

1) R yarıçaplı M küteli bilardo topu sürtünmeli yüzey üzerinde durmaktadır. Bilardo topunun kaymadan yuvarlanma hareketine, sürtünme kuvveti olmadan ($f = 0$) başlayabilmesi için anlık yatay F kuvveti, kütle merkezi üzerinden ne kadar yükseğe (h) uygulanmalıdır? $I_{km} = \frac{2}{5}MR^2$

$$\tau_p = I_p \cdot \alpha \Rightarrow F(R+h) = I_p \cdot \alpha \quad (1)$$

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} \quad F = M a_{km} \quad (2) \quad a_{km} = R \cdot \alpha$$

~~$M a_{km} (R+h) = \frac{7}{5} MR^2 \cdot \frac{\alpha}{R}$~~

$$R+h = \frac{7}{5} R \quad \Rightarrow \quad h = \boxed{\frac{2}{5} R}$$

A) $\frac{1}{5}R$

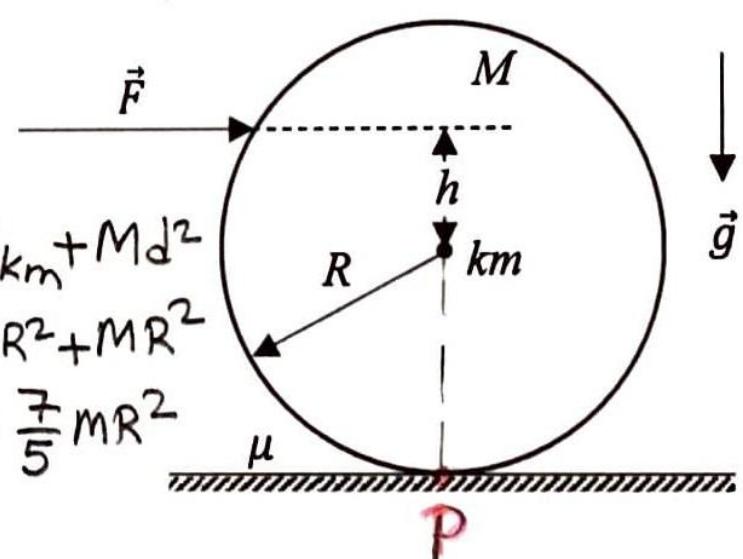
B) $\frac{2}{3}R$

C) $\frac{1}{3}R$

D) $\frac{2}{5}R$

E) $\frac{3}{5}R$

$$\begin{aligned} I_p &= I_{km} + M d^2 \\ I_p &= \frac{2}{5} MR^2 + MR^2 \\ I_p &= \frac{7}{5} MR^2 \end{aligned}$$



Sorular 2-3 M küteli L uzunluklu düzgün bir çubuk şekildeki gibi A noktasından tavana asılmıştır. Çubuk A noktası etrafında düşey düzlem üzerinde serbestçe dönebilmektedir. m küteli yapışkan bir top \vec{v}_0 hızı ile A noktasından d kadar uzaklıkta çubuga çarpıp yapışıyor. $I_{km}^{\text{çubuk}} = \frac{1}{12}ML^2$

2) Yapışkan top hangi d mesafesinden çarpmalıdır ki, çarpışma anında A noktasından çubuga itme (impuls) uygulanmasın? (çizgisel momentumun korunacağına dikkat ediniz)

Momentumun korunması için $\sum F_{\text{dis}} = 0$ olmalıdır. Yani çarpmadan dolayı A noktasından kuvvet etkileşime girmemeli korunmaz.

$$L_i = L_s$$

$$m\vartheta_0 \cdot d = I_A^{\text{sist}} \cdot w \quad (1)$$

$$(m\vartheta_0 \cdot d = m\vartheta d + I_A^{\text{çubuk}} \cdot w)$$

$$\rightarrow m\vartheta_0 = \frac{I_A^{\text{sist}} \cdot w}{d}$$

$$I_A^{\text{sist}} = \frac{1}{3}ML^2 + md^2$$

$$A) \frac{1}{5}L$$

$$B) \frac{1}{3}L$$

$$C) \frac{2}{3}L$$

$$D) \frac{2}{5}L$$

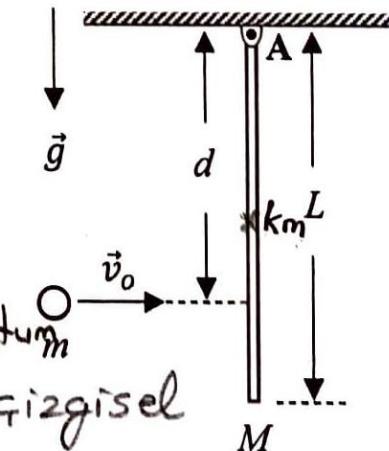
$$E) \frac{3}{5}L$$

3) Çubuk+top sisteminin çarpışmadan hemen sonraki açısal hızı ne olur?

$$m\vartheta_0 \cdot d = I_A^{\text{sist}} \cdot w \quad (1)' \text{den}$$

$$m\vartheta_0 \cdot d = \left(\frac{1}{3}ML^2 + md^2 \right) \cdot w$$

$$m\vartheta_0 \frac{2L}{3} = \left[\frac{1}{3}ML^2 + m\left(\frac{2L}{3}\right)^2 \right] \cdot w$$



$$A) \frac{mv_0}{(M+m)L}$$

$$B) \frac{2mv_0}{(M+3m)L}$$

$$C) \frac{2mv_0}{(M+2m)L}$$

$$D) \frac{2mv_0}{\left(M+\frac{1}{3}m\right)L}$$

$$E) \frac{2mv_0}{\left(M+\frac{4}{3}m\right)L}$$

$$w = \frac{2m\vartheta_0}{\left(M+\frac{4}{3}m\right)L}$$

Sorular 4-5-6 $m=1$ (kg) küteli bir cismin konum vektörü zamana bağlı olarak $\vec{r} = (2t + t^2)\hat{i} + (1 + t^2)\hat{j}$ (m) ile verilmektedir.

4) $t = 2$ (s)'de cismin hız vektörü kaç (m/s) dir? $v = \frac{d\vec{r}}{dt} = (2 + 2t)\hat{i} + 2t\hat{j}$

$t = 2$ s için $\vec{v} = (2 + 2 \cdot 2)\hat{i} + 2 \cdot 2\hat{j}$

$$\boxed{\vec{v} = (6\hat{i} + 4\hat{j}) \text{ m/s}}$$

- A) $6\hat{i} + 4\hat{j}$ B) $8\hat{i} + 5\hat{j}$ C) $2\hat{i} + 6\hat{j}$ D) $8\hat{i} + 4\hat{j}$ E) $6\hat{i} + 8\hat{j}$

5) $t = 2$ (s)'de cismin orijine göre açısal momentum vektörü kaç ($\text{kg m}^2/\text{s}$) dir?

$$\vec{P} \times \vec{v} = [(2t + t^2)\hat{i} + (1 + t^2)\hat{j}] \times [6\hat{i} + 4\hat{j}] = (-2t^2 + 8t - 6)\hat{k}$$

$t = 2$ s için $\vec{P} = (-2 \cdot 2^2 + 8 \cdot 2 - 6)\hat{k} \Rightarrow \vec{P} = 2\hat{k}$

- A) $62\hat{k}$ B) $2\hat{k}$ C) $48\hat{i} + 20\hat{j}$ D) $8\hat{j} + 4\hat{k}$ E) $2\hat{i} + 6\hat{j}$

6) $t = 1$ (s) ve $t = 2$ (s) zaman aralığında cisme etki eden ortalama tork vektörü kaç (Nm) dir?

$$\vec{C} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\text{t=1s için } \vec{C}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F} = (3\hat{i} + 2\hat{j}) \times (2\hat{i} + 2\hat{j}) = 6\hat{k} - 4\hat{k} \Rightarrow \vec{C}_1 = 2\hat{k}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\text{t=2s için } \vec{C}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F} = (8\hat{i} + 5\hat{j}) \times (2\hat{i} + 2\hat{j}) = 16\hat{k} - 10\hat{k} \Rightarrow \vec{C}_2 = 6\hat{k}$$

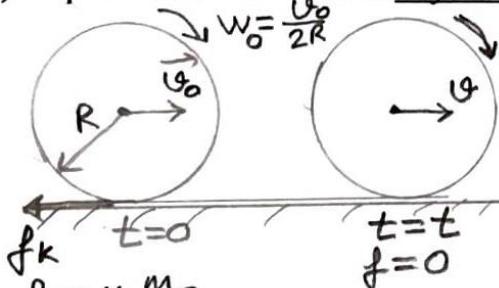
$$\vec{F} = m\vec{a} = (2\hat{i} + 2\hat{j}) \text{ N}$$

$$\Delta \vec{C} = \vec{C}_2 - \vec{C}_1 = \underline{4\hat{k}}$$

- A) $14\hat{k}$ B) $-16\hat{k}$ C) $\hat{i} - 4\hat{k}$ D) $12\hat{k}$ E) $4\hat{k}$

Sorular 7-8 Sürtünmeli yüzey üzerinde duran R yarıçaplı, M küteli bilardo topuna istaka ile vuruluyor. Şekilde gösterildiği gibi, topa vuruluktan hemen sonra topun kütle merkezinin hızının \vec{v}_0 ve açısal hızının $\frac{v_0}{2R}$ olduğu gözleniyor. Sürtünme katsayısı μ_k ise;

7) Top ne kadar süre sonra kaymadan yuvarlanmaya başlar? $I_{km} = \frac{2}{5}MR^2$



$$f_k = \mu_k \cdot Mg$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$f_k = M \cdot a_{km} \Rightarrow \mu_k \cdot Mg = Ma_{km} \quad a_{km} = \mu_k g$$

$$v = v_0 - a_{km} \cdot t \Rightarrow \frac{6v_0}{7} = v_0 - \mu_k g \cdot t \Rightarrow t = \frac{v_0}{7\mu_k g}$$

A) $\frac{2v_0}{5\mu_k g}$

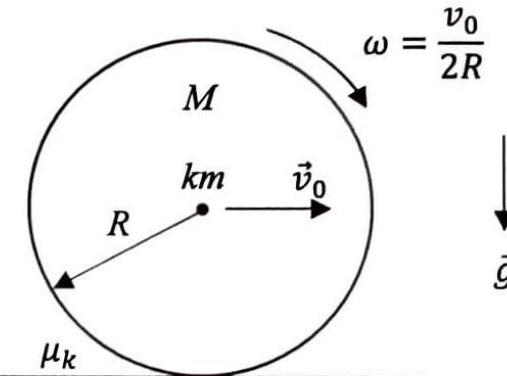
B) $\frac{4v_0}{3\mu_k g}$

C) $\frac{v_0}{7\mu_k g}$

D) $\frac{2v_0}{3\mu_k g}$

E) $\frac{3v_0}{5\mu_k g}$

$w = \frac{v}{R}$ Yuvarlanma başladığında
anda $f = 0$ olur.
Anlık kuvvet uygulandığı
için açısal momentum
korunur.



$$L_i = L_s \\ Mu_0 \cdot R + \frac{2}{5}MR^2 \left(\frac{v_0}{2R} \right) = Mu_0 R + \frac{2}{5}MR^2 \left(\frac{v}{R} \right) \Rightarrow v = \frac{6v_0}{7}$$

8) Yuvarlanırken kütle merkezinin hızı nedir?

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad L = I \cdot \omega$$

$$Mu_0 R + \frac{2}{5}MR^2 \cdot \frac{v_0}{2R} = Mu_{km} R + \frac{2}{5}MR^2 \cdot \frac{v_{km}}{R} \Rightarrow \frac{12Mu_0 R}{10} = \frac{7Mu_{km} R}{5}$$

$$v_{km} = \frac{6}{7}v_0$$

A) $\frac{4v_0}{3}$

B) $\frac{2v_0}{5}$

C) $\frac{3v_0}{5}$

D) $\frac{6v_0}{7}$

E) $\frac{v_0}{3}$

9) Eylemsizlik momenti $I_1 = 20 \text{ (kgm}^2)$ olan bir disk saat ibreleri tersi yönünde $\omega_1 = 80 \text{ (rad/s)}$ açısal hızı ve eylemsizlik momenti $I_2 = 40 \text{ (kgm}^2)$ olan bir disk saat ibreleri yönünde $\omega_2 = 60 \text{ (rad/s)}$ açısal hızı ile dönmektedir. Şekilde gösterildiği gibi üstteki disk eş eksenli olarak alttaki diske yapıştıktan sonra açısal hızları kaç (rad/s) olur?

$$L_i = L_s$$

$$I_1 \cdot \omega_1 + I_2 \omega_2 = (I_1 + I_2)\omega$$

$$\omega = \frac{I_1 \cdot \omega_1 + I_2 \omega_2}{I_1 + I_2} = \frac{-20 \cdot 80 + 40 \cdot 60}{20 + 40} = \frac{800}{60}$$

$$\boxed{\omega = \frac{40}{3} \text{ rad/s}}$$

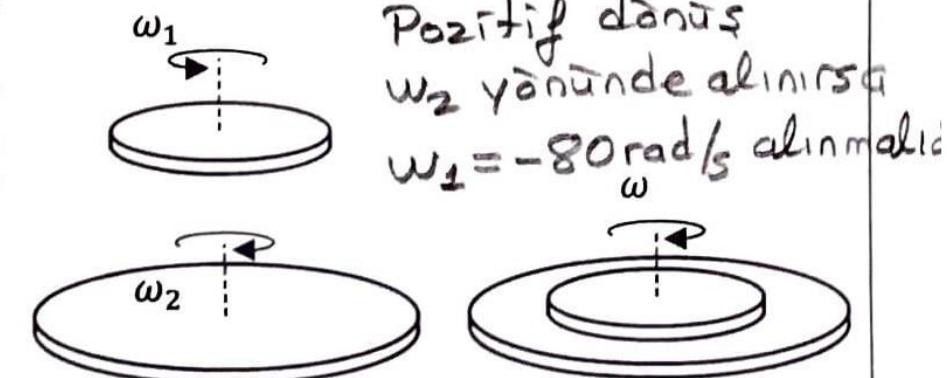
A) 10

B) $\frac{40}{3}$

C) $\frac{20}{3}$

D) 20

E) 40



Sorular 10-11 m küteli noktasal bir cisim, R yarıçaplı yarım kürenin tepesinden sürtünmesiz olarak kaymaktadır.

10) Cisim, yarım küreyi hangi hızla terk eder?

$$E_A = E_B$$

$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$0 + mgR = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh$$

$$mgR - \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh$$

$$gR - \frac{1}{2}gh = gh \Rightarrow gR = \frac{3}{2}gh$$

$$A) \sqrt{\frac{gR}{3}}$$

$$B) \sqrt{\frac{3gR}{5}}$$

$$C) \sqrt{\frac{2gR}{5}}$$

$$D) \sqrt{\frac{3gR}{4}}$$

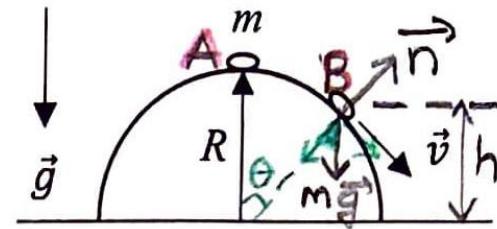
$$v_B^2 = g \cdot R \frac{\cos \theta}{h} \Rightarrow v_B^2 = gh$$

$$E) \boxed{v_B = \sqrt{\frac{2}{3}gR}}$$

$$\sum \vec{F}_r = m \vec{a}_r$$

$$mg \cos \theta - n_B^0 = m \frac{v_B^2}{R}$$

Yüzeyi terkederken $n_B = 0$ olur.



11) Cisim, yarım küreyi yerden ne kadar yüksekte terk eder?

$$\boxed{h = \frac{2}{3}R}$$

$$A) \frac{1}{3}R$$

$$B) \frac{3}{5}R$$

$$C) \frac{2}{3}R$$

$$D) \frac{3}{4}R$$

$$E) \frac{2}{5}R$$

Sorular 12-13-14 Basit harmonik hareket yapan bir cismin konumu $x(t) = 0.08 \sin(\omega t + \varphi)$ (m) ile veriliyor. Hareketin periyodu 24 (s) ve $t = 0$ daki konumu $x(0) = 0.04$ (m) ise;

12) ω açısal frekansı kaç (rad/s) dir? ($\pi = 3$ alınız)

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3}{24} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{1}{4} \text{ rad/s}}$$

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{24}$ E) 3

13) φ faz farkı kaç radyandır?

$$t=0 \text{ da } x(0)=0,04 \text{ m}$$

$$0,04 = 0,08 \cdot \sin(\cancel{\omega \cdot 0} + \varphi) \Rightarrow \boxed{\sin \varphi = \frac{1}{2}} \quad \varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

- A) 2 B) 3 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

14) Maksimum hızı kaç (m/s) dir?

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 0,08 \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi) = 0,08 \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos\left(\frac{t}{4} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\boxed{v_{\max} = 0,02 \text{ m/s}} \quad \text{veya} \quad v_{\max} = \omega \cdot A = \frac{1}{4} \cdot 0,08$$

- A) 0.01 B) 0.03 C) 0.04 D) 0.02 E) 1

$$\boxed{v_{\max} = 0,02 \text{ m/s}}$$

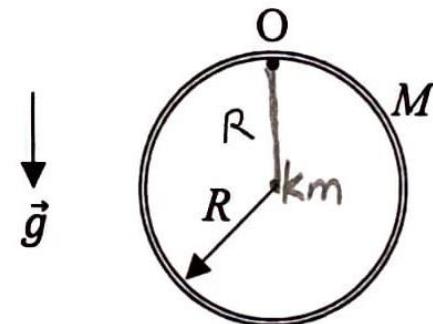
Sorular 15-16 Kütlesi M ve yarıçapı R olan bir çember, şekilde görüldüğü gibi O noktasından bir civiye asılmıştır.

15) Çemberin, sayfa düzlemine dik ve O noktasından geçen eksene göre eylemsizlik momentini bulunuz.

$$I_o = I_{km} + M d^2 = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$$

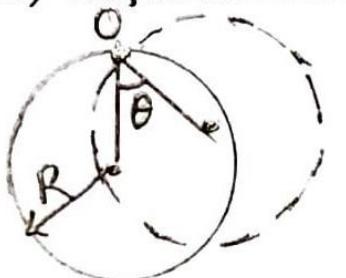
$$I_{\text{çember}} = MR^2$$

$$\boxed{I_o = 2MR^2}$$



- A) $\frac{1}{2}MR^2$ B) $\frac{2}{3}MR^2$ C) $2MR^2$ D) $\frac{3}{2}MR^2$ E) MR^2

16) Küçük salınımlar için çemberin açısal frekansını bulunuz.



$$\tau_o = -Mg \cdot \sin\theta = I_o \cdot \alpha \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{MgR}{I_o}\right)\theta = 0$$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\sin\theta \approx \theta$$

$$\omega^2 = \frac{MgR}{2MR^2}$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{g}{2R}}}$$

A) $\sqrt{\frac{g}{2R}}$

B) $\sqrt{\frac{2g}{3R}}$

C) $\sqrt{\frac{g}{3R}}$

D) $\sqrt{\frac{3g}{2R}}$

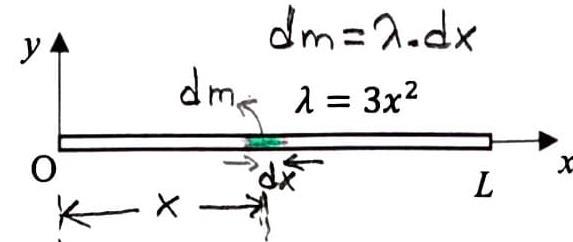
E) $\sqrt{\frac{g}{R}}$

Sorular 17-18 Uzunluğu L olan bir çubuğun çizgisel kütle yoğunluğu x 'e bağlı olarak $\lambda = 3x^2$ (kg/m) şeklinde değişmektedir.

17) Çubuğun kütle merkezini bulunuz.

$$x_{km} = \frac{\int x dm}{\int dm} = \frac{\int x \cdot \lambda \cdot dx}{\int \lambda \cdot dx} = \frac{\int x \cdot 3x^2 dx}{\int 3x^2 dx} = \frac{\int 3x^3 dx}{\int 3x^2 dx}$$

$$x_{km} = \frac{3(x^4|_0^L)}{3(x^3|_0^L)} = \frac{3L^4}{3L^3} \Rightarrow x_{km} = \frac{3}{4}L$$



A) $\frac{2L}{3}$

B) $\frac{L}{2}$

C) $\frac{4L}{5}$

D) $\frac{3L}{4}$

E) $\frac{L}{3}$

18) Aynı çubuğun şekilde gösterilen O' eksenine göre eylemsizlik momentini $L=1$ (m) alarak (kgm^2) biriminde bulunuz.

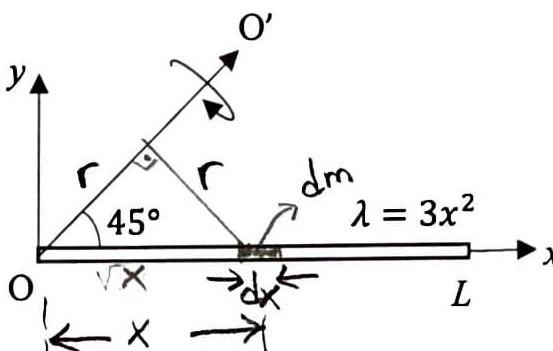
$$I = \int r^2 dm \quad dm = \lambda \cdot dx \quad x^2 = r^2 + r'^2$$

$$x^2 = 2r^2 \quad r = \frac{x}{\sqrt{2}}$$

$$I = \int_0^L \frac{x^2}{2} \cdot 3x^2 dx = \frac{3}{2} \int_0^L x^4 dx = \frac{3}{2} \left(\frac{x^5}{5} \Big|_0^L \right)$$

$$I = \frac{3}{10} \cdot L^5 = \frac{3}{10} \cdot 1^5$$

$$I = \frac{3}{10} \text{ kg}\cdot\text{m}^2$$



A) $\frac{3}{10}$

B) $\frac{1}{20}$

C) $\frac{3}{5}$

D) $\frac{3}{20}$

E) $\frac{1}{30}$

19) Şekilde gösterildiği gibi düzgün iki kiriş üst üste konmuştur. Kiriş tarafından sağdaki direğe uygulanan kuvveti bulunuz.

$$\sum \vec{F}_o = 0$$

$$\frac{M}{2}g \frac{L}{4} + Mg \frac{L}{2} - N_1 \cdot L = 0$$

$$Mg \cancel{\left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2} \right)} = N_1 \cancel{\left(\frac{1}{4} \right)}$$

$$N_1 = \frac{5}{8} Mg$$

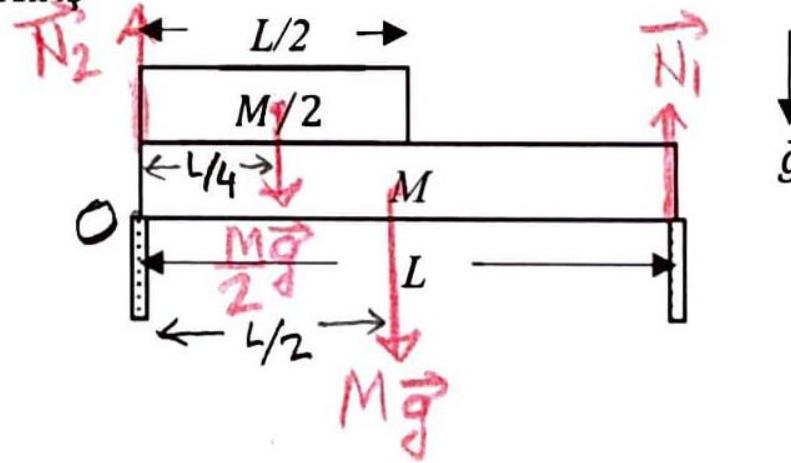
A) $\frac{4Mg}{5}$

B) $\frac{5Mg}{8}$

C) $\frac{2Mg}{5}$

D) $\frac{Mg}{8}$

E) $\frac{4Mg}{3}$

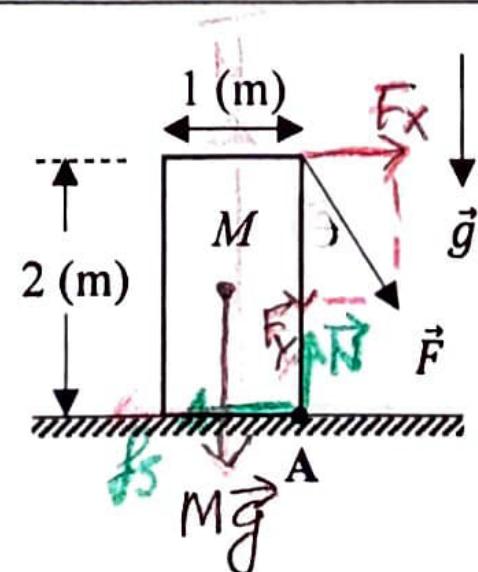


20) Sürtünmeli yatay düzlem üzerinde duran $M=3$ (kg) kütleli düzgün bir bloğa şekildeki gibi $\vec{F} = F_x \hat{i} - 20\hat{j}$ (N) kuvveti uygulanmaktadır. Bloğu A noktası etrafında döndürmeye başlatacak minimum F_x kuvveti kaç Newtondur? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

$$\sum \zeta_A = 0 \quad F_x \cdot 2 - Mg \cdot 0,5 = 0$$

$$2F_x = 3 \cdot 10 \cdot 0,5$$

$$F_x = 7,5 \text{ N}$$



A) 20

B) 10

C) 12.5

D) 15

E) 7.5