuras 2D) en cuadrados del mismo contenido del área, calculando el lado del cuadrado. › Calculan el perímetro en situaciones de la vida diaria que involucran cuadrados; por ejemplo: áreas de deporte, escenarios, parques, etc. › Aplican la raíz cuadrada en la solución de problemas de la vida cotidiana o de ciencias.

UNIDAD 1	
OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</p> <p>OA 5</p> <p>Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.</p>	<p>Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Relacionan porcentajes rebajados y aumentados con situaciones reales; por ejemplo: ofertas de venta, aumento del sueldo, inflación, etc. › Identifican, en expresiones de la vida diaria, los tres términos involucrados en el cálculo porcentual: el porcentaje, el valor inicial que corresponde al porcentaje y el valor que corresponde a la base. › Expresan porcentajes aumentados o rebajados con números decimales y viceversa; por ejemplo: un aumento de 15% es equivalente a multiplicar el valor inicial por 1,15; la rebaja de 12% es equivalente a multiplicar el valor inicial por 0,88, etc. › Determinan el porcentaje de promociones; por ejemplo: "llevé 4 – pague 3", etc. › Comparan críticamente varias ofertas de la compra en cuotas y calculan el costo total de la compra.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

Objetivo de Aprendizaje

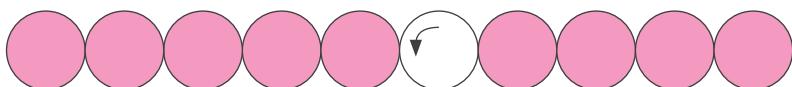
OA 1

Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros:

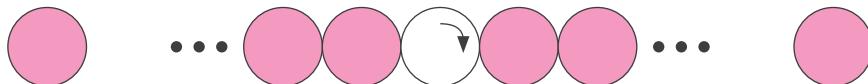
- › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.
- › Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales.
- › Aplicando la regla de los signos de la operación.
- › Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.

1. Determinan los sentidos de la rotación de discos combinados.

- a. El disco blanco se gira en el sentido positivo. ¿En qué sentido se gira el 4º disco a la izquierda y el 3º disco a la derecha?

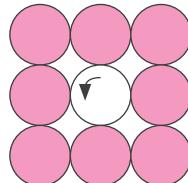


- b. Hay una larga fila con discos conectados. El disco blanco se gira en el sentido negativo. ¿En qué sentido se gira el disco número 23 en la derecha y el disco número 30 en la izquierda?



- c. Hay una larga fila de discos conectados y numerados de menor a mayor. El disco 15 se gira en el sentido negativo. ¿En qué sentido se gira el disco 21?, ¿en qué sentido se gira el disco 8?

- d. Hay nueve discos conectados como se ve en el dibujo. El disco blanco del centro se gira en el sentido positivo. ¿En qué sentido se giran los 8 discos que rodean el disco blanco?



- e. Formulan una regla con la cual se puede determinar el sentido de la rotación de un disco en una cadena de discos conectados.

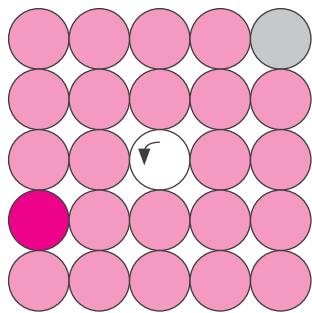
- f. Desafío: Determinan el sentido de rotación de discos conectados en un plano. El disco blanco se gira en el sentido positivo.

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Argumentar y comunicar

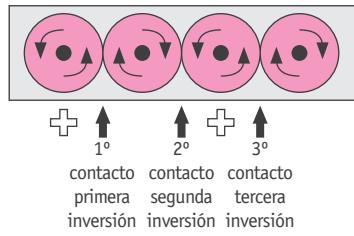
Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)



- > ¿En qué sentido se gira el disco gris?
- > ¿En qué sentido se gira el disco fuccia?
- > ¿En qué sentido se gira el disco cuya posición está siete columnas más a la derecha y ocho líneas más abajo? Explican y comunican la respuesta.

Observaciones al docente

Esta actividad pretende que los alumnos visualicen el efecto que tiene la multiplicación iterada con el número (-1). Esto se puede realizar con el siguiente experimento: se ponen cuatro o más discos de cartón encima de un cartón más grueso con forma de rectángulo; se fijan los discos en el centro con un clip mariposa para que puedan girar con el clip mariposa como eje de rotación. Los discos se deben tocar, firmemente, para que se produzca el efecto de una "rueda de engranaje" que muestra el dibujo. Se gira el primer disco en el sentido positivo (contra el reloj) y se observa que el segundo disco se gira en el sentido negativo (con el reloj). La rotación del segundo disco genera una rotación del tercer disco en el sentido positivo, etc. Se espera que los alumnos descubran que el vecino de un disco se gira en el sentido opuesto y el vecino detrás del vecino se gira en el sentido inicial, etc. Para profundizar esta actividad a un nivel de abstracción más alto, se hace lo siguiente: los discos vecinos de una posición impar se giran en el sentido opuesto y los vecinos de una posición par se giran en el sentido inicial. Así pueden observar qué cantidades impares de contactos entre las ruedas generan una inversión de la rotación inicial y qué cantidades pares de contactos generan una rotación en el sentido inicial. En el próximo nivel de abstracción, los alumnos identifican los contactos entre los discos con el factor (-1) y reconocen que el producto con una cantidad impar de factores (-1) resulta (-1) y un producto con una cantidad par de factores (-1) resulta 1.



Se sugiere que apliquen la estrategia de multiplicación de números naturales para obtener soluciones en la multiplicación de números enteros. **(OA A)**

2. Identifican la conexión de una rueda dentada con otra rueda dentada con la multiplicación con el factor (-1). Completan la tabla.

SENTIDO DE ROTACIÓN DEL PRIMER DISCO	CANTIDAD DE CONEXIONES CON DISCOS	PRODUCTO DE LOS FACTORES IGUALES DE (-1)	SENTIDO DE ROTACIÓN DEL ÚLTIMO DISCO
pos (+)	1	(-1)	neg (-)
pos (+)	2	$(-1) \cdot (-1) = 1$	pos (+)
pos (+)	3		
pos (+)	4		
pos (+)	5		
pos (+)	6		
pos (+)	par		

3. Determinan si son amigos o adversarios de una persona A. Completan la tabla con un ✓.

INFORMACIONES SOBRE UN TERCERA PERSONA	¿ES AMIGO DE LA PERSONA A?	¿ES ADVERSARIO DE LA PERSONA A?
Es amigo de los adversarios de la persona A.		
Es amigo de los amigos de la persona A.		
Es adversario de los amigos de los adversarios de la persona A.		
Es adversario de los adversarios de la persona A.		
Es amigo de los amigos de los adversarios de la persona A.		
Es adversario de los adversarios de los amigos de la persona A.		
Es amigo de los amigos de los adversarios de la persona A.		

Observaciones al docente

Esta actividad se puede trabajar en parejas o en grupos. Es posible que los estudiantes consideren ejemplos particulares para cada proposición y que esto genere algún tipo de discusión, que se debe desarrollar con respeto y considerando las diferencias. Se sugiere que practiquen diferentes formas de convivencia. **(OA D)**

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Modelar

Seleccionar y ajustar modelos para resolver problemas. (OA i)

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

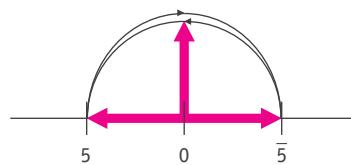
4. Determinan los siguientes productos, dibujando para cada caso una recta numérica.

- > $5 \cdot (-1) =$
- > $5 \cdot (-1) \cdot (-1) =$
- > $5 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) =$
- > $5 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \dots \cdot (-1) =$ (cantidad impar de factores (-1))
- > $5 \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot \dots \cdot (-1) =$ (cantidad par de factores (-1))

Observaciones al docente

Un número entero se puede representar con una flecha que va desde el número cero a la posición de ese número.

En el dibujo se ve la multiplicación de un número entero por el número (-1) , la cual se representa por una rotación en 180° al lado opuesto en la recta numérica.



Esta actividad se puede realizar de manera concreta con una recta numérica trazada en el suelo, de modo que los estudiantes hagan el giro que representa la multiplicación por -1 .

Se sugiere que busquen y prueben estrategias propias y alternativas. (OA A)

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos.
(OA d)

5. Determinan las reglas de los signos de productos de números enteros.

- a. Completan la tabla.

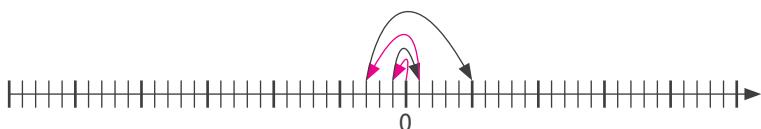
SIGNO DEL PRIMER FACTOR	SIGNO DEL SEGUNDO FACTOR?	SIGNO DEL PRODUCTO
Pos	Pos	
Pos	Neg	
Neg	Pos	
Neg	Neg	

- b. Determinan primero el signo del producto y después calculan mentalmente el producto.

- > $(-5) \cdot 3 \cdot (-2) \cdot 4 =$
- > $(-2) \cdot (-1) \cdot (-6) \cdot 3 \cdot (-5) \cdot (-4) =$

6. Determinan sistemáticamente todas las posibilidades de repartir factores negativos y positivos en un producto negativo de:
- › 5 factores de números enteros.
 - › 13 factores números enteros.

7. En la recta numérica se hacen saltos según el siguiente patrón: Se empieza por el número 0, se salta una unidad en dirección negativa, después se salta el doble del salto anterior en dirección positiva, después el doble del salto anterior en dirección negativa, etc.



- › Anotan los números que están marcados por las flechas y verifican si siguen un patrón.
- › Determinan pictóricamente los números de los próximos dos saltos.
- › Conjeturan acerca del signo del número resultante y la cantidad de saltos.
- › Calculan sucesivamente los números hasta el décimo salto.

Observaciones al docente

Este ejercicio es muy útil para acercar a los alumnos a la forma recursiva de ecuaciones que se requieren más adelante, en el OA 10, para expresar el cambio constante de un intervalo al otro.

La ecuación que expresa los saltos es la siguiente:

$$a_n = a_{n-1} + (-1)^n \cdot 2^{n-1} \text{ con } a_0 = 0 \text{ y } n = 1, 2, 3, \dots$$

Se sugiere que comprueben por medio de saltos (nivel pictórico) y en forma autónoma para validar el resultado de la ecuación recursiva. **(OA C)**

8. Desafío: Desarrollan, para la actividad 7, una ecuación en forma recursiva que determina los números resultantes.
- Calculan las potencias de $(-1)^n$ para $n = 1, 2, 3, 4$
 - Calculan las potencias de $2n$ para $n = 1, 2, 3, 4$
 - Combinan los resultados de a) y b) para desarrollar la expresión algebraica que falta en la ecuación recursiva.

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.
(OA k)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Representa

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.
(OA l)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

9. La imagen muestra la rueda de un ascensor que sube y baja la cabina en una mina de carbón. Con cada giro completo de la rueda en el sentido del reloj, la cabina sube 15 m; por cada giro completo en el sentido contrario al reloj, la cabina baja 15 m. Las profundidades bajo la tierra se expresan con números negativos.



- › La cabina está a una profundidad de -330 m, desde ahí la rueda gira 18 veces ¿a qué profundidad llegó?
- › ¿Cuántas veces más debe girar la rueda para llegar a una veta que se encuentra a una profundidad de 600 m?
- › La cabina está a una profundidad de -600 m. Se observa que la rueda gira 12 veces contra el reloj y, después de una pausa, 24 veces en el sentido del reloj. ¿A qué profundidad ha parado la cabina y a qué profundidad ha llegado finalmente?

Observaciones al docente

Se sugiere que los estudiantes realicen, de manera paralela, un trabajo de investigación breve sobre la forma de esquematizar minas bajo tierra, determinando el uso de números negativos; por ejemplo: en una mina de cobre u otros minerales en Chile.

Los alumnos planifican su trabajo y los procedimientos detalladamente. (OA C)

Objetivo de Aprendizaje

OA 2

Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas:

- › Representándolos en la recta numérica.
- › Involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros).

1. Resuelven el siguiente problema:

En una fábrica, se registran los tiempos de asistencia de los trabajadores. Se les otorga la siguiente facilidad:



(Fuente: <http://www.3gapps.de>)

- › Si uno llega atrasado dentro de una hora, se registra el atraso como tiempo negativo. Para recompensar el tiempo de atraso, se ofrece la posibilidad de recuperar el tiempo dentro de una semana.
- › Para un trabajador se registraron ya dos atrasos: $-\frac{1}{2}$ h y $-\frac{1}{4}$ h.
 - Calculan el tiempo perdido y lo expresan en horas.
 - Si el trabajador se queda el próximo día por $1\frac{1}{4}$ h más, ¿qué saldo de horas registra? Lo expresan en horas.

2. Relacionan los números racionales negativos con medidas y unen los números con las magnitudes.

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

NÚMERO RACIONAL NEGATIVO	-416,5m	$\frac{-18,3\text{mm}}{\text{m}^2}$	-33,3%	-8,9°C	-0,35%	-12,4V
MAGNITUD	Temperatura	Variación IPC en un mes	Voltaje de carga negativa	Nivel del Mar Muerto	Rebaja del precio	Déficit de agua caída

® Ciencias Naturales OA 12 de 7° básico y OA 8 de 8° básico.

Resolver problemas

Utilizar de estrategias básicas. (OA a)

Resolver problemas

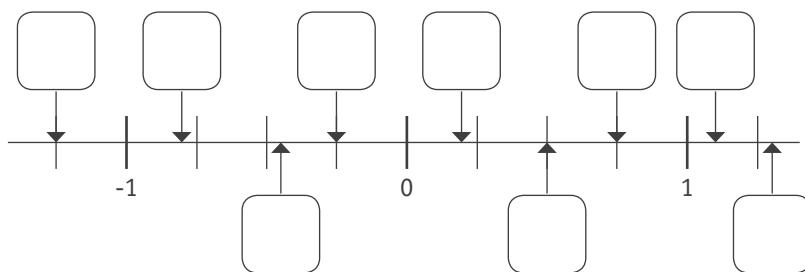
Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.
(OA k)

3. Para cada uno de los números racionales, hay dos representaciones: una como fracción y otra como número decimal. Ponen las dos representaciones en los marcos que están pegados a las flechas. Eligen los números correctos de entre los números racionales que aparecen en la tabla.

-0,7	-0,75	-0,4	-0,8	-0,5	$\frac{11}{10}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{3}{4}$	0,25
1,1	0,75	-1,1	0,2	0,5		-1,25	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{5}$	0,2
$\frac{1}{5}$	$-\frac{5}{4}$	$\frac{1}{4}$	-0,25	1,3	$-\frac{11}{10}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{4}{5}$	0,8	$\frac{13}{10}$

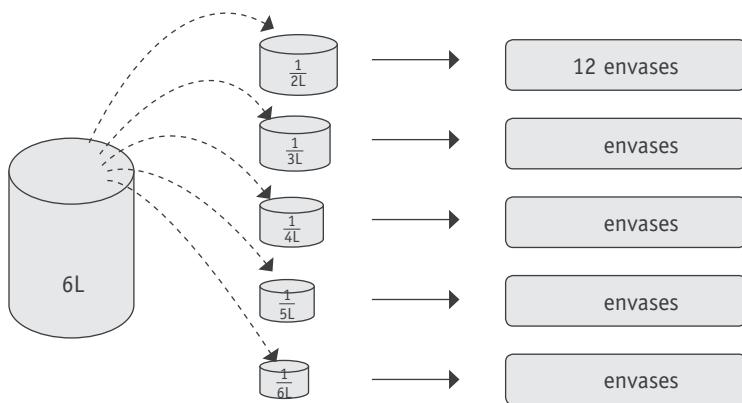


Observaciones al docente

Pueden ubicar estos diferentes números racionales en la recta numérica para observar su representación y establecer relaciones de orden; por ejemplo: mientras más cercano al cero, es mayor o menor la rebaja del precio.

Se sugiere motivarlos para que tengan ideas propias y las defiendan sin rendirse fácilmente. (OA C)

4. Un bidón de aceite tiene 6 litros de volumen. Se quiere echar todo el contenido en diferentes envases. Calculan el número de envases.
- › Completan el siguiente esquema:



- › ¿Con qué patrón se puede calcular el número de envases necesarios? Explican y comunican la respuesta.
- › ¿Cuántos envases se necesitan, si se echa un contenido de k litros en envases de $1/n$ litros? Explican y comunican la respuesta.
- › ¿Cuántos envases se necesitan, si se echa un contenido de k litros en envases de m/n litros? Explican y comunican la respuesta. Verifican la respuesta para el bidón de 6 litros y envases de $3/4$ litros.

5. Expresan el número marcado con una fracción irreducible.



- ¿Cuántos saltos del tamaño de $\frac{2}{5}$ se deben realizar para llegar al número 0? Resuelven pictóricamente.
- Resuelven el problema con el cálculo adecuado.
- Conjeturan sin cálculo acerca de los saltos necesarios, si el tamaño de los saltos es de $\frac{4}{5}$.
- Basados en los resultados de b y d, conjeturan acerca de los saltos necesarios, si el tamaño de los saltos es de $\frac{3}{5}$.

Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

Modelar

Seleccionar y ajustar modelos para resolver problemas. (OA i)

Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

Modelar

Seleccionar y ajustar modelos para resolver problemas. (OA i)

6. Una impresora de un computador tiene un sistema de cuatro cartuchos: tres cartuchos de color y uno negro. Los cartuchos de color contienen 12,5 mL de tinta cada uno y el cartucho negro, 22,5 mL. Para recargar los cartuchos de color, hay tres envases de 62,5 mL y para recargar el negro, se dispone de un envase de 180 mL.



(Fuente: <http://www.grundlagen-computer.de>)

- › ¿Cuántas recargas de un cartucho de color se puede hacer?
- › ¿Cuántas recargas del cartucho negro se pueden hacer?
- › Se cambia la impresora. El nuevo cartucho negro tiene 50% más de contenido. ¿Qué cantidad de tinta debe tener el envase de recarga para que rinda 6 recargas?

7. Codifican y decodifican palabras. Las letras del alfabeto se han puesto de manera ordenada en la recta numérica, como se muestra en la figura:



Esta regla se denomina 1M, lo que quiere decir que se considera la unidad entera y que la letra "M" está en el cero.

La palabra "tarea" se codifica según lo anterior de la siguiente forma: T = 8

Para llegar a la letra A, se debe restar 20; es decir: $8 - 20 = -12$.

Luego se debe sumar 18 y se obtiene el 6 ($-12 + 18 = 6$) que es la posición donde está. Después puede obtener la letra E retrocediendo 14 unidades; es decir: $6 - 14 = -8$.

De ahí a la letra A, se retrocede en 4 unidades: $-8 - 4 = -12$.

Así, la palabra "tarea" se codifica con la siguiente secuencia de números:

8, -20, 18, -14, -4.

a. Codifican la palabra "secreto".

b. Decodifican la siguiente secuencia de números: -3, 12, -17, 2, 9

c. Se envían mensajes entre compañeros.

d. Cambian la codificación inicial.

e. Consideran la regla de codificación $\frac{1}{10}U$ que se muestra en la siguiente recta numérica (se considera de $\frac{1}{10}$ en $\frac{1}{10}$ y la letra U está en el cero), para codificar y decodificar otras palabras.



Observaciones al docente

Los alumnos pueden trabajar en parejas para intercambiar palabras y frases secretas.

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Objetivo de Aprendizaje

OA 3

Explicar la multiplicación, la división y el proceso de formar potencias de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Representar

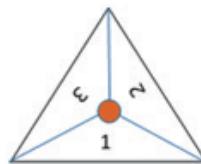
Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.
(OA l)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

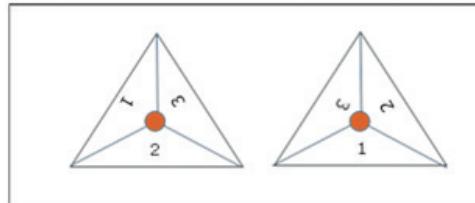
- Determinan la cantidad de números diferentes de tres cifras que se pueden presentar en ruletas con forma de triángulo equilátero, considerando que tiene las cifras 1, 2 y 3. El número que se genera comienza con la cifra que se indica en la parte inferior del triángulo.

› ¿Cuántos números de una cifra se pueden representar con una ruleta de 3 cifras?

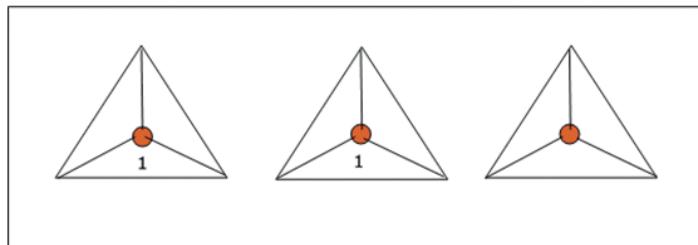


› ¿Cuántos números de tres cifras se pueden representar con una ruleta de tres cifras?

› ¿Cuántos números de dos cifras se pueden representar con dos ruletas de 3 cifras?



› ¿Cuántos números de tres cifras se pueden representar con tres ruletas de 3 cifras?



› ¿Cuántos números de 4 cifras se pueden representar con 4 ruletas de 3 cifras?

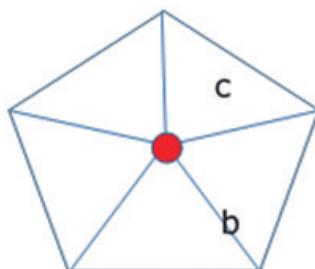
› Expresan los resultados anteriores como potencia.

- › A un grupo de 3 ruletas de 3 cifras, se le agregan 2 ruletas de 3 cifras.
¿Cuántos números de 5 cifras se pueden generar con este grupo de ruletas?

Observaciones al docente

Los alumnos pueden empezar de manera pictórica para encontrar todos los números. Se sugiere transitar desde lo pictórico a lo simbólico; para esto, se pueden ir agregando más ruletas o más cifras a una ruleta. No considerar experimentos aleatorios para esta actividad, la palabra ruleta solo se utiliza para especificar que el triángulo gira, notar además que se piden números diferentes. Se espera que calculen el número total, usando potencias, que trabajen en parejas y que respeten y valoren los logros de otros. (OA D)

2. Determinan el número de combinaciones de letras y completan la tabla.



CANTIDAD DE RULETAS DE 5 LETRAS	NÚMERO DE COMBINACIONES DE LETRAS	EXPRESIÓN DEL NÚMERO COMO POTENCIA
1		
2		
3		
5		
6		
n		

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.
(OA k)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

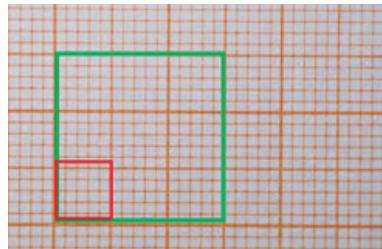
Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

3. Determinan, mediante dos métodos, la cantidad de cuadritos de 1 mm^2 que hay dentro del cuadrado verde.



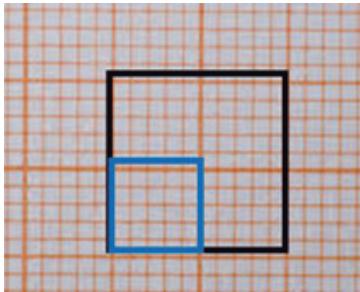
- a. ¿Qué largo en mm tiene el cuadrado verde?
- b. Calculan la cantidad de cuadritos en el cuadrado verde y expresan con una potencia.
- c. ¿Cuántos cuadrados rojos están dentro del cuadrado verde? Expresan esa cantidad con una potencia.
- d. ¿Qué largo en mm tiene el cuadrado rojo?
- e. Calculan la cantidad de cuadritos en el cuadrado rojo y la expresan con una potencia.
- f. Exprese la cantidad de cuadritas en el cuadrado verde como producto de potencias.
- g. ¿Qué término algebraico resulta si se multiplican las potencias $a^2 \cdot b^2$?

Observaciones al docente

Determinando las regularidades entre los resultados de las actividades c y f, pueden formular que se puede expresar el resultado como potencia de potencias.

Se sugiere que formalicen sus propias tácticas. (OA A)

4. Determinan, mediante dos métodos, la cantidad de cuadritos de 1 mm^2 en el cuadrado azul.



- ¿Qué largo en mm tiene el cuadrado negro?
- Calcule la cantidad de cuadritos en el cuadrado negro y exprésela con una potencia.
- ¿Cuántos cuadrados azules están dentro del cuadrado negro?
Expresan esa cantidad con una potencia.
- ¿Qué largo en mm tiene el cuadrado azul?
- Calculan la cantidad de cuadritos en el cuadrado azul y la expresan con una potencia.
- Expresan la cantidad de cuadritos en el cuadrado azul como cociente de potencias.
- ¿Qué término algebraico resulta, si se divide $a^2 : b^2$?

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

Observaciones al docente

Determinando las regularidades entre los resultados de las actividades realizadas en c y f, pueden formular que se puede expresar el resultado como cociente de potencias.

Se sugiere que formalicen sus propias tácticas. (OA A)

Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

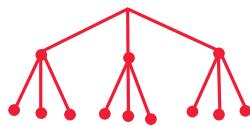
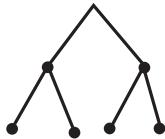
Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

5. El dibujo muestra los árboles que representan las potencias de 2^2 y 3^2 .

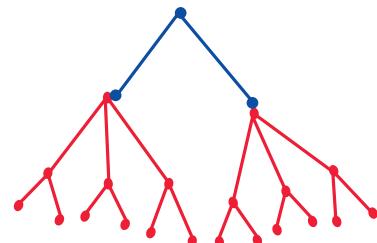


- › Elaboran un árbol compuesto que representa la multiplicación de 2^2 por 3^2 . Utilizan el color negro para la potencia 2^2 y el rojo para 3^2 .
- › Elaboran un árbol simple de la potencia con base natural y exponente 2 que representa el producto de 2^2 y 3^2 .
- › ¿Qué regularidad de los productos se puede reconocer? Explican y comunican la respuesta.

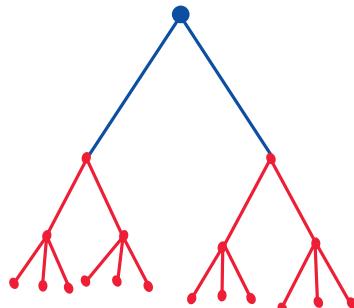
Observaciones al docente

Un árbol compuesto que representa la multiplicación de 2 por 6, se puede hacer de dos formas:

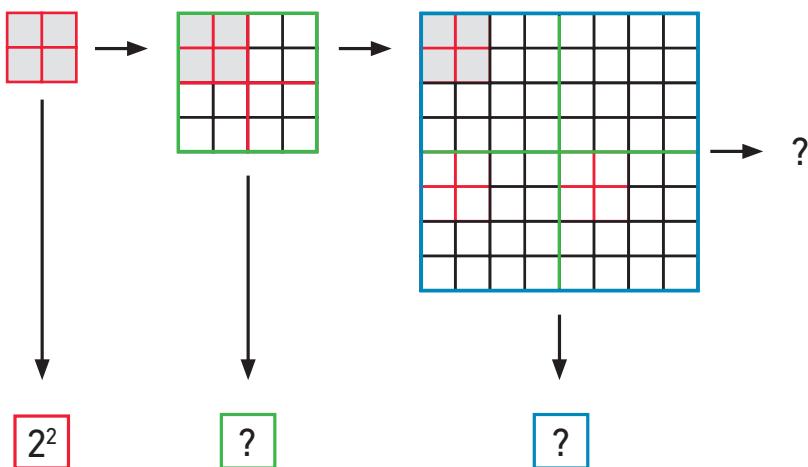
- a) Considerando $2 \cdot (3 \cdot 2) = 12$



- b) Considerando $2 \cdot (2 \cdot 3) = 12$



6. El dibujo muestra tres cuadrados compuestos de cuadrículas. El primer cuadrado representa la potencia 2^2 .

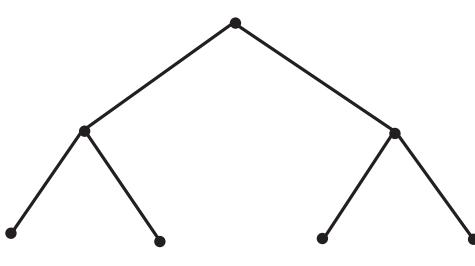


- Considerando la subdivisión del cuadrado verde en 4 cuadrados medianos, ¿qué potencia de exponente 2 representa el cuadrado verde?
- Considerando la subdivisión del cuadrado celeste en 4 cuadrados grandes, ¿qué potencia de exponente 2 representa el cuadrado celeste?
- Determinan el número de cuadrículas en el cuadrado verde y en el cuadrado celeste.
- Basados en los resultados anteriores, conjeturan acerca de una regla para potenciar potencias.
- Formulan y comunican la regla para potenciar potencias.

Observaciones al docente

Esta actividad es ideal para fomentar la comunicación entre pares y aprender a escuchar los planteamientos de otros; en este caso, escuchar las conjeturas desarrolladas en d, sobre una regla para potenciar potencias. (OA A)

7. Completan el árbol para presentar el término $(2^2)^2$



Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Representar

Utilizar estrategias básicas.
(0A a)

8. Calculan los productos y cocientes de potencias y transforman los resultados en números naturales:

- > $2^3 \cdot 2^2$
- > $5^2 \cdot 5^1$
- > $10^3 \cdot 10^3$
- > $4^2 \cdot 4^3$
- > $8^2 \cdot 8^2$
- > $125^3 : 125^2$
- > $100^3 : 100^1$
- > $27^3 : 27^2$
- > $25^3 : 25^1$
- > $125^2 : 125^1$
- > $2^2 \cdot 5^2$
- > $4^3 \cdot 25^3$
- > $450^2 : 50^2$
- > $500^3 : 125^3$
- > $(3^2)^3$
- > $(10^3)^2$
- > $(2^3)^3$
- > $(4^2)^2$
- > $(1^3)^3$

Representar

Utilizar estrategias básicas.
(0A a)

9. Determinan el exponente desconocido para obtener igualdad de las expresiones:

- > $2^\square \cdot 2^3 = 2^5$
- > $5^3 : 5^\square = 5^2$
- > $100^3 : \square^3 = 8$
- > $2^2 \cdot \square^2 = 144$
- > $(10^\square)^3 = 10^6$
- > $100^\square : 100 = 100^2$
- > $(4^3)^\square = 4^9$

10. Resuelven el siguiente problema: Una clave digital de seguridad consiste en tres posiciones que pueden ser ocupadas por 12 símbolos diferentes. Para aumentar la seguridad, se decide considerar claves de 5 posiciones.

- › ¿Cuántas listas con repeticiones se puede generar con 3 posiciones.
- › Expresan la cantidad con una potencia.
- › Determinan la cantidad de listas con repeticiones posibles después de aumentar a 5 posiciones. Realizan el cálculo con potencias.
- › ¿Qué tan grande es la cantidad de listas con repeticiones 5 posiciones en comparación con la clave de seguridad de 3 posiciones? Expresan el resultado con una potencia.

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

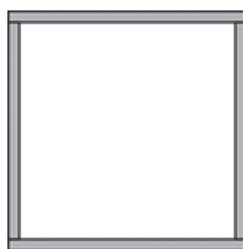
Objetivo de Aprendizaje

OA 4

Mostrar que comprenden las raíces cuadradas de números naturales:

- › Estimándolas de manera intuitiva.
- › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.
- › Aplicándolas en situaciones geométricas y en la vida diaria.

1. Resuelven el siguiente problema: Jaime quiere confeccionar un marco de madera para un cuadro de su hermana Andrea. El marco debe tener la forma de un cuadrado que enmarca el área de 900 cm^2 . Jaime hizo un bosquejo del marco. Están disponibles listones de 1 cm de ancho de los siguientes largos: 20 cm, 25 cm, 30 cm, 35 cm, 40 cm, 50 cm.



- › Calculan la medida del lado del cuadrado cuya área es 900 cm^2 .
- › ¿Qué maquetas debe elegir Jaime para que resulte un mínimo de material sobrante? Calculan el material que sobra.

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas. (0A a)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (0A d)

2. A partir de áreas dadas, determinan si es posible que la figura tenga la forma de un cuadrado con lado de medida un número natural y completan la tabla.

ÁREA DADA (m ²)	FORMA: DE CUADRADO/ O NO CUADRADO	SI ES CUADRADO: LADO DEL CUADRADO	EJEMPLO CONCRETO PARA LA FORMA DETECTADA Y EL ÁREA DADA
6 500			
4 900			
800			
144			
64			
264			

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas. (0A a)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (0A f)

3. Calculan los lados de los cuadrados.

Área en m ²	121	144	81	625	400	225	256	484	49	361	729	1 600	2 500
Lado en m													

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas. (0A a)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (0A f)

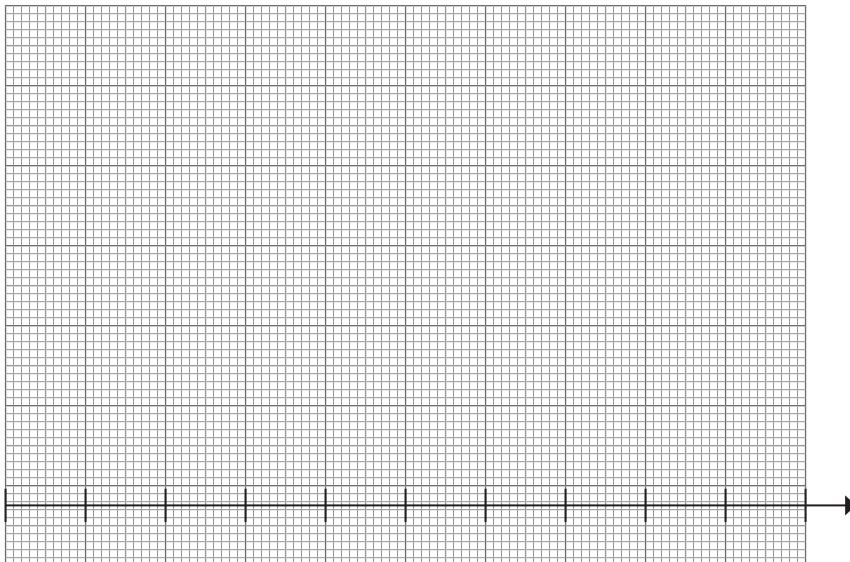
4. Macizos de flores de forma cuadrada tienen las siguientes áreas:

- › 50m²
- › 20m²
- › 80m²

Calculan aproximadamente los lados en unidades de metros. Verifican el resultado por medio de la multiplicación y lo redondean al primer decimal.

5. Dibujan en papel milimetrado una recta numérica y marcan las posiciones de los números del 0 al 10. Determinan las raíces cuadradas no exactas y marcan sus posiciones aproximadas en la recta numérica.

- › $\sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{8}, \sqrt{10}$
- › $\sqrt{20}, \sqrt{30}, \sqrt{50}, \sqrt{70}$



Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

Observaciones al docente

Al momento de dibujar en papel milimetrado, los estudiantes deberán buscar, aceptar sus errores y repetir el proceso hasta conseguir el resultado óptimo, que refleje orden y exactitud en las medidas y que esté muy cercano a lo solicitado. **(OA C)**

**Resolver
problemas**

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

**Argumentar y
comunicar**

Fundamentar conjeturas
dando ejemplos y
contraejemplos. (OA f)

6. Relacionan las raíces cuadradas no exactas con los intervalos correspondientes. Unen las casillas con flechas.

raíz cuadrada	intervalo que contiene la raíz cuadrada
$\sqrt{35}$	[7,7 ; 7,8]
$\sqrt{60}$	[5,9 ; 6,0]
$\sqrt{22}$	[5,1 ; 5,2]
$\sqrt{50}$	[6,4 ; 6,5]
$\sqrt{27}$	[4,6 ; 4,7]
$\sqrt{42}$	[7,0 ; 7,1]

**Resolver
problemas**

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

**Argumentar y
comunicar**

Fundamentar conjeturas
dando ejemplos y
contraejemplos. (OA f)

7. Mediante el índice de masa corporal (IMC), se puede calcular la estatura necesaria de una persona para tener un peso adecuado. La fórmula es la siguiente: $x = \sqrt{\frac{p}{i}}$, en la cual la variable x representa la estatura en metros, la variable p la masa en kg y la variable i , el IMC.



Para las edades de niñas y niños, existen las siguientes tablas del IMC:

ALUMNAS	BAJO PESO	PESO NORMAL	SOBREPESO
12 años	<15	15,0 – 21,5	>21,5
13 años	<15,6	15,6 – 22	>22,0
14 años	<17	17,0 – 23,2	>23,2
ALUMNOS			
12 años	<14,8	14,8 – 22	>22
13 años	<16,2	16,2 – 21,7	>21,7
14 años	<16,6	16,6 – 22,6	>22,6

- › Calculan la estatura mínima para el peso propio y la estatura máxima para tener un peso normal.
- › Para un aumento de peso de 5 kg, calculan individualmente el aumento de estatura necesario para estar en el rango de un peso normal.

® **Educación Física y Salud OA 5 de 8° básico.**

Objetivo de Aprendizaje

OA 5

Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.

1. Unen con flechas las situaciones de rebajas o aumentos con los porcentajes correspondientes.

SITUACIONES DE REBAJA O AUMENTO	PORCENTAJES FINALES
Aumento del sueldo por 3,5%	80 %
Rebaja del precio por un cuarto	120 %
Agrego del iva de 19% al precio de la lista	75 %
Reducción del precio a la mitad	103,5 %
Oferta: "llevé 5 pague 4"	66,6 %
Aumento del número de pasajeros por un quinto	119 %
Reducción de los ingresos por un tercio	50 %

Resolver problemas

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

® **Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).**

Observaciones al docente

Los siguientes problemas se pueden trabajar en cuatro grupos; cada grupo se hace responsable de un solo problema. Se aconseja trabajar con tiempo, dando para la primera parte unos 20 minutos y para presentar, 5 minutos por grupo. Al exponer, cada grupo explica en forma autónoma el problema y la solución en forma precisa, dando argumentos matemáticos. De este modo, se favorece el desarrollo de trabajo cooperativo; los alumnos aprenden a compartir, obedecer y asumir responsabilidades, aceptar reglas y plazos en un trabajo sin supervisión. (OA A)

Resuelven los siguientes problemas:

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

2. En una venta especial al inicio del invierno, se hizo una rebaja de 25% a una estufa eléctrica. Después de haber terminado la promoción, el vendedor aumentó el precio ya rebajado por el mismo porcentaje de 25%.



- › ¿Se llegó al precio anterior?
- › Explican la respuesta y la comunican a sus compañeros.

® Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

3. En una fábrica se producen ampolletas para el uso doméstico. Según la experiencia de los controles que se realizan al azar, se estima que un 4% de la producción tiene una falla.

- › ¿Cuál es el porcentaje estimado de las ampolletas sin falla?
- › ¿Cuántas ampolletas se deben producir para obtener 120 000 ampolletas sin falla?



® Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).

4. El precio de un auto nuevo es de \$10 400 000. La tienda ofrece una alternativa para financiar la compra: se paga un pie de \$ 4 000 000 y el resto se cancela en 12 cuotas de \$685 000. Si se deciden por esta oferta de financiamiento, reciben un bono de \$1 000 000 respecto del precio original.



Resolver problemas

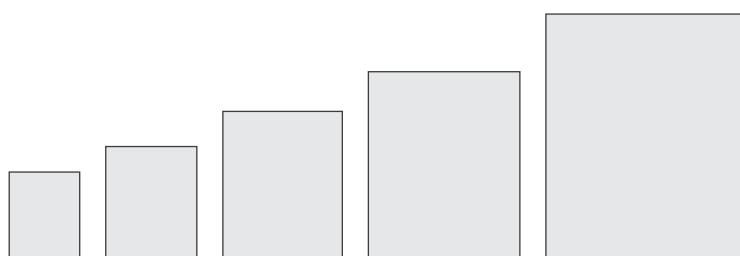
Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

- › Calculan el precio total del auto si optan por el financiamiento de la tienda.
- › ¿Cuál es el porcentaje total de la compra en comparación con el precio original?

® Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).

5. Para el viaje de estudios de un curso de 80 alumnos, una empresa de turismo ofrece las siguientes condiciones: cada 10 alumnos, uno no paga y se reparte el ahorro a todos los alumnos. El precio del viaje sin la oferta sería de \$9 600 000.
- › ¿Cuál es el porcentaje de la rebaja? Explican y comunican la respuesta.
 - › Calculan el precio rebajado que debe pagar cada uno de los alumnos.

6. Los siguientes cuadrados representan una variación porcentual en la medida de sus lados.



Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

- › Miden los lados y determinan la variación porcentual de la medida de los lados.
- › Dibujan dos de los siguientes cuadrados, respetando el cambio porcentual.
- › Calculan el área y el cambio porcentual del área de un cuadrado al siguiente.
- › Explican la relación entre el aumento de la medida del lado y el aumento del área.

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

7. Resuelven los siguientes problemas:

- a. Un elefante recién nacido pesa aproximadamente 90 kg. Esto corresponde al 3% del peso de un elefante adulto. ¿Cuánto pesa un elefante adulto?



(Fuente: <http://www.elefantepedia.com>)

- › Considerando que un elefante estabiliza su masa a los 30 años y el aumento es proporcional cada año, ¿en qué porcentaje aumenta su peso año a año?
 - › Explique si hay aumentos al inicio o al final de la vida del elefante.
- b. Las orejas de cierto tipo de elefantes llegan a medir el 60% de la altura de estos elefantes. Si un elefante adulto llega a tener una altura aproximada de 330 cm, ¿cuánto miden sus orejas?
- › Considerando que un elefante crece hasta los 25 años, ¿qué porcentaje deben crecer las orejas para alcanzar esta dimensión?

Observaciones al docente

Este problema semi abierto sobre el crecimiento de un elefante invita a discutir sobre los posibles porcentajes de aumento del peso del elefante año a año. Habrá alumnos que dirán que el elefante aumenta proporcionalmente cada año y habrá otros estudiantes que dirán que el elefante aumenta su peso mucho los primeros años y luego se estabiliza. Lo importante es que los estudiantes repartan el peso del elefante y los respectivos porcentajes durante un periodo de tiempo limitado.

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas. (OA a)

8. Calculan, redondeando cuando sea necesario para obtener los datos faltantes en la siguiente tabla:

	CUENTA A	CUENTA B	CUENTA C
Capital inicial	16 400 clp	7 000 clp	
Tasa de interés	4 %		6 %
Tipo de interés anual		1 200 clp	1300 clp
Tiempo de ahorro	5 meses	meses	días
Interés		420 clp	920

® Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).

EJEMPLOS DE EVALUACIÓN

EJEMPLO 1

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
OA 1 Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros: › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica. › Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y la división de números naturales. › Aplicando la regla de los signos de la operación. › Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.	› Aplican la regla de los signos de las multiplicaciones en ejercicios rutinarios. › Multiplican números enteros positivos y/o negativos, utilizando la multiplicación de números naturales y la regla de los signos.

Actividad

Esta actividad se presta para que los alumnos se autoevalúen y para que el docente asesore a uno o más estudiantes por medio de una entrevista individual.

Los alumnos responden preguntas del tipo:

- › ¿Qué se puede decir con respecto al número -10? ¿Qué operaciones con números tienen como resultado el valor que -10?

Por ejemplo: $-10 = (-2) + (-8)$; $-10 = (-2) \cdot 5$

- › Prueban con otros números; por ejemplo: -20; -24; -32; etc.
- › Dan 10 posibilidades de operaciones con dos números enteros, para obtener el resultado -6.
- › Dan 10 o 15 posibilidades de operaciones con dos números enteros, para obtener el resultado -8; -12; -16; 8; 12; 16.
- › Elaboran ejercicios mixtos con 8 números enteros para obtener como resultado -124 y -156. Por ejemplo: $(-10) \cdot 4 - 7 \cdot 12 + 84 : 12 - (-7) \cdot (-1) = -124$.

Criterios de evaluación

- › Responden de manera variada frente a la primera pregunta, relacionando el número con operaciones entre números y con un valor que indica algo en contexto.
- › Determinan diferentes operaciones entre números que tienen como resultado el número -10.
- › Prueban calculando adiciones y/o multiplicaciones de números para verificar que siempre un número entero se puede escribir como adición y/o multiplicación de otros números enteros.
- › Encuentran por lo menos 10 posibilidades de operaciones con dos números enteros para obtener el mismo resultado.
- › Relacionan cálculos de adiciones, sustracciones, multiplicación y división de números enteros para obtener un resultado.
- › Elaboran y calculan correctamente ejercicios mixtos, respetando el uso de paréntesis y la prioridad de la multiplicación sobre la adición y la sustracción.

EJEMPLO 2

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
OA 3 Explicar la multiplicación y la división de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.	› Relacionan situaciones reales con multiplicación, división y potencias de potencias.

Actividad

El desarrollo de esta evaluación se puede registrar en el diario de vida matemático.

Los alumnos utilizan la siguiente información sobre el crecimiento de un cristal: un cristal con forma de cubo de 1 mm^3 crece 4 mm en las tres direcciones (ancho, alto y largo) cada 100 años (1 siglo).



Calculan el volumen del cristal después de:

- › 100 años.
- › 2 siglos.
- › 5 siglos.
- › 10 siglos.

Criterios de evaluación

- › Elaboran una tabla de valores sobre el crecimiento del cristal por siglo.
- › Identifican el crecimiento para el lado, de ancho y alto del cristal por siglo.
- › Calculan el volumen del cristal de manera adecuada para cada uno de los años.
- › Utilizan las potencias para el volumen de un cubo.
- › Expresan la cantidad de años en notación científica para hacer una transferencia entre representaciones.
- › Conjeturan sobre el crecimiento del cubo en siglos.

EJEMPLO 3

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
OA 5 Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.	> Identifican en expresiones de la vida diaria los tres términos involucrados en el cálculo porcentual: el porcentaje, el valor inicial que corresponde al porcentaje y el valor que corresponde a la base.

Actividad

Esta evaluación incluye una presentación individual o en pares de la resolución de uno de los problemas planteados.
Los alumnos trabajan el ejercicio 1:

Interés y más intereses

	Año	Capital inicial	Tasa de interés (%)	Interés (%)	Capital final (\$)
	1				
	2				
	3				
	4				
	5				
	6				

Intereses para tarjetas de ahorro tipo A
 En el año 2012 se tienen las siguientes tasas de interés:
 1. Año 0.50%
 2. Año 1.05%
 3. Año 1.75%
 4. Año 2.25%
 5. Año 3.25%
 6. Año 4.50%

Ejercicio 1:
 Completa la tabla, la cual muestra el desarrollo del capital para una tarjeta de ahorro del tipo A:
 a) Comienza con un capital inicial, que creas adecuado para ti.
 b) Cambia el capital inicial y compara.

Criterios de evaluación

- > Reconocen cada uno de los términos que se presentan en la tabla.
- > Traspasan información del recuadro a la tabla identificando correctamente la variable y la tasa de interés correspondiente a cada año.
- > Calculan de manera adecuada el interés obtenido y el capital final de cada año.
- > Completan la tabla de manera adecuada.
- > Comparan dos capitales iniciales y sus variaciones anuales y al final de los 6 años.
- > Comentan beneficios y perjuicios del ahorro a largo plazo (6 años).
- > Averiguan sobre las tasas de interés de diferentes bancos.

UNIDAD 2

PROPÓSITO

En esta unidad, los estudiantes avanzan en las operaciones de expresiones algebraicas respecto de conceptos de geometría como el área y el volumen, para poder manipular las factorizaciones. El foco de esta unidad está en el concepto de función, que se introduce como un cambio lineal. El primer acercamiento se efectúa por medio de tablas y nociones sencillas sobre lo que es un cambio; se debe utilizar la noción de proporcionalidad directa para comenzar con esta introducción. La noción de función y sus representaciones toma mayor fuerza en la habilidad de modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, considerando problemas abiertos y que pueden ser resueltos por medio de la función y de sus representaciones. Los alumnos trabajan con ecuaciones e inequaciones; el ámbito numérico ha sido ampliado desde los números enteros, trabajado en 7º, a los números racionales. Este avance se puede trabajar desde lo concreto, con las representaciones utilizadas en años anteriores, hasta llegar a la manipulación simbólica que implican las ecuaciones y las inequaciones. También conocerán la función afín y su relación con la función lineal; por lo tanto, los conocimientos iniciales de esta unidad son un prerequisito para el último objetivo de la unidad. La función afín se relaciona con el interés simple para que los alumnos traspasen sus conocimientos de situaciones financieras conocidas de su entorno, a los nuevos conceptos.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

- › Operaciones de números enteros.
- › Operaciones de números decimales y fracciones.
- › Variaciones porcentuales.
- › Reducción de expresiones algebraicas.
- › Concepto de proporción directa.
- › Ecuaciones e inequaciones con números enteros.

PALABRAS CLAVE

Factorización, función, cambio lineal, función lineal, ecuaciones, inecuaciones, función afín, interés simple.

CONOCIMIENTOS

- › Factorización de expresiones algebraicas.
- › Concepto de función.
- › Función lineal.
- › Ecuaciones con números racionales.
- › Inecuaciones con números racionales.
- › Función afín.

HABILIDADES

- › Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático. **(OA b)**
- › Explicar y fundamentar:
 - Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
 - Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas. **(OA e)**
- › Seleccionar y ajustar modelos para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma $ax + b >$, $<, = c$, con $a, b, c \in N$, comparando dependencias lineales. **(OA i)**
- › Evaluar la pertinencia de modelos:
 - En relación con el problema presentado.
 - Considerando sus limitaciones. **(OA j)**
- › Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. **(OA l)**

ACTITUDES

- › Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. **(OA C)**
- › Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social. **(OA E)**
- › Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas. **(OA F)**

UNIDAD 2

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</p>	<p>Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:</p>
OA 6 Mostrar que comprenden las operaciones de expresiones algebraicas: <ul style="list-style-type: none"> › Representándolas de manera pictórica y simbólica. › Relacionándolas con el área de cuadrados, rectángulos y volúmenes de paralelepípedos. › Determinando formas factorizadas. 	<ul style="list-style-type: none"> › Modelan concreta o pictóricamente (área de rectángulos) la propiedad distributiva de la multiplicación sobre la suma: $(a + b) \cdot c = ac + bc, (a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd.$ › Transforman productos en sumas y sumas en productos, en ejercicios rutinarios. › Elaboran expresiones algebraicas a base de composiciones de áreas y perímetros de figuras 2D. › Representan composiciones de áreas y perímetros de figuras 2D, basándose en expresiones algebraicas. › Desarrollan y reducen términos algebraicos que incluyen sumas y productos, en ejercicios rutinarios.
OA 7 Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal: <ul style="list-style-type: none"> › Utilizando tablas. › Usando metáforas de máquinas. › Estableciendo reglas entre x e y. › Representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de Venn), de manera manual y/o con software educativo. 	<ul style="list-style-type: none"> › Elaboran, completan y analizan tablas de valores y gráficos, y descubren que todos los pares de valores tienen el mismo cociente ("constante de proporcionalidad"). › Descubren el concepto de función mediante la relación de proporcionalidad directa. › Descubren que la inclinación (pendiente) de la gráfica depende de la constante de la proporcionalidad. › Representan la noción de función de manera concreta (utilizando metáforas de máquinas), pictórica o simbólica. › Elaboran las tablas de valores y gráficos correspondientes, basados en ecuaciones de funciones lineales $f(x) = a \cdot x$ ($y = a \cdot x$). › Representan la linealidad $f(kx) = kf(x)$ y $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ en tablas y gráficos. › Identifican la pendiente del gráfico $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ de la función $f(x) = a \cdot x$ con el factor a. › Verifican que las coordenadas de puntos pertenecientes al gráfico son soluciones de la ecuación $f(x) = a \cdot x$. › Modelan situaciones de la vida cotidiana o de ciencias con funciones lineales.

UNIDAD 2

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</p> <p>OA 8 Modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, usando ecuaciones lineales de la forma: $ax = b; \frac{x}{a} = b; a \neq 0; ax + b = c; \frac{x}{a} + b = c;$ $ax = b + cx; a(x + b) = c; ax + b = cx + d$</p>	<p>Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Representan pictóricamente, mediante balanzas, ecuaciones de la forma: $ax = b; \frac{x}{a} = b; a \neq 0; ax + b = c; \frac{x}{a} + b = c; ax = b + cx; a(x + b) = c;$ $ax + b = cx + d$. › Identifican las actividades “agregar a la balanza” con la adición y “sacar de la balanza” con la sustracción. › Modelan transformaciones equivalentes con actividades que mantienen el equilibrio de la balanza. › Modelan situaciones que requieren de una ecuación o inecuación para responder a un problema. › Resuelven ecuaciones de la forma: $ax = b; \frac{x}{a} = b; a \neq 0; ax + b = c; \frac{x}{a} + b = c; ax = b + cx; a(x + b) = c;$ $ax + b = cx + d$ en ejercicios rutinarios. › Resuelven problemas cotidianos, utilizando ecuaciones e inecuaciones.
<p>OA 9 Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> › Representan inecuaciones de manera concreta (balanzas en estado de desequilibrio), pictórica o simbólica. › Reconocen que una transformación equivalente de una inecuación no debe alterar el sentido de la desigualdad. › Verifican en la recta numérica que la multiplicación (división) de una inecuación con un número negativo invierte el sentido de los símbolos $<$, $>$. › Resuelven inecuaciones de la forma $ax + b < c$ o $ax + b > c$ en ejercicios rutinarios. › Resuelven problemas de la vida cotidiana que tienen una base fija y cambio constante, mediante ecuaciones e inecuaciones de la forma mencionada.

UNIDAD 2

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</p>	<p>Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:</p>
OA 10 Mostrar que comprenden la función afín: <ul style="list-style-type: none"> › Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal. › Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano. › Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo. › Relacionándola con el interés simple. › Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas. 	<ul style="list-style-type: none"> › Representan, completan y corrigen tablas y gráficos pertenecientes a cambios con una base fija y tasa de cambio constante. › Elaboran, basados en los gráficos, la ecuación de la función afín: $f(x) = a \cdot x + b$. › Determinan las regiones en el plano cartesiano cuyos puntos $p(x,y)$ representan soluciones (x,y) de las inecuaciones: $y < a \cdot x + b$ o $y > a \cdot x + b$. › Diferencian modelos afines, lineales y de proporcionalidad inversa. › Modelan situaciones de la vida diaria o de ciencias con funciones afines. › Identifican, en la ecuación funcional, el factor a con la pendiente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ de la recta y el sumando b con el segmento entre el punto de intersección del gráfico con el eje vertical y el origen $o(0,0)$. › Elaboran gráficos de funciones afines a y b dadas o con dos puntos dados y verifican que las coordenadas de puntos pertenecientes al gráfico son soluciones de la ecuación $f(x) = a \cdot x + b$. › Resuelven problemas de la vida diaria o de ciencias que involucran el cambio constante expresado mediante ecuaciones recursivas de la forma $f(x + 1) - f(x) = c$.

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

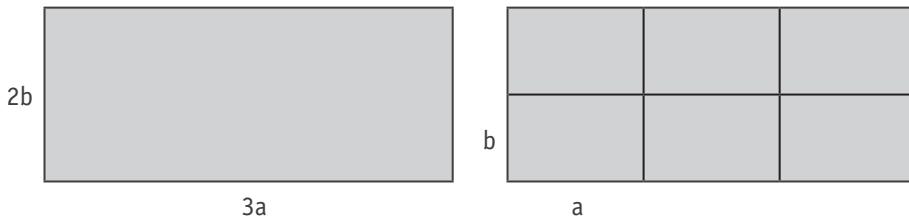
Objetivo de Aprendizaje

OA 6

Mostrar que comprenden las operaciones de expresiones algebraicas:

- › Representándolas de manera pictórica y simbólica.
- › Relacionándolas con el área de cuadrados, rectángulos y volúmenes de paralelepípedos.
- › Determinando formas factorizadas.

1. El dibujo muestra dos rectángulos que tienen la misma área.



Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

Observaciones al docente

Esta actividad puede ser modificada, utilizando diferentes rectángulos y diferentes medidas. También se pueden ir juntando rectángulos iguales e ir observando y anotando qué ocurre con el área y con el perímetro.

Se sugiere que los alumnos repitan los procesos de búsqueda tantas veces sea necesario para controlar eventuales errores. (OA C)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Modelar

Usar modelos para resolver problemas. (OA h)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

2. Expresan el siguiente proceso con una transformación algebraica: Elaboran una expresión aritmética de la situación 1.



- › Transforman la expresión aritmética 1 en la expresión aritmética 2 y mencionan la propiedad algebraica aplicada.
- › Transforman la expresión aritmética 2 en un producto y mencionan la propiedad algebraica aplicada.

Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

Modelar

Usar modelos para resolver problemas. (OA h)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

3. Un rectángulo se construye con 10 palitos del largo x y 6 palitos del largo y . Los palitos del mismo largo se utilizan en lados opuestos.
› Elaboran una expresión algebraica para el área del rectángulo.
› Transforman algebraicamente esta expresión en otro producto.
› Visualizan con rectángulos la transformación algebraica realizada.

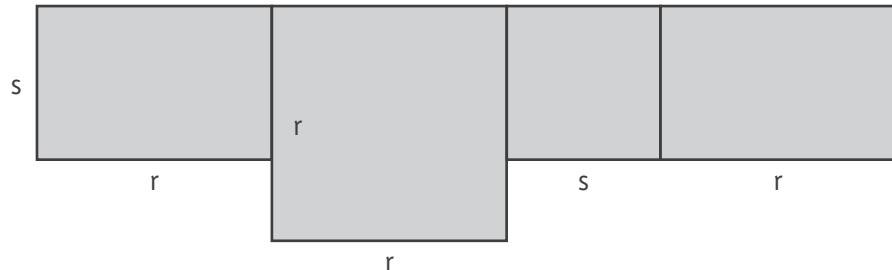
Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Modelar

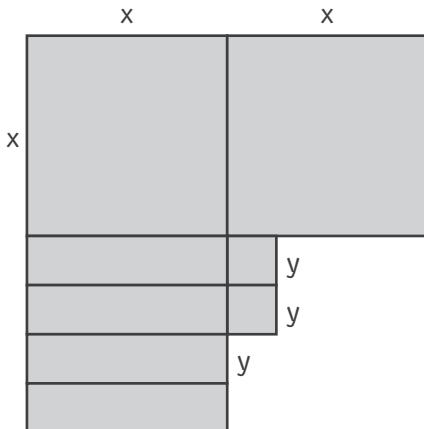
Usar modelos para resolver problemas. (OA h)

4. En el dibujo se muestra la composición de cuatro figuras 2D.



- a. Elaboran una expresión aritmética que representa el área de la composición de las cuatro figuras 2D.
- b. Reagrupan, mediante un dibujo, las cuatro figuras 2D en un cuadrado con el lado $r + s$.

- c. Elaboran el término algebraico que representa el área de este cuadrado.
- d. Transforman la expresión aritmética del ejercicio a a la expresión aritmética del primer producto notable.
- e. Verifican la equivalencia de ambas expresiones, razonan y comunican el resultado.
5. En el dibujo se muestra una composición de cuadrados y rectángulos.



- a. Elaboran una expresión aritmética de la composición de cuadrados y rectángulos.
- b. Reagrupan, mediante un dibujo, las 8 figuras en dos cuadrados grandes del lado $x + y$.
- c. Elaboran una expresión algebraica multiplicativa que representa el área de los cuadrados.
- d. Factorizan la expresión aritmética del ejercicio a y verifican la equivalencia de ambas expresiones.

Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

Modelar

Usar modelos para resolver problemas. (OA h)

6. Consideran las siguientes figuras:

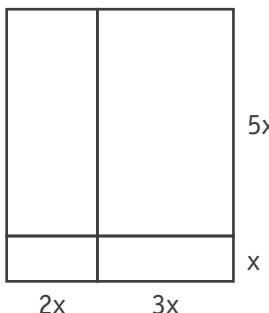


Figura 1

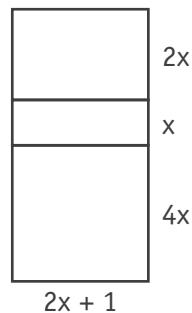


Figura 1

- › Calculan el área de cada una de las regiones que componen cada figura.
- › Describen qué tienen en común las expresiones resultantes.
- › Agrupan aquellas que tengan el mismo factor literal y las reducen.
- › Expresan la expresión final como un polinomio.
- › Calculan el área de cada figura, sin considerar la subdivisión de ellas.

Observaciones al docente

Los estudiantes deben controlar en forma autónoma los resultados de los ejercicios anteriores para validar sus resultados. Una posibilidad es realizar esta validación en forma pictórica. (OA A)

Objetivo de Aprendizaje

OA 7

Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal:

- › Utilizando tablas.
- › Usando metáforas de máquinas.
- › Estableciendo reglas entre x e y .
- › Representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de venn), de manera manual y/o con software educativo.

1. Los estudiantes resuelven la siguiente tarea: en el dibujo se muestra una copiadora que puede aumentar o reducir el tamaño de los originales.



- › La copiadora está enfocada para duplicar la altura de las letras. Completan la tabla con las alturas x de las letras originales y las letras de las copias $f(x)$.

ALTURA ORIGINAL x EN mm	6	8	10	12	16	20	36	48	72
ALTURA IMAGEN $f(x)$ EN mm									

- › Para otro trabajo, la copiadora está enfocada para reducir las alturas de las letras a la mitad. Completan la tabla.

ALTURA ORIGINAL x EN mm	11	12	16	18	22	26	28	64	90
ALTURA IMAGEN $f(x)$ EN mm									

Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Modelar

Seleccionar y ajustar modelos lineales para resolver problemas. (OA i)

2. Los estudiantes resuelven la siguiente tarea: una función lineal f con la ecuación funcional $f(x) = a \cdot x$ modela una máquina que aumenta o reduce los ingresos según un factor constante. Una función se puede representar por pares de números ordenados $(x, f(x))$. Escriba una función lineal que modele el aumento de ingresos y otra que modele la reducción. Grafique ambas e indique pares de números ordenados.

Observaciones al docente

Para las siguientes actividades, se sugiere utilizar algún *software* educativo que permita hacer gráficas, como el Winplot, que se puede descargar desde
› <http://www.softonic.com/s/para-graficar-funciones-matematicas>

También se puede trabajar con programas de gráficas en línea; por ejemplo:

- › <http://www.disfrutalasmatematicas.com/graficos/grafico-funciones.php>
- › <http://wolframalpha0.blogspot.com/2012/09/como-graficar-funciones-online.html>

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

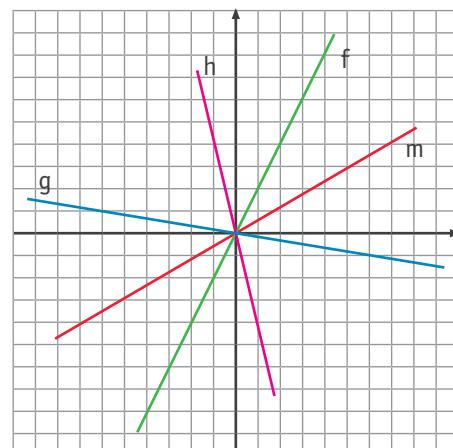
Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

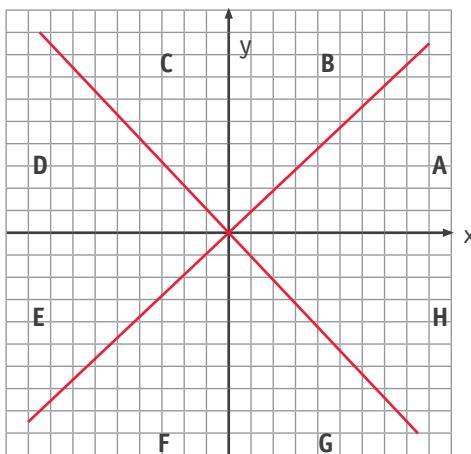
Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

3. Los estudiantes resuelven la siguiente tarea: en el sistema de coordenadas aparecen cuatro gráficos de funciones lineales: f , g , h , m .
- › Determinan las ecuaciones funcionales de las funciones f , g , h , m .
 - › ¿Cuáles de las funciones representan un crecimiento y cuáles presentan un decrecimiento? Razonan y comunican las respuestas.
 - › ¿Qué punto tienen los gráficos en común? ¿Es el único punto en común? Razonan y comunican las respuestas.
 - › Relacionan los siguientes puntos con los gráficos respectivos:
 $P(-14,2)$, $Q(10,6)$, $R(8,16)$, $S(-3,12)$.



4. Los estudiantes resuelven la siguiente tarea: dadas las siguientes ecuaciones funcionales, determinan cuáles de ellos pasan por los sectores A, B, C, D, E, F, G, H , sin dibujar los gráficos:

- › $f(x) = -0,75x$
- › $g(x) = 1,5x$
- › $h(x) = 0,25x$
- › $k(x) = -2,5x$
- › $m(x) = \frac{3}{5}x$
- › $n(x) = -\frac{5}{4}x$



5. Los estudiantes resuelven la siguiente tarea: Un avión vuela a velocidad constante con el autopiloto prendido. En la cabina de los pasajeros, la pantalla informa periódicamente los datos del vuelo. Sofía, que viaja en el avión, anotó los siguientes datos y calculó la velocidad del avión.

Tiempo a destino: 4:00

Distancia a destino: 720km

Tiempo a destino: 3:58

Distancia a destino: 716km

Tiempo a destino: ?

Distancia a destino: ?

a. ¿A qué velocidad vuela el avión?

b. ¿Qué datos del vuelo aparecerán en la pantalla media hora más tarde?

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas (OA k)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Modelar

Seleccionar y ajustar modelos lineales para resolver problemas. (OA i)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

c. Para calcular los datos del vuelo, en adelante se cuentan los minutos a partir de 0 min y el recorrido a partir de 0 km. Determinan la ecuación funcional del vuelo a velocidad constante. (x tiempo en horas, y recorrido en km).

d. Completan la siguiente tabla.

x	0,5	1	1,5	2	2,5
y					

Observaciones al docente

Esta actividad puede ser reforzada o sustentada por datos extraídos del internet sobre información de vuelos y de destino. Con esto se invita a los estudiantes a cuestionar datos entregados. **(OA E)**

Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

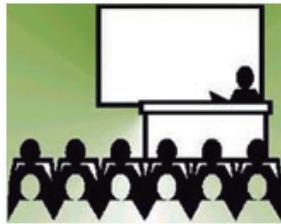
Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

6. Los estudiantes resuelven la siguiente tarea: Con el foco ajustado, un proyector triplica el tamaño de los objetos que aparecen en el original. Para una presentación, se necesitan imágenes que se proyecten 6 veces más grande. Hay dos posibilidades para resolver el problema. Conjeturan sobre las soluciones.

- › Se aumenta el foco existente. ¿Con qué foco adicional se logra?
- › El proyector no puede enfocar a un aumento más grande. Se decide aumentar previamente el tamaño del original. ¿Cuál sería el aumento previo para lograr la proyección?
- › Describen la función del proyector con una ecuación funcional para el ingreso x .
- › Describen la proyección del doble tamaño ($2x$) por el proyector con una ecuación funcional.
- › Verifican la siguiente igualdad: $f(2x) = 2 \cdot f(x)$

7. Los estudiantes resuelven la siguiente tarea: Con un data show, se proyecta el logo de una empresa. En la pantalla, el logo del computador tiene dos franjas paralelas. La franja inferior, de color verde, tiene una altura de 12 mm y la franja superior, de color amarillo, tiene 6 mm de altura. El *data show* está enfocado para proyectar con el factor 30 los objetos que están en la pantalla del computador.



- › Calculan la altura total del logo como aparece en la pantalla de proyección.
 - › Calculan por separado las alturas de la franja verde y de la franja amarilla.
 - › Describen la función del proyector, enfocado al factor 30 con una ecuación funcional. A los tamaños originales en la pantalla del computador se consigna la variable x .
 - › Verifican la siguiente igualdad: $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$
8. Los estudiantes resuelven la siguiente tarea: aplican la linealidad de la siguiente función lineal $f(x) = 5 \cdot x$ y completan la tabla con variables, términos y valores funcionales.

VARIABLE X_1	VARIABLE X_2	TÉRMINO FUNCIONAL	VALOR FUNCIONAL
18		$0,5 \cdot f(x_1)$	
20	12	$f(x_1 + x_2)$	
		$2 \cdot f(x_2)$	100
5	8	$f(x_1 - x_2)$	
0,5	7,5	$\frac{1}{4}f(x_1 + x_2)$	
3	13		-50

Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

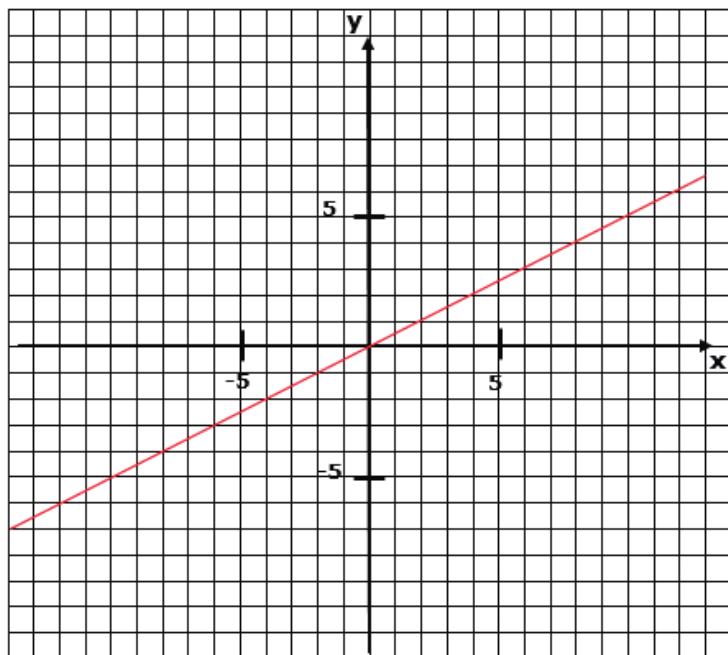
Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

9. Los estudiantes resuelven la siguiente tarea. Verifican en el gráfico la linealidad de la función $f(x) = \frac{1}{2}x$.

- › Representan la igualdad $f(k \cdot x) = k \cdot f(x)$ para $x = 2$ y $k = 4$
- › Representan la igualdad $f(x_1 + x_2) = f(x_1) + f(x_2)$ para $x_1 = 2$ y $x_2 = -6$
- › Representan la igualdad $k \cdot f(x_1 + x_2) = k \cdot f(x_1) + k \cdot f(x_2)$ para $x_1 = -8$, $x_2 = 10$ y $k = 4$

Ejemplo para reproducir en la sala de clase.



Objetivo de Aprendizaje

OA 8

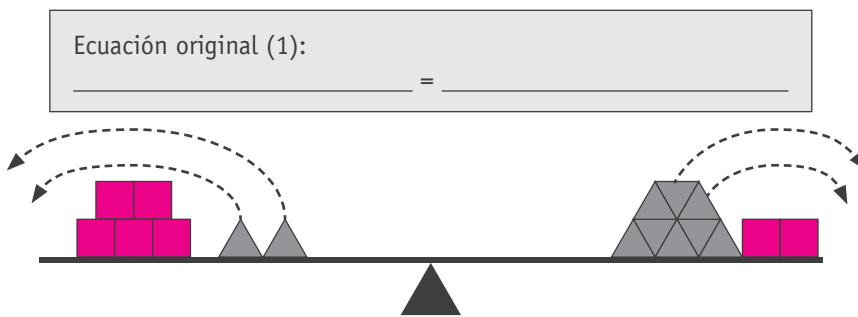
Modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, usando ecuaciones lineales de la forma:

$$ax = b; \frac{x}{a} = b; a \neq 0; ax + b = c; \frac{x}{a} + b = c;$$

$$ax = b + cx; a(x + b) = c; ax + b = cx + d$$

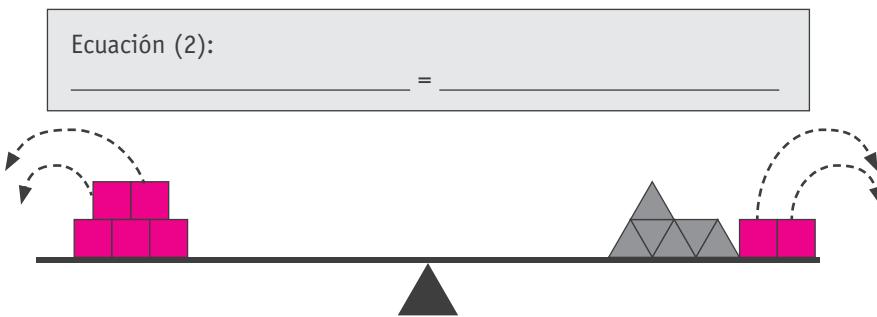
- Modelan la situación de la balanza de la figura 1 con una ecuación de la forma $ax + b = cx + d$.

Figura 1



- Describen el cambio que se realiza en la balanza de la figura 1 y anotan la operación matemática correspondiente que se aplica a la ecuación original (1).

Figura 2



- Elaboran la ecuación (2) que modela la balanza en la figura 2.
- Describen el cambio que se realiza en la balanza y anotan la operación matemática correspondiente que se aplica a la ecuación (2).

Modelar

Usar modelos para resolver problemas. (OA h)

Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

Figura 3

Ecuación (3):

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



- › Elaboran la ecuación (3) que modela la balanza en la figura 3. Describen el cambio que se realiza en la balanza y anotan la operación matemática correspondiente que se aplica a la ecuación (3).

Figura 4

Ecuación (4):

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$



- › Elaboran la ecuación (4) que modela la balanza en la figura 4. Reconocen que la ecuación (4) representa la solución de la ecuación original.
- › Realizan simbólicamente la prueba de la ecuación.

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas.
(OA a)

2. Resuelven la ecuación $4x + 3 = 2x + 5$ mediante transformaciones equivalentes que se aplicaron a la ecuación de la actividad 1. Anotan las transformaciones equivalentes detrás de la barra vertical al margen derecho de la ecuación. Realizan simbólicamente la prueba de la ecuación original.

Ecuación original (1):

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ecuación (2):

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ecuación (3):

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Ecuación (4):

$$\underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

Los estudiantes resuelven los siguientes problemas:

3. El precio total de una nueva estufa de calefacción se calcula según la siguiente clave: el precio de la estufa más el costo de la instalación, que se cobra por las horas de trabajo.
 - › Elaboran una ecuación lineal que representa el precio total de la estufa, incluida la instalación. Utilizan las siguientes variables: horas de trabajo es x , el precio por la hora a , el precio de la estufa b y el costo total c .
 - › Calculan el precio total para distintos tipos de estufas y cobros de instalación. Completan la tabla.

CANTIDAD DE HORAS x EN HORAS	COBROS POR HORA a EN \$	PRECIO DE LA ESTUFA b EN \$	PRECIO TOTAL c EN \$
3,25	25 000	300 000	
3,5	30 000	400 000	

- › De una venta anterior, se conoce el precio total de la estufa de \$ 468 000, el precio de la instalación de \$ 108 000 y el cobro por hora, de \$ 24 000. Para tener una idea del tiempo necesario para la instalación, se quiere determinarlo mediante estos datos. Modelan y resuelven el problema con una ecuación adecuada.



® Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).

4. Seis compañeros de trabajo jugaron al “loto” y ganaron \$ 36 321 741. Antes de repartir la ganancia, decidieron que cada uno donará \$ 50 000 a una institución social.
 - › Estiman el monto aproximado que queda para cada uno de los compañeros.
 - › Elaboran una ecuación que modela la idea de repartir la ganancia en el loto.
 - › Despejan la ecuación a la variable que representa la ganancia de cada uno.
 - › Calculan el monto con el cual queda cada uno de los seis compañeros.

® Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Describir relaciones y situaciones matemáticas usando símbolos. (OA d)

Act. 4 Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

5. Una compañía telefónica tiene el siguiente plan para cobrar las llamadas mensualmente realizadas: El cobro base para la prestación del servicio es de \$14 000, que incluye 120 minutos sin costos. Para cada minuto que sobrepasa el límite de 120 minutos, se cobran \$95. En la cuenta mensual de una familia, sale un monto total de \$18 750.

- › Estiman la cantidad aproximada de minutos que sobrepasan el límite.
- › Elaboran una ecuación para calcular los minutos extra hablados.
- › Calculan los minutos que sobrepasan el límite de 120 minutos.

® Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 21 de 8° básico.

6. Un pasajero viaja en la línea 1 del Metro de Santiago de San Pablo a Baquedano. La estadía aproximada en cada estación se estima en 30 segundos. El recorrido de aproximado 10 km demora 22,5 min.

- a. Determinan el número de estaciones que debe recorrer el pasajero, usando el plan de la línea 1 (ver gráfico).



(Fuente: <http://www.transportchile.com>)

- b. Elaboran una ecuación para calcular el tiempo en segundos del tren del Metro en movimiento.
- c. Calculan, con el resultado de la actividad b, la velocidad promedio del Metro en el recorrido entre San Pablo y Baquedano. Expresan la velocidad en $\frac{m}{s}$ y en $\frac{km}{h}$.

Observaciones al docente

Los estudiantes pueden tomar decisiones de factibilidad de un recorrido y el tiempo necesario basados en conocimientos previos, experimentales o matemáticos; utilizan la ecuación obtenida para confirmar la veracidad de la información entregada en la página web del metro. (OA E)

Para mayor información, se puede visitar <http://www.metro.cl/>

® Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 21 de 8° básico.

7. Dos empresas que arriendan autos tienen distintos sistemas de cobranza. En la empresa A se cobra una base fija por día de \$ 25 000 y \$ 90 por kilómetro recorrido, mientras la empresa B tiene una base fija de \$30 000 y cobra \$ 80 por kilómetro recorrido.
- › Estiman en forma intuitiva en qué empresa el arriendo de un auto será más económica, si se piensa recorrer muchos kilómetros.
 - › Elaboran una ecuación para determinar el precio de cada empresa para determinar la más económica.

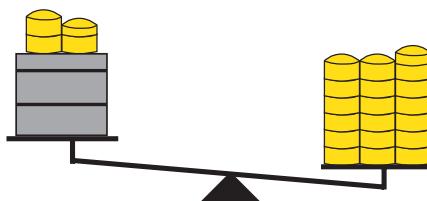
⑧ **Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).**

Objetivo de Aprendizaje

OA 9

Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con software educativo.

1. El dibujo muestra una balanza en desequilibrio. El adoquín grande en gris corresponde a la variable x .



- › Resuelven pictóricamente la inecuación. Dibujan los cambios y completan el lado derecho de la balanza.
- › Resuelven simbólicamente la inecuación mediante transformaciones equivalentes.
- › Expresan verbal y simbólicamente el conjunto solución.

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjetas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

Representar

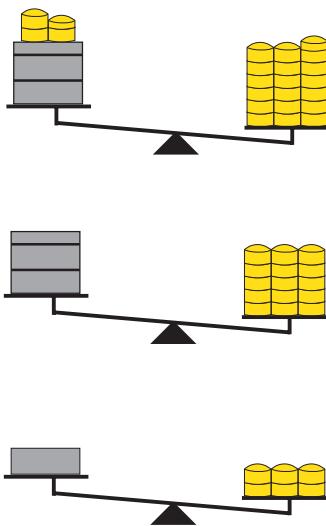
Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

Observaciones al docente

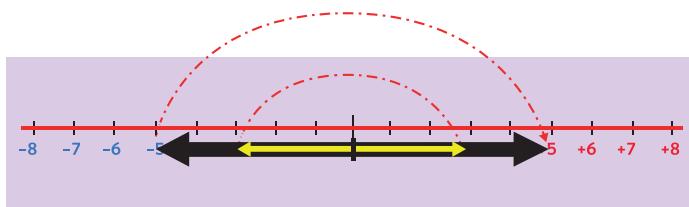
La solución pictórica de esta inecuación se muestra a continuación. Se debe considerar que los estudiantes consideren las figuras también en parciales, como muestra la figura se tienen $2,5x + 3,5 < 18,5$.



Los estudiantes planifican su trabajo y los procedimientos detalladamente, utilizando los conocimientos de resolución de ecuaciones con balanzas. **(OA C)**

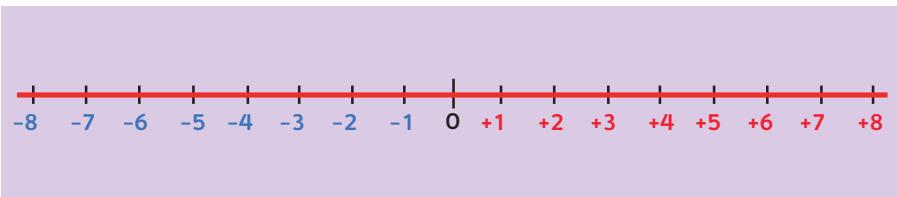
2. Muestran pictóricamente en la recta numérica el efecto que resulta si se multiplica una inecuación por el factor -1.

- › Leen los números negativos representados por flechas en la recta numérica.
- › Establecen una relación de < o > entre ellos.
- › Verifican el efecto de la multiplicación con el factor -1.
- › Leen los números que resultan.
- › Establecen una relación de < o > entre los resultados.
- › Verbalizan el efecto de la multiplicación de una inecuación con -1.

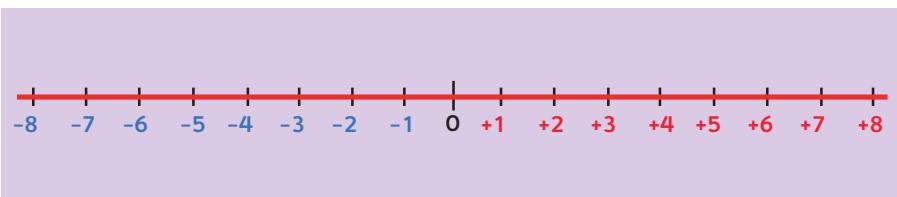


3. Representan en la recta numérica las siguientes relaciones de desigualdad y realizan pictórica y simbólicamente las multiplicaciones con números negativos.

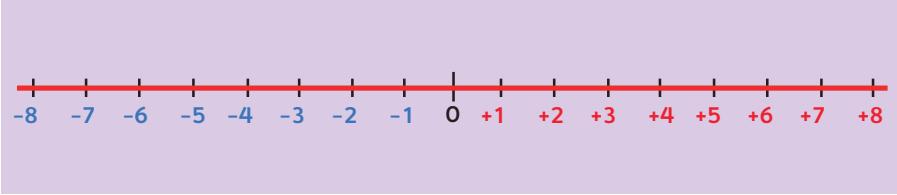
› $-2 > -3$ (multiplicación por -2)



› $1,5 < 2$ (multiplicación por -2)



› $-8 < -6$ (multiplicación por $-\frac{1}{2}$)



› Resuelven la inecuación $3 - x < 1$ de manera pictórica.

Observaciones al docente

Una vez que los estudiantes practiquen las diferentes formas de representar las inecuaciones, pueden utilizar calculadoras para facilitar los cálculos y concentrarse en el significado de los resultados. También pueden usar *software* educativo para resolver o representar inecuaciones y sus soluciones.

Representar

Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. (OA l)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

Resolver problemas

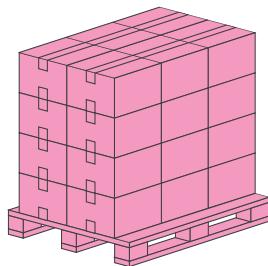
Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

4. Se quiere cargar un camión con sacos de cemento de 25 kg. El camión tiene un peso neto de 2,8 t y no debe llegar a un peso total de 8 t.
- › ¿Con cuántos sacos se puede cargar el camión como máximo?
 - › Si se quiere cargar el camión solamente hasta que no se sobrepase el 90% del peso máximo permitido, ¿cuántos sacos se pueden cargar?

5. Para una encomienda de libros de 250 g de peso, hay que respetar el peso máximo total de 10 kg por paquete. El envío por correo se hace rentable a partir de un peso total de 2,5 kg. El embalaje pesa 500 g. ¿Cuál es la cantidad mínima y la cantidad máxima de libros para una encomienda según las condiciones mencionadas?



- › Elaboran una inecuación para determinar el número mínimo de libros en un paquete.
- › Resuelven la inecuación y determinan el número mínimo de libros.
- › Elaboran una inecuación para determinar el número máximo de libros en un paquete.
- › Resuelven la inecuación y determinan el número máximo de libros en un paquete.

6. Una persona tiene una deuda de \$ 637 500 con un pariente, que no le cobra interés. Para cancelar la deuda, decide depositar mensualmente \$ 75 000. ¿Cuántos meses demora en pagar la deuda?
- › Elaboran una inecuación para determinar el número mínimo de meses para llegar a saldar la deuda.
 - › Resuelven la inecuación y determinan el número mínimo de meses necesarios.
 - › Conjeturan acerca del número mínimo de meses si se logra depositar el doble de la mensualidad. Explican y comunican la respuesta sin elaborar una nueva inecuación.
7. En el aula de un colegio, se planifica un concierto para adquirir instrumentos musicales. El aula dispone de 400 asientos. Se ofrecen dos entradas diferentes de \$ 1 800 y de \$ 3 000. Los ingresos deben ser de \$ 1 000 000 como mínimo.
- › ¿Cuántos cupos de \$ 3 000 debe tener la sala como mínimo? Elaboran una inecuación para resolver el problema.
 - › Resuelven la ecuación y determinan los cupos mínimos de \$ 3 000.

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

Objetivo de Aprendizaje

OA 10

Mostrar que comprenden la función afín:

- › Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal.
- › Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano.
- › Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo.
- › Relacionándola con el interés simple.
- › Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

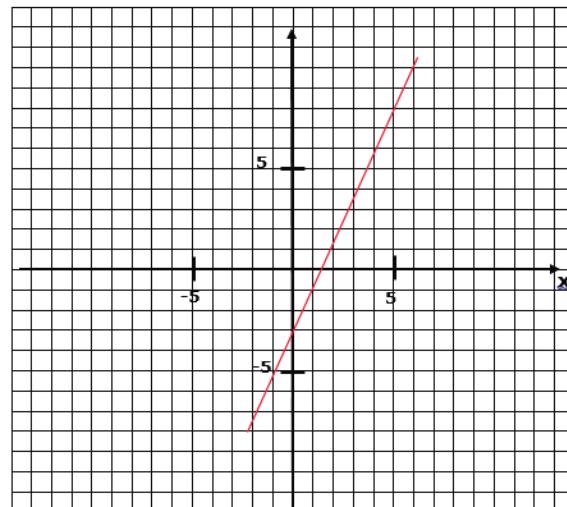
Los estudiantes resuelven los siguientes problemas:

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)



- a. Determinan la ecuación funcional.
- b. ¿Cuáles de los siguientes puntos pertenecen al gráfico?
 - › A(4,7)
 - › B(-1,-5)
 - › C(6,12)
 - › D(7,15)
 - › E(-2,-8)
 - › F(8,17)
 - › G(10,22)

Verifican la incidencia con la ecuación funcional.

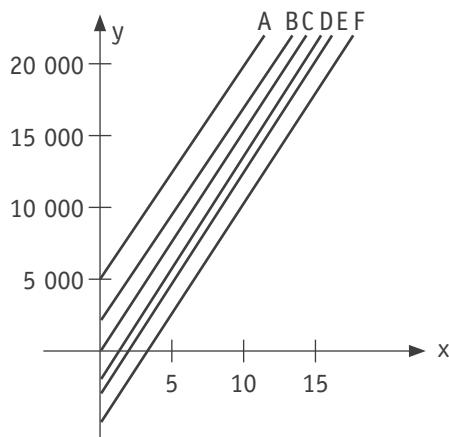
- c. Calculan la coordenada faltante para que los siguientes puntos pertenezcan al gráfico de la función representada en la figura.

- › H(12, y_1)
- › K(x_2 , -13)
- › L(x_3 , 9,5)

Observaciones al docente

Se sugiere utilizar algún *software* educativo para realizar gráficas de manera simultánea sobre un plano de coordenadas; por ejemplo, el Winplot, que se puede descargar de <http://www.softonic.com/s/para-graficar-funciones-matematicas>. También se puede trabajar con programas de gráficas en línea, por ejemplo: <http://www.disfrutalasmaticas.com/graficos/grafico-funciones.php> <http://wolframalpha0.blogspot.com/2012/09/como-graficar-funciones-online.html>

2. Una empresa del suministro de agua potable cobra un cargo fijo de \$ 2 000 más \$ 1 500 por metro cúbico del consumo. Por un error en la cuenta anterior y para recompensar los inconvenientes, la empresa ofreció al cliente un bono \$ 5 000 para el próximo mes. En el sistema de coordenadas se representan seis gráficos de funciones afines.
- › ¿Cuál de los gráficos representa la función del precio del suministro para el próximo mes? Razonan y comunican la respuesta.
 - › Calculan el ahorro porcentual si se consumen 10 m³ de agua o 15 m³. Comentan el resultado.



Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Representar

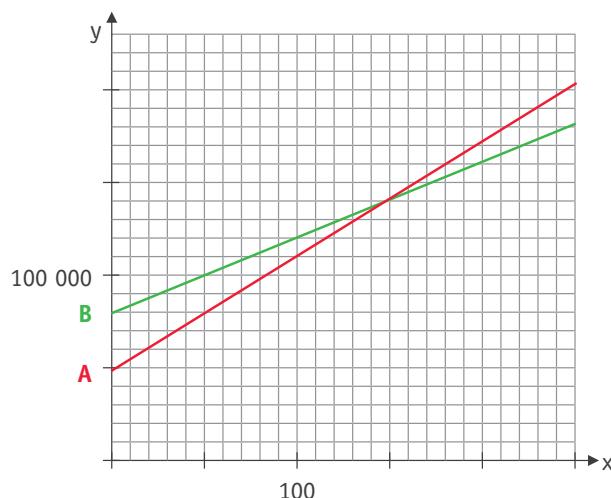
Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

3. Dos empresas, que realizan viajes estudiantiles, cobran un monto fijo para el chofer que se agrega a los kilómetros recorridos. El profesor a cargo del viaje elaboró dos gráficos con los cuales se puede aproximar y calcular los gastos para el curso. La variable y representa los gastos totales y la variable x , los kilómetros recorridos.

- › Elaboran las ecuaciones de ambas funciones afines y las representan en la forma $y = ax + b$
- › Determinan, mediante el gráfico, el cobro total de ambas empresas para 100 km y 200 km.
- › Verifican, con los resultados del ejercicio anterior, que la linealidad no se cumpla.
- › Determinan, mediante el gráfico, el kilometraje a partir del cual la cotización de la empresa B es más conveniente que la de la empresa A.
- › Conjeturan sobre la influencia del cobro fijo para el chofer en el gasto total si los kilómetros recorridos aumentan.



Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

® Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).

4. Marcan los puntos A(2,0) y B(0,3) en el sistema cartesiano de coordenadas y grafican una recta que pasa por ambos puntos.
- › Elaboran la ecuación funcional $y = m \cdot x + n$ que corresponde a la recta que pasa por A y B.
 - Determinan las coordenadas de más puntos que pertenecen al gráfico y completan la tabla.

x	-4			2	4		8	
y		-3	3			-12		-6

5. El curso 8º B, de 25 alumnos, tiene una caja de ahorro para hacer una fiesta a fines de septiembre. En el Consejo de Curso al inicio del año, deciden pagar mensualmente una cuota de \$ 1 000 cada uno.



- › Elaboran una tabla que muestra el ahorro actual y el cambio. Completan la tabla.

AHORRO ACUMULADO MARZO	AHORRO ACUMULADO ABRIL	AHORRO ACUMULADO MAYO	AHORRO ACUMULADO JUNIO	AHORRO ACUMULADO JULIO	AHORRO ACUMULADO AGOSTO	AHORRO ACUMULADO SEPTIEMBRE
25 000						
CAMBIO DEL SALDO	CAMBIO DEL SALDO	CAMBIO DEL SALDO	CAMBIO DEL SALDO	CAMBIO DEL SALDO	CAMBIO DEL SALDO	CAMBIO DEL SALDO

- › Elaboran la ecuación de una función matemática f que modela el ahorro del curso. La variable independiente es el tiempo t y la constante del ahorro mensual es c .
- › Elaboran la ecuación del ahorro del curso en la forma recursiva $f(t + 1) = f(t) + c$.
- › Si en los meses de junio y agosto se suspende la cuota del ahorro, calculan el ahorro hasta septiembre mediante la ecuación recursiva $f(t + 1) = f(t) + c$.

® Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

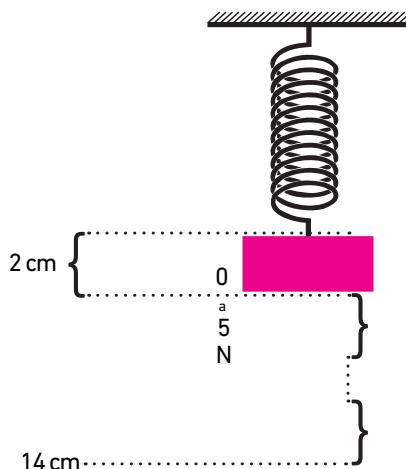
Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

6. Un resorte se expande de la siguiente manera: con igual fuerza, se expande la misma distancia.



- › Elaboran la ecuación de evolución de una función matemática que modela la expansión del resorte que aparece en el recuadro.
- › Calculan sucesivamente, mediante la ecuación, la fuerza necesaria para lograr una expansión de 14 cm.

® Ciencias Naturales OA 7 de 7º básico.

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

7. La foto muestra el sistema de anillos anuales de un abeto. El ancho aproximado de un anillo anual de abetos es de 4 mm.



- › Elaboran una ecuación de evolución de la forma $f(t + 1) = f(t) + c$, que modela el crecimiento del diámetro de un abeto. ($t = 1, 2, 3, \dots$ años).
- › Calculan sucesivamente el diámetro de un abeto si el círculo central tiene un diámetro de 20 mm, que corresponde a $f(1)$. Completan la tabla hasta el décimo año.

TIEMPO t	f(t)	f(t+1)
1	20	
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		

- En otra zona climática, los anillos anuales de los abetos tienen un ancho aproximado de 5 mm. Al inicio de la observación, un abeto tiene ya un diámetro de 150 mm. Calculan en forma sucesiva los años que faltan para llegar a un diámetro de 190 mm.

® Ciencias Naturales OA 12 de 7° básico y OA 4 de 8° básico.

8. En la última fecha del torneo de fútbol nacional, se juega el partido decisivo entre los primeros dos equipos de la tabla. El equipo A tiene tres puntos más y una ventaja de 13 goles. El equipo B podría ser campeón del torneo si gana y, a la vez, remonta la ventaja de 13 goles del equipo A.

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)



- Representan la evolución de la diferencia de goles entre ambos equipos con material concreto, como fichas o monedas, y determinan la cantidad de goles que debe convertir el equipo B para coronarse campeón del torneo.
- Elaboran la ecuación de evolución $f(t + 1) = f(t) + c$, que modela gol por gol el remontaje de la ventaja de goles del equipo A, y determinan la cantidad de goles que debe convertir el equipo B para ser campeón.
- Resuelven simbólicamente el problema del ejercicio, elaborando una ecuación no recursiva, y comparan los resultados y los métodos.

® Educación Física y Salud OA 5 de 8° básico.

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (0A h)

9. Elaboran ecuaciones recursivas del cambio constante por intervalos, de forma concreta, pictórica y simbólica.



- › Realizan saltos con fichas o botones sobre una huincha de medir, la cual representa la recta numérica. Se consideran saltos de dos en dos y de tres en tres con dirección opuesta, acercándose una ficha a la otra.
 - Registran las diferencias después de cada salto en una tabla.
 - Confeccionan un gráfico de puntos que representa el cambio de la diferencia.
 - Elaboran la ecuación recursiva con la cual se pueden calcular los valores del cambio de la diferencia.
- › Aplican el modelo del cambio constante expresado por una ecuación regresiva para resolver el problema relacionado con la construcción de un túnel, en la cual trabajan dos máquinas gigantes que excavan el túnel, partiendo de ambos extremos. La máquina izquierda avanza aproximadamente 4 m por día y la derecha, unos 5 m por día. El túnel tendrá un largo total de 283 m. Las máquinas trabajan en forma simultánea y después de cada 5 días, se hacen trabajos de mantención por 2 días. El 1º de marzo empiezan los trabajos.



(Fuente: www.herrenknecht.de)

- Elaboran la ecuación regresiva que determina la distancia entre ambas máquinas por intervalos de días.
- Determinan la distancia entre ambas máquinas después del cuarto día.
- Determinan la distancia que entre ambas máquinas el 25 de marzo. o ¿En qué día del año se encontrarán ambas máquinas?

Observaciones al docente

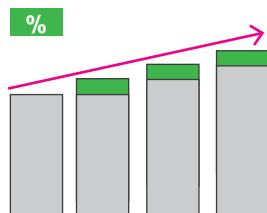
Los estudiantes pueden explicar algunas de las siguientes situaciones, basándose en el cambio constante por intervalos:

- › El desplazamiento por segundo de un cohete en la fase de la partida.
- › El crecimiento de un ahorro con depósito mensual constante con intereses anuales simples.
- › La cancelación de una deuda particular con cuotas mensuales, sin considerar intereses.
- › Llenar una piscina mediante una bomba que tiene un rendimiento constante por hora.
- › Llenar un tanque de regadío que tiene un afluente cuyo caudal se disminuye día por día.
- › El crecimiento aproximado anual del diámetro del tronco de un árbol.
- › El avance aproximado por hora de la lava en la fase eruptiva de un volcán.
- › El aumento de la presión hídrica por metro que siente un buceador en el agua.
- › La disminución del contenido de un bidón de gas licuado si una familia gasta por día aproximadamente la misma cantidad.

Se sugiere trabajar en dos actividades paralelas A y B; respectivamente, los que saltan para encontrarse y los que saltan alejándose. Tienen que hacerlo de forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. (OA D)

10. Resuelven los siguientes problemas:

- a. Un banco ofrece un plan de inversión con intereses mensuales simples de 0,5%. Al inicio del año, se invierte un capital de \$150 000.



- › Elaboran la ecuación de evolución del capital invertido.
- › ¿En qué mes el capital invertido llega a \$155 000?

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

Observaciones al docente

Esta actividad se puede ampliar con datos reales: los estudiantes usan procedimientos matemáticos para confirmar la veracidad de la información y la comparan con datos entregados por bancos, realizando nuevos gráficos y resolviendo problemas similares al propuesto. **(OA E)**

- b. Para sus vacaciones, Carlos ahorró \$57 500, estima que gastará unos \$2 500 por día y quiere saber cuánto le queda de su ahorro con el curso de los días.
- › Elaboran una ecuación de evolución de la forma $f(t+1) = f(t) + c$, que determina día por día el monto que queda del ahorro.
 - › Carlos se fue de vacaciones el 19 de enero. ¿Qué día el ahorro llegará a la mitad?
 - › ¿Qué día se acaba el ahorro?

® Historia, Geografía y Ciencias Sociales (Formación económica).

EJEMPLOS DE EVALUACIÓN

EJEMPLO 1	
Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p>OA 7</p> <p>Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal:</p> <ul style="list-style-type: none">› Utilizando tablas.› Usando metáforas de máquinas.› Estableciendo reglas entre x e y.› Representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de venn), de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.	<p>› Elaboran, completan y analizan tablas de valores y gráficos, descubriendo la relación entre la constante de proporcionalidad y la forma de encontrar cualquier término de la tabla.</p> <p>› Elaboran las tablas de valores y los gráficos correspondientes, basados en ecuaciones de funciones lineales $f(x) = a \cdot x$ ($y = a \cdot x$).</p> <p>› Identifican la pendiente del gráfico $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ de la función $f(x) = a \cdot x$ con el factor a.</p> <p>› Modelan situaciones de la vida cotidiana o de ciencias con funciones lineales.</p>

1

U2

EJEMPLO 1

Actividad

A base de esta actividad, se puede iniciar un proyecto.

Los alumnos trabajan con la siguiente información: Los árboles crecen de manera diferente en altura y rapidez.

› Traspasan la información de la tabla a un gráfico en el plano cartesiano.

› Encuentran el árbol que tiene el récord en cuanto a:

- Crecer rápido.

- Ser más viejo.

- Los más altos.

- Los que tienen el tronco más grueso.

- Reconocen crecimientos lineales dentro de períodos de tiempo.

EDAD DE LOS ÁRBOLES (EN AÑOS)	ALTURA (METROS)		
	PINO 1 (PINUS CEMBRA)	ROBLE (QUERCUS ROBUS)	PINO 2 (ABETO, ABIS BRACTEATA)
0	0	0	0
20	1,2	9,3	2,5
40	4	18,3	13,3
60	7	22,2	22,9
80	9,5	26,1	28,4
100	12,0	29,5	32,5
120	15,5	31,6	34,7
160	19

Criterios de evaluación

- › Elaboran un gráfico de puntos.
- › Determinan algebraica y gráficamente la recta que representa de manera general el crecimiento para los diferentes árboles explicitados en la tabla.
- › Reconocen que el crecimiento se detiene a partir de cierta cantidad de años y que se vuelve más lento; esto es, el crecimiento de los árboles no es siempre lineal.
- › Comparan el crecimiento de los árboles con el crecimiento humano.
- › Determinan los diferentes récords de manera adecuada, justificando con el gráfico de los árboles.
- › Averiguan sobre otros árboles chilenos y su crecimiento.

EJEMPLO 2

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
OA 8 Modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, usando ecuaciones lineales de la forma: $ax = b$; $\frac{x}{a} = b$, $a \neq 0$; $ax + b = c$; $\frac{x}{a} + b = c$; $ax = b + cx$; $a(x + b) = c$; $ax + b = cx + d$; $a, b, c, d, e \in Q$.	<ul style="list-style-type: none"> › Modelan transformaciones equivalentes con actividades que mantienen el equilibrio de la balanza. › Resuelven ecuaciones de la forma: $ax = b$; $\frac{x}{a} = b$, $a \neq 0$; $ax + b = c$; $\frac{x}{a} + b = c$; $ax = b + cx$; $a(x + b) = c$; $ax + b = cx + d$ en ejercicios rutinarios.

Actividad

Esta actividad se presta para que los alumnos se autoevalúen y se puede agregar al portafolio.

- › Responden las siguientes preguntas: ¿Cuánto dinero he gastado hasta la fecha? ¿cuánto gastaré hasta el fin del año?
- › Enumeran las pertenencias que han comprado ellos mismos o sus padres desde el inicio del año (incluye cuadernos, lápices y otros tipos de accesorios de su casa, no incluye vestimenta).
- › Ponen un precio razonable a cada uno de ellos.
- › Hacen un cálculo aproximado de lo que gasta en comida en un día.
- › Comparan con sus compañeros y encuentran diferencias y promedios.
- › Determinan la mejor ecuación (parámetros) que describe el gasto promedio en dinero de cada uno de los estudiantes de la clase.

Criterios de evaluación

- › Elaboran una lista de sus pertenencias, le ponen un precio y determinan el gasto en dinero realizado hasta la fecha.
- › Utilizan las operaciones básicas de manera adecuada en los cálculos.
- › Reconocen que su gasto diario depende de lo que se gasta en comida diariamente más un gasto en dinero por los accesorios ya adquiridos.
- › Comparan la constante con el consumo de sus compañeros y determinan el intervalo en que ésta varía.
- › Determinan un valor promedio para este año, dentro del intervalo de gasto en pertenencias (constante) ya realizadas y por realizar (no debería ser mucho más, el mayor gasto se hace en marzo).
- › Determinan el costo de la comida que consumen diariamente.
- › Determinan el gasto hasta la fecha y comparan con sus compañeros para determinar un gasto promedio de la clase.
- › Determinan una ecuación de la forma $ax + b = c$ que representa el gasto diario de cada estudiante de la clase y que pueden utilizar para proyectar su gasto anual.

EJEMPLO 3

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p>OA 10</p> <p>Mostrar que comprenden la función afín:</p> <ul style="list-style-type: none">› Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal.› Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano.› Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con software educativo.› Relacionándola con el interés simple.› Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.	<ul style="list-style-type: none">› Diferencian modelos afines, lineales y de proporcionalidad inversa.› Modelan situaciones de la vida diaria o de ciencias con funciones afines.› Identifican, en la ecuación funcional, el factor a con la pendiente $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ de la recta y el sumando b con el segmento entre punto de intersección del gráfico con el eje vertical y el origen $O(0,0)$.› Elaboran gráficos de funciones afines a y b dadas o con dos puntos dados y verifican que las coordenadas de puntos pertenecientes al gráfico son soluciones de la ecuación $f(x) = a \cdot x + b$.

Actividad

Trabajo en pares / en grupo.

Los alumnos resuelven lo siguiente:

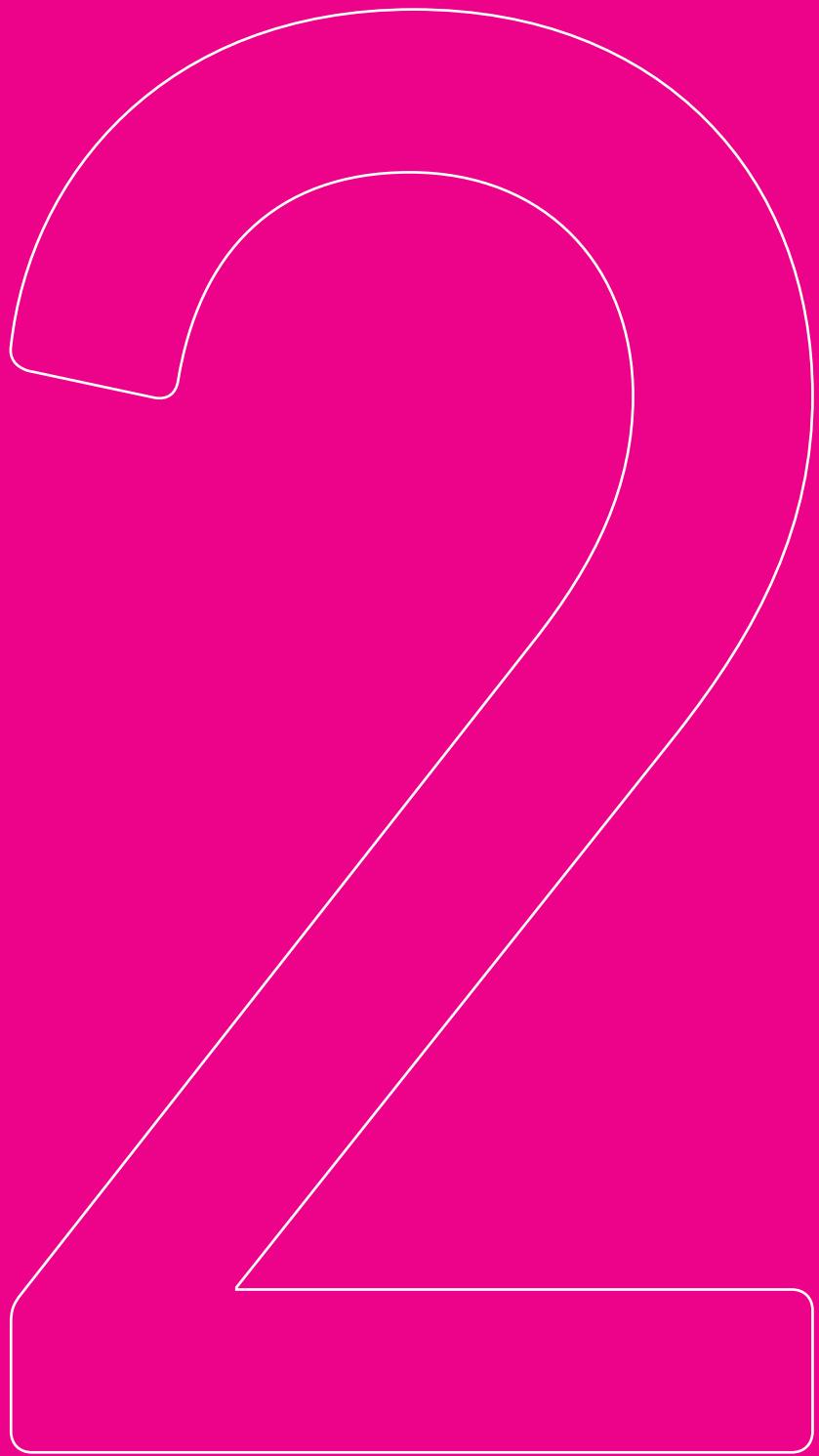
Un avión se eleva de manera constante y después de 1 200 m del punto de partida, se encuentra a 460 m de altura. Después de 4,5 km del punto de partida, se encuentra a 955 m de altura.

- a. Calcule qué tan rápido sube el avión.
- b. A qué altura se encuentra la pista de despegue?
- c. Si el mismo avión y con las mismas condiciones de elevación parte del aeropuerto de Santiago de Chile, ¿qué altura tendría después de 4,5 km del punto de partida?

Criterios de evaluación

- › Grafican los datos entregados.
- › Determinan la pendiente de la recta por medio del gráfico y la relacionan con el avance del avión en término de los metros del punto de partida y la altura.
- › Determinan la pendiente de la recta por medio del cálculo algebraico, señalando lo que ésta significa en el contexto.
- › Determinan el punto de partida y trazan la recta que representa la pista de despegue.
- › Concluyen que la ciudad o el aeropuerto de donde partió este avión se encuentra a ese nivel sobre el mar.
- › Averiguan a qué altura está Santiago y trasladan la recta para responder a la pregunta.

Semestre



UNIDAD 3

PROPÓSITO

En esta unidad, los estudiantes descubren y aplican las fórmulas del área de superficies y del volumen de prismas rectos y de cilindros. Para ello, comienzan con cuerpos conocidos, como el cubo, y trabajan con sus redes para determinar las relaciones entre largo, ancho y alto, necesarias para desarrollar el nuevo conocimiento. El foco de esta unidad está en el teorema de Pitágoras, que se introduce desde lo concreto de sus aplicaciones, con dibujos explicativos y con una demostración matemática, pero sencilla del mismo. Los alumnos deben resolver problemas que involucren dicho teorema en contextos como la geometría, la construcción y el arte. Se recomienda integrar material concreto o algún medio tecnológico visual que les permita aprovechar al máximo la riqueza del teorema. Otro foco radica en la descripción de movimientos como la traslación, la rotación y la reflexión. Los alumnos se pueden apoyar en el plano cartesiano y en las posibilidades que ofrece para este tema. Dentro de la descripción de movimientos, se comienza con algunos sencillos para continuar con la composición de dos o más de estos movimientos; la motivación puede provenir del arte o la matemática. También se sugiere usar aquí medios visuales o material concreto para ayudar a los estudiantes a desarrollar su capacidad espacial.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

- › Operaciones con números racionales.
- › Ecuaciones con soluciones racionales.
- › Construcción de triángulos.
- › Área de superficie de cubos y paralelepípedos.
- › Traslaciones, reflexiones y rotaciones.

PALABRAS CLAVE

Prismas rectos, cilindros, redes de cuerpos, teorema de Pitágoras, plano cartesiano, espacio, rotación, traslación, reflexión, composición de movimientos.

CONOCIMIENTOS

- › Área de superficies y volumen de prismas rectos con diferentes bases.
- › Área de superficies y volumen de cilindros.
- › Teorema de Pitágoras.
- › La posición y el movimiento de figuras 2D.
- › Movimientos de figuras 2D.
- › Composición de rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio.

HABILIDADES

- › Explicar y fundamentar:
 - Soluciones propias y los procedimientos utilizados.
 - Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.
(OA e)
- › Fundamentar conjeturas, dando ejemplos y contraejemplos. **(OA f)**
- › Evaluar la argumentación de otros, dando razones. **(OA g)**
- › Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.
- › Usar modelos, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos, para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. **(OA h)**

ACTITUDES

- › Demostrar curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en las propias capacidades, incluso cuando no se consigue un resultado inmediato. **(OA B)**
- › Demostrar interés, esfuerzo, perseverancia y rigor frente a la resolución de problemas y la búsqueda de nuevas soluciones para problemas reales. **(OA C)**
- › Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas.

UNIDAD 3

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</p>	<p>Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:</p>
<p>OA 11</p> <p>Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies y el volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Estimando de manera intuitiva área de superficie y volumen. › Desplegando la red de prismas rectos para encontrar la fórmula del área de superficie. › Transfiriendo la fórmula del volumen de un cubo (base por altura) en prismas diversos y cilindros. › Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria. 	<ul style="list-style-type: none"> › Arman y despliegan cajas de forma de prismas rectos. › Reconocen que las áreas laterales de todos los prismas rectos son rectángulos. › Elaboran redes de prismas rectos de diferentes bases y calculan las áreas de las superficies. › Resuelven problemas cotidianos que involucran el volumen y el área de prismas rectos. › Reconocen en forma intuitiva que los prismas a base de polígonos regulares se acercan a cilindros si se aumenta el número de los lados del prisma. › Confeccionan de manera concreta modelos de cilindros y los comparan con modelos o dibujos de prismas a base de polígonos regulares. › Transfieren la fórmula del volumen de un cubo para determinar la fórmula del volumen de un cilindro. › Calculan el área de cilindros en ejercicios rutinarios. › Resuelven problemas cotidianos y de ciencias relacionados con el área de la superficie y el volumen de cilindros.
<p>OA 12</p> <p>Explicar, de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana, de manera manual y/o con software educativo.</p>	<ul style="list-style-type: none"> › Descubren el teorema de Pitágoras concreta o pictóricamente, mediante descomposición o composición de cuadrados y triángulos rectángulos. › Dibujan triángulos rectángulos con los cuadrados respectivos encima los catetos y la hipotenusa, y verifican la validez del teorema de Pitágoras. › Reconocen que con dos lados del triángulo rectángulo dados, se puede calcular el tercer lado. › Despejan algebraicamente la fórmula $c^2 = a^2 + b^2$ para cualquier variable. › Estiman o calculan correctamente con la calculadora, las raíces cuadradas que resultan al aplicar el teorema de Pitágoras. › Verifican con las medidas dadas de un triángulo si es rectángulo o no. › Calculan el largo del lado faltante para que un triángulo sea rectángulo y lo verifican por construcción, aplicando el teorema de Tales (triángulos inscritos en una semicircunferencia). › Calculan los componentes perpendiculares de vectores dados. › Resuelven problemas cotidianos para calcular el largo de lados desconocidos y no accesibles en el plano y en el espacio, determinando primero los triángulos rectángulos respectivos.

UNIDAD 3

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
<p>Se espera que los estudiantes sean capaces de:</p>	<p>Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:</p>
OA 13 <p>Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo, utilizando:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Los vectores para la traslación. › Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión. › Los puntos del plano para las rotaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> › Realizan traslaciones en el plano con vectores dados. › Determinan el vector entre la imagen y la pre- imagen de 2 figuras 2D trasladadas y modelan la traslación y la combinación de traslaciones, por medio de vectores y la suma de ellos. › Reflexionan figuras 2D según los ejes dados, de manera concreta y pictórica. › Determinan el eje de reflexión entre la imagen y la pre-imagen de dos figuras 2D. › Reconocen que la rotación por 180° es una reflexión en un punto, llamado punto de simetría. › Identifican rotaciones, reflexiones y traslaciones en situaciones cotidianas.
OA 14 <p>Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo, y aplicar a las simetrías de polígonos y poliedros, y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.</p>	<ul style="list-style-type: none"> › Realizan diferentes combinaciones de traslaciones, reflexiones y rotaciones y reconocen las propiedades. › Realizan teselados con figuras 2D, según los patrones dados. › Identifican patrones de teselados dados, descubriendo experimentalmente las propiedades de la congruencia; es decir, la conservación de la medida de segmentos y de ángulos. › Reconocen transformaciones isométricas dadas en el plano, identificando puntos importantes, como vector de traslación, centro de rotación, ángulo de rotación, eje o punto de reflexión.

2

U3

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

Objetivo de Aprendizaje

OA 11

Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies y el volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros:

- › Estimando de manera intuitiva área de superficie y volumen.
- › Desplegando la red de prismas rectos para encontrar la fórmula del área de superficie.
- › Transfiriendo la fórmula del volumen de un cubo (base por altura) en prismas diversos y cilindros.
- › Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.

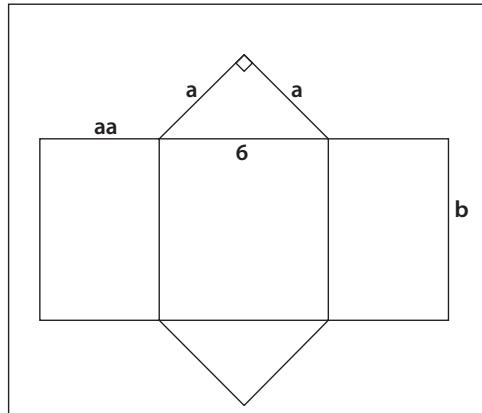
1. El dibujo muestra la red de una figura 3D.

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)



- › Denominan la figura 3D, indicando sus características.
- › ¿Cuál es el volumen de la figura 3D?
- › Un prisma recto tiene el área A y la altura h. Desarrollan la fórmula para calcular el volumen del prisma.
- › Miden los lados a, b y c. Calculan el área de la superficie de la figura 3D.

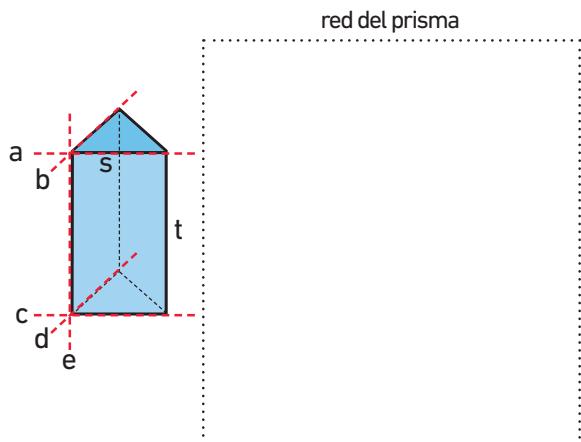
Observaciones al docente

Esta actividad se puede trabajar en grupos o con la clase completa. Desarrollar la fórmula de área o del volumen del prisma requiere de un estudiante que tiene ideas propias y las defiende sin rendirse fácilmente. (OA C)

Los alumnos formulan o exponen hipótesis propias acerca de cómo encontrar la fórmula del área de la superficie de un prisma o del volumen, compartiendo de forma desinteresada sus puntos de vista. (OA B)

2. En el recuadro se muestra el dibujo 3D de un prisma recto con la base de un triángulo equilátero.

- › Denominan los pares de polígonos.
- › Miden los lados y elaboran la red del prisma.
- › Calculan la superficie y el volumen del prisma.



3. La foto muestra el sistema de panales de abejas. La diagonal de una celda hexagonal es de aproximadamente 6 mm.



- › Calculan el área de un triángulo central de una celda, sabiendo que la altura en un triángulo equilátero mide aproximadamente el 87% de un lado.
- › Calculan el área de una celda.
- › Calculan el volumen de una celda si la altura es de $h = 12$ mm.
- › ¿Cuántas celdas hexagonales hay aproximadamente en un área de 1 dm^2 ?
- › Calculan aproximadamente el volumen de la miel que está en los panales de un área de 1 dm^2 .

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

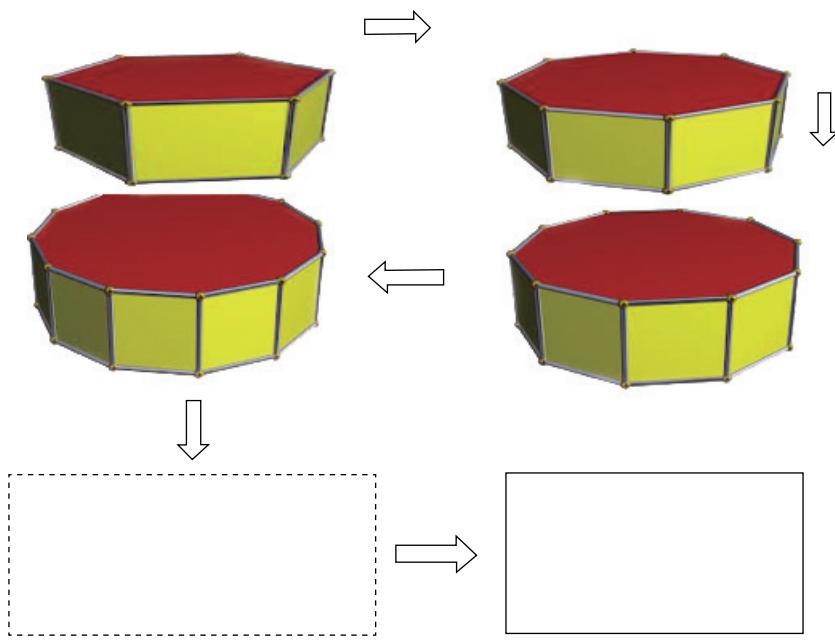
Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

4. El dibujo muestra cuatro figuras 3D.



Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

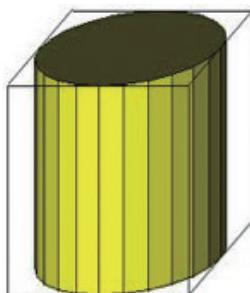
Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

(Fuente: www.de.wikipedia.org)

- › Identifican y denominan las figuras 3D.
- › Dibujan un círculo con $r = 3$ cm y construyen el octágono regular inscrito.
- › Dibujan la red del prisma octagonal, cuya altura es de 5 cm, y marcan con diferentes colores el perímetro de la base y el manto.
- › Conjeturan sobre la forma de los prismas si se aumentan los vértices.

5. El dibujo muestra un cilindro inscrito en un prisma de base cuadrada. La base tiene el lado d y el cilindro tiene la altura h . El cilindro inscrito toca las cuatro paredes del prisma.



(Fuente: www.de.wikipedia.org)

- › Estiman el volumen del cilindro en comparación con el volumen del prisma circunscrito.
Expresan el resultado en porcentaje.
- › Calculan la razón entre el área de una circunferencia y el cuadrado circunscrito. Expresan la razón en porcentaje.
- › Comparan los porcentajes y conjeturan sobre la fórmula del volumen de un cilindro con el diámetro d y la altura h .
- › Transfieren el resultado a un cilindro que tiene el radio r y la altura h .

Observaciones al docente

Se sugiere que los alumnos busquen una posible solución al problema, utilizando los conocimientos previos y sus estimaciones, y comprobando de forma autónoma para validad su resultado. (**OA B y OA C**)

Además, se espera que trabajen de manera colaborativa para que comparten sus conjeturas y soluciones con respecto al cálculo del volumen del cilindro; deben respetar y valorar las opiniones de todos. (**OA D**)

6. Determinan las medidas faltantes de un cilindro. Despejan la medida faltante de la fórmula del cilindro. Calculan con el valor aproximado de $\pi = 3,14$.
- › Radio $r = 8 \text{ cm}$, altura $h = 25 \text{ cm}$, medida faltante: volumen V .
 - › Altura $h = 16 \text{ cm}$, volumen $v = 1,256 \text{ l}$, medida faltante: radio r .
 - › Volumen $V = 14,139 \text{ dm}^3$, radio $r = 15 \text{ cm}$, medida faltante: altura h .
 - › Área basal $A = 200,96 \text{ cm}^2$, volumen $v = 3,0144 \text{ dm}^3$, medida faltante: altura h .
 - › Diámetro $d = 2,0 \text{ m}$, volumen $V = 15,7 \text{ m}^3$, medida faltante: altura h .

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (**OA b**)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (**OA f**)

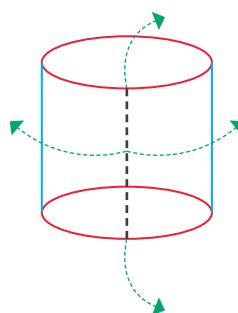
Modelar

Seleccionar y ajustar modelos para resolver problemas. (**OA i**)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

7. Resuelven los siguientes problemas: El dibujo muestra un cilindro cerrado con base y tapa.



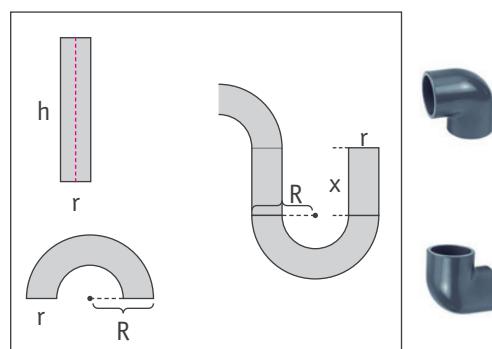
- › Toman las medidas del diámetro y de la altura.
- › Se imaginan un recorte del cilindro a lo largo de la línea negra punteada y un recorte a lo largo de la orilla de la tapa y de la base. Construyen el área que se obtendrá al abrir el cilindro y aplanar el material que lo constituye.
- › Comparan el área desenrollada con las redes de prismas y la identifican con la superficie del cilindro.
- › Calculan el área de la superficie del cilindro.

Resolver problemas

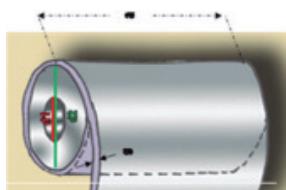
Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

8. Desafío: A veces es necesario hacer curvaturas en cañerías, como las del desagüe.

- › Comparan el cilindro estirado con el cilindro curvado con la forma de medio anillo. Dibujan en el último la línea que corresponde a la altura h de un cilindro estirado.
- › Derivan la fórmula que determina el volumen del tubo que tiene la forma de un medio anillo.
- › Calculan, mediante la fórmula derivada, el volumen del tubo con curvatura que tiene las siguientes medidas: radio interior del tubo $r = 5$ cm, radio del medio anillo $R = 15$ cm.
- › En el lado derecho se muestra el dibujo 2D de una tubería. Describen las partes que componen la tubería.



- › Calculan el volumen total de la tubería si las medidas son las siguientes: radio interior del tubo $r = 6$ cm, radio del medio anillo $R = 18$ cm, altura de los tubos estirados $h = 12$ cm.
9. Desafío: Un rollo de plástico adherente tiene un diámetro interior $d_1 = 8$ cm, un diámetro exterior $d_2 = 16$ cm y una altura $a = 50$ cm. El material del film tiene un grosor $g = 0,025$ mm.



- › Estiman el área aproximada de plástico que tiene el rollo.
- › Calculan la cantidad de vueltas que da el plástico alrededor del rollo.
- › Conjeturan sobre el diámetro que se debe elegir para calcular el área de una vuelta del material: el interior d_1 , el exterior d_2 o el promedio de ambos diámetros.
- › Calculan el área total del material en el rollo.
- › Explican el procedimiento utilizado y comentan el procedimiento utilizado por otros.

Observaciones al docente

Esta actividad desarrolla algunos pasos del modelamiento. Como ayuda de este proceso las indicaciones claras de lo que se debe hacer estructuran el quehacer del estudiante para resolver el problema, modelando la situación planteada.

Se sugiere utilizar este desafío como una oportunidad para que cada alumno pueda probarse a sí mismo y como momento de conocer sus fortalezas y debilidades. **(OA B)**

Argumentar y comunicar

Evaluare la argumentación de otros dando razones.
(OA g)

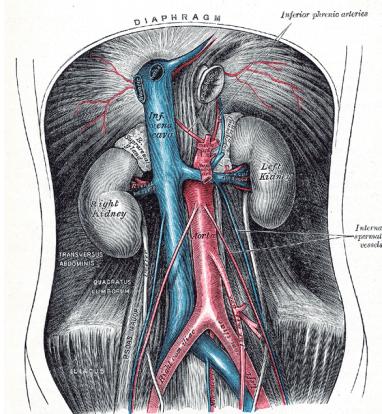
2

U3

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

10. En el cuerpo humano, la arteria del abdomen tiene un diámetro interior de 5,2 mm en promedio y un largo aproximado de 80 cm. Las dos arterias de la pierna tienen un largo de 120 cm cada una y un diámetro interior promedio de 3,8 mm.



- › Calculan el volumen de sangre que cabe en la arteria del abdomen y lo expresan en mililitros.
- › Calculan el volumen de sangre que cabe en total en ambas arterias de la pierna.
- › El volumen total de la sangre en el cuerpo de un adulto es de aproximadamente 5 litros. Calculan el porcentaje de la sangre total que está en las arterias del abdomen y de las piernas. Redondean el porcentaje al primer decimal.

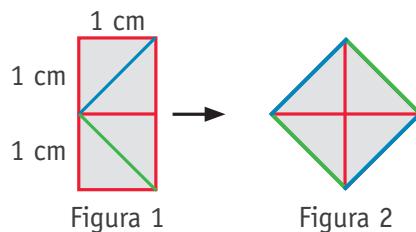
® Ciencias Naturales OA 5 de 8° básico.

Objetivo de Aprendizaje

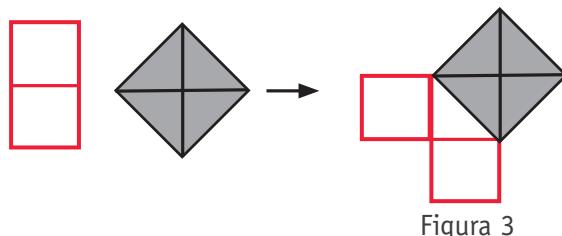
OA 12

Explicar, de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana, de manera manual y/o con software educativo.

1. Descubren el teorema de Pitágoras en el caso especial de dos cuadrados de 1 cm² de área, utilizando material concreto o en forma pictórica.



- › ¿Qué valor tiene el área de la figura 1?
- › ¿Con qué transformaciones se convierte la figura 1 en la figura 2?
- › ¿Qué valor tiene el área de la figura 2?



- › ¿De qué figuras se compone la figura 3?
- › Verifican que la figura en el interior de la figura 3 es un triángulo rectángulo isósceles.
- › ¿Qué valor tiene el área del cuadrado sobre la hipotenusa y qué valor total tienen las áreas de los cuadrados sobre los catetos?
- › Verbalizan y comunican el resultado.

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

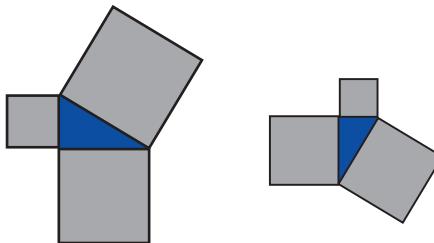
Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

2. Verifican, midiendo lados y calculando áreas, la validez del teorema de Pitágoras en triángulos rectángulos que no son isósceles. Utilizan figuras o dibujos como el que se muestra a continuación.



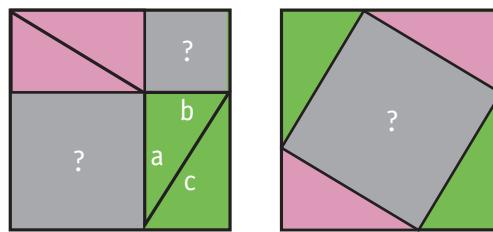
Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

3. En el recuadro hay dos cuadrados de igual área. En el cuadrado al lado izquierdo hay dos cuadrados grises de distinto valor de área. En el cuadrado al lado derecho hay un solo cuadrado gris.



- › Remplazan, dentro los cuadrados grises, el signo de interrogación por el término algebraico del área del cuadrado respectivo.
- › ¿Por qué en el lado izquierdo los dos cuadrados grises juntos tienen el mismo valor del área que el valor del área del cuadrado gris en el lado derecho?
- › Razonan y comunican la respuesta.
- › Expresan el resultado simbólicamente con los términos algebraicos de las áreas.

Observaciones al docente

Se sugiere fomentar el trabajo cooperativo. Los estudiantes aprenderán a compartir, obedecer y asumir responsabilidades, aceptar reglas y plazos en un trabajo sin supervisión. (OA A)

4. Determinan el largo del lado que falta en el triángulo rectángulo mediante el teorema de Pitágoras.

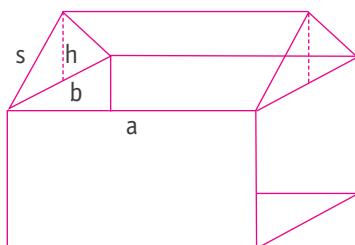
- › Hipotenusa $c = 10$ cm, cateto $a = 6$ cm, cateto $b = ?$
- › Cateto $e = 5$ cm, cateto $f = 12$ cm, hipotenusa $h = ?$
- › Cateto $x = 15$ cm, hipotenusa $z = 17$ cm, cateto $y = ?$
- › ¿Cuál de los triángulos es un triángulo rectángulo? Cateto $a = 21$ cm, cateto $b = 20$ cm, hipotenusa $c = 30$ cm o cateto $a = 21$ cm, cateto $b = 20$ cm, hipotenusa $c = 29$ cm ?
- › ¿Cuál de los triángulos es un triángulo rectángulo? Cateto $a = 7$ cm, hipotenusa $c = 25$ cm, cateto $b = 24$ cm, o cateto $a = 7$ cm, hipotenusa $c = 25$ cm, cateto $b = 20$ cm ?

Observaciones al docente

Se sugiere fomentar el trabajo cooperativo. Los estudiantes aprenderán a compartir, obedecer y asumir responsabilidades, aceptar reglas y plazos en un trabajo sin supervisión. (OA A)

5. En el recuadro abajo aparece el dibujo de una casa. El largo a de la casa es de 10 m, el ancho b es de 8 m y la altura h del techo es de 3 m.

- › Determinan el ancho s del techo de la casa.
- › Calculan el área total del techo.
- › Se quiere aplicar una pintura de protección al techo. Un envase de pintura rinde 80 m². ¿Cuántos envases de pintura se debe comprar y qué cantidad de pintura sobra?



6. Dada las medidas de los lados de un triángulo, determinan cuáles de los siguientes triángulos son triángulos rectángulos, sin dibujarlos:

- › $d = 40$ cm, $f = 41$ cm, $g = 9$ cm
- › $h = 125$ cm, $i = 120$ cm, $j = 25$ cm
- › $k = 24$ cm, $l = 26$ cm, $m = 12$ cm
- › $n = 51$ cm, $o = 40$ cm, $p = 45$ cm

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

Observaciones al docente

Mediante esta actividad, los estudiantes controlan su conocimiento sobre el teorema de Pitágoras, buscan y corregir sus errores, y repiten procesos hasta mecanizarlos. (OA C)

Pueden visitar www.curriculumenlinea y revisar material que apoya la demostración del teorema de Pitágoras.

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (OA h)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

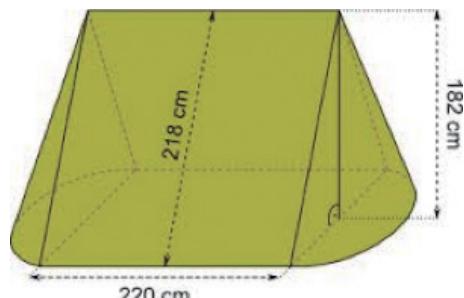
Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

7. Un mueble tiene una profundidad de 60 cm y se lo quiere ubicar en una pieza que tiene una altura de 2,40 m. ¿Cuál es la altura máxima del mueble para ponerlo de pie sin rayar el techo de la pieza?



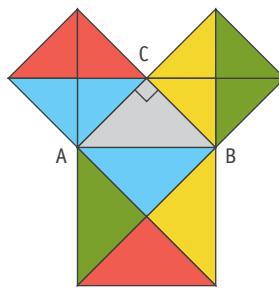
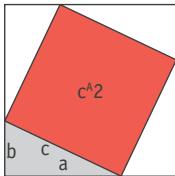
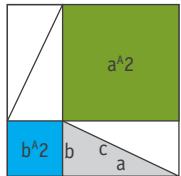
- › Estiman la altura máxima del mueble.
- › Elaboran una ecuación con la cual se puede determinar la altura máxima del mueble.
- › Calculan la altura máxima del mueble y la redondean a cm.

8. Una carpa tiene las medidas que indica el dibujo. Se quiere calcular su ancho:



- › Estiman el ancho de la carpa.
- › Elaboran una ecuación para determinar dicho ancho.
- › Calculan el ancho y lo redondean a cm.

9. Trabajan las demostraciones geométricas del teorema de Pitágoras, de manera concreta y pictórica, basándose en imágenes como las siguientes:



Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Argumentar y comunicar

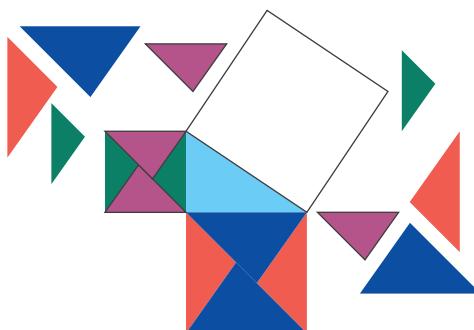
Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

Observaciones al docente

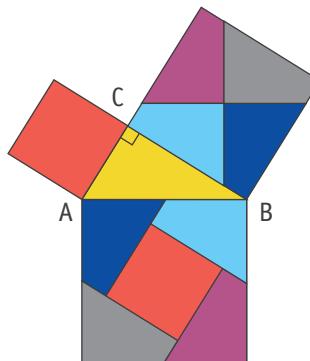
Las demostraciones geométricas del teorema de Pitágoras pueden estar siempre acompañadas de símbolos algebraicos. Notar que además se pueden hacer puzzles pitagóricos y formas diferentes figuras relativas al teorema.

10. Elaboran de manera concreta algunos puzzles pitagóricos y los resuelven; por ejemplo:

a)



b)



Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

Objetivo de Aprendizaje

OA 13

Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con *software* educativo, utilizando:

- › Los vectores para la traslación.
- › Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión.
- › Los puntos del plano para las rotaciones.

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

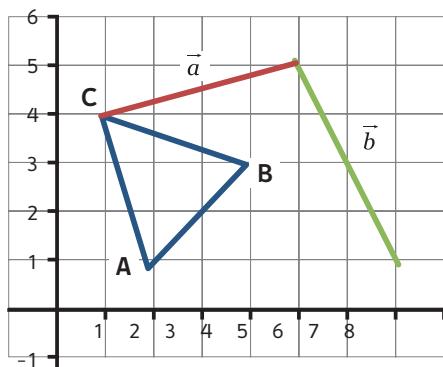
1. Un bote a remos cruza el río Futaleufú en dirección perpendicular a la corriente. Por cada 5 m que avanza en dirección perpendicular, la corriente lo desplaza 0,8 m en su dirección. La flecha verde muestra la dirección de la corriente del río.



El bote se desplaza 75 m desde la orilla A hacia la orilla opuesta B.

- › ¿Durante cuántos metros flota en la dirección de la corriente del río?
- › Marcan con una cruz la posición P del bote en este instante. Utilizan la siguiente escala: 10 m de la realidad corresponden a 1 cm en el plano.
- › Miden el desplazamiento del bote en el plano y lo convierten en el desplazamiento real.
- › Calculan el desplazamiento mediante el teorema de Pitágoras y lo redondean a la primera decimal.

2. En el sistema cartesiano de coordenadas, está marcado el triángulo ABC.



- › Determinan las coordenadas de los puntos A, B, C. El largo de cada cuadricula es de 1 unidad. Representan los puntos con un par ordenado de coordenadas en la forma (x,y).
- › Determinan las coordenadas de los vectores de traslación \vec{a} y \vec{b} y los representan en la forma (x,y).
- › Trasladan el triángulo ABC mediante el vector \vec{a} . Marcan la imagen en rojo y denominan los vértices con **A'**, **B'**, **C'**. Leen y representan las coordenadas con pares ordenados de la forma (x,y).
- › ¿En qué medidas coinciden la pre-imagen A, B, C y la imagen **A'**, **B'**, **C'**?
- › Trasladan la imagen **A'**, **B'**, **C'** mediante el vector \vec{b} . Marcan esa imagen en verde y denominan los vértices con **A''**, **B''**, **C''**. Leen y representan las coordenadas con pares ordenados (x,y).
- › Determinan las coordenadas del vector \vec{c} que representa la composición de las traslaciones anteriores.
- › Conjeturan acerca de la posibilidad de calcular las coordenadas de las imágenes de los puntos A, B, C, mediante los vectores.

Observaciones al docente

Se sugiere controlar el trabajo de los estudiantes, preocupándose de que lo planifiquen y escriban de manera ordenada y detallada sus procedimientos y resultados. **(OA C)**

En las actividades relacionadas con construcción o con visualizar alguna propiedad, se sugiere usar el software geométrico Geogebra, que se puede descargar de internet.

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. **(OA c)**

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. **(OA k)**

Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones. **(OA g)**

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

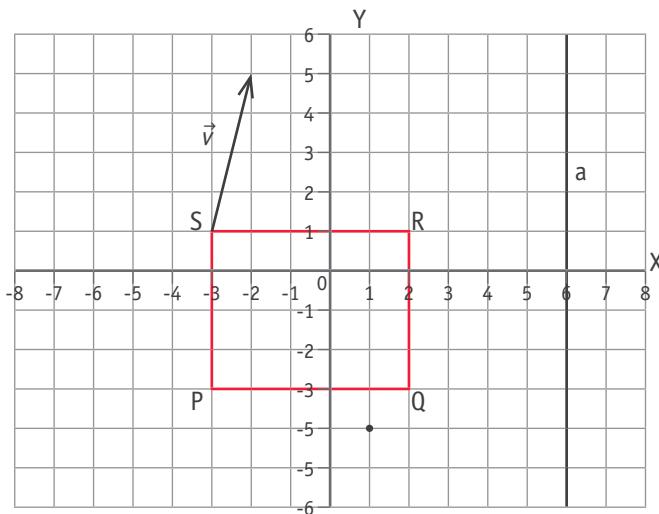
Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Argumentar y comunicar

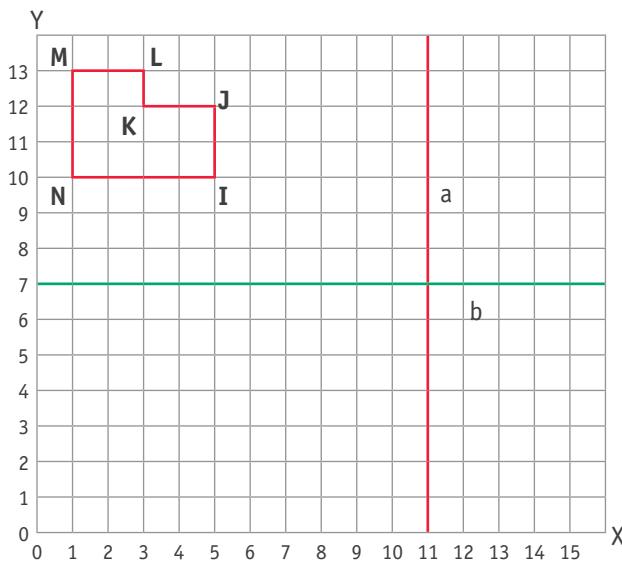
Evaluar la argumentación de otros dando razones. (OA g)

3. En el sistema cartesiano de coordenadas, está marcado el rectángulo P, Q, R, S.

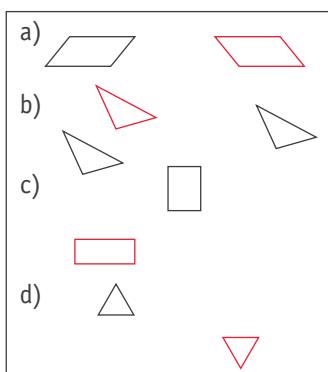


- › Determinan las coordenadas de los puntos P, Q, R, S. El largo de cada cuadrícula es de 1 unidad. Representan los puntos con un par ordenado de coordenadas en la forma (x,y).
- › Determinan las coordenadas del vector de traslación \vec{v} y lo representan en la forma $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$.
- › Trasladan el rectángulo P, Q, R, S mediante el vector de traslación \vec{v} .
- › Marcan la imagen en rojo y denominan los vértices con P' , Q' , R' , S' .
- › Reflejan la imagen P' , Q' , R' , S' en el eje a. Marcan la imagen en verde y denominan los vértices con P'' , Q'' , R'' , S'' .
- › ¿En qué coordenadas coinciden la pre-imagen P, Q, R, S y la segunda imagen P'' , Q'' , R'' , S'' ?
- › Comparan la orientación de los puntos P' , Q' , R' , S' y P'' , Q'' , R'' , S'' , explican y comunican el resultado.

4. En el sistema cartesiano de coordenadas está marcada la figura 2D I, J, K, L, M, N.



- › Determinan las coordenadas de los puntos I, J, K, L, M, N de la figura 2D. El largo de cada cuadricula es de 1 unidad. Representan los puntos con un par ordenado de coordenadas en la forma (x,y).
 - › Reflejan la figura 2D en el eje a (vertical). denominan los vértices **I', J', K', L', M', N'**.
 - › Reflejan la imagen de la figura 2D **I', J', K', L', M', N'** en el eje b (horizontal). Denominan los vértices con **I'', J'', K'', L'', M'', N''**.
 - › Comparan la figura 2D original con la segunda imagen. ¿Con qué transformación isométrica se podría transformar la figura I, J, K, L, M, N a la segunda imagen **I'', J'', K'', L'', M'', N''** en forma directa?
 - › Verifican la respuesta.
5. Determinan los ejes de reflexión, los vectores de traslación o el centro de rotación. Las figuras 2D en rojo son las imágenes de las figuras 2D originales. La figura 2D en color verde es la segunda imagen de la figura 2D original.



Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Argumentar y comunicar

Evaluando la argumentación de otros dando razones. (OA g)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

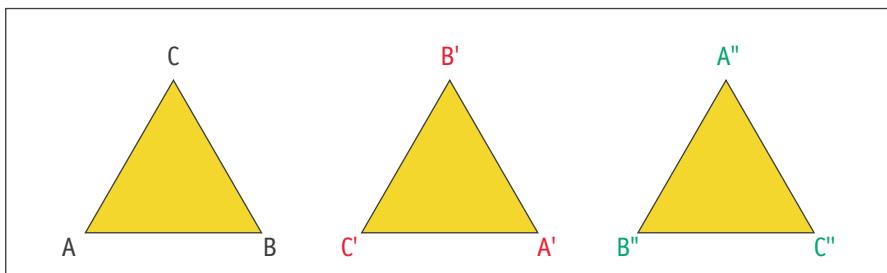
Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones. (OA g)

6. En el recuadro aparece una figura 2D que tiene simetría de rotación.



- › ¿Qué figura 2D especial es la figura en el recuadro?
- › Determinan el centro de simetría de rotación con regla y compás.
- › El sentido de rotación es positivo si se gira en contra del sentido del reloj. ¿En qué sentido se gira la figura 2D?
- › ¿Cuál es ángulo de la rotación que lleva la figura original 2D a la figura **A' B' C'**?
- › ¿Cuál es ángulo de la rotación que lleva la figura original 2D a la figura **A'' B'' C''**?
- › ¿Con qué imagen concuerda la figura que resulta si se aplica a la figura 2D original una rotación con el ángulo de -120° ? Explican y comunican la respuesta.

Objetivo de Aprendizaje

OA 14

Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con *software* educativo, y aplicar a las simetrías de polígonos y poliedros, y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.

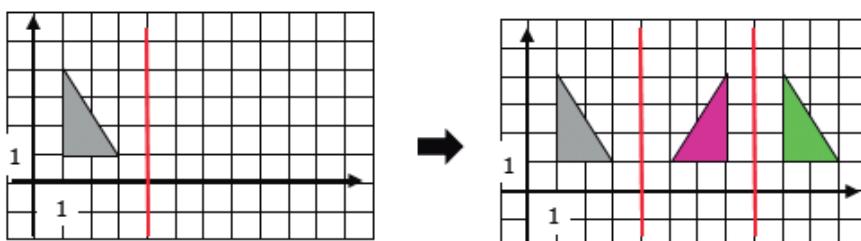
Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA K)

Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones. (OA g)

1. Reflejan cuadriláteros en el plano cartesiano según las rectas dadas y luego determinan qué traslación expresa la composición de las dos reflexiones. Por ejemplo:

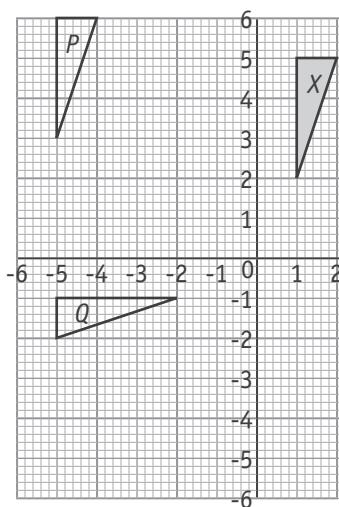


Observaciones al docente

Esta actividad se puede variar, cambiando la recta (por ejemplo: $y = x + 2$ o $y = 3x$) y volviendo a reflejar, o cambiando la figura y reflejando en los ejes dados.

Se explican entre ellos el procedimiento utilizado.

2. Se entregan diferentes transformaciones de una figura isométrica en el plano cartesiano. Los alumnos determinan cada transformación isométrica y luego la composición realizada entre los triángulos X, P y Q. Escriben la transformación isométrica en términos de las variables x e y en su forma matricial.



Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.
(OA k)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados.
(OA e)

Observaciones al docente

El profesor puede preguntar a los estudiantes el proceso inverso, planteado preguntas del tipo: ¿Qué transformaciones isométricas se debe realizar para llegar a la figura inicial X?

Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

Representar

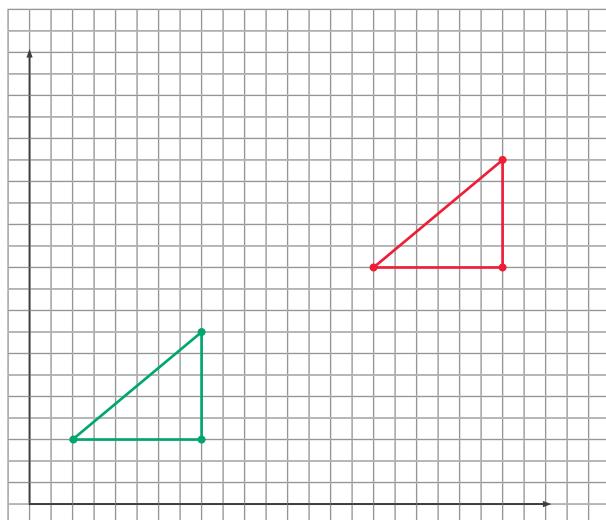
Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

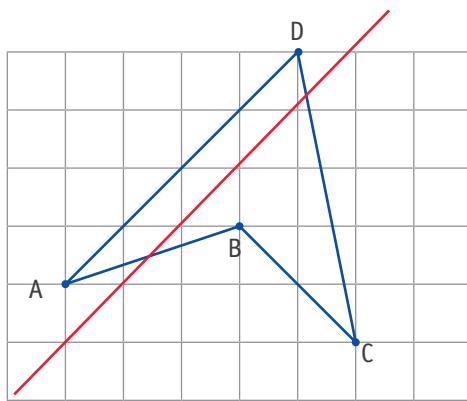
3. Investigan sobre composiciones de transformaciones isométricas que han usado artistas en sus pinturas, y exponen sobre ellas.

4. Anotan las coordenadas de dos figuras 2D que tienen formas idénticas. Conjeturan sobre el desplazamiento de una figura al lugar de la otra. Describen el desplazamiento mediante un “vector”, que representan con un par ordenado de números (x,y) , en el cual el número x significa el desplazamiento en dirección del eje horizontal y el y determina el desplazamiento en dirección del eje vertical. Dibujan la flecha, que representa pictóricamente el vector y que lleva del punto original (marcado en verde) al punto de la imagen (marcado en rojo).



- › Marcan los puntos del triángulo original con las letras A, B, y C, y los de la imagen con A', B' y C'.
- › Leen las coordenadas del triángulo A, B, C y del triángulo A', B' y C'.
- › Dibujan las flechas que representan el vector del desplazamiento y lo representan por un par ordenado de números (x, y) .
- › ¿Cómo se puede calcular las coordenadas del vector mediante las coordenadas del punto y del punto imagen? Anotan y comunican la respuesta.

5. En una hoja cuadriculada está el dibujo de una figura 2D.



Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Argumentar y comunicar

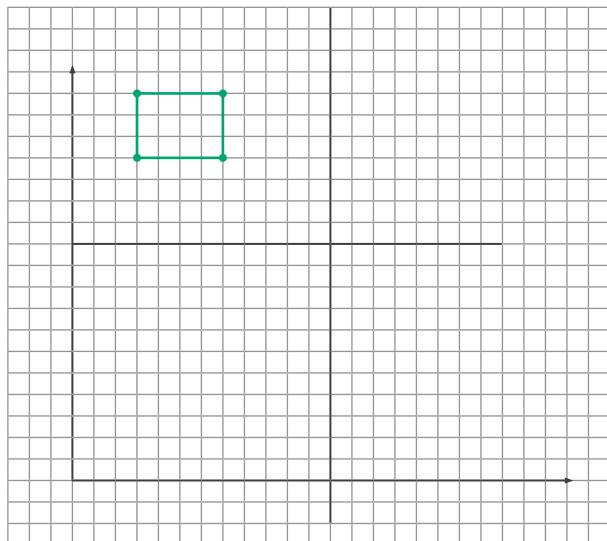
Evaluar la argumentación de otros dando razones. (OA g)

- › Realizan una rotación por 45° (a la izquierda) con el centro A.
- › Reflejan la imagen de la figura en la recta representada de color rojo.
- › Explican el proceder de sus compañeros de grupo.

Observaciones al docente

Las siguientes actividades fomentan la capacidad de imaginación “espacial”; por lo tanto, hay que motivar a los alumnos para que utilicen representaciones pictórica de las figuras 2D, tanto de manera concreta como mental. También se pueden ayudar con algún *software* geométrico como Geogebra. Para obtener mayor dinámica, pueden realizar estas actividades en grupos.

6. Aplican una composición de dos transformaciones isométricas al rectángulo marcado en verde. Explican el procedimiento a sus compañeros de grupo.



Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones. (OA g)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA f)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA B)

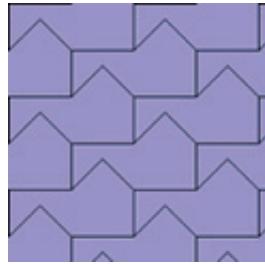
Argumentar y comunicar

Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos. (OA F)

7. Determinan las coordenadas del rectángulo. El largo de una cuadrícula corresponde a una unidad.

- › Reflejan el rectángulo al eje horizontal y marcan la imagen en rojo.
- › Reflejan la imagen al eje vertical y la marcan en azul.
- › ¿Qué regularidad se puede constatar?
- › Conjeturan, sin realizar transformación alguna, acerca de la comutatividad de la composición de las reflexiones.

8. La imagen muestra el teselado con una figura 2D.

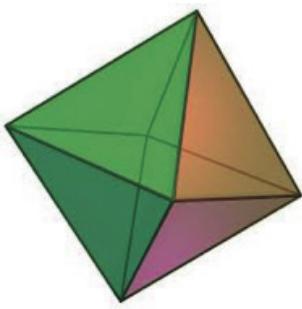


- a. Los lados verticales tienen el largo de una cuadrícula. ¿Cuál es el área de una de las figuras que componen el teselado?
- b. Confeccionan un teselado de 18 figuras 2D en una hoja cuadriculada.

Observaciones al docente

Para actividades relacionadas con teselados, se puede mirar la página web
<http://www.educarchile.cl/ech/pro/app/detalle?id=69566>

9. La imagen muestra una figura 3D.



Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

2

U3

- › Describen la figura y mencionan si es regular o no.
- › Marcan planos de simetría dentro la figura 3D.
- › Dibujan ejes de rotación de simetría.

EJEMPLOS DE EVALUACIÓN

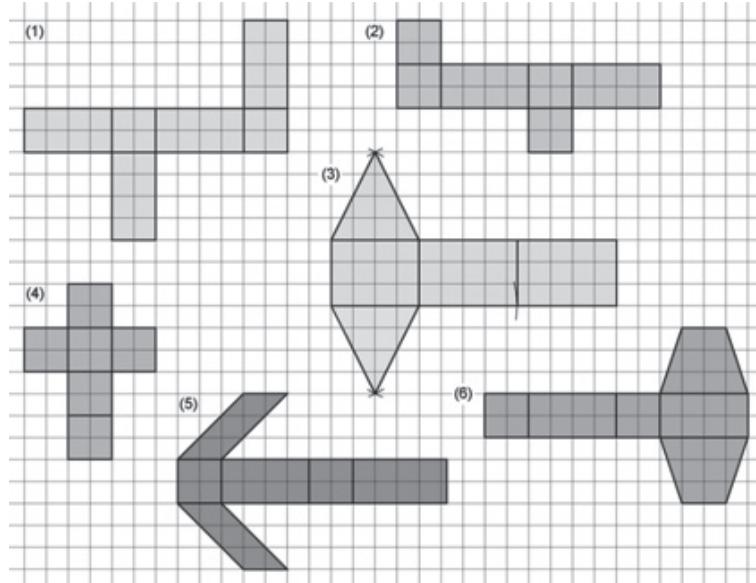
EJEMPLO 1

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p>OA 11</p> <p>Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies y el volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros:</p> <ul style="list-style-type: none">› Estimando de manera intuitiva área de superficie y volumen.› Desplegando la red de prismas rectos para encontrar la fórmula del área de superficie.› Transfiriendo la fórmula del volumen de un cubo (base por altura) en prismas diversos y cilindros.› Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.	<ul style="list-style-type: none">› Arman y despliegan cajas en forma de prismas rectos.› Reconocen que las áreas laterales de todos los prismas rectos son rectángulos.› Identifican redes de prismas rectos de diferentes bases y calculan las áreas de las superficies.

Actividad

Esta evaluación se puede registrar en el diario de vida matemático.

Consideran las siguientes redes:



Los estudiantes completan la siguiente tabla:

- › Escriba su primera impresión sobre si las frases son ciertas o falsas sobre los dibujos que aparecen.
- › Compruebe sus impresiones, recortando y plegando las redes.
- › Calcule el área de superficie de los prismas de dos formas distintas.

EJEMPLO 1

	MI PRIMERA IMPRESIÓN	COMPROBACIÓN (RECORTO Y DOBLO)	ÁREA DE SUPERFICIE
De la red (1) se obtiene un prisma que tiene la superficie más pequeña.			
De la red (2) se obtiene un prisma que tiene la superficie más grande.			
De la red (3) se obtiene un prisma.			
De la red (4) se obtiene un prisma especial y tiene el área de superficie más grande que los otros prismas.			
De la red (4) se obtiene un prisma y tiene el área de superficie más grande que los otros prismas.			
De la red (4) se obtiene un prisma.			

Criterios de evaluación

- › Reconocen cuáles de las diferentes redes corresponden a un prisma.
- › Trabajan de manera adecuada con el material que se les presenta.
- › Calculan el área de superficie, midiendo y contando los cuadrados de las redes.
- › Calculan el área de superficie, utilizando la fórmula.
- › Completan la tabla y comparan con sus primeras impresiones.

EJEMPLO 2

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p>OA 13</p> <p>Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con software educativo, utilizando:</p> <ul style="list-style-type: none">› Los vectores para la traslación.› Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión.› Los puntos del plano para las rotaciones.	<ul style="list-style-type: none">› Reflexionan figuras 2D según los ejes dados, de manera concreta y pictórica.› Determinan el eje de reflexión entre la imagen y la pre-imagen de dos figuras 2D.› Reconocen que la rotación por 180° es una reflexión en un punto, llamado punto de simetría.

Actividad

Esta actividad se presta para que el docente asesore a uno o más alumnos por medio de una entrevista individual.

Los alumnos:

- › Utilizan el plano cartesiano para:
 - Reflejar el punto A (-4,2) sobre el eje Y, obteniendo el punto B.
 - Reflejar el punto B sobre el eje X, obteniendo el punto C.
 - Construir la recta l que tiene todos los puntos que son simétricos al punto A y al punto C.
- › Dibujan el triángulo determinado por los puntos A(5,4), B(9,6) y C(6,8), sobre el plano cartesiano:
 - Reflejan el triángulo ABC sobre el punto A y determinan los nuevos puntos A', B' y C'.
 - Reflejan el triángulo ABC sobre el punto medio del trazo AC y determinan las nuevas coordenadas del triángulo A'', B'' y C''.
 - Conjeturan sobre la relación entre una rotación y una reflexión sobre un punto o sobre un eje.
 - Comparten sus conjeturas con el compañero y concluyen al respecto.

Criterios de evaluación

- › Reflejan los puntos de manera adecuada sobre los ejes.
- › Siguen indicaciones de manera adecuada y obtienen el resultado esperado.
- › Conocen lo que significa el término simétrico.
- › Determinan la recta de todos los puntos que están a la misma distancia de A y de C.
- › Reflejan el triángulo de manera adecuada sobre los puntos mencionados.
- › Determinan el punto medio del trazo AC para reflejar el triángulo ABC.
- › Conjeturan que la rotación en 180° es lo mismo que la reflexión sobre un punto.
- › Comparten sus conjeturas y argumentan al respecto.

EJEMPLO 3

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
OA 14 Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con software educativo, y aplicar a las simetrías de polígonos y poliedros, y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.	<ul style="list-style-type: none"> › Realizan diferentes combinaciones de traslaciones, reflexiones y rotaciones y reconocen las propiedades. › Reconocen transformaciones isométricas dadas en el plano, identificando puntos importantes, como vector traslación, centro de rotación, ángulo de rotación, eje o punto de reflexión.

2

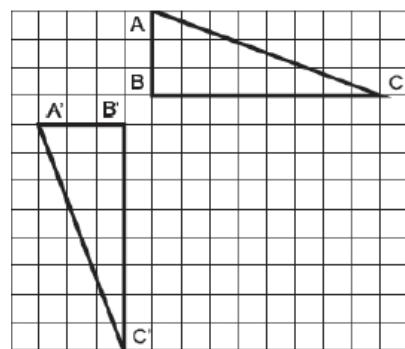
U3

Actividad

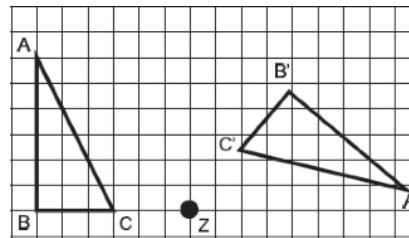
La resolución de esta actividad se puede agregar al portafolio.

Los alumnos:

- › Determinan el eje de simetría de la siguiente figura y encuentran al menos una composición de transformaciones para obtener el triángulo $A'B'C'$ a partir del triángulo ABC :

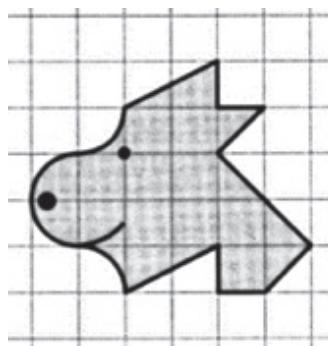


- › Determinan el ángulo de rotación de la siguiente figura y encuentran al menos una composición de transformaciones para obtener el triángulo $A'B'C'$ a partir del triángulo ABC :



EJEMPLO 3

- › Componen una traslación determinada de la siguiente figura por el vector $(0,5)$ con una rotación en 180° :



- › Responden las siguientes preguntas respecto de la composición anterior:
- ¿Qué se obtiene después de repetir seis veces esta secuencia de composición de transformaciones simétricas?
 - ¿Obtienen todos los compañeros el mismo dibujo? Explican y argumentan sobre esta respuesta.
 - ¿Con qué otra figura inicial se podría comenzar?

Criterios de evaluación

- › Determinan de manera adecuada el eje de simetría y el ángulo de rotación.
- › Determinan composiciones de transformaciones para obtener los triángulos.
- › Aplican composiciones de rotación y de traslación a una figura.
- › Componen una secuencia de transformaciones a una figura y la relacionan con los teselados.
- › Explican variaciones en el inicio del dibujo; si se comienza con la rotación antes de la traslación, argumentan con la comutatividad de estas operaciones.
- › Encuentran otras figuras iniciales con las que se pueda comenzar y relacionan con pinturas y arte.
- › Crean sus propios teselados.

UNIDAD 4

PROPÓSITO

En esta unidad, los estudiantes trabajan los conceptos de medidas de posición, percentiles y cuartiles, representan los datos, utilizando varios tipos de gráficos, y pueden trabajar con datos agrupados o no agrupados. El objetivo es que comparan dos poblaciones, para lo cual manejan diferentes conceptos estadísticos; entre ellos, las medidas de tendencia central vistas el año anterior y las medidas de posición, que aprenden en esta unidad. Pueden trabajar datos categóricos, numéricos o cuantitativos a fin de presentar datos y evaluar la forma en que están presentados; para esto, utilizan gráficos, tablas o esquemas (diagramas de árbol) y justifican su elección. También se espera que aprendan a detectar la manipulación de la información: aprenden reconocerla en los medios informativos y a discutir sobre su conveniencia y consecuencias. Además, trabajan con el principio combinatorio, comenzando con experimentos concretos, representándolos con tablas y árboles y llegando a calcular las probabilidades de un evento compuesto.

CONOCIMIENTOS PREVIOS

- › Muestreo.
- › Tablas de frecuencias absolutas y relativas.
- › Medidas de tendencia central y rango.
- › Probabilidades de eventos.

PALABRAS CLAVE

Medidas de posición, percentiles, cuartiles, datos agrupados, datos categóricos, datos numéricos, datos cuantitativos, principio combinatorio, evento compuesto.

CONOCIMIENTOS

- › Medidas de posición, percentiles y cuartiles.
- › Principio combinatorio.

HABILIDADES

- › Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos. **(OA d)**
- › Fundamentar conjeturas, dando ejemplos y contraejemplos. **(OA f)**
- › Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos, para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. **(OA h)**
- › Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, entre otros). **(OA k)**
- › Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación. **(OA l)**

ACTITUDES

- › Trabajar en equipo, en forma responsable y proactiva, ayudando a los otros, considerando y respetando los aportes de todos, y manifestando disposición a entender sus argumentos en las soluciones de los problemas. **(OA D)**
- › Mostrar una actitud crítica al evaluar las evidencias e informaciones matemáticas y valorar el aporte de los datos cuantitativos en la comprensión de la realidad social. **(OA E)**
- › Usar de manera responsable y efectiva las tecnologías de la comunicación en la obtención de información, dando crédito al trabajo de otros y respetando la propiedad y la privacidad de las personas. **(OA F)**

UNIDAD 4

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE	INDICADORES DE EVALUACIÓN
Se espera que los estudiantes sean capaces de:	Los estudiantes que han alcanzado este aprendizaje:
OA 15 Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles: › Identificando la muestra que está sobre o bajo el percentil. › Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con <i>software educativo</i> . › Utilizándolas para comparar poblaciones.	› Organizan y agrupan datos en tablas o esquemas para formar distribuciones de frecuencias. › Calculan, describen e interpretan las medidas de posición (cuartiles y percentiles). › Representan las medidas de posición por medio de diagramas de cajón. › Reconocen cuándo es adecuado utilizar alguna de las medidas para analizar una muestra. › Comparan muestras de poblaciones, utilizando algunas de las medidas de tendencia.
OA 16 Evaluar la forma en que los datos están presentados: › Comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno. › Justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de datos. › Detectando manipulaciones de gráficos para representar datos.	› Comparan información recolectada con su respectivo gráfico y hacen inferencias a partir de ella. › Determinan cuándo un gráfico representa la muestra y cuándo no. › Comparan muestras de poblaciones con distintos gráficos y estiman cuál representa mejor la información. › Explican la elección de tipos de gráficos para representar determinada información. › Explican de manera adecuada cuándo hay manipulación de la información y de su representación.
OA 17 Explicar el principio combinatorio multiplicativo: › A partir de situaciones concretas. › Representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con <i>software educativo</i> . › Utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto.	› Simulan experimentos que involucran elecciones al azar equiprobables reiteradas (de pocos pasos) y describen pictóricamente los resultados, vía árboles; por ejemplo: en situaciones como componer menús o tenidas mediante elecciones sucesivas equiprobables de platos y prendas de ropa; o caminos de pocos pasos en un paseo al azar, con elecciones equiprobables entre cada encrucijada con 2, 3 o 4 opciones. › Simulan experimentos que involucran elecciones al azar equiprobables reiteradas (de pocos pasos).

EJEMPLOS DE ACTIVIDADES

Objetivo de Aprendizaje

OA 15

- › Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles:
- › Identificando la población que está sobre o bajo el percentil.
- › Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con software educativo.
- › Utilizándolas para comparar poblaciones.

Resuelven los siguientes problemas:

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados.
(OA e)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

1. Al inicio del año escolar, los alumnos del 8º nivel de un colegio efectuaron una encuesta con la pregunta: ¿cuántos libros leíste en tus vacaciones? El resultado está documentado en la siguiente lista:

CANTIDAD DE LIBROS	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
NÚMERO DE ALUMNOS	14	9	3	1	1						2

- a. ¿Qué llama la atención al ver la distribución de las frecuencias?
- b. Calculan la media de los libros leídos, sin considerar los alumnos que leyeron 10 libros cada uno.
- c. Calculan el percentil 50 (la mediana) de todos los libros leídos, lo comparan con el resultado del ejercicio a. y comentan la diferencia.
- d. Determinan la mediana de la distribución de los datos.
- e. Determinan la moda de la distribución de los datos.
- f. ¿Cuál de las medidas de tendencia central representa mejor la distribución de los datos? Explican y comunican las respuestas.

Observaciones al docente

Se sugiere proponer una discusión sobre los motivos que tuvieron los encuestados para leer o no, de modo que alguno responda de manera incierta, diciendo por ejemplo que ha leído más libros que los que realmente leyó, para que los alumnos cuestionen los datos de las encuestas y de otros medios de información. (OA E)

2. En un curso del 8º nivel, se hizo una encuesta acerca de las horas semanales que los alumnos están viendo programas de deporte en la televisión. Se registraron los resultados por separados entre niñas y niños. La primera lista corresponde a las alumnas y la segunda, a los alumnos.

ALUMNAS	POSICIÓN	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
	HORAS	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	4	5	6	6	6	7

ALUMNOS	POSICIÓN	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.		
	HORAS	0	0	0	1	1	1	2	2	2	3	4	5	6	6		

a. Calculan la media que las alumnas y los alumnos ven programas del deporte. Redondean el resultado a la primera decimal.

b. Determinan los cuartiles y marcan sus posiciones en la lista.

c. ¿Cuáles de los siguientes enunciados son verdaderos (v) o falsos (f)?

Razonan y comunican las respuestas:

- › Por lo menos 25% de las alumnas ven deporte durante 1 hora o menos.
- › Por lo menos 25% de las alumnas ven deporte durante 6 o más horas.
- › Por lo menos 50% de las alumnas ven deporte durante 5,5 o más horas.
- › Por lo menos 25% de los alumnos ven deporte durante 5,5 o más horas.
- › Por lo menos 25% de los alumnos ven deporte durante 6 o más horas.
- › Por lo menos 50% de los alumnos ven deporte entre 2 y 7 horas.
- › Por lo menos 25% de los alumnos ven deporte durante 2 o menos horas.

® Educación Física y Salud OA 5 de 8º básico.

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados (OA e)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones. (OA g)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados.
(OA e)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones.
(OA g)

3. En el 8º nivel del se realizó una encuesta acerca del número de amigas y amigos que tiene cada uno de los alumnos encuestados. El resultado se representa en la siguiente tabla de frecuencia.

NÚMERO	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
FRECUENCIA	3	6	6	9	11	8	2	3	1	0	1
FRECUENCIA ACUMULADA											

- › Calculan la media de las amigas y amigos.
- › Completan la tabla con las frecuencias acumuladas.
- › Determinan los cuartiles y marcan sus posiciones en la lista.
- › ¿Con qué medida de tendencia central coincide el segundo cuartil?
- › Elaboran tres enunciados que pueden ser concluidos mediante los cuartiles.

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados.
(OA e)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

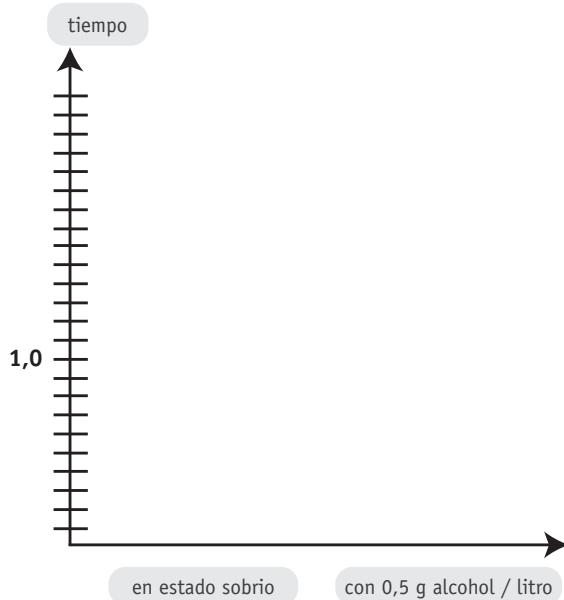
Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones.
(OA g)

4. Se sabe que la existencia de alcohol en la sangre disminuye la capacidad de reaccionar. En la tabla se registra el resultado de un experimento que midió el tiempo de reacción de 100 personas. Primero se aplicó el test a personas en estado sobrio y después se midió el tiempo de reacción a personas con 0,5 g de alcohol por litro en la sangre.

TIEMPO DE REACCIÓN EN S	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
EN ESTADO SOBRIOS	1	1	3	14	29	30	19	2	1	0	0	0	0
CON 0,5 g POR LITRO EN LA SANGRE	0	0	1	6	20	37	16	12	3	4	0	0	1

- › Determinan para ambas partes del test el valor mínimo, el valor máximo y los tres cuartiles.



- › Elaboran para ambas poblaciones los diagramas de caja y bigotes.

Observaciones al docente

Se sugiere comenzar esta actividad averiguando qué creen los alumnos respecto de los posibles efectos del alcohol en el organismo, con una pregunta como ¿usted cree que la ingesta de alcohol disminuye la capacidad de reacción?, y hacer una tabla de respuestas; se puede utilizar el *software Excel*.

Se recomienda que usen procedimientos matemáticos para confirmar la veracidad de la información dada, que busquen en internet datos sobre accidentes provocados por la ingesta de alcohol y tablas relacionadas con el alcohol en la sangre. Indican y citan de manera adecuada las fuentes usadas y emplean la información de manera efectiva. **(OA F)**

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados.

(OA e)

Resolver problemas

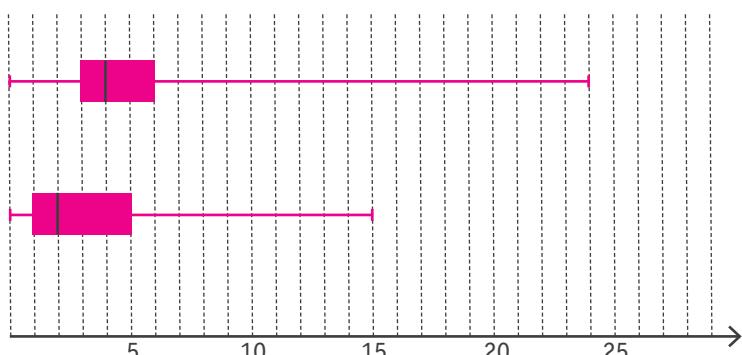
Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Argumentar y comunicar
Evaluar la argumentación de otros dando razones.

(OA g)

5. La respuesta a la pregunta ¿cuántas veces fue al cine durante todo el año? se refleja en los gráficos de caja y bigotes: el gráfico superior corresponde a menores de edad y el inferior, a personas adultas. Los alumnos extraen de dichos gráficos los valores que se piden a continuación:



- › Completan la tabla con las informaciones requeridas.

MEDIDAS	MÍNIMO	MÁXIMO	1 ^{er} CUARTIL	2 ^{do} CUARTIL	3 ^{er} CUARTIL
MENORES DE EDAD					
ADULTOS					

- › Interpretan ambos gráficos, considerando las medidas del valor mínimo, máximo y de los cuartiles.
› Comparan las distribuciones y comunican las observaciones.

6. En un colegio, los alumnos encargados de la revista escolar Ventana hicieron una encuesta sobre los “amigos” que cada uno ha registrado en sus cuentas de redes sociales en internet. El equipo que prepara la representación obtuvo la siguiente lista original de la encuesta.

“AMIGOS”	5	9	10	14	15	16	20	25	27	28	30	31	33	35	42	49	55
MENCIONES	2	1	11	9	18	9	13	12	9	8	12	7	8	11	5	2	4

- › Agrupan las frecuencias absolutas en 6 intervalos del ancho 10.
- › Determinan las medidas de tendencia central: media, mediana y moda.
- › Confeccionan un gráfico de barras y marcan las medidas de tendencia central en el gráfico.
- › Elaboran un gráfico de líneas, señalando las marcas de clase en el eje horizontal.



® Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 21 y OA d de 8° básico.

7. La tabla de las cuatro poblaciones A, B, C y D está incompleta.

	MEDIANA	CUARTIL SUPERIOR c_s	MÁXIMO m_a	MÍNIMO m_i	CUARTIL INFERIOR c_i	DISTANCIA $c_s - c_i$	RANGO $m_a - m_i$
A	31		42	12	21	14	
B	17	20	32	5		4	
C	19	20	40		15		40
D	9	13		1		10	19

- › Completan la tabla, basándose en los datos puestos.
- › Elaboran un gráfico de cajón para cada población.

Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

Resolver problemas

Utilizar estrategias básicas. (OA a)

Argumentar y comunicar

Evaluuar la argumentación de otros dando razones. (OA g)

Objetivo de Aprendizaje

OA 16

Evaluar la forma en que los datos están presentados:

- › Comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno.
- › Justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de datos.
- › Detectando manipulaciones de gráficos para representar datos.

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas.
(OA k)

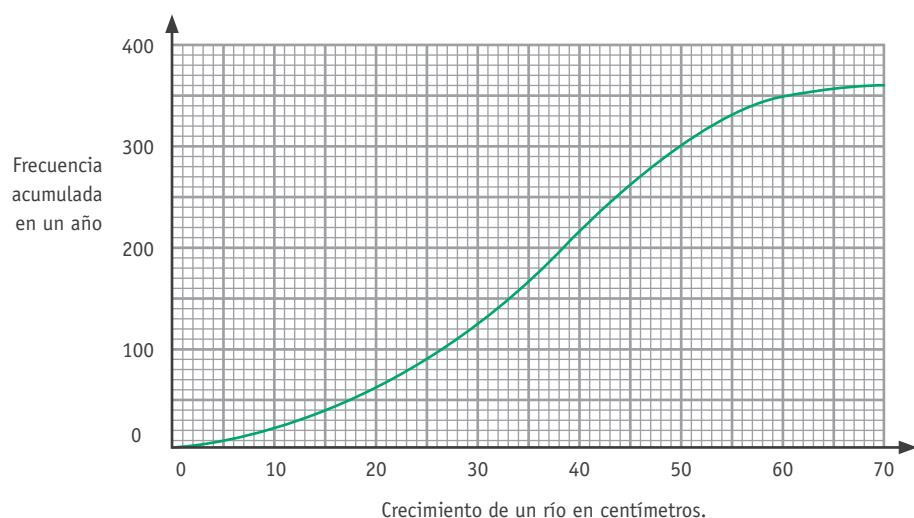
Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados.
(OA e)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

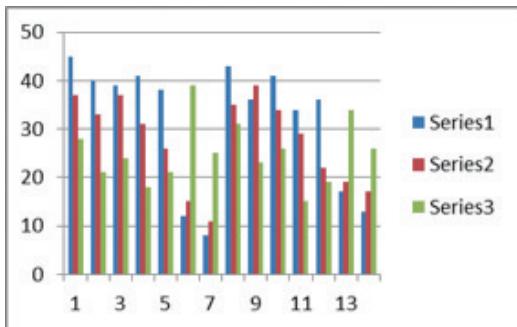
1. La siguiente imagen muestra el crecimiento de un río en cm durante un año (365 días).



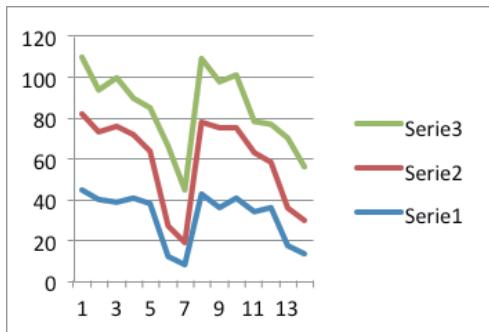
- › Determinan el gráfico que representa adecuadamente dicha información.
- › Determinan la media de acuerdo al gráfico.
- › Comparan los gráficos con sus compañeros y determinan cuál representa mejor la información.

® Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA d de 8° básico.

2. Una empresa de buses realiza diariamente viajes entre dos ciudades. Para mejorar el servicio, durante dos semanas se anotó el número de pasajeros que viajaron en la mañana de la ciudad A hacia la ciudad B. Se investigaron tres viajes que partían, respectivamente, a las 7.00, a las 8.00 y a las 9.00. Los números se registraron en la tabla.



HR.	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB	DOM	LUN	MAR	MIE	JUE	VIE	SAB	DOM
7:00	45	40	39	41	38	12	8	43	36	41	34	36	17	13
8:00	37	33	37	31	26	15	11	35	39	34	29	22	19	17
9:00	28	21	24	18	21	39	25	31	23	26	15	19	34	26



- › ¿Cuál de los gráficos representa mejor la cantidad diaria de usuarios de la empresa?
- › Mencionan fortalezas y debilidades, comparando los 2 gráficos.

Observaciones al docente

Se sugiere a los estudiantes que utilicen su conocimiento matemático para tomar decisiones sobre la mejor empresa, basados en la información dada. Se puede complementar con la pregunta ¿qué empresa de bus elegiría usted? (OA F)

®Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA 21 y OA d de 8° básico.

Representar

Ejemplificar representaciones con analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas. (OA m)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

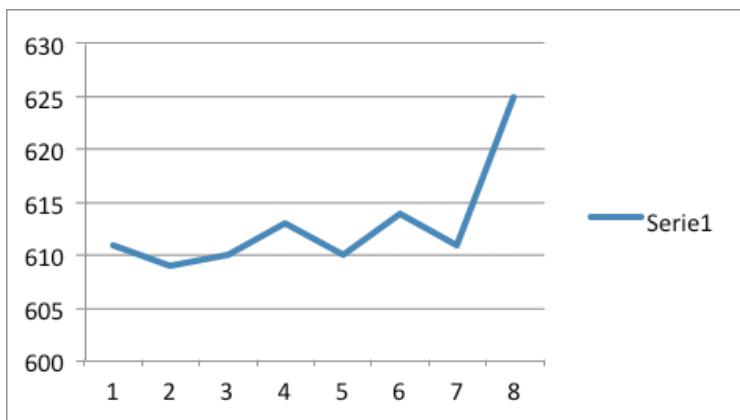
Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

3. En la revista de un colegio aparece un artículo sobre el desarrollo de los resultados en la Prueba de Selección Universitaria (PSU) del colegio en los últimos 8 años. Se calificó el último resultado como “un tremendo salto en el rendimiento de la PSU”.



- › Describen el gráfico del desarrollo de los resultados de la PSU en los últimos 8 años.
- › Comentan el enunciado “tremendo salto en el rendimiento de la PSU”.
- › ¿Qué pasaría si apareciera el origen en el sistema de coordenadas del gráfico? Explican y comunican la respuesta.

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

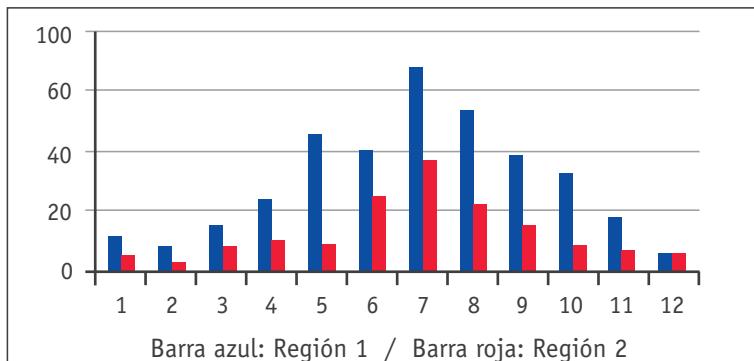
Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

4. Comparan dos muestras representadas por un gráfico de doble barra que se refiere al agua caída en dos regiones. Los números en el eje horizontal indican los meses (de enero a diciembre) y los del eje vertical indican la cantidad de agua en mm por m².



- › El gráfico de doble barra, ¿compara de buena forma las coherencias y las diferencias del agua caída? Explican la respuesta.
- › Dibujan en el gráfico de barras un gráfico de línea correspondiente.

® Ciencias Naturales OA 12 de 8° básico; Historia, Geografía y Ciencias Sociales OA d de 8° básico.

5. Las tablas muestran el número mensual de los SMS mandado por dos alumnos del curso 7b.

ESTUDIANTES	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
Paula	39	28	115	95	63	183	154	67	91	48	73	82
Marco	53	34	89	121	46	167	113	90	69	84	34	71

- › Basados en los datos de la tabla, conjeturan acerca de gráfico que representaría mejor el desarrollo anual de la cantidad de los SMS enviados cada mes.
- › Confeccionan el gráfico más adecuado.

6. El Centro de Alumnos quiere publicar los resultados de varias actividades realizadas entre el alumnado de los 7° y 8° en su revista trimestral. El grupo encargado de la revista quiere elaborar los gráficos de los datos que están registrados en las siguientes tablas.



A: Pruebas por curso en las semanas posteriores al inicio del año escolar.

SEMANA N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
PRUEBAS CANTIDAD	0	1	3	4	2	3	3	4	3	0	4	3	3	2	1

B: Participación de los alumnos en actividades de la “semana de proyectos”.

ÁREA DE ACTIVIDAD	Deporte	Ciencias	Arte	Música	Sociales	Entretención
PARTICIPANTES CANTIDAD	28	10	15	14	9	24

C: Planes de actividades para las próximas vacaciones de invierno.

ACTIVIDADES	Leer libros más frecuentemente	Juntarse con amigos	Salir con los papás	Ir al cine con amigos	Navegación en internet
NÚMEROS	4	18	6	8	14

- › Conjeturan acerca de las ventajas que tienen los distintos gráficos. Eligen entre gráficos de barra, gráficos de línea y gráficos circulares.
- › Confeccionan el gráfico más adecuado para representar cada actividad.

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

Resolver problemas

Presentar ideas propias y soluciones utilizando palabras gráficos y símbolos. (OA c)

Objetivo de Aprendizaje

OA 17

Explicar el principio combinatorio multiplicativo:

- › A partir de situaciones concretas.
- › Representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con software educativo.
- › Utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto.

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

1. Un tetraedro tiene los colores verde (v), naranjo (n), amarillo (a) y celeste (c). El evento de un lanzamiento es la base en la cual se cae. Se lanza al azar, se anota el evento y se lanza otra vez, anotando el color. Un evento para dos lanzamientos es un par ordenado de colores del primer y segundo lanzamientos.

- › ¿Por qué se puede determinar sistemáticamente el número de total de los pares mediante una tabla de 4x4? Explican y comunican la respuesta.
- › En la tabla, los eventos del primer lanzamiento corresponden a las filas y los eventos del segundo lanzamiento, a las columnas. Completan la tabla con todos los pares que son eventos del doble lanzamiento.

c				
a		(n,a)		
n				
v				
	v	n	a	c

- › Marcan en la tabla todos los pares que tienen ambos colores iguales.

c				
a				
n				
v				
	v	n	a	c

- › Marcan en la tabla los pares que no tienen naranjo ni celeste.

c				
a				
n				
v				
	v	n	a	c

- › ¿Qué propiedad tienen los eventos marcados en negro y los marcados en rojo?

c				
a				
n				
v				
	v	n	a	c

2. El Centro de Alumnos organiza una liga del futbolito para alumnas y alumnos de 8°. Cuando quedan dos partidos para terminar el torneo, un grupo de alumnos quiere realizar un mini-loto para apostar los resultados. Para cada partido hay tres “eventos” posibles: gana el equipo A, empatan o gana el equipo B. Se prepara el billete del mini-loto como aparece en la tabla. Si gana el equipo A, se marca la cuadrícula del “1”, si empatan, se marca la cuadrícula del “0” y si gana el equipo B, se marca la cuadrícula del “2”.



juego x	1	0	2
juego y	1	0	2

Ejemplos de apuestas:

0
2

Juego x	1	0	2
Juego y	1	0	2

1
2

Juego x	1	0	2
Juego y	1	0	2

Modelar

Usar modelos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria. (0A h)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (0A b)

Representar

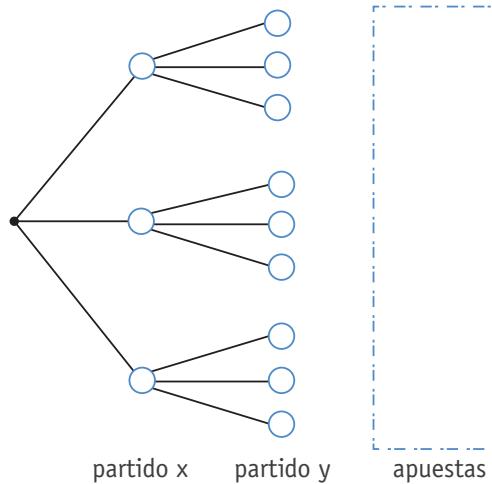
Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (0A k)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (0A e)

Las apuestas de los ejemplos son los pares:

- › Determinan todas las apuestas posibles para el mini-loto mediante una tabla.
- › Determinan todas las apuestas posibles sistemáticamente mediante un “árbol”. Completan el árbol adjunto.



® Educación Física y Salud OA 5 de 8° básico.

Observaciones al docente

Se sugiere completar esta actividad con la introducción de páginas web donde se generan diagramas de árboles de manera pictórica y automática. Se sugiere al profesor motivar a sus estudiantes sobre el control responsable sobre el uso de la tecnología que debe tener el estudiante. (OA F)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

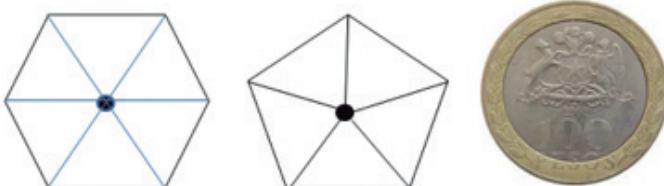
Representar

Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. (OA k)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

3. En la imagen se presentan tres experimentos aleatorios: Una rueda de fortuna hexagonal con los sectores A, B, C, D, E y F, otra rueda de fortuna en forma pentagonal con los sectores V, W, X, Y y Z y una moneda con número (n) y cara (c).



- › Se gira la rueda al azar hexagonal dos veces y se anota el evento en un par ordenado de las letras A, B, C, D, E y F. Elaboran un árbol y determinan todas las posibilidades de los eventos.

- › Se gira la rueda al azar pentagonal dos veces y se anota el evento en un par ordenado de las letras V, W, X, Y y Z. Elaboran un árbol y determinan todas las posibilidades de los eventos.
- › Se lanza una moneda cinco veces y se anota el evento en quíntuples ordenados de (n) y (c). Elaboran un árbol y determinan todas las posibilidades de los eventos.
- › ¿Cuántas posibilidades hay si se gira cuatro veces una rueda de fortuna de tres sectores? Realizan un cálculo sin presentación pictórica.

4. ¿Cuántas patentes diferentes de automóviles se pueden generar en las siguientes situaciones?

- › Si se utiliza un par de letras elegidas entre 25 caracteres en combinación con un cuádruple de cifras de entre 0 y 9.
- › Si se utiliza un cuádruple de letras elegidas entre 25 caracteres en combinación con un par de cifras de entre 0 y 9.

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

5. La Corte Suprema se compone de 3 jueces independientes que deciden definitivamente sobre un fallo de una instancia inferior. Cada juez integrante debe decidir con un “sí” o un “no” para verificar o rechazar el fallo anterior. Abstenciones no son posibles.

- a. Determinan mediante árboles o tablas todas las combinaciones de los “sí” y “no”.
- b. ¿Cuántas posibilidades del rechazo hay?
- c. Contestan los ejercicios a. y b. si hubiese 5 jueces integrantes en la Corte Suprema.

Argumentar y comunicar

Evaluar la argumentación de otros dando razones. (OA g)

Resolver problemas

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

Argumentar y comunicar

Explicar y fundamentar procedimientos de soluciones y resultados. (OA e)

6. Una rueda de fortuna tiene 6 sectores de igual tamaño pintados en 6 colores diferentes. Se combina 5 ruedas y se las gira; al pararlas, resulta un quíntuple ordenado de los colores.

- › Determinan el número total de las combinaciones.
- › Calculan la probabilidad de que todas las ruedas muestren el mismo color.

Argumentar y comunicar

Comprobar resultados propios y evaluar procedimientos. (OA b)

EJEMPLOS DE EVALUACIÓN

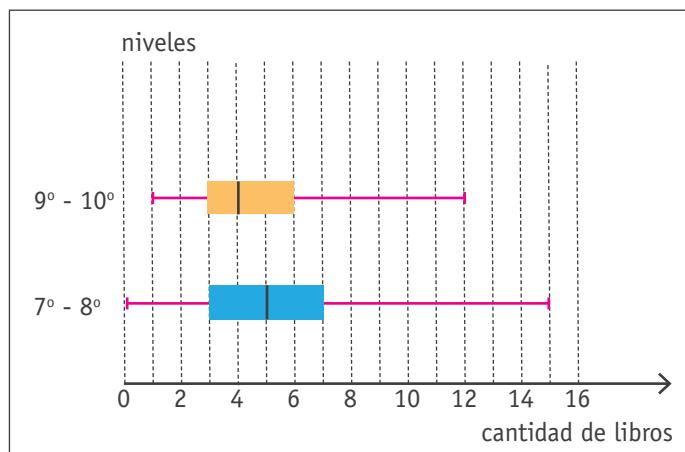
EJEMPLO 1

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
<p>OA 15</p> <p>Mostrar que comprenden las medidas de posición (percentiles y cuartiles).</p> <p>› Identificando la población que está sobre o bajo el percentil.</p> <p>› Representándolas con diagramas incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</p> <p>› Utilizándolas para comparar poblaciones.</p>	<p>› Leen y extraen la información presentada en el gráfico.</p> <p>› Identifican las medidas de posición en el gráfico.</p> <p>› Comparan ambas poblaciones mediante el diagrama de cajón.</p>

Actividad

Con esta actividad se puede iniciar un proyecto.

La revista anual del colegio muestra el gráfico de una estadística sobre la cantidad de libros prestados anualmente por los alumnos en diferentes niveles.



- Determinan el valor mínimo, el valor máximo y los cuartiles para los niveles 7º/8º y 9º/10º.
- Determinan la diferencia entre el cuartil inferior y el superior para ambos niveles.
- ¿Cuántos libros pide prestado el 50% de los alumnos en ambos niveles?
- ¿Cuáles de los siguientes anuncios es verdadero o falso?
 - El 25% de los alumnos del nivel 7º/8º pide prestado anualmente entre 7 y 14 libros.
 - El 25% de los alumnos del nivel 9º/10º pide prestado anualmente entre 0 y 3 libros.
 - El 75% de los alumnos del nivel 9º/10º pide prestado anualmente por lo menos 1 libro.

EJEMPLO 1

Criterios de evaluación

- › Identifican correctamente los cuartiles.
- › Leen y anotan los valores que corresponden a los cuartiles.
- › Relacionan la diferencia entre el cuartil inferior y el superior con el 50% de la población.
- › Comparan la información de los enunciados con los datos del gráfico y contestan correctamente las preguntas.
- › Presentan las respuestas en frases completas.

EJEMPLO 2

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
OA 15 Mostrar que comprenden las medidas de posición (percentiles y cuartiles). › Identificando la población que está sobre o bajo el percentil. › Representándolas con diagramas incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con software educativo. › Utilizándolas para comparar poblaciones.	› Leen y extraen la información presentada en una tabla. › Determinan las medidas de posición. › Confeccionan el diagrama de cajón. › Verbalizan informaciones correctas, basándose en los cuartiles.

Actividad

La resolución de esta actividad se puede agregar al portafolio.

Un diario encuestó a personas de entre 18 y 30 años para saber cuántos correos electrónicos mandan diariamente. El resultado aparece en la siguiente tabla.

CORREOS MANDADOS POR DÍA	CANTIDAD DE PERSONAS ENTRE 18 Y 30
0	2
1	5
2	18
3	23
4	20
5	31
6	15
7	7
8	8
9	2
10	5
11	0
12	2

- Determinan el valor mínimo, el valor máximo y los cuartiles.
- Confeccionan un diagrama de cajón y marcan los cuartiles.
- ¿Hasta cuántos correos diarios manda el primer 25% de las personas encuestadas?
- Enuncian información respecto de los correos que envía cada día el 50% de la población encuestada.
- ¿Cuántos correos diarios manda como mínimo el tercer 25% de las personas encuestadas?

EJEMPLO 2

Criterios de evaluación

- › Elaboran una lista ordenada.
 - › Determinan correctamente los cuartiles.
 - › Elaboran el gráfico de cajón en dimensiones adecuadas.
 - › Marcan correctamente los cuartiles.
 - › Relacionan los porcentajes de las preguntas con los valores de los cuartiles.
 - › Presentan las respuestas en frases completas.
-

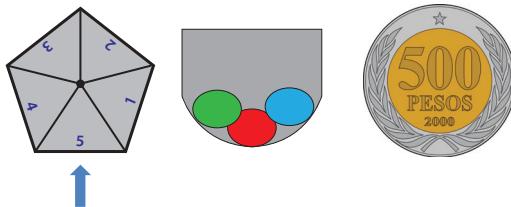
EJEMPLO 3

Objetivo de Aprendizaje	Indicadores de Evaluación
OA 17 Explicar el principio combinatorio multiplicativo: › A partir de situaciones concretas. › Representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo. › Utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto.	› Completan correctamente el árbol de posibilidades. › Marcan los ramos que corresponden a un evento. › Reconocen que el cambio del orden no altera el resultado. › Abstraen del ejercicio concreto y descubren el principio multiplicativo.

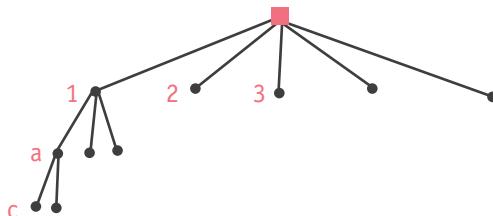
Actividad

Esta evaluación incluye una presentación individual o en pares de la resolución de uno de los problemas planteados. También se podría agregar la resolución de uno de los problemas al portafolio.

En un experimento aleatorio combinado, se gira primero un pentágono con los números de 1 a 5 puestos en sectores iguales; después se saca al azar una de bolitas del color azul, rojo y verde, y finalmente se lanza una moneda. Un evento del experimento es un triple ordenado (número, color, lado de moneda).



Completan el árbol de posibilidades; a significa azul, r es rojo, v es verde, cara es c y sello, s.



- › ¿Cuántos eventos posibles hay si se combinan los dos primeros experimentos?
- › ¿Cuántos eventos posibles hay en total? Explican la respuesta.
- › Marcan las ramas que corresponden a los siguientes eventos: (3,r,s), (5,a,c) y (2,v,c).
- › Si se cambia el orden de los experimentos, ¿se cambia el total de las posibilidades? Explican la respuesta.
- › En otro experimento aleatorio combinado, se lanza un dado, se gira una rueda con 4 sectores, se lanza una moneda y se saca una de 5 bolitas. Calculan el total de los eventos posibles y explíquen el cálculo.

EJEMPLO 3

Criterios de evaluación

- › Muestran una forma sistemática en completar el árbol.
- › Reconocen que las posibilidades de los experimentos se multiplican.
- › Relacionan los triples ordenados con los ramos del árbol.
- › Reconocen que el cambio del orden no altera el total de las posibilidades, refiriéndose a la commutatividad de la multiplicación.
- › Transfieren el principio multiplicativo a otros experimentos.

Bibliografía

BIBLIOGRAFÍA PARA EL DOCENTE

- Alagia, R., Bressan, M. & Sadovsky, P. (2005).** *Reflexiones teóricas para la educación matemática.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Alvarado, M. & Brizuela, M. (2005).** *Haciendo números: Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia.* Barcelona: Paidós Educador.
- Alsina, C., Pérez, R. & Ruiz, C. (1990).** *Simetría dinámica.* Madrid: Síntesis.
- Alsina, C., Burgués, C. & Fortuny, J. (1988).** *Materiales para construir la geometría.* Madrid: Síntesis.
- Alsina, C., Burgués, C. & Fortuny, J. (1989).** *Invitación a la didáctica de la geometría.* Madrid: Síntesis.
- Alsina, C. (1996).** *Enseñar matemáticas.* Barcelona: Graó.
- Araya, R. & Matus, C. (2008).** *Estadística y probabilidades: Buscando un orden para el azar. Material del estudiante. Unidad estadística y probabilidades.* Santiago de Chile: Universidad de Santiago.
- Arguelles, J. (1989).** *Historia de la matemática.* Madrid: Akal.
- Arias, M. y otros (1992).** *Hoja de cálculo en la enseñanza de las matemáticas en secundaria.* Madrid: Universidad Autónoma.
- Artigue, M. (1994).** Una introducción a la didáctica de la matemática, en *Enseñanza de la Matemática.* Selección bibliográfica, traducción para el PTFD, MCyE.
- Artigue, M., Douday, R. & Moreno, L. (1995).** *Ingeniería didáctica en educación matemática: Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.* México: Iberoamericana.
- Boule, F. (2005).** *Reflexiones sobre la geometría y su enseñanza.* México: la Vasija.
- Brousseau, G. (2007).** *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.
- Bruner, S. (1969).** *Hacia una teoría de la instrucción.* México: Uteha.
- Callejo, L. (1994).** *Un club de Matemática para la diversidad.* Madrid: Narcea.
- Cantoral, R. (2003).** *Desarrollo del pensamiento matemático.* México: Trillas.
- Cañón, C. (1993).** *La matemática: Creación y descubrimiento.* Madrid: Universidad Pontificia de Comillas.

Centeno, J. (1997). *Números decimales: ¿por qué? ¿para qué?* Madrid: Síntesis.

Chamorro, M. & Belmonte, J. (2005). *Didáctica de las matemáticas para Educación Infantil.* Madrid: Pearson Educación.

Cofré, A. & Tapia, L. (1995). *Cómo desarrollar el razonamiento lógico y matemático.* Santiago de Chile: Universitaria.

Corbalán, F. (1995). *La matemática aplicada a la vida cotidiana.* Barcelona: Graó.

Coxeter, S. & Greitzer, L. (1994). *Retorno a la geometría.* Madrid: DLS-EULER.

D'Amore, B. y otros. (2006). *Didáctica de la matemática.* Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.

De Burgos, J. (1994). *Curso de álgebra y geometría.* Madrid: Alhambra Longman.

Díaz, J., Batanero, M. & Cañizares, M. (1987). *Azar y probabilidad.* Madrid: Síntesis.

Dolores, C. (2007). *Matemática educativa: Algunos aspectos de la socioepistemología y la visualización en el aula.* Madrid: Díaz de Santos.

Duhalde, E. & González, M. (2003). *Encuentros cercanos con la matemática.* Buenos Aires: Aique.

Elphick, W. (2001). *101 actividades para implementar los objetos fundamentales transversales.* Santiago de Chile: Tiberíades.

Escalante, M. (2008). *La matemática de los modelos proporcionales: Material del estudiante 1 Año medio.* Santiago de Chile: Universidad de Santiago.

García, G. (1998). *Heurística geométrica.* México: Limusa.

González, L. (editor) (1990). *Números enteros. Matemáticas: cultura y aprendizaje.* Madrid: Síntesis.

Govinden, P. (1999). *Introducción a la estadística.* Bogotá: McGraw-Hill Interamericana.

Honsberger, R. (1994). *El ingenio en las matemáticas.* Madrid: DLS-Euler.

Johsua, S. & Dupin, J. (2005). *Introducción a la didáctica de las ciencias y la matemática.* Buenos Aires: Colihue.

Lehmann, H. (2001). *Álgebra.* México: Limusa.

Moya, M., Troncoso, M. & Yáñez, M. (2007). *Álgebra: El poder de la generalización. Material del estudiante 1er Año medio.* Santiago de Chile: Universidad de Santiago.

Planas, N. & Alsina, A. (2005). *Educación matemática y buenas prácticas: Infantil, primaria, secundaria y educación superior.* Barcelona: Graó.

Resnick, B. & Ford, W. (2010). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos.* Barcelona: Paidós

Reyes, C. & Valenzuela, M. (2006). *Matemática 1o medio.* Santiago, Chile: McGraw-Hill Interamericana.

Saavedra, G. (2005). *Contenidos básicos de estadística y probabilidad.* Santiago: Universidad de Santiago.

Sadovsky, P. (2005). *Enseñar matemática hoy: Miradas, sentidos y desafíos.* Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Smith, S. (2006). *Álgebra, trigonometría y geometría.* Needham, Mass: Pearson Prentice Hall.

Tahan, M. (2002). *El hombre que calculaba.* México: Limusa.

Valenzuela, H. (2006). *Fundamentos de matemática universitaria. Igebra y Cálculo.* Madrid: Pearson/Prentice-Hall.

Villanueva, F., Arenas, F. & Masjuán, G. (1993). *Geometría elemental.* Santiago: Universidad Católica de Chile.

Villella, A. (2001). *Uno, dos, tres. Geometría otra vez: De la intuición al conocimiento formal en la EGB.* Buenos Aires: Aique.

SITIOS WEB RECOMENDADOS

Ministerio de Educación de Chile:
www.mineduc.cl

Instrumentos curriculares (Programas de Estudio, etc.):
www.curriculum-mineduc.cl

Instituto Nacional de Estadísticas:
www.ine.cl

Red Maestros de Maestros (Mineduc):
www.rmm.cl

Geometría:
http://hp.fciencias.unam.mx/ensmat/matsinter/g_m.html

Potencias:
http://hp.fciencias.unam.mx/ensmat/matsinter/cl_f_potencias_m.html

RECURSOS DIGITALES INTERACTIVOS EN LA WEB

Portal Educar Chile: Recursos generales e interactivos para el docente:
www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119

Enlaces: Recursos Educativos Digitales:
www.catalogouce.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65

Proyecto Descartes, España: Matemáticas Interactivas:
<http://recursostic.educion.es/descartes/web/>

Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, applets de la Universidad de UTAH:
<http://nlvm.usu.edu/es/nav/vlibrary.html>

Eduteka, Portal Educativo, Colombia: Matemática Interactiva:
www.eduteka.org/MI/master/interactivate

BIBLIOGRAFÍA PARA EL ESTUDIANTE

Araya, R. & Matus, C. (2008). *Estadística y probabilidades: Buscando un orden para el azar. Material del estudiante. Unidad estadística y probabilidades.* Santiago de Chile: Universidad de Santiago.

Dussling, J. & Thornburgh, M. (2005). *El problema de 100 libras.* New York: Kane Press.

Enzensberger, M., Berner, S. & Fortea, C. (2007). *El diablo de los números: Un libro para todos aquellos que temen a las matemáticas.* Madrid: Siruela.

Kassirer, S. & Smath, J. (2005). *La feria musical de matemáticas.* New York: Kane Press.

Honsberger, R. (1994). *El ingenio en las matemáticas.* Madrid: DLS-EULER.

Oster, G. (2008). *El gran libro de las matemáticas del Ogro feroz.* Barcelona: Oniro.

Ramírez, A. B., Penner, L. R. & Smath, J. (2007). *¡Apaguen las luces!* New York: Kane Press.

Tahan, M. (2002). *El hombre que calculaba.* México: Limusa.

RECURSOS DIGITALES INTERACTIVOS EN LA WEB

Proyecto Descartes, España: Matemáticas Interactivas:
<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/>

Aplicaciones de Matemática:
<http://recursostic.educacion.es/descartes/web/aplicaciones.php>

Biblioteca Nacional de Manipuladores Virtuales, applets de la Universidad de UTAH:
<http://nlvm.usu.edu/es/nav/>;

Enlaces directos:

- › Números y operaciones:
http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_1.html
- › Álgebra:
http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_2.html
- › Geometría:
http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_3.html http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_4.html
- › Análisis de datos y probabilidad:
http://nlvm.usu.edu/es/nav/category_g_3_t_5.html
- › Portal Educar Chile. Recursos educativos interactivos:
www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/verContenido.aspx?ID=186119
- › Enlaces. Recursos Educativos Digitales:
www.catalogouce.cl/recursos-educativos-digitales?nivel_educativo=50&subsector_basica=65
- › Eduteka – Matemáticas Interactivas:
<http://www.eduteka.org/MI/master/interactivate/>
- › Eduteka – Recursos:
http://www.eduteka.org/tag/recursos_inicio/recientes/1
- › Geometría:
http://www.eduteka.org/recursos/recursos_inicio/matematicas/geometria/1
- › Álgebra:
http://www.eduteka.org/recursos/recursos_inicio/matematicas/algebra/1
- › Aritmética:
http://www.eduteka.org/recursos/recursos_inicio/matematicas/arithmetica/1

TODAS LAS UNIDADES

Blum, R., (2008). *Festival de ingenio.* Santiago de Chile: RIL.

Burgués, C., Codina, R., Montanuy, M. & Inaraja, C. (2007). *Apuntes de matemáticas.* Barcelona: Parramón.

Collantes, J. & Pérez, A. (2006). *Matecuentos cuentamates: Cuentos con problemas. [3].* Madrid: Nivola.

Gardner, M. (2008). *El idioma de los espías.* Santiago de Chile: RIL.

Moscovich, I. & Castañeda, I. (2007). *Imaginación geométrica.* Naucalpan, México: La Vasija.

Sierra, J. & N ñez, P. (2000). *El Asesinato del Profesor de Matemáticas.* Madrid: Anaya.

Snape, C., Heather, S. & Escoffié, H. (2005). *;Sal si puedes! Laberintos y rompecabezas matemáticos.* México: Limusa.

Varios autores. (2005). *Usa las matemáticas: soluciona desafíos de la vida real.* Madrid: Alfaguara.

MATERIALES

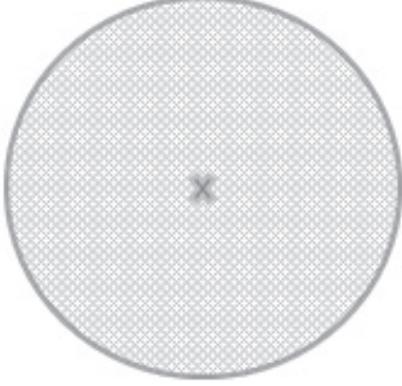
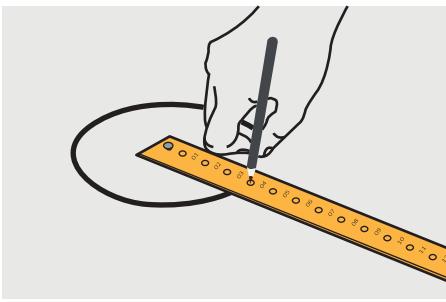
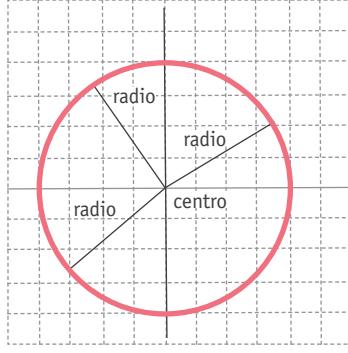
Geometría:

Varios Autores. Sólidos geométricos. Learning Resources.

Anexos

ANEXO 1

GLOSARIO

Círculo como lugar geométrico	<p>Un lugar geométrico es un conjunto de puntos del plano que cumplen cierta propiedad. El círculo como lugar geométrico, es el conjunto de puntos en el plano que están a menor o igual distancia de un punto denominado centro.</p> 
Circunferencia como lugar geométrico	<p>La circunferencia como lugar geométrico, es el conjunto de puntos en el plano que equidistan de un punto denominado centro.</p> <p>Se puede relacionar con el perímetro de un círculo.</p>
	<p>Con uso de material concreto: considerando la misma distancia desde un centro.</p>  <p>En el plano cartesiano</p> 

Combinatoria	<p>Una combinación es la forma de seleccionar posibles objetos de un determinado grupo de elementos, sin importar el orden de estos.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>¿De cuántas maneras se pueden formar parejas de trabajo en una sala con 5 estudiantes?</p> <p>Si son 5 estudiantes A, B, C, D, E las parejas de trabajo pueden ser las siguientes:</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr><td>AB</td><td>AC</td><td>AD</td><td>AE</td><td>BC</td><td>BD</td><td>BE</td><td>CD</td><td>CE</td><td>CB</td></tr> </table> $C_k^n = \frac{n!}{(n - k)! \cdot k!} \quad C_2^5 = \frac{5!}{(5 - 2)! \cdot 2!} = 10$ <p>Las combinaciones son 10, esto es hay 10 formas diferentes de armar las parejas de trabajo.</p>	AB	AC	AD	AE	BC	BD	BE	CD	CE	CB
AB	AC	AD	AE	BC	BD	BE	CD	CE	CB		
Crecimiento y decrecimiento de cantidades en forma porcentual constante	<p>Ejemplo 1:</p> <p>Una enfermedad se ha propagado mediante un crecimiento exponencial; cada vez se propaga el doble del mes anterior.</p> <p>Ejemplo 2:</p> <p>El pago de arriendo se reajusta un 5% cada 6 meses; si el arriendo es de \$200.000, ¿cuánto se pagará al año y medio?</p> <p>Inicio: \$ 200 000</p> <p>Al sexto mes: \$ 200 000 • 1,05</p> <p>Al año: \$ 200 000 • 1,05 • 1,05 = \$ 200 000 • (1,05)²</p> <p>Al año y medio: \$ 200 000 • 1,05 • 1,05 • 1,05 = \$ 200 000 • (1,05)³</p> <p>Al año y medio se pagará: \$ 231 525</p>										

Ejemplo 3:

La intensidad de la luz decrece por cada metro de profundidad por mismo porcentaje del valor anterior, por ejemplo por cada metro disminuye en 10%.

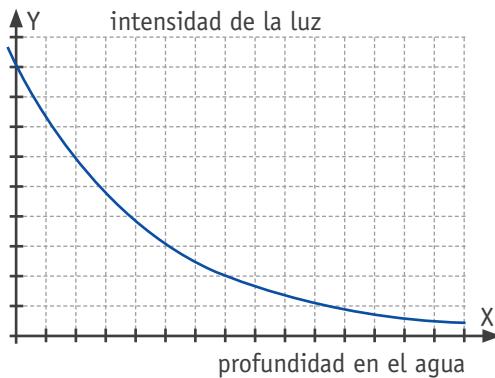
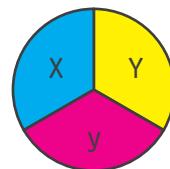


Diagrama de árbol

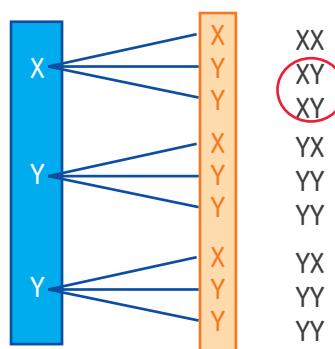
En probabilidad, permite tener una visión general del problema. Se comienza poniendo una rama por cada posibilidad; al final de cada rama se hace un “punto” para iniciar otra rama, según las posibilidades del siguiente evento. Se debe tener presente que la suma de las probabilidades de cada rama debe dar 1.

Ejemplo 1:

Una ruleta se divide en tres regiones iguales con distinto color. Si la ruleta gira dos veces:



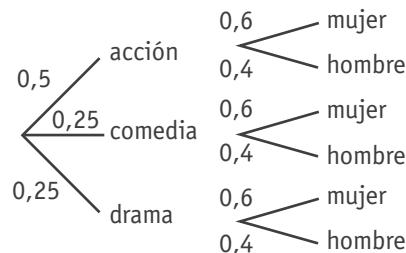
a) Dibujan un diagrama de árbol para representar el espacio muestral para dos vueltas de la flecha en la ruleta.



b) ¿Cuál es la probabilidad que al dar dos vueltas caiga en X primero y luego en Y?
 Observando las combinaciones, existen dos casos favorables y 9 opciones de combinar.
 Entonces la probabilidad es $\frac{2}{9}$

Ejemplo 2:

En un curso se pregunta cuál es su género de película favorita: las categorías son acción, comedia o drama. Un 50% prefiere acción, un 25% la comedia y el otro 25% el drama. Si las mujeres representan un 60% del curso, ¿cuál es la probabilidad de encontrar una alumna a la que le guste la acción?



La probabilidad de encontrar una alumna a la que le guste la acción es $0,5 \cdot 0,6 = 0,3$, es decir, un 30% de las alumnas.

La suma de las ramas es

$$0,5 \cdot 0,6 + 0,5 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,4 + 0,25 \cdot 0,6 + 0,25 \cdot 0,4 = 1$$

Diagrama de cajón

Permite hacer una representación gráfica de los cuartiles.

Ejemplo:

Se ha registrado en segundos el tiempo que los trabajadores de una central telefónica demoran en contestar una llamada:

10	20	25	26	27	32	33	34	52	53
56	60	70	75	80	96				

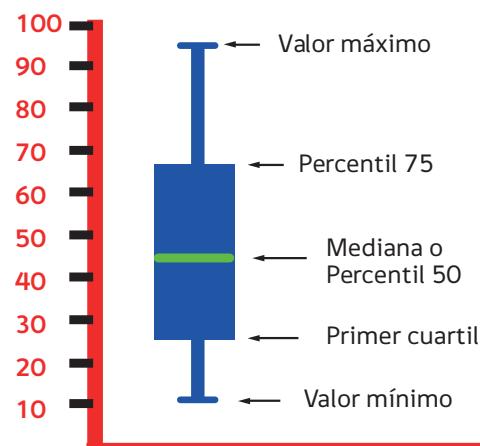
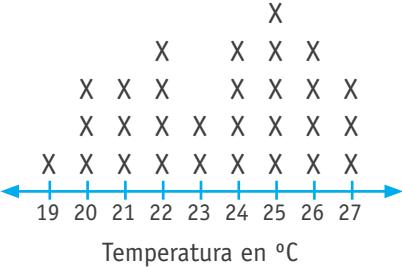


Diagrama de punto	<p>Diagrama que permite exhibir rápidamente datos sobre una recta.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Temperaturas máximas en el mes de octubre</p> 								
Diagrama de tallo y hoja	<p>Representación gráfica que permite mostrar datos en orden de valor de posición.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Los números de dos cifras se pueden organizar usando un diagrama de tallo y hojas, el dígito de las decenas es un tallo y el de las unidades es una hoja.</p> <p>En el caso de los números 24 26 28 30 35 38 39 41 45 47</p> <table border="1" data-bbox="829 925 1090 1094"> <thead> <tr> <th>Tallo</th><th>Hoja</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td><td>4 6 8</td></tr> <tr> <td>3</td><td>0 5 8 9</td></tr> <tr> <td>4</td><td>1 5 7</td></tr> </tbody> </table>	Tallo	Hoja	2	4 6 8	3	0 5 8 9	4	1 5 7
Tallo	Hoja								
2	4 6 8								
3	0 5 8 9								
4	1 5 7								
Efecto de un dato categórico en una muestra	<p>Consiste en analizar la incidencia de un dato categórico cuando éste pertenece o no a la muestra.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Las notas de curso fueron 7,0; 6,7; 6,3; 5,8; 5,8; 3,5; 5,5; 6,1.</p> <p>El promedio (media) del curso es de 5,8; sin embargo, si se calcula el promedio sin el dato categórico (diferente) en la muestra (3,5), el promedio del curso sería 6,2 (aproximado a la décima).</p>								
Espacio muestral	<p>Son todos los posibles resultados de un experimento aleatorio.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Se hace el experimento de sacar una bolita de una bolsa que contiene bolitas enumeradas del 1 al 5.</p> <p>Espacio muestral: {1, 2, 3, 4, 5}</p>								

Estimar porcentaje de una característica de población	<p>Mediante muestreo se estima el porcentaje de la población con cierta característica; se utiliza la frecuencia relativa y las nociones básicas del muestreo.</p> <p>Ejemplo1: Determinar el porcentaje correspondiente a cada color:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Se sabe que en hay 10 bolitas en una caja, entre blancas y negras. › ¿Cómo es posible determinar el total de bolitas blancas y negras sin sacarlas todas de la caja? › Realizan un muestreo y estiman el porcentaje de blancas y de negras, mirando de vez en vez y anotando el color observado. <p>Ejemplo 2: Determinar el porcentaje correspondiente a cada color:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Una botella contiene 50 caramelos de color rojo, azul y verde. No se sabe cuántos de cada color hay, porque la botella no es transparente; solo se puede ver el color de cada caramelo al voltearla y abrir la tapa. Y si se sacude la botella y se vuelve abrir la tapa, puede ser que cambie el color del caramelo que está justo en la tapa. › Durante varios días se sacudió 1000 veces la botella y se anotó el color de cada caramelo, como se muestra a continuación: <table border="1"> <thead> <tr> <th>CARAMELO</th><th>Rojo</th><th>Azul</th><th>Verde</th></tr> </thead> <tbody> <tr> <td>FRECUENCIA</td><td>452</td><td>356</td><td>192</td></tr> </tbody> </table> <p>Los alumnos responden: ¿qué porcentaje de caramelos de color rojo estiman hay en la botella?</p>	CARAMELO	Rojo	Azul	Verde	FRECUENCIA	452	356	192
CARAMELO	Rojo	Azul	Verde						
FRECUENCIA	452	356	192						
Evento simple	<p>Ejemplo:</p> <p>Lanzar dos monedas y que salgan dos sellos.</p> <p>Espacio muestral: $\{(cara, cara), (cara, sello), (sello, cara), (sello, sello)\}$.</p> <p>Evento simple: (sello sello).</p>								
Evento compuesto	<p>Es la combinación de varios eventos simples, pero no corresponde al espacio muestral.</p> <p>Ejemplo:</p> <p>Lanzar dos dados y que la suma sea 5.</p> <p>Evento compuesto: $\{(3,2); (2,3); (4,1); (1,4)\}$, se compone de 4 eventos simples.</p>								

Función por medio de cambio lineal

Se describe la función lineal como un cambio constante entre sus variables "y" y "x".

Ejemplo 1:

Una persona vende a \$ 200 cada alfajor. ¿Cuál será el ingreso después de vender 35 alfajores?

Como la variación entre vender 1 y 2 alfajores fue \$ 200, entre 3 y 4 fue \$ 200, es decir, se mantiene constante.

El ingreso por la venta de alfajores es de \$ 7 000.

Ejemplo 2:

Una persona responde 30 mails cada 20 minutos; si su proporción de trabajo se mantiene constante ¿en cuánto tiempo responderá 90 mails?

Como el cambio entre las variables "minutos" y "cantidad de mails" se mantiene constante, entonces responderá 90 mails en 60 minutos.

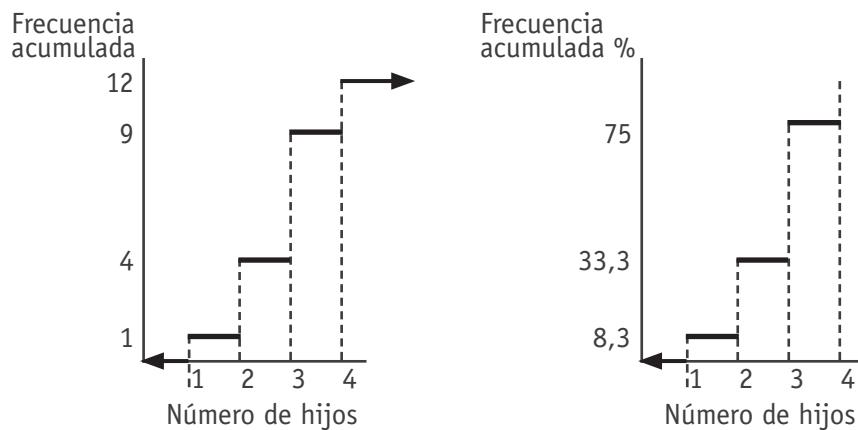
Gráfico de percentiles

Se realiza con las frecuencias acumuladas de la muestra. También puede ser según la frecuencia acumulada porcentual.

Ejemplo:

El gráfico siguiente muestra a 12 familias según su cantidad de hijos.

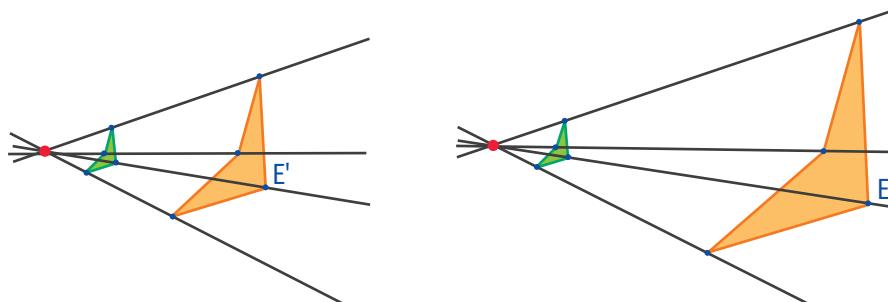
NÚMERO DE HIJOS	FRECUENCIA	FRECUENCIA ACUMULADA	FRECUENCIA PORCENTUAL ACUMULADA
1	1	1	8,3%
2	3	4	33,3%
3	5	9	75%
4	3	12	100%



Homotecia relacionada con la perspectiva

La homotecia es una transformación de una figura en el plano, que permite amplificar la forma de una figura (conservando la medida de sus ángulos) por medio de una razón.

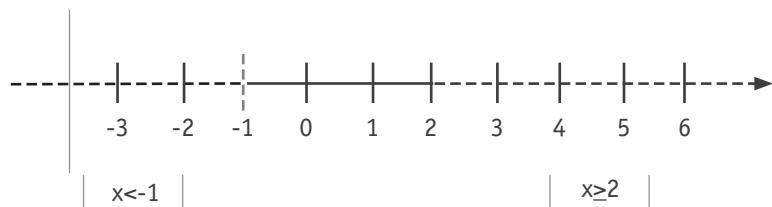
Mediante el proceso de homotecia, es posible construir figuras en perspectiva.



Homotecia en razón 3

Homotecia en razón 5

Inecuaciones por medio de representaciones gráficas



Las inecuaciones en una variable se representan en la recta numérica.

En la recta numérica, la parte coloreada a la izquierda representa el conjunto solución de la inecuación $x < -1$; la parte coloreada a la derecha representa el conjunto solución de la inecuación $x \geq 2$.

Interés simple	<p>Es aquel interés que se aplica sobre el capital inicial en cada periodo. Por lo tanto, el rendimiento (interés) siempre se mantiene.</p> <p>Ejemplo 1:</p> <p>Si se tiene un capital inicial de \$ 1 000 000 a un interés simple del 2% anual:</p> <p>El capital al primer año es: \$ 1 020 000.</p> <p>Al segundo año es: \$ 1 040 000.</p> <p>¿Cuál será su capital final al cabo de tres años?: \$ 1 060 000.</p> <p>Ejemplo 2:</p> <p>Para un capital inicial “a” y un interés simple del $i\%$ prestado en n periodos (meses, años).</p> <p>Entonces:</p> <ul style="list-style-type: none"> › 1º periodo: $a + a \cdot \frac{i}{100} \cdot 1$ › 2º periodo: $a + a \cdot \frac{i}{100} \cdot 2$ › 3º periodo: $a + a \cdot \frac{i}{100} \cdot 3$ › Nº periodo $a (1 + \frac{i \cdot n}{100})$ capital final. › Con un $i\%$ de interés. › Interés en el periodo n es: $a \cdot \frac{i}{100} \cdot n$
Interés compuesto	<p>Es aquel interés que se obtiene sobre el capital acumulado, es decir, el interés forma parte del capital o base del cálculo nuevo en cada periodo.</p> <p>Ejemplo 1:</p> <p>Si se tiene una cantidad inicial de \$ 1 000 000 a un interés compuesto del 2% anual:</p> <p>El capital al primer año es: \$1 020 000.</p> <p>Al segundo año es: \$1 040 400.</p> <p>¿Cuál será su capital final al cabo de tres años?: \$1 061 208.</p> <p>Ejemplo 2:</p> <p>Si se tiene un capital inicial “a” a un interés compuesto del $i\%$ prestado en n periodo (meses, años).</p> <p>Entonces:</p> <ul style="list-style-type: none"> › 1º mes: $a (1 + \frac{i}{100})$ › 2º mes: $a (1 + \frac{i}{100})(1 + \frac{i}{100})$ › 3º mes: $a (1 + \frac{i}{100})(1 + \frac{i}{100})(1 + \frac{i}{100})$ › Nº mes: $a (1 + \frac{i}{100})^n \rightarrow$ total de dinero › Con un $i\%$ de interés en un periodo “n”.

Medidas de posición, percentiles, cuartiles

Se utilizan en estadística para describir la posición específica que tiene un dato en relación con el resto de los datos, siempre que estén en orden por categorías.

El **percentil** consiste en ordenar los datos de mayor a menor y dividirlos en 100 partes iguales, en donde el k -ésimo percentil es el número tal que, a lo más, el $k\%$ de los datos es menor a ese valor.

Los **cuartiles** son los valores de la variable que dividen los datos ordenados en cuartos. El primer cuartil, Q_1 , es el valor tal que, a lo más, el 25% de los datos es menor que ese valor.

El segundo cuartil (mediana), Q_2 , es el número tal que, a lo más, el 50% de los datos es menor que ese valor.

El tercer cuartil, Q_3 , es el número tal que, a lo más, el 75% de los datos es menor a ese valor.

El cuarto cuartil es toda la información, por lo tanto no se acostumbra a mencionarlo.

Ejemplo 1:

Percentiles para **datos no agrupados**.

10 estudiantes tienen las siguientes notas, ordenadas de menor a mayor:

4,7; 4,8; 5,4; 5,7; 5,7; 5,8; 6,4; 6,5; 7; 7;

El percentil 20, es decir, la nota 4,8, significa que el 20% del curso no supera la nota 4,8 y el 80% tuvo nota sobre 4,8.

Ejemplo 2:

En una competencia de triatlón, María llegó en el lugar 25 de entre 150 participantes; entonces 125 competidoras llegaron después de María.

La posición de María en el triatlón es el percentil 83, ya que $\frac{125}{150} = 0,83$, es decir, estuvo dentro del 17% que llegó primero.

Ejemplo 3:

Percentiles para **datos agrupados**.

En un estudio se preguntó a 144 personas cuánto habían gastado en el supermercado. Los resultados se muestran en la tabla:

X: CANTIDAD DE DINERO	$0 < x \leq 4\ 000$	$4\ 000 < x \leq 8\ 000$	$8\ 000 < x \leq 12\ 000$	$12\ 000 < x \leq 16\ 000$
NÚMERO DE COMPRADORES	10	32	48	54

Se calcula el 75% de las personas que participan en el estudio, lo que da un total de 108 personas. Se ubica el 108 en el intervalo correspondiente, es decir, en el gasto de 12 000 hasta 16 000.

A continuación, se divide la diferencia del intervalo entre el número de compradores del intervalo, en este caso, es: $\frac{4\ 000}{54} = 74,074$.

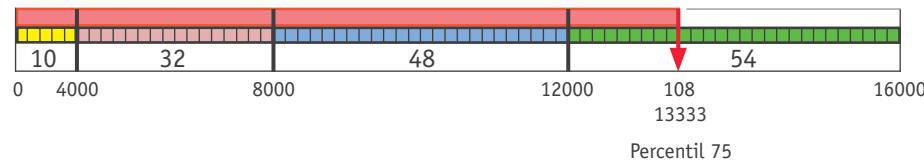
Desde que se inicia el intervalo hasta el 108 hay 18 personas, por lo tanto, se debe multiplicar 74,074 por 18, donde se obtiene la diferencia promedio entre comprador y comprador que es de: 1 333,333 correspondiente a ese intervalo. Como el intervalo comienza en el 12 000, se debe agregar esta diferencia a 12 000.

Es decir, el 75% de las personas encuestadas gastan a lo más \$ 13 333.-

En general, se tiene:

$$P75 = 12\ 000 + \frac{4\ 000}{54} \cdot \left(\frac{144 \cdot 75}{100} - 90 \right)$$

$$P75 = 13\ 333$$



Observando la representación de percentil 75, una aproximación de éste es considerar el promedio del intervalo en donde está agrupado el 75% de los datos:

$\frac{75}{100} \cdot 144 = 108$, el dato 108 está en el intervalo entre 12 000 y 16 000, luego el promedio entre 12 000 y 16 000 es 14 000.

Entonces, para el 75% de las personas encuestadas, su gasto aproximadamente no supera los \$ 14 000.

Ejemplo 4:

Cuartiles

Se ha registrado, por períodos de 15 minutos, el número de vehículos que pasa por la intersección de dos avenidas en cierta ciudad:

16 21 25 26 26 26 28 28 28 28 29 29 30 31 32 32 32 36

25%	25%	25%	25%
-----	-----	-----	-----

Q_1

Q_2

Q_3

El 25% de los vehículos que transitan en la intersección de dichas avenidas, no supera los 26 autos.

Metáforas de máquinas para las funciones

Consiste en identificar el concepto de función con una máquina. Una función es una máquina que “cambia” o “transforma” un elemento que ingresa.

Los elementos que ingresan actúan de la misma forma que la variable independiente y los elementos que egresan actúan igual que la variable dependiente.



Esta metáfora conduce a el concepto de función inversa, en el sentido de que la maquina trabaja al revés. Además, se tiene una forma visual para el trabajo con la compuesta de funciones.

Modelos a escala

Los modelos a escala son una representación de la realidad que permiten determinar las distancias reales.

Ejemplo:

El siguiente dibujo está a escala 1:1000



Midiendo con regla, es posible estimar la distancia real entre A y E según su escala.

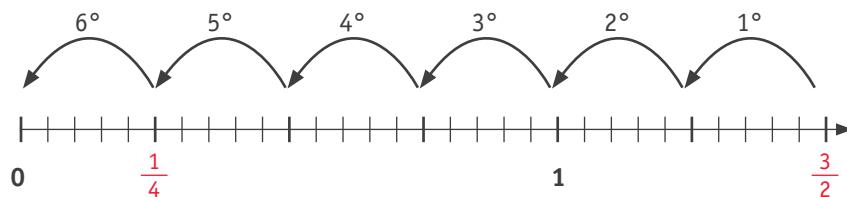
Multiplicación y división de fracciones en representaciones pictóricas

División:

Ejemplo:

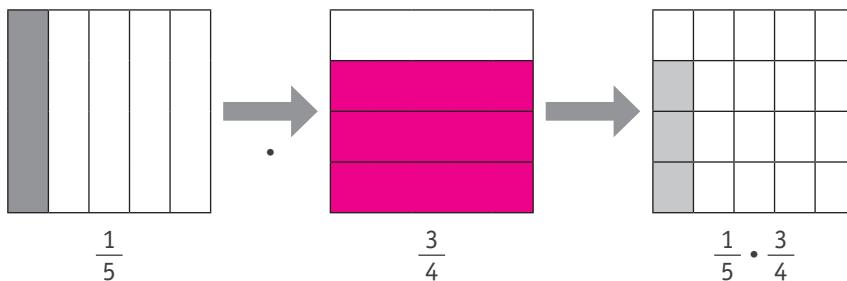
¿Cuántos saltos del largo $\frac{1}{4}$ se deben realizar para llegar desde la posición $\frac{3}{2}$ a la posición 0?

Representando y numerando los saltos se obtiene el resultado correcto: 6.



En representación simbólica: $\frac{3}{2} : \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{1} = 6$

Multiplicación:

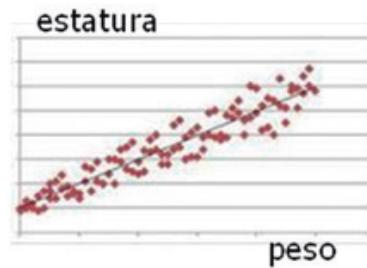


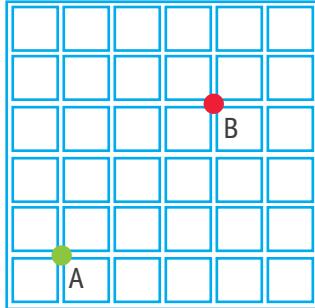
Nube de puntos

La distribución de datos con dos características se representa en forma de una nube de puntos en un sistema de coordenadas para visualizar una posible correlación entre ellos.

Ejemplo: La distribución de datos con dos características (peso/ estatura).

Para representar el dato que corresponde al par $(x_i ; y_i)$, se ubica un punto según su coordenada:



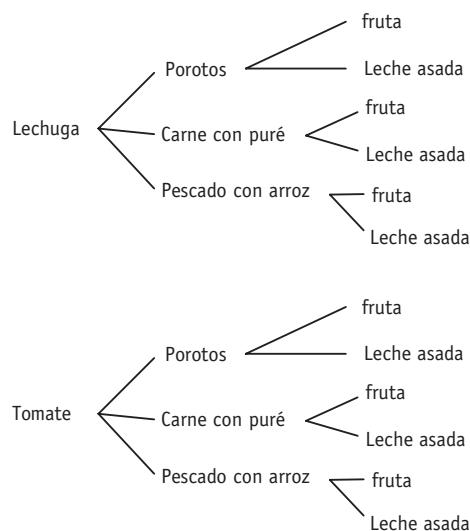
Números naturales en notación científica	<p>Ejemplo:</p> <p>Se estima que la edad del universo es de 13 700 millones de años aproximadamente. Para escribir en notación científica, se descompone el número en potencia de 10, es decir:</p> $\begin{aligned}13\,700\,000\,000 &= 10\,000\,000\,000 + 3\,000\,000\,000 + 700\,000\,000 \\&= 1 \cdot 10^{10} + 3 \cdot 10^9 + 7 \cdot 10^8 \\&= (1 + 0,3 + 0,07) \cdot 10^{10} \\&= (1,37) \cdot 10^{10} \\&= 1,37 \cdot 10^{10}\end{aligned}$
Paseos aleatorios	<p>Consiste en graficar la trayectoria que resulta al hacer sucesivos pasos aleatorios.</p> <p>Por ejemplo:</p> <p>Una persona está ubicada en el punto A y debe llegar al punto B, siguiendo las direcciones arriba o a la derecha. ¿Cuántos caminos puede elegir para llegar?</p> 

Principio multiplicativo

Es un principio básico de conteo. Si hay "a" formas de hacer algo y "b" maneras de hacer otra cosa, entonces hay $a \cdot b$ maneras de realizar ambas acciones.

Ejemplo:

En un menú del día se dispone de 2 opciones de entrada: lechuga o tomate; 3 opciones de plato de fondo: porotos, carne con puré y pescado con arroz; y 2 opciones de postre: fruta o leche asada. ¿Cuántos menú se puede escoger?

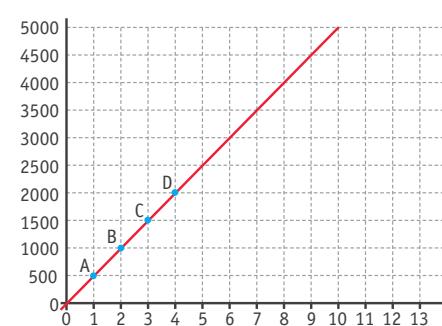


$$2 \cdot 3 \cdot 2 = 12$$

Se puede escoger entre 12 menú

Proporciones directas e inversas y características de la gráfica

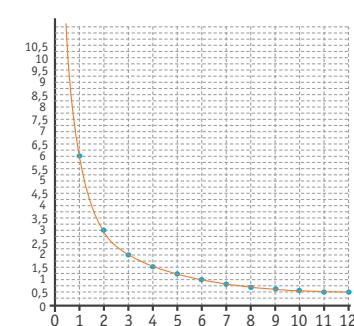
Proporción directa



La proporcionalidad directa tiene un factor k , determinado por la relación $y : x = k$

Así, la ecuación que está representada en el gráfico está dada por $y = k \cdot x$

Proporcionalidad inversa



La proporcionalidad inversa tiene un factor k , determinado por la relación $x \cdot y = k$

Así la ecuación que está representada en el gráfico está dada por: $y = \frac{k}{x}; x \neq 0$

Regla aditiva	<p>Si los eventos A y B son mutuamente excluyentes, es decir, $A \cap B = \emptyset$, entonces:</p> $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ <p>Si los eventos no son mutuamente excluyentes, es decir, su intersección no es distinta de vacío, entonces:</p> $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ <p>Ejemplo 1:</p> <p>Al lanzar un dado, ¿cuál es la probabilidad de que se obtenga un número impar o mayor que tres?</p> <p>Evento A: que salga un número impar.</p> <p>Evento B: que salga un número mayor que tres.</p> $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ <p>Ejemplo 2:</p> <p>En una urna existen 8 bolas numeradas del 1 al 8. ¿Cuál es la probabilidad de sacar en una sola extracción una bola enumerada con un número primo o con un número impar?</p> <p>Evento A: que salga un número primo.</p> <p>Evento B: que salga un número impar.</p> $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ $P(A \cup B) = \frac{4}{8} + \frac{4}{8} - \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$																
Regla multiplicativa	<p>Si los eventos A y B son independientes, entonces:</p> $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ <p>Ejemplo:</p> <p>Al lanzar dos veces un dado, ¿cuál es la probabilidad de que salga dos veces el número 5?</p> $P(A \cap B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$																
Tabla de doble entrada	<p>Permite organizar los datos y visualizar características de una muestra.</p> <p>Por ejemplo:</p> <table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>HOMBRES</th> <th>MUJERES</th> <th>TOTAL</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>NATACIÓN</td> <td>15</td> <td>22</td> <td>37</td> </tr> <tr> <td>FÚTBOL</td> <td>25</td> <td>10</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> <td>32</td> <td>¿?</td> </tr> </tbody> </table>		HOMBRES	MUJERES	TOTAL	NATACIÓN	15	22	37	FÚTBOL	25	10	35	TOTAL	40	32	¿?
	HOMBRES	MUJERES	TOTAL														
NATACIÓN	15	22	37														
FÚTBOL	25	10	35														
TOTAL	40	32	¿?														

Tabla de Galton	<p>Es un experimento que permite visualizar un paseo al azar, en que hay una mayor probabilidad de llegar a los casilleros del centro.</p>
------------------------	--

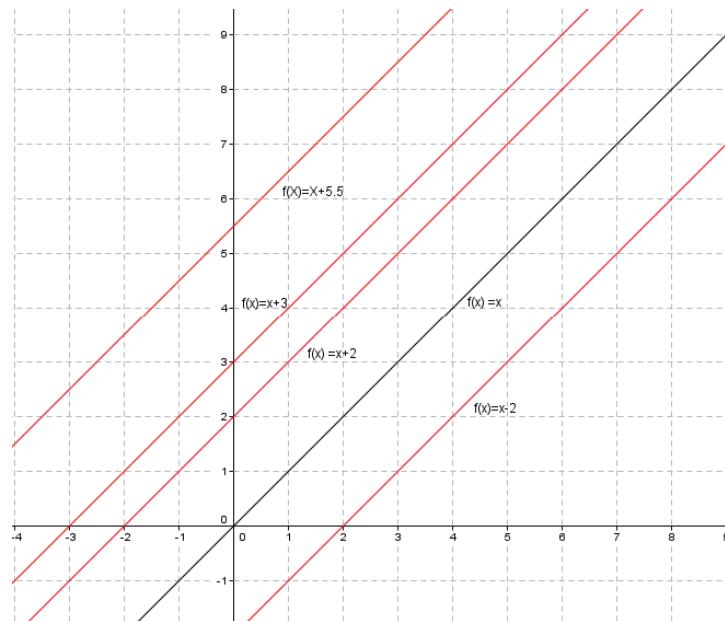
Su construcción requiere de casilleros (columnas), filas de división, y en su parte superior, una distribución de tabiques (clavos) fijos en forma triangular, como muestra la imagen. Por el orificio de la punta de la tabla de Galton se dejan caer bolas de un tamaño adecuado.

Se puede construir de forma manual o usando *software* matemático.



Traslación del gráfico de una función lineal	<p>A partir del gráfico de la función lineal $f(x) = x$, trasladan el gráfico de la función mediante la constante k, generando así el gráfico de la función afín.</p>
---	---

Por ejemplo: la función lineal se trasladó según el factor k descrito en la imagen.



Triángulos y cuadriláteros congruentes	<p>Dos figuras son congruentes cuando tienen igual medida de sus lados y de sus ángulos, respectivamente.</p>
---	---

Hay diferentes formas de construir triángulos congruentes. Una de ellas es teniendo la medida de los tres lados; en el caso de la construcción de cuadriláteros, se deben identificar los triángulos que hay en el cuadrilátero (mínimo dos) y utilizar la construcción de triángulos para estos.

ANEXO 2

PROGRESIÓN DE HABILIDADES DE 7° BÁSICO A 2° MEDIO

	7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
RESOLVER PROBLEMAS	<p>OA a Resolver problemas utilizando estrategias tales como: › Destacar la información dada. › Usar un proceso de ensayo y error sistemático. › Aplicar procesos reversibles. › Descartar información irrelevante. › Usar problemas similares.</p>	<p>OA a Resolver problemas utilizando estrategias tales como: › Destacar la información dada. › Usar un proceso de ensayo y error sistemático. › Aplicar procesos reversibles. › Descartar información irrelevante. › Usar problemas similares.</p>	<p>OA a Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes: › Simplificar el problema y estimar el resultado. › Descomponer el problema en subproblemas más sencillos . › Buscar patrones . › Usar herramientas computacionales.</p>	<p>OA a Resolver problemas utilizando estrategias como las siguientes: › Simplificar el problema y estimar el resultado. › Descomponer el problema en subproblemas más sencillos . › Buscar patrones . › Usar herramientas computacionales.</p>
	<p>OA b Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.</p>	<p>OA b Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.</p>	<p>OA b Evaluar el proceso y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.</p>	<p>OA b Evaluar procedimientos y comprobar resultados propios y de otros, de un problema matemático.</p>
	<p>OA c Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.</p>	<p>OA c Utilizar sus propias palabras, gráficos y símbolos matemáticos para presentar sus ideas o soluciones.</p>	<p>OA c Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas.</p>	<p>OA c Utilizar lenguaje matemático para identificar sus propias ideas o respuestas.</p>

ARGUMENTAR Y COMUNICAR

	7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
OA d Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.	OA d Describir relaciones y situaciones matemáticas de manera verbal y usando símbolos.	OA d Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.	OA d Describir relaciones y situaciones matemáticas usando lenguaje matemático, esquemas y gráficos.	
OA e Explicar y fundamentar: › Soluciones propias y los procedimientos utilizados. › Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.	OA e Explicar y fundamentar: › Soluciones propias y los procedimientos utilizados. › Resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas.	OA e Explicar › Soluciones propias y los procedimientos utilizados. › Demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas. › Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente.	OA e Explicar › Soluciones propias y los procedimientos utilizados. › Demostraciones de resultados mediante definiciones, axiomas, propiedades y teoremas. › Generalizaciones por medio de conectores lógicos y cuantificadores utilizándolos apropiadamente.	
OA f Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos.	OA f Fundamentar conjeturas dando ejemplos y contraejemplos.	OA f Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de enunciados.	OA f Fundamentar conjeturas usando lenguaje algebraico para comprobar o descartar la validez de enunciados.	
OA g Evaluar la argumentación de otros dando razones.	OA g Evaluar la argumentación de otros dando razones.	OA g Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración, si en una secuencia de pasos hay un salto o errores.	OA g Realizar demostraciones simples de resultados e identificar en una demostración, si hay saltos o errores.	

	7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
MODELAR	OA h Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria.	OA h Usar modelos, realizando cálculos, estimaciones y simulaciones, tanto manualmente como con ayuda de instrumentos para resolver problemas de otras asignaturas y de la vida diaria.	OA h Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la vida diaria.	OA h Usar modelos, utilizando un lenguaje funcional para resolver problemas y para representar patrones y fenómenos de la ciencia y la vida diaria.
	OA i Seleccionar y ajustar modelos, para resolver problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma $ax + b >, <, = c$, con $a, b, c \in N$, comparando dependencias lineales.	OA i Seleccionar y ajustar modelos, para modelar problemas asociados a ecuaciones e inecuaciones de la forma $ax + b >, <, = c$, con $(a, b, c \in N)$ comparando dependencias lineales.	OA i Seleccionar modelos e identificar cuando dos variables dependen linealmente ó afínmente en un intervalo de valores.	OA i Seleccionar modelos e identificar cuando dos variables dependen cuadráticamente ó inversamente en un intervalo de valores.
			OA j Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerque más a la realidad.	OA j Ajustar modelos, eligiendo los parámetros adecuados para que se acerque más a la realidad.
	OA j Evaluar la pertinencia de modelos: › En relación al problema presentado. › Considerando sus limitaciones.	OA j Evaluar la pertinencia de modelos: › En relación al problema presentado. › Considerando sus limitaciones.	OA k Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.	OA k Evaluar modelos, comparándolos entre sí y con la realidad y determinando sus limitaciones.

	7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
REPRESENTAR	OA k Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros).	OA k Elegir y utilizar representaciones concretas, pictóricas y simbólicas para representar enunciados y situaciones en contextos diversos (tablas, gráficos, recta numérica, entre otros).	OA l Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.	OA l Elegir o elaborar representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.
	OA l Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.	OA l Relacionar y contrastar información entre distintos niveles de representación.	OA n Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.	OA n Organizar, analizar y hacer inferencias acerca de información representada en tablas y gráficos.
	OA m Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.	OA m Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.	OA o Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.	OA o Representar y ejemplificar utilizando analogías, metáforas y situaciones familiares para resolver problemas.
			OA m Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.	OA m Transitar entre los distintos niveles de representación de funciones.

ANEXO 3

PROGRESIÓN DE OBJETIVOS DE APRENDIZAJE TEMÁTICOS DE 7° BÁSICO A 2° MEDIO

NÚMEROS			
7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
NÚMEROS Y OPERATORIA			
<p>OA 1</p> <p>Mostrar que comprenden la adición y sustracción de números enteros:</p> <ul style="list-style-type: none">› Representando los números enteros en la recta numérica.› Representándolas de manera concreta, (como subir y bajar en ascensor), pictórica (en la recta numérica) y simbólica.› Dándole significado a los símbolos + y – según el contexto (por ejemplo: un movimiento en una dirección seguido de un movimiento equivalente en la oposición no opuesta representa ningún cambio de posición).› Resolviendo problemas en contextos cotidianos.	<p>OA 1</p> <p>Mostrar que comprenden la multiplicación y la división de números enteros:</p> <ul style="list-style-type: none">› Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica.› Aplicando procedimientos usados en la multiplicación y división de números naturales.› Aplicando la regla de los signos de la operación.› Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios.	<p>OA 1</p> <p>Calcular operaciones con números racionales en forma simbólica.</p>	<p>OA 1</p> <p>Realizar cálculos y estimaciones que involucren operaciones con números reales:</p> <ul style="list-style-type: none">› Utilizando la descomposición de raíces y las propiedades de las raíces.› Combinando raíces con números racionales.› Resolviendo problemas que involucren estas operaciones en contextos diversos.

NÚMEROS			
7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
<p>OA 2</p> <p>Explicar la multiplicación y la división de fracciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Utilizando representaciones concretas, pictóricas y simbólicas. › Relacionándolas con la multiplicación y la división de números decimales. <hr/> <p>OA 3</p> <p>Resolver problemas que involucren la multiplicación y la división de fracciones y de decimales positivos de manera concreta, pictórica y simbólica (de forma manual y/o con software educativo).</p>	<p>OA 2</p> <p>Utilizar las operaciones de multiplicación y división con los números racionales en el contexto de la resolución de problemas:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Representándolos en la recta numérica. › Involucrando diferentes conjuntos numéricos (fracciones, decimales y números enteros). 		

PROPORCIONES			
7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
OA 4 Mostrar que comprenden el concepto de porcentaje: › Representándolo de manera pictórica. › Calculando de varias maneras. › Aplicándolo a situaciones sencillas.	OA 5 Resolver problemas que involucran variaciones porcentuales en contextos diversos, usando representaciones pictóricas y registrando el proceso de manera simbólica; por ejemplo: el interés anual del ahorro.		
POTENCIAS Y RAÍCES			
OA 5 Utilizar potencias de base 10 con exponente natural: › Usando los términos “potencia, base, exponente, elevado”. › Definiendo y usando el exponente 0 en el sistema decimal. › Expresando números naturales en notación científica(sistema decimal). › Resolviendo problemas, usando la notación científica.	OA 3 Explicar la multiplicación y división de potencias de base natural y exponente natural hasta 3, de manera concreta, pictórica y simbólica.	OA 2 Mostrar que comprenden las potencias de base racional y exponente entero: › Transfiriendo propiedades de la multiplicación y división de potencias a los ámbitos numéricos correspondientes. › Relacionándolas con el crecimiento y decrecimiento de cantidades. › Resolviendo problemas de la vida diaria y otras asignaturas.	OA 2 Mostrar que comprenden las relaciones entre potencias, raíces enésimas y logaritmos: › Comparando representaciones de potencias de exponente racional con raíces enésimas en la recta numérica. › Convirtiendo raíces enésimas a potencias de exponente racional y viceversa. › Describiendo la relación entre potencias y logaritmos. › Resolviendo problemas rutinarios y no rutinarios que involucren potencias, logaritmos y raíces enésimas.
	OA 4 Mostrar que comprenden las raíces cuadradas de números naturales: › Estimándolas de manera intuitiva. › Representándolas de manera concreta, pictórica y simbólica. › Aplicándolas en situaciones geométricas y en la vida diaria.		

ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

EXPRESIONES ALGEBRAICAS

OA 6

Utilizar el lenguaje algebraico para generalizar relaciones entre números, para establecer y formular reglas y propiedades y construir ecuaciones.

OA 7

Reducir expresiones algebraicas, reuniendo términos semejantes para obtener expresiones de la forma

$$ax + by + cz$$

$$(a, b, c \in \mathbb{Z})$$

OA 6

Mostrar que comprenden la operatoria de expresiones algebraicas:

- › Representándolas de manera pictórica y simbólica.
- › Relacionándolas con el área de cuadrados, rectángulos y volúmenes de paralelepípedos.
- › Determinando formas factorizadas.

OA 6

Desarrollar los productos notables de manera concreta, pictórica y simbólica:

- › Transformando productos en sumas y viceversa.
- › Aplicándolos a situaciones concretas.
- › Completando cuadrado del binomio.
- › Utilizándolas en la reducción y desarrollo de expresiones algebraicas.

ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

FUNCIONES

OA 8

Mostrar que comprenden las proporciones directas e inversas:

- › Realizando tablas de valores para relaciones proporcionales.
- › Graficando los valores de la tabla.
- › Explicando las características de la gráfica.
- › Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

OA 7

Mostrar que comprenden la noción de función por medio de un cambio lineal:

- › Utilizando tablas.
- › Usando metáforas de máquinas.
- › Estableciendo reglas entre x e y .
- › Representando de manera gráfica (plano cartesiano, diagramas de venn) de manera manual y/o con *software educativo*.

OA 5

Graficar relaciones lineales en dos variables de la forma $f(x, y) = ax + by$; por ejemplo: un haz de rectas paralelas en el plano cartesiano, líneas de nivel en planos inclinados (techo), propagación de olas en el mar y la formación de algunas capas de rocas:

- › Creando tablas de valores con a, b fijo y x, y variable.
- › Representando una ecuación lineal dada por medio de un gráfico, de manera manual y/o con *software educativo*.

OA 10

Mostrar que comprenden la función afín:

- › Generalizándola como la suma de una constante con una función lineal.
- › Trasladando funciones lineales en el plano cartesiano.
- › Determinando el cambio constante de un intervalo a otro, de manera gráfica y simbólica, de manera manual y/o con *software educativo*.
- › Relacionándola con el interés simple.
- › Utilizándola para resolver problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

- › Escribiendo la relación entre las variables de un gráfico dado; por ejemplo, variando c en la ecuación $ax + by = c$; ($a, b, c \in \mathbb{Q}$) (decimales hasta la décima).

ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

FUNCIONES

OA 3

Mostrar que comprenden la función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c: (a \neq 0)$:

- › Reconociendo la función cuadrática $f(x) = ax^2$ en situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.
- › Representándola en tablas y gráficos de manera manual y/o con software educativo.
- › Determinando puntos especiales de su gráfica.
- › Seleccionándola como modelo de situaciones de cambio cuadrático de otras asignaturas, en particular de la oferta y demanda.

ÁLGEBRA Y FUNCIONES			
7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
FUNCIONES			
			<p>OA 5</p> <p>Mostrar que comprenden la inversa de una función:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Utilizando la metáfora de máquina. › Representándola por medio de tablas y gráficos, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo. › Utilizando la reflexión de la función representada en el gráfico del plano cartesiano. › Calculando las inversas en casos de funciones lineales y cuadráticas.
			<p>OA 6</p> <p>Explicar el cambio porcentual constante en intervalos de tiempo:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Por medio de situaciones de la vida real y de otras asignaturas. › Identificándolo con el interés compuesto. › Representándolo de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo. › Expresándolo en forma recursiva $f(t + 1) - f(t) = a \cdot f(t)$. › Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas.

ÁLGEBRA Y FUNCIONES

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

ECUACIONES E INECUACIONES

OA 9

Modelar y resolver problemas diversos de la vida diaria y de otras asignaturas, que involucran ecuaciones e inecuaciones lineales de la forma:

- › $ax = b; \frac{x}{a} = b$
- › $(a, b \in N; a \neq 0)$
- › $ax < b; ax > b; \frac{x}{a} < b; \frac{x}{a} > b$
 $(a, b \in N; a \neq 0)$

OA 8

Modelar situaciones de la vida diaria y de otras asignaturas, usando ecuaciones lineales de la forma:

- › $ax = b; \frac{x}{a} = b, a \neq 0;$
- › $ax + b = c; \frac{x}{a} + b = c;$
- › $ax = b + cx; a(x + b) = c;$
- › $ax + b = cx + d$
 $(a, b, c, d, e \in Q)$

OA 4

Resolver sistemas de ecuaciones lineales (2x2) relacionados con problemas de la vida diaria y de otras asignaturas, mediante representaciones gráficas y simbólicas, de manera manual y/o con *software* educativo.

OA 4

Resolver, de manera concreta, pictórica y simbólica, o usando herramientas tecnológicas, ecuaciones cuadráticas de la forma:

- › $ax^2 = b$
- › $(ax + b)^2 = c$
- › $ax^2 + bx = 0$
- › $ax^2 + bx = c$
 $(a, b, c \text{ son números racionales, } a \neq 0)$

OA 9

Resolver inecuaciones lineales con coeficientes racionales en el contexto de la resolución de problemas, por medio de representaciones gráficas, simbólicas, de manera manual y/o con *software* educativo.

GEOMETRÍA			
7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
CONSTRUCCIONES Y MEDIDAS			
OA 10 Descubrir relaciones que involucran ángulos exteriores o interiores de diferentes polígonos.	OA 11 Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficies y el volumen de prismas rectos con diferentes bases y cilindros: › Estimando de manera intuitiva área de superficie y volumen. › Desplegando la red de prismas rectos para encontrar la fórmula del área de superficie. › Transfiriendo la fórmula del volumen de un cubo (base por altura) en prismas diversos y cilindros. › Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.	OA 6 Desarrollar la fórmula de los valores del área y del perímetro de sectores y segmentos circulares respectivamente, a partir de ángulos centrales de 60° , 90° , 120° y 180° , por medio de representaciones concretas.	
OA 13 Desarrollar y aplicar la fórmula del área de triángulos, paralelogramos y trapecios.		OA 7 Desarrollar las fórmulas para encontrar el área de superficie y el volumen del cono: › Desplegando la red del cono para la fórmula del área de superficie. › Experimentando de manera concreta para encontrar la relación entre el volumen del cilindro y el cono. › Aplicando las fórmulas a la resolución de problemas geométricos y de la vida diaria.	

GEOMETRÍA

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
<p>OA 11</p> <p>Mostrar que comprenden el círculo:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Describiendo las relaciones entre el radio, el diámetro y el perímetro del círculo. › Estimando de manera intuitiva el perímetro y el área de un círculo. › Aplicando las aproximaciones del perímetro y del área en la resolución de problemas geométricos de otras asignaturas y de la vida diaria. › Identificándolo como lugar geométrico. 			<p>OA 7</p> <p>Desarrollar la fórmula del área de la superficie y el volumen de la esfera:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Conjeturando la fórmula. › Representando de manera concreta y simbólica, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo. › Resolviendo problemas de la vida diaria y de geometría.
<p>OA 12</p> <p>Construir objetos geométricos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo:</p> <ul style="list-style-type: none"> › Líneas, como las perpendiculares, las paralelas, las bisectrices y alturas en triángulos y cuadriláteros. › Puntos, como el punto medio de un segmento, el centro de gravedad, el centro del círculo inscrito y del circunscrito. › Triángulos y cuadriláteros congruentes. 			

GEOMETRÍA

7° BÁSICO

8° BÁSICO

1° MEDIO

2° MEDIO

PLANO CARTESIANO, TRANSFORMACIONES Y RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

OA 14

Identificar puntos en el plano cartesiano, usando pares ordenados y vectores de forma concreta (juegos) y pictórica.

OA 14

Componer rotaciones, traslaciones y reflexiones en el plano cartesiano y en el espacio, de manera manual y/o con *software* educativo, y aplicar a las simetrías de polígonos y poliedros, y a la resolución de problemas geométricos relacionados con el arte.

OA 8

Mostrar que comprenden las razones trigonométricas de seno, coseno y tangente en triángulos rectángulos:

- › Relacionándolas con las propiedades de la semejanza y los ángulos.
- › Explicándolas de manera pictórica y simbólica, de manera manual y/o con *software* educativo.
- › Aplicándolas para determinar ángulos o medidas de lados.
- › Resolviendo problemas geométricos y de otras asignaturas.

GEOMETRÍA

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
	OA 13 Describir la posición y el movimiento (traslaciones, rotaciones y reflexiones) de figuras 2D, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo, utilizando: <ul style="list-style-type: none"> › Los vectores para la traslación. › Los ejes del plano cartesiano como ejes de reflexión. › Los puntos del plano para las rotaciones. 	OA 8 Mostar que comprenden el concepto de homotecia: <ul style="list-style-type: none"> › Relacionándola con la perspectiva, el funcionamiento de instrumentos ópticos y el ojo humano. › Midiendo segmentos adecuados para determinar las propiedades de la homotecia. › Aplicando propiedades de la homotecia en la construcción de objetos, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo. › Resolviendo problemas de la vida cotidiana y de otras asignaturas. 	OA 9 Aplicar las razones trigonométricas en diversos contextos en la composición y descomposición de vectores y determinar las proyecciones de vectores.
		OA 9 Desarrollar el teorema de Tales mediante las propiedades de la homotecia, para aplicarlo en la resolución de problemas.	

GEOMETRÍA

7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
	<p>OA 12 Explicar de manera concreta, pictórica y simbólica, la validez del teorema de Pitágoras y aplicar a la resolución de problemas geométricos y de la vida cotidiana, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</p>	<p>OA 10 Aplicar propiedades de semejanza y de proporcionalidad a modelos a escala y otras situaciones de la vida diaria y otras asignaturas.</p> <p>OA 11 Representar el concepto de homotecia de forma vectorial, relacionándolo con el producto de un vector por un escalar, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo.</p>	

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA			
7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
DATOS Y MUESTRAS			
OA 15 Estimar el porcentaje de algunas características de una población desconocida por medio del muestreo.	OA 15 Mostrar que comprenden las medidas de posición, percentiles y cuartiles: › Identificando la población que está sobre o bajo el percentil. › Representándolas con diagramas, incluyendo el diagrama de cajón, de manera manual y/o con software educativo. › Utilizándolas para comparar poblaciones.	OA 12 Registrar distribuciones de dos características distintas, de una misma población, en una tabla de doble entrada y en una nube de puntos.	OA 10 Mostrar que comprenden las variables aleatorias finitas: definiendo la variable determinando los posibles valores de la incógnita calculando su probabilidad graficando sus distribuciones.
OA 16 Representar datos obtenidos en una muestra mediante tablas de frecuencias absolutas y relativas, utilizando gráficos apropiados, de manera manual y/o con software educativo.			
OA 17 Mostrar que comprenden las medidas de tendencia central y el rango: › Determinando las medidas de tendencia central para realizar inferencias sobre la población. › Determinando la medida de tendencia central adecuada para responder un problema planteado. › Utilizándolos para comparar dos poblaciones. › Determinando el efecto de un dato que es muy diferente a los otros.		OA 13 Comparar poblaciones mediante la confección de gráficos "xy" para dos atributos de muestras, de manera concreta y pictórica: › Utilizando nubes de puntos en dos colores. › Separando la nube por medio de una recta trazada de manera intuitiva.	

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA			
7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
	OA 16 Evaluar la forma en que los datos están presentados: <ul style="list-style-type: none"> › Comparando la información de los mismos datos representada en distintos tipos de gráficos para determinar fortalezas y debilidades de cada uno. › Justificando la elección del gráfico para una determinada situación y su correspondiente conjunto de datos. › Detectando manipulaciones de gráficos para representar datos. 		
PROBABILIDAD Y COMBINATORIA			
OA 18 Explicar probabilidades de eventos obtenidos por medio de experimentos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo: <ul style="list-style-type: none"> › Estimándolas de manera intuitiva. › Utilizando frecuencias relativas. › Relacionándolas con razones, fracciones o porcentaje. 	OA 17 Explicar el principio combinatorio multiplicativo: <ul style="list-style-type: none"> › A partir de situaciones concretas. › Representándolo con tablas y árboles regulares, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo. › Utilizándolo para calcular la probabilidad de un evento compuesto. 	OA 14 Desarrollar las reglas de probabilidades, la regla aditiva, la regla multiplicativa y la combinación de ambas, de manera concreta, pictórica y simbólica, de manera manual y/o con <i>software</i> educativo, en el contexto de la resolución de problemas.	OA 11 Utilizar permutaciones y la combinatoria sencilla para calcular probabilidades de eventos y resolver problemas.

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA			
7° BÁSICO	8° BÁSICO	1° MEDIO	2° MEDIO
OA 19 Comparar las frecuencias relativas de un evento obtenidas al repetir un experimento de forma manual y/o con <i>software</i> educativo, con la probabilidad obtenida de manera teórica, usando diagramas de árbol, tablas o gráficos.			OA 12 Mostrar que comprenden el rol de la probabilidad en la sociedad: <ul style="list-style-type: none"> › Revisando informaciones de los medios de comunicación. › Identificando suposiciones basadas en probabilidades. › Explicando cómo una probabilidad puede sustentar suposiciones opuestas. › Explicando decisiones basadas en situaciones subjetivas o en probabilidades.
		OA 15 Mostrar que comprenden el concepto de azar: <ul style="list-style-type: none"> › Experimentando con la tabla de galton y con paseos aleatorios sencillos de manera manual y/o con <i>software</i> educativo. › Realizando análisis estadísticos, empezando por frecuencias relativas. › Utilizando probabilidades para describir el comportamiento azaroso. › Resolviendo problemas de la vida diaria y de otras asignaturas. 	

