

2014/2 MÜHENDİSLİK BÖLÜMLERİ FİZİK 2

UYGULAMA 1

(Elektrik Alanları)

- Yüzeyi iletken boyal ile kaplanmış mantar bir küre $-0,4 \text{ nC}$ yük ile yükleniyor. Ardından özdeş ve yüksüz bir küreye değerlendiriliyor. Küreler daha sonra birbirlerinden ayrılıyor. Daha sonra, ikinci küre üçüncü bir yüksüz küreye değerlendirip birbirinden ayrılıyor. Son durumda kürelerin yükünü ve elektron sayısını bulunuz.

Küreler özdeş olduklarından ilk temasdan sonra, 1. ve 2. kürelerin yükleri;

$$q_1 = \frac{1}{2} (-0,4 \times 10^{-9}) = -2 \times 10^{-10} \text{ C}$$

Bu yükteki elektron sayısı;

$$N_1 = \frac{2 \times 10^{-10}}{1.602 \times 10^{-19} \text{ C/elektron}} = 1.25 \times 10^9 \text{ elektron}$$

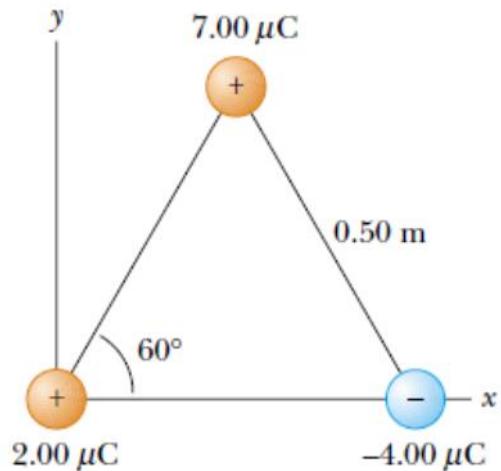
2. kürenin 3. küreye teması sonucu, 2. ve 3. kürelerin yükleri;

$$q_2 = q_3 = \frac{1}{2} (-2 \times 10^{-10}) = -1 \times 10^{-10} \text{ C}$$

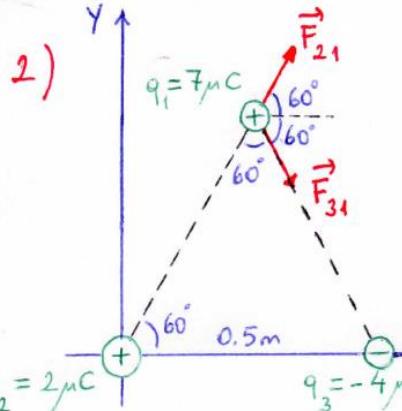
Bu yüklerdeki elektron sayısı;

$$N_2 = N_3 = \frac{1 \times 10^{-10}}{1.602 \times 10^{-19}} = 6.2 \times 10^8 \text{ elektron}$$

2. **Şekil 1**'deki gibi noktasal üç yük eşkenar üçgenin köşelerine yerleştirilmiştir. $7 \mu\text{C}$ 'lik yük üzerindeki bileşke elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 1



+7 μC lik yüze etkileyen bileske elektriksel kuvvet;

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$$

Sırasıyla \vec{F}_{21} ve \vec{F}_{31} kuvvetlerini bulalım;

$$|\vec{F}_{21}| = F_{21} = k \frac{q_2 q_1}{r_{21}^2} \quad k = 9 \cdot 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$$

$$F_{21} = 9 \cdot 10^9 \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot 7 \cdot 10^{-6}}{0,5^2} = 0,504 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{21} = F_{21} \cos 60 \hat{i} + F_{21} \sin 60 \hat{j} = 0,252 \hat{i} + 0,436 \hat{j} \text{ (N)}$$

$$F_{31} = k \frac{q_3 q_1}{r_{31}^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{4 \cdot 10^{-6} \cdot 7 \cdot 10^{-6}}{0,5^2} = 1,008 \text{ N}$$

$$\vec{F}_{31} = F_{31} \cos 300 \hat{i} + F_{31} \sin 300 \hat{j} = F_{21} \cos 60 \hat{i} + F_{21} \sin (-60) \hat{j}$$

$$\vec{F}_1 = 0,504 \hat{i} - 0,873 \hat{j} \text{ (N)}$$

Bileske kuvvet;

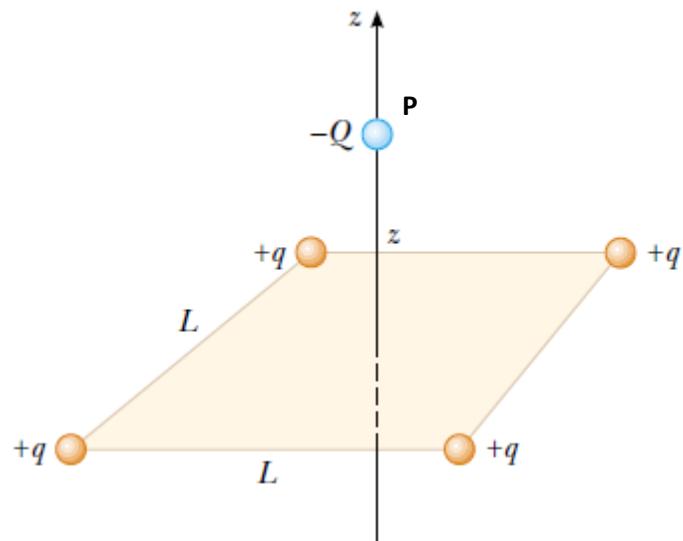
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31}$$

$$\vec{F}_1 = (0,252 \hat{i} + 0,436 \hat{j}) + (0,504 \hat{i} - 0,873 \hat{j})$$

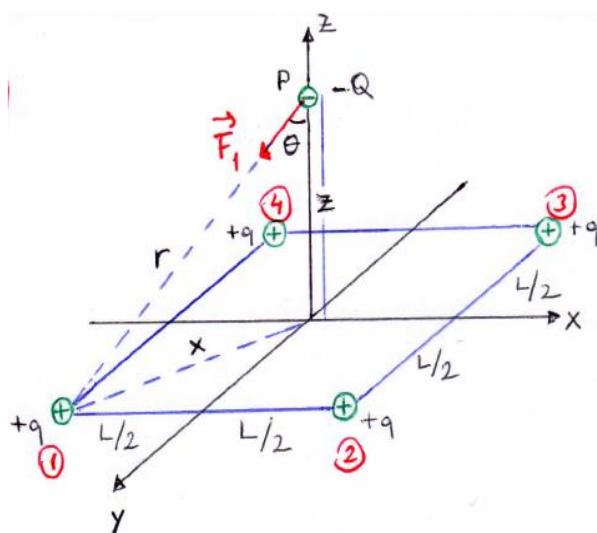
$$\vec{F}_1 = 0,756 \hat{i} - 0,437 \hat{j} \text{ (N)}$$

$$|\vec{F}_1| = F_1 = \sqrt{(0,756)^2 + (-0,437)^2} = 0,873 \text{ N}$$

3. Dört noktasal $+q$ yükü, kenar uzunluğu L olan karenin köşelerine **Şekil 2'deki** gibi yerleştirilmiştir. Karenin merkezinden geçen, kare düzlemine dik z ekseni üzerindeki P noktasında bulunan $-Q$ nokta yüküne etkiyen bileşke elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 2



$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = k \frac{qQ}{r^2}$$

Sistem simetrisinden dolayı $\sum \vec{F}_x = 0$ dir.

$$\vec{F}_{12} = -k \frac{qQ}{r^2} \cos \theta \hat{k}$$

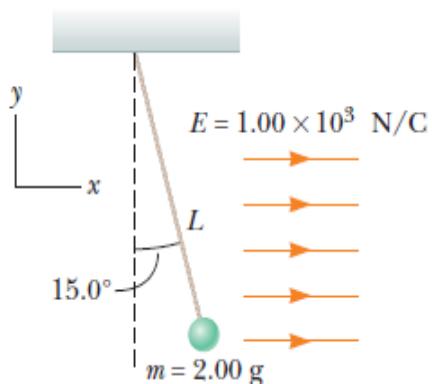
$$\cos \theta = \frac{z}{r}$$

$$\vec{F}_{12} = -k \frac{qQ}{r^3} z \hat{k}$$

$$\sum \vec{F}_2 = 4 \vec{F}_{12} \quad \left\{ x = \frac{\sqrt{2}}{2} L \quad \text{ve} \quad r = \sqrt{z^2 + \left(\frac{L\sqrt{2}}{2}\right)^2} \right\}$$

$$\sum \vec{F}_z = -4k \frac{qQ}{\left(z^2 + \frac{L^2}{2}\right)^{3/2}} z \hat{k}$$

4. 2g küteli bir plastik top küre **Şekil 3**'te görüldüğü gibi 20 cm uzunluğunda ince bir ipe asılmıştır. Düzgün bir elektrik alan $+x$ doğrultusunda uygulanıyor. İp dikey olarak 15° lik açı yaptığında top dengeye gelmektedir. Plastik top üzerindeki net yükü hesaplayınız.



Şekil 3

Serbest cisim diyagramından,

$$\sum \vec{F}_y = 0$$

$$T \cos 15^\circ - F_g = 0$$

$$T = \frac{mg}{\cos 15^\circ} = \frac{2 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}{\cos 15^\circ} = 2,03 \cdot 10^{-2} N$$

Aynı şekilde;

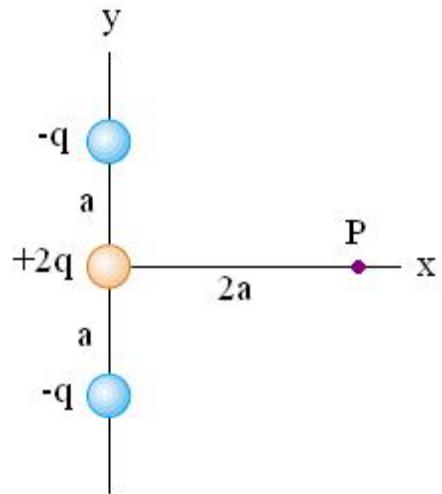
$$\sum \vec{F}_x = 0$$

$$T \sin 15^\circ - qE = 0$$

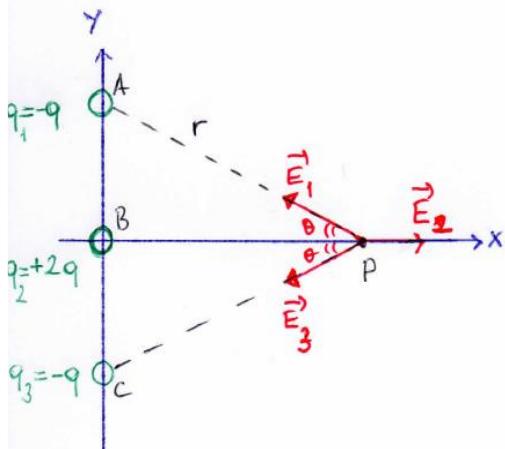
$$q = \frac{T \sin 15^\circ}{E} = \frac{2,03 \cdot 10^{-3} \sin 15^\circ}{1 \cdot 10^3} = 5,25 \cdot 10^{-6} C$$

$$q = 5,25 \mu C$$

5. Şekil 4'teki gibi y ekseninde bulunan $-q$, $+2q$ ve $-q$ noktasal yüklerin P noktasında oluşturdukları elektrik alanı bulunuz. Eğer P noktasına Q yükü konulursa, bu yüze etki eden bileşke kuvveti bulunuz.



Şekil 4



$$r = |AP| = |CP| = \sqrt{a^2 + (2a)^2} = a\sqrt{5}$$

$$|AB| = |BC| = a$$

$$|BP| = 2a$$

$$\cos \theta = \frac{2a}{a\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\sin \theta = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

P noktasındaki elektrik alan;

$$\vec{E}_P = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$

$$E_1 = E_3 = k \frac{q}{r^2} = k \frac{q}{(a\sqrt{5})^2} = k \frac{q}{5a^2}$$

$$\vec{E}_1 = E_1 \cos \theta (-\hat{i}) + E_1 \sin \theta (\hat{j})$$

$$\vec{E}_3 = E_3 \cos \theta (-\hat{i}) + E_3 \sin \theta (-\hat{j})$$

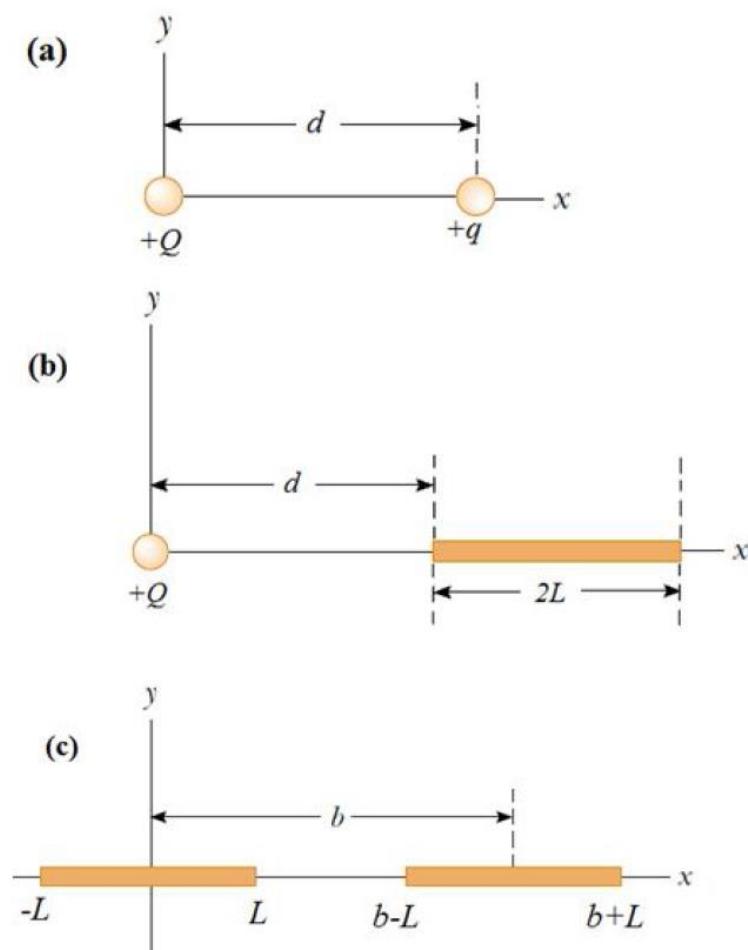
$$E_2 = k \frac{2q}{(2a)^2} = k \frac{q}{2a^2}$$

$$\vec{E}_2 = k \frac{q}{2a^2} \hat{i}$$

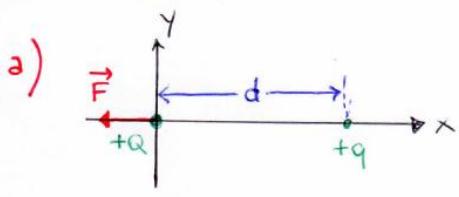
$$\vec{E}_P = \frac{kq}{2a^2} \hat{i} - \frac{4kq}{5a^2\sqrt{5}} \hat{i} = \left(\frac{1}{2a^2} - \frac{4}{5a^2\sqrt{5}} \right) kq \hat{i} \quad (N)$$

$$\vec{F}_P = Q \cdot \vec{E}_P = \left(\frac{1}{2a^2} - \frac{4}{5a^2\sqrt{5}} \right) kqQ \hat{i} \quad (N)$$

6. a) **Şekil 5 (a)**'daki noktasal $+q$ yükünün, kendisinden d kadar uzakta oluşturduğu elektrik alanı ve bu noktaya konulan $+Q$ yüküne uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.
- b) **Şekil 5 (b)**'deki $2L$ uzunluğunda düzgün yüklü ince bir çubuk, bir ucundan d kadar uzakta oluşturduğu elektrik alanı ve bu noktaya konulan $+Q$ yüküne uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.
- c) Özdeş, $2L$ uzunluğunda ve düzgün yüklü iki çubuk, x -ekseni boyunca merkezleri arasındaki uzaklık $b > L$ olacak biçimde **Şekil 5 (c)**'deki gibi yerleştirilmiştir. Sağdaki çubuğu soldaki çubuga uyguladığı elektriksel kuvveti bulunuz.

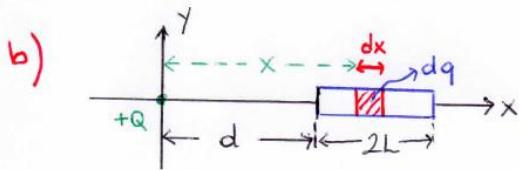


Şekil 5



$$E = k \frac{q}{d^2}$$

$$F = QE = k \frac{qQ}{d^2}$$



$$E = \int_{-d}^{d+2L} dE = \int_{-d}^{d+2L} k \frac{dq}{x^2}$$

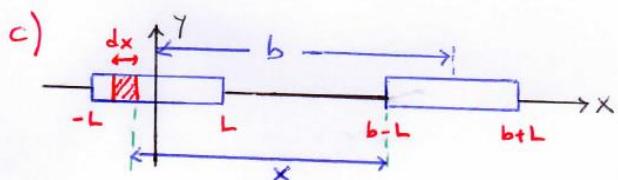
$$dq = \lambda dx$$

$$\lambda = \frac{q}{2L}$$

$$E = k \lambda \int_{-d}^{d+2L} \frac{dx}{x^2} = k \lambda \left[-\frac{1}{x} \right]_{-d}^{d+2L}$$

$$E = k \frac{q}{2L} \left(-\frac{1}{d+2L} + \frac{1}{d} \right) = \frac{kq}{d(d+2L)}$$

$$F = QE = \frac{kqQ}{d(d+2L)}$$



(b) şıkkındaki sonucu göre, qubüğün d kadar Q yüküne uyguladığı elektriksel kuvvet $F = k \frac{qQ}{d(d+2L)}$ olarak bulunmuştur.

Bu sonucu göre sağdaki qubüğün soldaki qubük üzerindeki herhangi bir dq yük elemanına uygulanacağı, dF elektriksel kuvvet;

$$dF = k \frac{q dq}{x(x+2L)} \quad dq = \lambda dx = \frac{q}{2L} dx$$

$$F = \int_{b-2L}^b dF = \frac{kq^2}{2L} \int_{b-2L}^b \frac{dx}{x(x+2L)} \quad \text{BİLGİ: } \int \frac{dx}{x(x+a)} = \frac{1}{a} \ln\left(\frac{x}{x+a}\right) + C$$

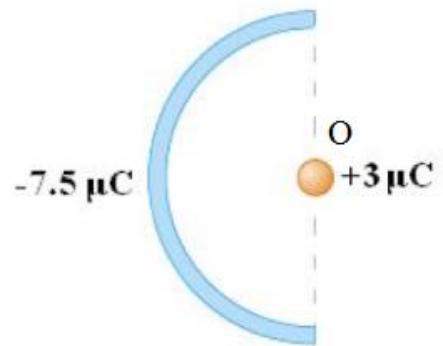
$$F = \frac{kq^2}{2L} \left[\frac{1}{2L} \ln\left(\frac{x}{x+2L}\right) \right]_{b-2L}^b$$

$$F = \frac{kq^2}{4L^2} \left[\ln\left(\frac{b}{b+2L}\right) - \ln\left(\frac{b-2L}{b-2L+2L}\right) \right] = \frac{kq^2}{4L^2} \ln\left(\frac{b}{b+2L} \cdot \frac{b}{b-2L}\right)$$

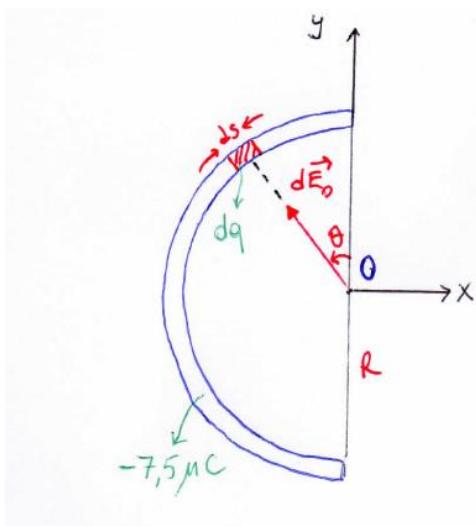
$$F = \frac{kq^2}{4L^2} \ln\left(\frac{b^2}{b^2-4L^2}\right)$$

7. 14 cm uzunluğunda düzgün yüklü yalıtkan bir çubuk **Şekil**

6'daki gibi yarım daire şeklinde bükülüyor. Çubuğun toplam yükü $-7,5 \mu\text{C}$ ise yarım dairenin merkezindeki **O** noktasında oluşturduğu elektrik alanı bulunuz. Bu noktaya yerleştirilen $+3 \mu\text{C}$ 'lik yükle etkilenen elektriksel kuvveti bulunuz.



Şekil 6



$$\int d\vec{E} = \int L \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

$$\int d\vec{E}_0 = \int d\vec{E}_{0x} (\hat{i}) + \int d\vec{E}_{0y} (\hat{j})$$

Simetriinden dolayı, " $\int dE_{0y} (\hat{j}) = 0$ " olur.

$$E_0 = E_{0x} = \int dE_{0x} = \int dE_0 \sin \theta$$

$$E_0 = \int \frac{k dq}{R^2} \sin \theta = \int \frac{k \pi R d\theta}{R^2} \sin \theta$$

$$E_0 = \frac{k \pi}{R} \int_0^\pi \sin \theta d\theta = \frac{k \pi}{R} (-\cos \theta) \Big|_0^\pi$$

$$E_0 = \frac{2 k \pi}{R}$$

$$E_0 = \frac{2 k q \pi}{L^2} = \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot 7,5 \cdot 10^{-6} \cdot \pi}{0,14^2}$$

$$E_0 = 2,16 \cdot 10^7 (\text{N/C}) = 21,6 (\text{MN/C})$$

Yalıtkan çubuk negatif yüklü $\Rightarrow \vec{E}_0 = -21,6 \hat{i} (\text{MN/C})$

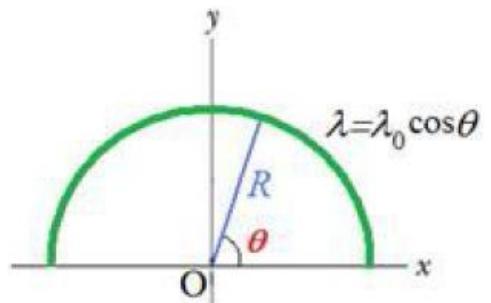
$+3 \mu\text{C}$ 'lik yükle etkilenen elektriksel kuvvet;

$$\vec{F}_{+3\mu\text{C}} = q \cdot \vec{E}_0 = 3 \cdot 10^{-6} \cdot 21,6 \cdot 10^6 (-\hat{i}) = -64,8 \hat{i} (\text{N})$$

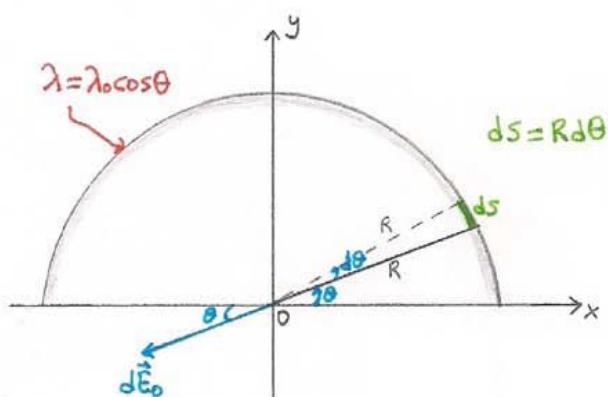
8. Şekil 7'de görülen ve yük yoğunluğu $\lambda = \lambda_0 \cos \theta$ bağıntısı

ile değişen yarıçemberin;

- (a) üzerindeki toplam yükü,
- (b) O noktasındaki elektrik alan vektörünü bulunuz.



Şekil 7



$$a) Q = \int \lambda ds$$

$$Q = \int_0^{\pi} \lambda_0 \cos \theta R d\theta$$

$$Q = \lambda_0 R \int_0^{\pi} \cos \theta d\theta$$

$$Q = \lambda_0 R [\sin \theta]_0^{\pi}$$

$$\boxed{Q=0}$$

$$b) \vec{E}_0 = \int_0^{\pi} d\vec{E}_0 = \int_0^{\pi} (-dE_0 \cos \theta \hat{i} - dE_0 \sin \theta \hat{j})$$

$$dE_0 = k \frac{dQ}{R^2} = k \frac{\lambda ds}{R^2} = k \frac{\lambda_0 \cos \theta R d\theta}{R^2} = k \frac{\lambda_0}{R} \cos \theta d\theta$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\lambda_0}{R} \int_0^{\pi} (\cos^2 \theta \hat{i} + \cos \theta \sin \theta \hat{j}) d\theta$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 = 1 - 2\sin^2 \theta$$

$$\sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\lambda_0}{R} \left(\int_0^{\pi} \frac{1 + \cos 2\theta}{2} d\theta \hat{i} + \int_0^{\pi} \frac{\sin 2\theta}{2} d\theta \hat{j} \right)$$

$$\vec{E}_0 = -k \frac{\lambda_0}{R} \left\{ \left[\frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4} \right]_{0}^{\pi} \hat{i} + \left[-\frac{1}{2} \frac{\cos 2\theta}{2} \right]_{0}^{\pi} \hat{j} \right\}$$

$$\boxed{\vec{E}_0 = -k \frac{\pi \lambda_0}{2R} \hat{i}}$$

9. Bir proton **640 N/C** değerindeki düzgün bir elektrik alanda durgun halden hızlanıyor. Bir süre sonra hızı **$1,2 \times 10^6 \text{ m/s}$** oluyor.

- (a) Protonun ivmesini bulunuz.
- (b) Protonun bu hızla ulaşması için ne kadar süre geçmiştir.
- (c) Bu sürede ne kadar yol almıştır?
- (d) Bu süre sonunda kinetik enerjisi ne kadardır?

$$a) F_e = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{q E}{m} = \frac{1,602 \cdot 10^{-19} \cdot 640}{1,67 \cdot 10^{27}} = 6,14 \cdot 10^{10} \text{ m/s}^2$$

$$b) v_s = \cancel{x_i} + a t \Rightarrow t = \frac{v_s}{a} = \frac{1,2 \cdot 10^6}{6,14 \cdot 10^{10}} = 1,95 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

$$c) x_s - \cancel{x_i} = \frac{1}{2} (\cancel{x_i} + v_s) t$$

$$x_s = \frac{1}{2} (1,2 \cdot 10^6) (1,95 \cdot 10^{-5})$$

$$x_s = 11,7 \text{ m}$$

$$d) K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} 1,67 \cdot 10^{27} (1,2 \cdot 10^6)^2$$

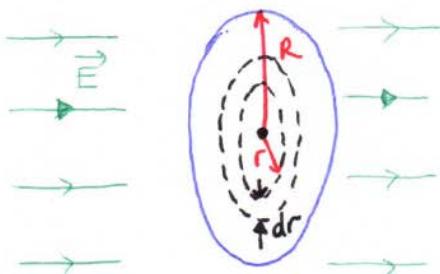
$$K = 1,2 \cdot 10^{45} \text{ J}$$

2014/2 MÜHENDİSLİK BÖLÜMLERİ FİZİK 2

UYGULAMA 2

(Gauss Yasası)

1. Yönü sabit olan bir elektrik alan, yarıçapı R olan bir daire düzlemine diktir. Dairenin merkezinden r kadar uzaklıkta elektrik alanının şiddeti $E_0 \left[1 - \frac{r}{R}\right]$ ile veriliyor. R yarıçaplı daireden geçen elektrik akısını bulunuz.



$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{A} = E dA = E_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) 2\pi r dr$$

$$\Phi = \int E dA = \int E_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) 2\pi r dr$$

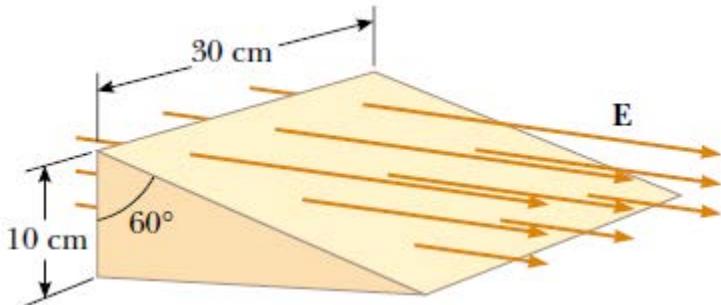
$$\Phi = E_0 2\pi \int_{0}^{R} \left(1 - \frac{r}{R}\right) r dr$$

$$\Phi = E_0 2\pi \left(\frac{r^2}{2} - \frac{r^3}{3R} \right) \Big|_0^R$$

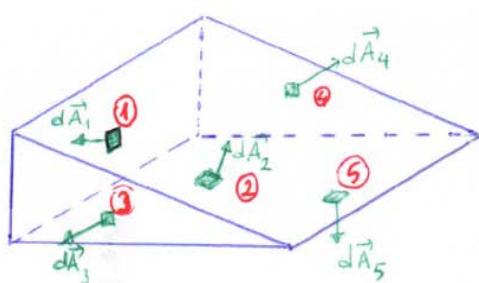
$$\Phi = \pi E_0 \frac{R^2}{3}$$

2. Şekil 1'deki kapalı üçgen kutu $E=7,80 \times 10^4$ (N/C) büyülüğündeki yatay elektrik alanında bulunmaktadır. Kutunun

- a) düşey yüzeyinden,
- b) eğik yüzeyinden,
- c) tüm yüzeylerinden, geçen elektrik akısını hesaplayınız.



Şekil 1



$$a) \Phi_1 = EA_1 \cos \theta_1 = 7,8 \cdot 10^4 (0,1 \cdot 0,3) \cos 180^\circ = -2,34 \text{ Nm}^2/\text{C}$$

$$b) \Phi_2 = EA_2 \cos 60^\circ = 7,8 \cdot 10^4 (0,2 \cdot 0,3) \cos 60^\circ$$

$\Phi_2 = 2,34 \text{ Nm}^2/\text{C}$

c) Kutunun taban **⑤**, ön **③** ve arkası **④** yüzeylerinden geçen akı değerleri sıfırdır. Çünkü bu yüzeylerde, elektrik alan vektörü yüzey vektörüne dikdir.

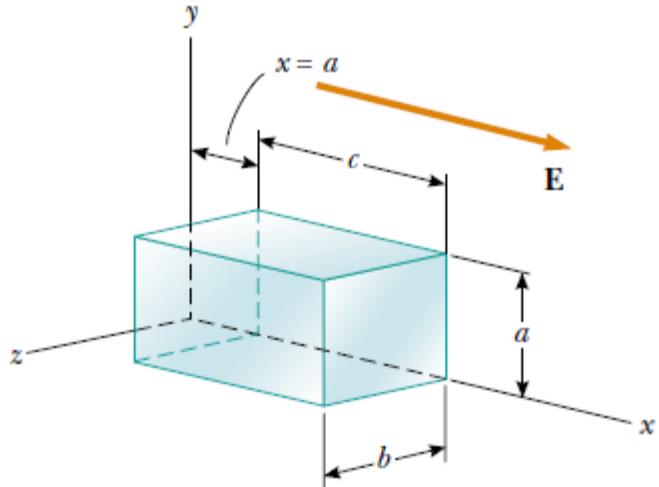
$$\Phi_{\text{net}} = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5$$

$$\Phi_{\text{net}} = -2,34 + 2,34 = 0 \text{ Nm}^2/\text{C} \text{ olur.}$$

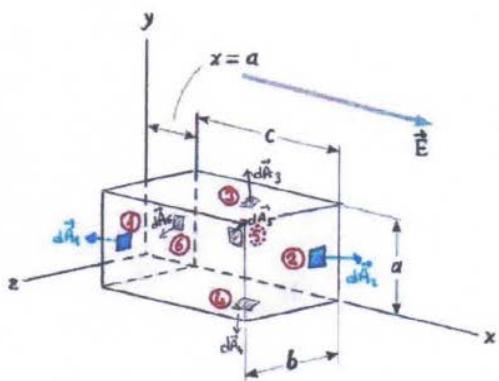
3. Boyutları $a=0,2 \text{ m}$, $b=0,3 \text{ m}$ ve $c=0,3 \text{ m}$ olan kapalı bir yüzey **Şekil 2**'deki gibi yerleştirilmiştir.

Bölgedeki elektrik alanı düzgün olmayıp, x metre ile verilmek üzere; $E = (1+x^2) \text{ (N/C)}$ ile verilmiştir.

- a) Kapalı yüzeyden geçen net elektrik akısını,
- b) Kapalı yüzey içinde kalan net yük miktarını hesaplayınız.



Şekil 2



$$2) \Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi_E = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \Phi_4 + \Phi_5 + \Phi_6$$

$$\Phi_3 = \int_S \vec{E} \cdot d\vec{A} = \int_S E dA \cos 90^\circ = 0$$

Benzer şekilde;

$$\Phi_4 = \Phi_5 = \Phi_6 = 0$$

$$\Phi_E = \Phi_1 + \Phi_2$$

$$\vec{E}_1 = (1+x^2) \hat{i} \Big|_{x=a} = (1+a^2) \hat{i} \text{ (N/C)}$$

$$\vec{E}_2 = (1+x^2) \hat{i} \Big|_{x=a+c} = [1+(a+c)^2] \hat{i} \text{ (N/C)}$$

$$\Phi_E = \int_1 \vec{E}_1 \cdot d\vec{A}_1 + \int_2 \vec{E}_2 \cdot d\vec{A}_2$$

$$\Phi_E = \int_1 (1+a^2) \hat{i} \cdot dA_1 (-\hat{i}) + \int_2 [1+(a+c)^2] \hat{i} \cdot dA_2 \hat{i}$$

$$\Phi_E = -(1+a^2) \int_1 dA_1 + [1+(a+c)^2] \int_2 dA_2$$

$$\Phi_E = -(1+a^2) ab + [1+(a+c)^2] ab$$

$$\Phi_E = -ab - a^3b + ab + a^3b + 2a^3bc + abc = abc(2a+c)$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 0,2 \text{ m} \\ b = 0,3 \text{ m} \\ c = 0,3 \text{ m} \end{array} \right\} \quad \Phi_E = 12,6 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}^2/\text{C}$$

b) $\Phi_E = \frac{q_{\text{net}}}{\epsilon_0} \Rightarrow q_{\text{net}} = \epsilon_0 \Phi_E \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$

$$q_{\text{net}} = 8,85 \cdot 10^{12} \cdot 12,6 \cdot 10^{-3}$$

$$q_{\text{net}} = 1,12 \cdot 10^{-13} \text{ C}$$

4. Çok geniş üç yalıtkan levha birbirlerinden eşit aralıklarla

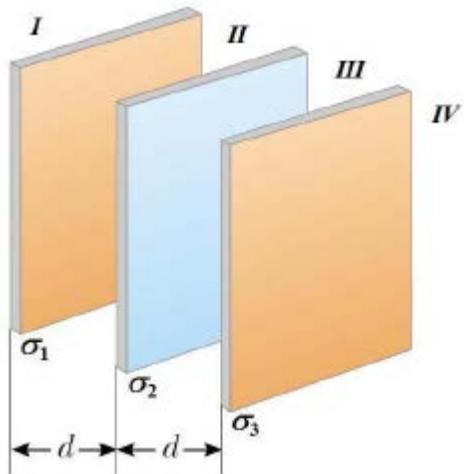
Şekil 3'deki gibi yerleştirilmiştir. Levhalar

$$\sigma_1 = +5(\mu C/m^2), \quad \sigma_2 = -10(\mu C/m^2),$$

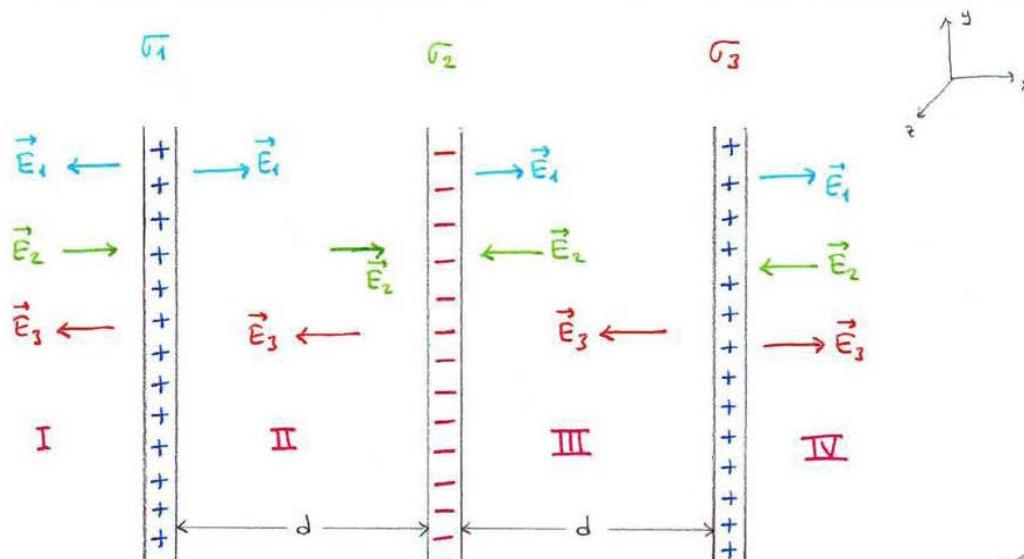
$$\sigma_3 = +15(\mu C/m^2) \text{ yük yoğunluklarına sahiptir.}$$

Elektrik alan vektörünü;

- a) I bölgesinde,
- b) II bölgesinde,
- c) III bölgesinde,
- d) IV bölgesinde bulunuz.



Şekil 3



$$E_1 = \frac{\sigma_1}{2\epsilon_0}$$

$$E_2 = \frac{\sigma_2}{2\epsilon_0}$$

$$E_3 = \frac{\sigma_3}{2\epsilon_0}$$

$$E_1 = \frac{5 \cdot 10^{-6}}{2,885 \cdot 10^{-12}}$$

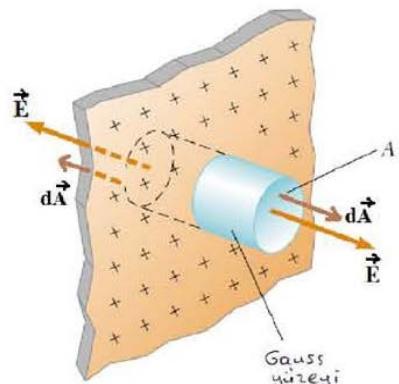
$$E_2 = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{2,885 \cdot 10^{-12}}$$

$$E_3 = \frac{15 \cdot 10^{-6}}{2,885 \cdot 10^{-12}}$$

$$E_1 = 2,82 \cdot 10^5 \text{ (N/C)}$$

$$E_2 = 5,65 \cdot 10^5 \text{ (N/C)}$$

$$E_3 = 8,47 \cdot 10^5 \text{ (N/C)}$$



I bölgesinde; $\vec{E}_I = E_1(-\hat{i}) + E_2(\hat{i}) + E_3(-\hat{i})$

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{int}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E}_I = (-2,82 + 5,65 - 8,47) \cdot 10^5 \hat{i}$$

$$\Phi_E = 2EA = \frac{q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E}_I = 5,64 \cdot 10^5 (-\hat{i})(N/C)}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\text{II bölgelerinde;} \quad \vec{E}_{\text{II}} = E_1(\hat{i}) + E_2(\hat{i}) + E_3(-\hat{i})$$

$$\vec{E}_{\text{II}} = (2,82 + 5,65 - 8,47) \cdot 10^5 \hat{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_{\text{II}} = 0}$$

$$\text{III bölgelerinde;} \quad \vec{E}_{\text{III}} = E_1(\hat{i}) + E_2(-\hat{i}) + E_3(-\hat{i})$$

$$\vec{E}_{\text{III}} = (2,82 - 5,65 - 8,47) \cdot 10^5 \hat{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_{\text{III}} = 11,30 \cdot 10^5 (-\hat{i}) \text{ (N/C)}}$$

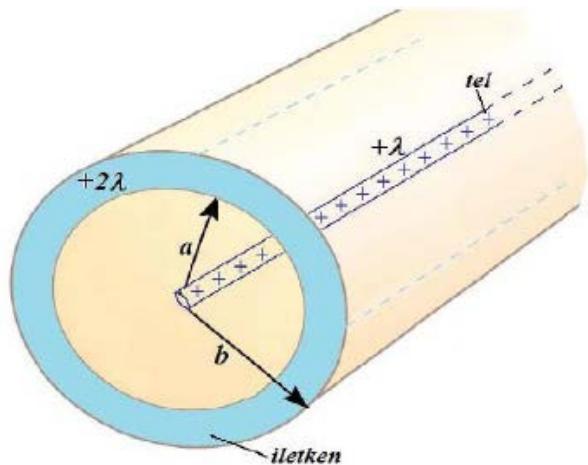
$$\text{IV bölgelerinde;} \quad \vec{E}_{\text{IV}} = E_1(\hat{i}) + E_2(-\hat{i}) + E_3(\hat{i})$$

$$\vec{E}_{\text{IV}} = (2,82 - 5,65 + 8,47) \cdot 10^5 \hat{i}$$

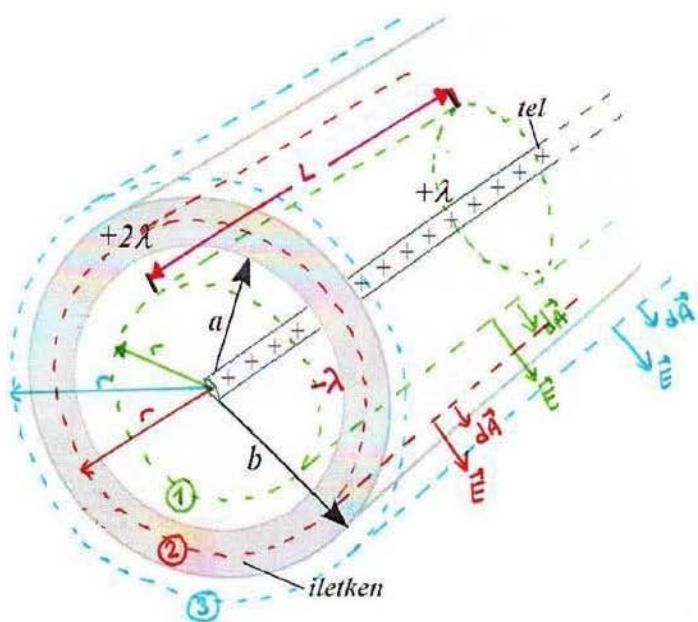
$$\boxed{\vec{E}_{\text{IV}} = 5,64 \cdot 10^5 (\hat{i}) \text{ (N/C)}}$$

5. Birim uzunluk başına yükü $+\lambda$ olan uzun bir tel, iç yarıçapı a ve dış yarıçapı b olan silindirik bir kabuğun ekseni boyunca **Şekil 4**'deki gibi yerleştirilmiştir. Silindirik kabuk iletken olup birim uzunluk başına yükü $+2\lambda$ 'dır. Elektrostatik dengede;

- a) $r < a$ 'da,
- b) $a < r < b$ 'de,
- c) $r > b$ 'de elektrik alanın şiddetini hesaplayınız.
- d) Silindirik kabuğun yük dağılımını bulunuz.



Şekil 4



b) iletken içinde $E = 0$

$$E = 0 \quad a < r < b$$

$$\Phi_E = \int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$$

a) $q_{in} = \lambda L$

$$E(2\pi r L) = \frac{\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r}$$

$$E = 2k \frac{\lambda}{r} \quad r < a$$

$$c) E(2\pi rL) = \frac{\lambda L + 2\lambda L}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3\lambda}{r}$$

$$E = 6k \frac{\lambda}{r} \quad r > b$$

$$d) q_{ig} = -\lambda L$$

(Telin, silindirik kabığın
ig yüzeyini indüklemesinden dolayı)

$$q_{silindir} = q_{ig} + q_{dis}$$

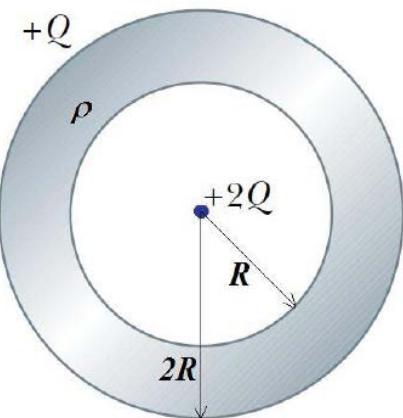
$$\lambda_{silindir} \cdot L = -\lambda L + q_{dis}$$

$$2\lambda L + \lambda L = q_{dis}$$

$$q_{dis} = 3\lambda L$$

6. Hacimsel yük yoğunluğu ρ ve toplam yükü $+Q$ olan içi boş yalıtkan bir kürenin merkezinde $+2Q$ yüklü noktasal bir yük vardır.

- a) $R < r < 2R$ ve $r > 2R$ bölgelerinde elektrik alan şiddetini k, Q, r ve R cinsinden bulunuz.
 b) Aynı bölgeler için elektrik alan şiddetini, kürenin iletken olması halinde bulunuz.



Şekil 5

a) $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{ig}}{\epsilon_0}$

$R < r < 2R$ için (① bölgesinde)

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{ig}}{\epsilon_0} = \frac{2Q + q_{küre}}{\epsilon_0}$$

$$E(4\pi r^2) = \left[2Q + \frac{Q}{7R^3} (r^3 - R^3) \right] \cdot \frac{1}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{r^2} \left[2Q + \frac{Q}{7R^3} (r^3 - R^3) \right]$$

$$E = k \left(\frac{2Q}{r^2} + \frac{QR}{7R^2} - \frac{Q}{7r^2} \right)$$

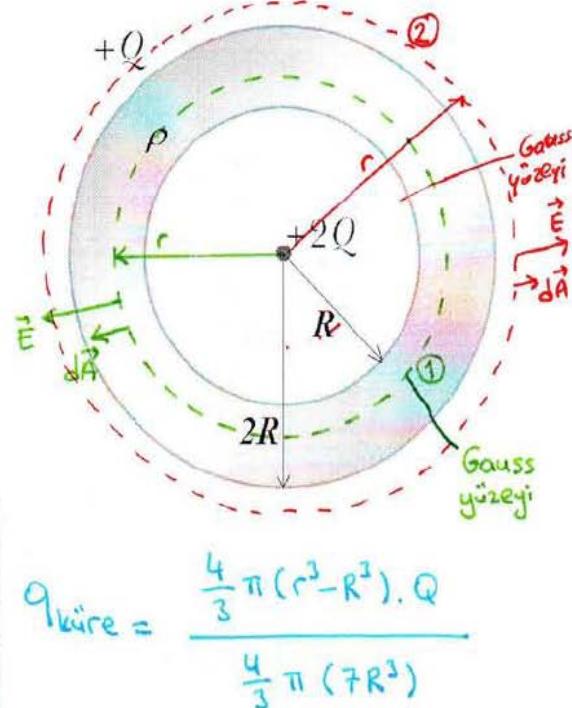
$$E = \frac{kQ}{7} \left(\frac{13}{r^2} + \frac{r}{R^3} \right)$$

$r > 2R$ için (② bölgesinde)

$$E(4\pi r^2) = \frac{2Q + Q}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{3Q}{r^2}$$

$$E = 3k \frac{Q}{r^2}$$



$$q_{küre} = \frac{\frac{4}{3}\pi(r^3 - R^3) \cdot Q}{\frac{4}{3}\pi(7R^3)}$$

$$q_{küre} = \frac{Q}{7R^3} (r^3 - R^3)$$

$\frac{4}{3}\pi[(2R)^3 - R^3]$ hacimli küresel kabukta Q yükü bulunmaktadır

$$\frac{4}{3}\pi[r^3 - R^3] \quad " \quad q_{küre} \text{ yükü bulunmaktadır.}$$

b) $R < r < 2R$ iin (① bögesinde)

illetken iinde $E=0$; $q_{\text{in}} = (q_{\text{in}})_{\text{yüzey}} + 2Q$

$$q_{\text{in}} = -2Q + 2Q = 0$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0} = 0$$

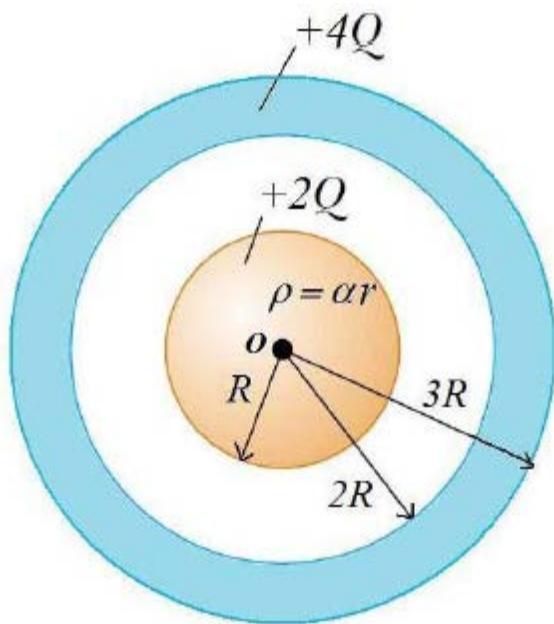
$$\boxed{E=0}$$

$r > 2R$ iin (② bögesinde)

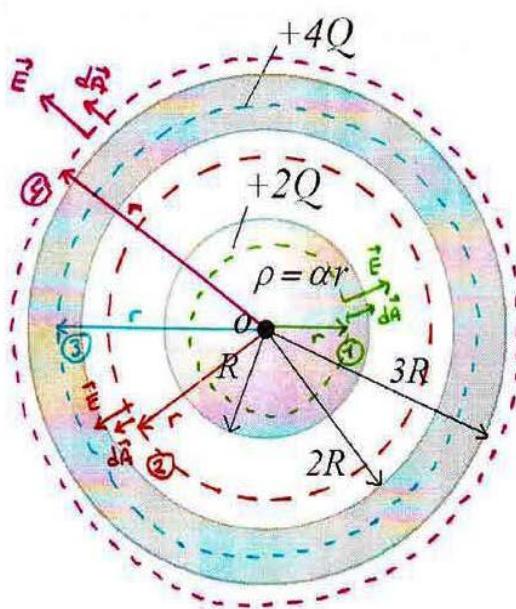
$$E(4\pi r^2) = \frac{2Q + Q}{\epsilon_0}$$

$$\boxed{E = 3k \frac{Q}{r^2}}$$

7. İç yarıçapı $2R$, dış yarıçapı $3R$ olan iletken küresel bir kabuğun toplam yükü $+4Q$ 'dır. Küresel kabukla aynı merkezli, yarıçapı R olan yalıtkan bir kürenin toplam yükü $+2Q$ 'dır. Yalıtkan kürenin yük yoğunluğu düzgün olmayıp $\rho = \alpha r$ bağıntısına göre değişmektedir. Burada α , pozitif bir sabit ve r ise orijinden olan radyal uzaklığıdır.
- a) α sabitini Q ve R cinsinden bulunuz.
 b) $r < R$
 c) $R < r < 2R$
 d) $2R < r < 3R$
 e) $r > 3R$ bölgelerindeki elektrik alan şiddetini k, Q, r ve R cinsinden bulunuz.



Şekil 6



a)

$$dQ = g dV$$

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\int_0^{2Q} dQ = \int_0^R (\alpha r) 4\pi r^2 dr$$

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

$$Q = 4\pi \alpha \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^R$$

$$2Q = \pi \alpha R^4$$

$$\alpha = \frac{2Q}{\pi R^4}$$

b) $\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{in}}{\epsilon_0}$ $q_{in} = \int g dV$

$$E(4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon_0} \int_0^r (\alpha r) 4\pi r^2 dr$$

$$E(4\pi r^2) = \frac{1}{\epsilon_0} 4\pi \alpha \left[\frac{r^4}{4} \right]$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4\pi}{r^2} \frac{2Q}{\pi R^4} \cdot \frac{r^4}{4}$$

$$E = 2k \frac{Q r^2}{R^4}$$

$r < R$

c) $E(4\pi r^2) = \frac{2Q}{\epsilon_0}$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{r^2}$$

$$E = 2k \frac{Q}{r^2}$$

$R < r < 2R$

d) $E(4\pi r^2) = \frac{2Q - 2Q}{\epsilon_0}$

$$q_{\text{tot}} = 2Q + (q_{\text{tot}})_{\text{reg}}$$

$$E = 0 \quad 2R < r < 3R$$

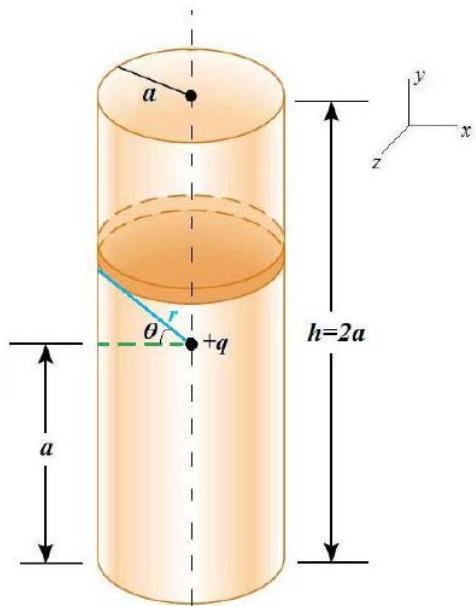
e) $E(4\pi r^2) = \frac{4Q + 2Q}{\epsilon_0}$

$$E = 6k \frac{Q}{r^2} \quad r > 3R$$

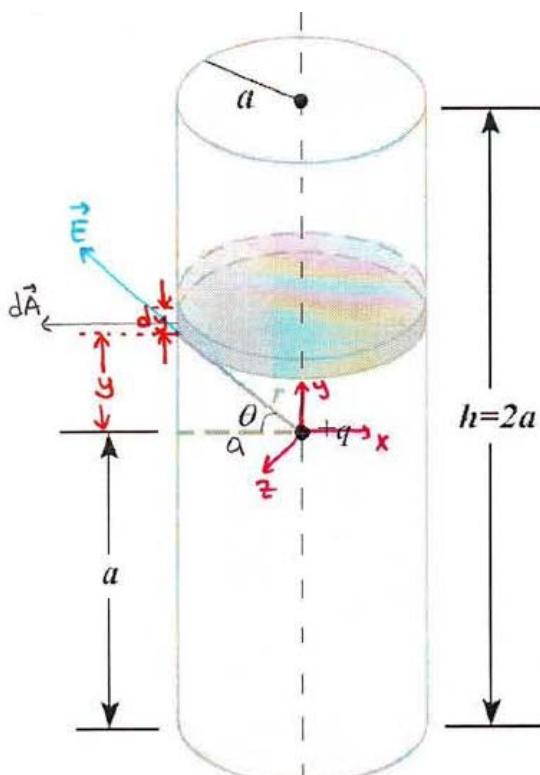
8. Şekil 7'deki gibi yarıçapı a ve yüksekliği $2h$ olan bir silindirin merkezinde bir q nokta yükü bulunmaktadır.

Silindirin yanal yüzeyinden geçen elektrik akısının $\frac{\sqrt{2}}{2} \frac{q}{\epsilon_0}$

bağıntısı ile verildiğini gösteriniz.



Şekil 7



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\vec{E} = k \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$\Phi_E = \oint E \cdot dA \cos\theta$$

$$dA = 2\pi a dy$$

$$\cos\theta = \frac{a}{r} \Rightarrow r = \frac{a}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{a} \Rightarrow y = a\tan\theta$$

$$dy = a\sec^2\theta d\theta$$

$$\Phi_E = \int k \frac{q}{r^2} dA \cos\theta = \int k \frac{q}{r^2} 2\pi a dy \frac{a}{r}$$

$$\Phi_E = 2\pi a^2 k q \int_{-a}^a \frac{dy}{r^3} = 2\pi a^2 k q \int_{-a}^a \frac{dy}{(\frac{a}{\cos\theta})^3}$$

$$\Phi_E = 2\pi d^2 k q \int \frac{\cos^3 \theta \alpha \sec^2 \theta d\theta}{a^3}$$

$$\sec \theta = \frac{1}{\cos \theta}$$

$$\Phi_E = 2\pi k q \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos \theta d\theta$$

$$\Phi_E = 2\pi k q \left[\sin \theta \right]_{-\pi/4}^{\pi/4}$$

integral sınırları:

$y = -a$	$y = a \operatorname{tg} \theta$	$y = a$	$y = a \operatorname{tg} \theta$
$-a = a \operatorname{tg} \theta$		$a = a \operatorname{tg} \theta$	
$\operatorname{tg} \theta = -1$		$\operatorname{tg} \theta = 1$	
$\theta = -\pi/4$		$\theta = \pi/4$	

$$\Phi_E = 2\pi k q \left[\sin \frac{\pi}{4} - \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right) \right]$$

$$\Phi_E = 2\pi k q \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \right) \right]$$

$$\Phi_E = 2\pi k q \sqrt{2}$$

$$\Phi_E = 2\pi \frac{1}{4\pi\epsilon_0} q \sqrt{2}$$

$$\boxed{\Phi_E = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{q}{\epsilon_0}}$$

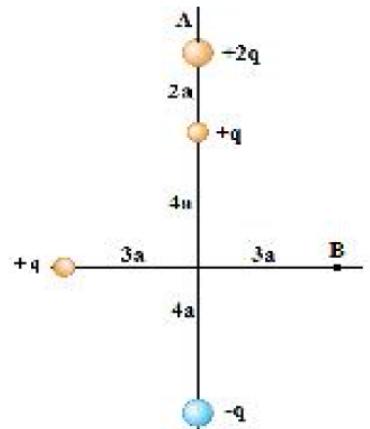
2014/2 MÜHENDİSLİK BÖLÜMLERİ FİZİK 2

UYGULAMA 3

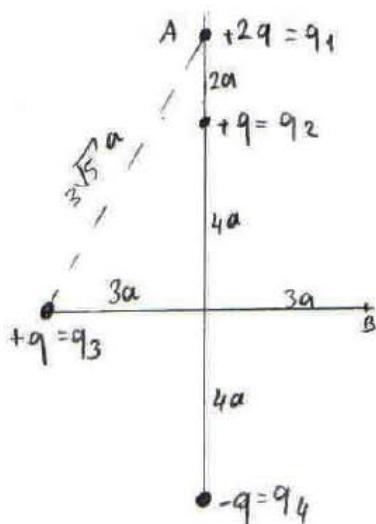
(Elektriksel Potansiyel)

- 1. a)** Şekil 1'deki $+2q$ yükünü **A(0,6a)** noktasından **B(3a,0)** noktasına getirebilmek için gerekli olan elektriksel işi bulunuz.

- b)** Yeni sistemin toplam potansiyel enerjisini bulunuz.



Şekil 1



(a) $+2q$ yükünü $A(0,6a)$ 'dan, $B(3a,0)$ 'ye götürmek için yapılan iş;

$$U_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

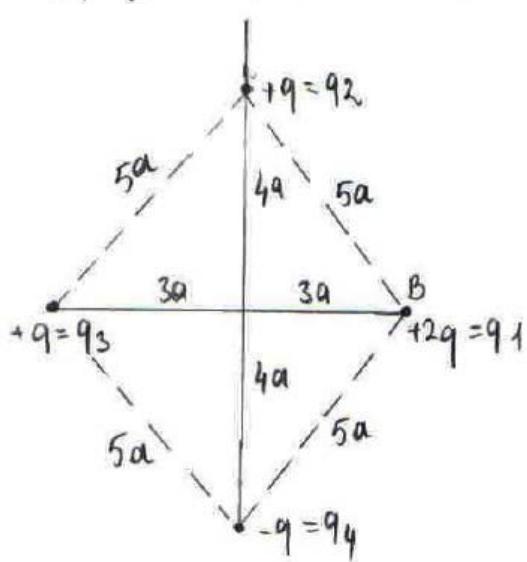
$$U_A = k \frac{2q(1q)}{2a} + k \frac{q(2q)}{3\sqrt{5}a} + k \frac{(-q)(2q)}{10a}$$

$$U_A = U_{21} + U_{31} + U_{41}$$

$$= k \frac{q^2}{a} + k \frac{2q^2}{3\sqrt{5}a} - k \frac{q^2}{5a}$$

$$= k \frac{q^2}{a} \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3\sqrt{5}} \right)$$

$+2q$ yükü B noktasında iken;



$$U_B = \underbrace{k \frac{2q/q}{5a}}_{U_{21}} + \underbrace{k \frac{(2q)q}{6a}}_{U_{31}} + \underbrace{\frac{k(-q)(2q)}{5a}}_{U_{41}}$$

$$U_B = \frac{2kq^2}{50a} + k \frac{q^2}{30a} - \frac{2kq^2}{5a}$$

$$U_B = \frac{kq^2}{30a}$$

$$U_B - U_A = \frac{kq^2}{a} \left(\frac{1}{3} - \left(\frac{4}{5} + \frac{2}{3\sqrt{5}} \right) \right)$$

$$W_{A \rightarrow B} = U_B - U_A = \frac{kq^2}{a^2} \left(\frac{-2}{3\sqrt{5}} - \frac{7}{15} \right)$$

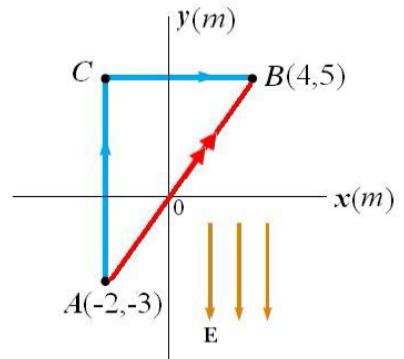
b) Yeni sistemin toplam potansiyel enerjisi;

$$U_{\text{son}} = U_{12} + U_{13} + U_{14} + U_{23} + U_{24} + U_{34}$$

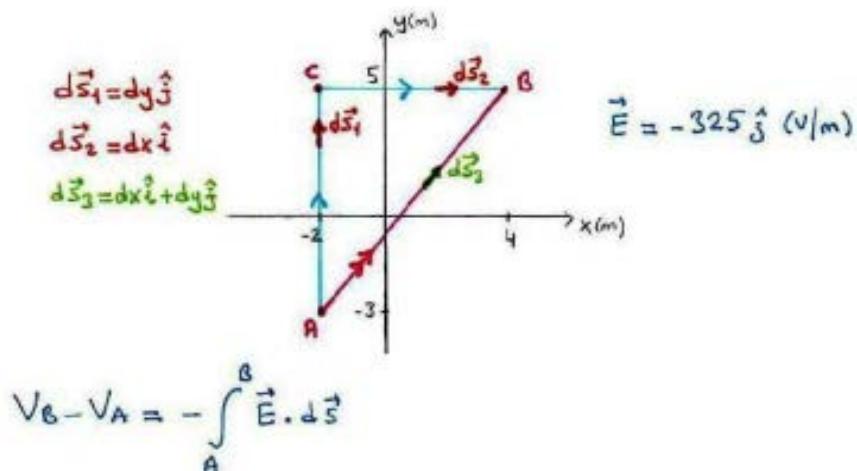
$$U_{\text{son}} = \frac{k(2q)(q)}{5a} + \frac{k(2q)(q)}{6a} + k \frac{(-q)(2q)}{5a} + \frac{k(q)(q)}{5a} + \frac{k(q)(-q)}{8a} + k \frac{(q)(-q)}{50a}$$

$$\boxed{U_{\text{son}} = \frac{5}{24} k \frac{q^2}{a}}$$

2. 325 (V/m) şiddetindeki düzgün bir elektrik alan $-y$ ekseni doğrultusunda uygulanmaktadır. Şekil 2'deki A ve B noktalarının koordinatları sırasıyla $(-2, -3)$ m ve $(4, 5)$ m'dir. $(V_B - V_A)$ potansiyel farkını, doğrusal olarak verilen ACB ve AB yolları üzerinden hesaplayınız.



Şekil 2



ACB yolu için:

$$V_B - V_A = - \int_A^C \vec{E} \cdot d\vec{s}_1 - \int_C^B \vec{E} \cdot d\vec{s}_2$$

$$V_B - V_A = - \int_A^C (-325 \hat{j}) \cdot dy \hat{j} - \int_C^B (-325 \hat{j}) \cdot dx \hat{i} \quad (\hat{j} \cdot \hat{i} = 0)$$

$$V_B - V_A = 325 \int_A^C dy$$

$$V_B - V_A = 325 \int_{-3}^5 dy = 325 [y]_{-3}^5 = 325 [5 - (-3)]$$

$$\boxed{V_B - V_A = 2600 (V)}$$

AB solution:

$$V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}_3$$

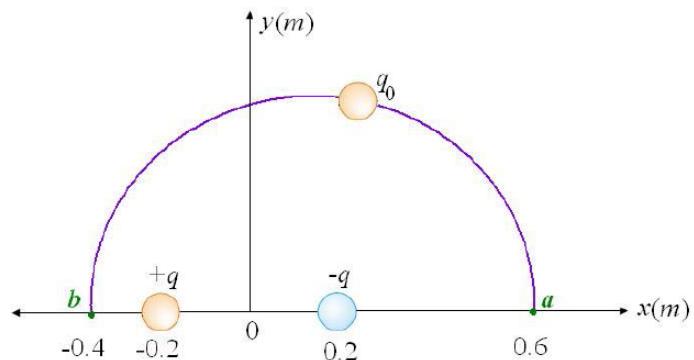
$$V_B - V_A = - \int_A^B (-325 \hat{j}) \cdot (dx \hat{i} + dy \hat{j})$$

$$V_B - V_A = 325 \int_A^B dy$$

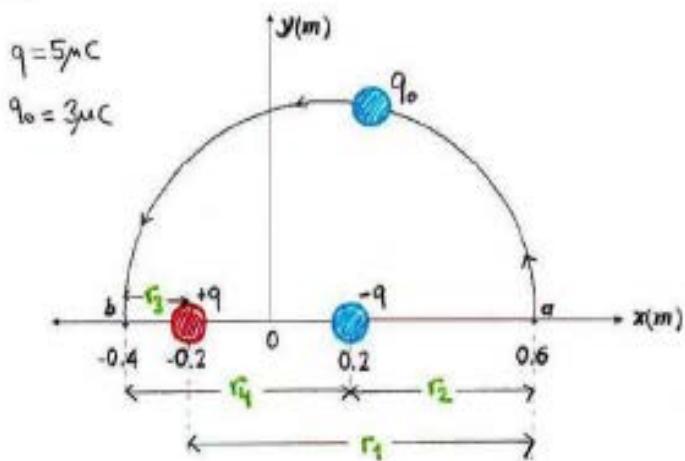
$$V_B - V_A = 325 \int_{-3}^5 dy = 325 [y]_{-3}^5$$

$$\boxed{V_B - V_A = 2600(V)}$$

3. Bir elektrik dipolü Şekil 3'deki gibi $x = -0,2 \text{ m}$ 'deki $+5 \mu\text{C}$ yükü ile $x = 0,2 \text{ m}$ 'deki $-5 \mu\text{C}$ yükünden oluşmaktadır. $q_0 = 3 \mu\text{C}$ 'lik bir deneme yükü, $x = 0,6 \text{ m}$ olan noktadan $x = -0,4 \text{ m}$ olan noktaya, yarıçapı $0,5 \text{ m}$ olan ve y -eksenini kesen yarıçember şeklindeki yolu izleyerek sabit hızla taşınmıştır. Deneme yükünü hareket ettirmek için ne kadar iş yapılmıştır?



Şekil 3



$$W_{a \rightarrow b} = \Delta U = q_0 \Delta V = q_0 (V_b - V_a)$$

$$W_{a \rightarrow b} = 3 \cdot 10^{-6} [150000 - (-56250)]$$

$$W_{a \rightarrow b} \approx 0,62 (\text{J})$$

$$V = k \frac{q}{r}$$

$$V_a = k \frac{q}{r_1} - k \frac{q}{r_2}$$

$$V_a = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,8} - \frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,4} \right)$$

$$\underline{V_a = -56250 (\text{V})}$$

$$V_b = k \frac{q}{r_3} - k \frac{q}{r_4}$$

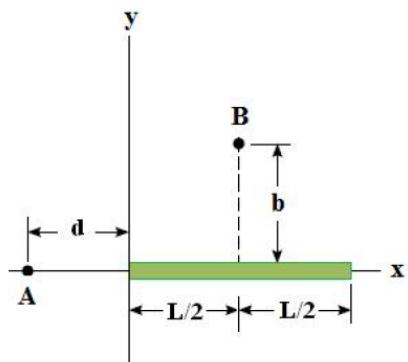
$$V_b = 9 \cdot 10^9 \left(\frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,2} - \frac{5 \cdot 10^{-6}}{0,6} \right)$$

$$\underline{V_b = 150000 (\text{V})}$$

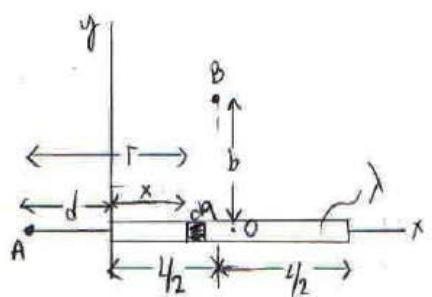
4. Şekil 4'te görüldüğü gibi x ekseni boyunca uzanmış olan L uzunluklu çubuk üzerinde düzgün λ yük yoğunluğu bulunmaktadır.

a) A ve B noktalarındaki elektriksel potansiyeli hesaplayınız.

b) Çubuk düzgün olmayan $\lambda = \alpha x$ (α : sabit) yük yoğunluğununa sahip olursa A ve B noktalarındaki elektrik potansiyeli hesaplayınız.



Şekil 4



(a) A ve B noktalarındaki elektriksel potansiyeller;

$$V = k \int \frac{dq}{r} \quad \text{ile;}$$

$$dq = \lambda dx$$

$$V_A = k \int_0^L \frac{dq}{r} = k \int_0^L \frac{\lambda dx}{r} \quad [r = d + x]$$

$$V_A = k \lambda \int_0^L \frac{dx}{x+d} \quad \left[\text{integral tablosu: } \int \frac{dx}{(ax+b)} = \frac{1}{a} \ln(ax+b) \right]$$

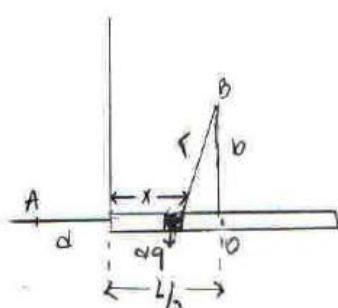
$$V_A = k \lambda \left[\ln(x+d) \right]_0^L$$

$$V_A = k \lambda \ln \left(1 + \frac{L}{d} \right)$$

$$V = k \int \frac{dq}{r} \quad r = \sqrt{b^2 + \left(\frac{L}{2} - x \right)^2}$$

$$V_B = \int \frac{k \lambda dx}{\left(b^2 + \left(\frac{L}{2} - x \right)^2 \right)^{1/2}}$$

$$\begin{aligned} u &= \frac{L}{2} - x \\ du &= -dx \end{aligned}$$



$$V_B = k \lambda \int \frac{-du}{\sqrt{b^2 + u^2}} \quad \left[\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) \quad \text{veya} \quad \sinh^{-1} \frac{x}{a} \right]$$

$$V_B = -k\lambda \left(\ln(u + \sqrt{u^2 + b^2}) \right)$$

$$V_B = -k\lambda \left[\ln\left(\frac{L}{2} - x\right) + \sqrt{\left(\frac{L}{2} - x\right)^2 + b^2} \right]_0^L$$

$$V_B = -k\lambda \left[\ln\left(\frac{L}{2} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + b^2}\right) - \ln\left(\frac{L}{2} + \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + b^2}\right) \right]$$

$$V_B = k\lambda \left[\ln\left(\frac{\frac{L}{2} + \sqrt{\frac{L^2}{4} + b^2}}{\frac{-L}{2} + \sqrt{\frac{L^2}{4} + b^2}}\right) \right]$$

b) $\lambda = \alpha x$ ise A ve B noktalarındaki potansiyel farklı;

$$V_A = k \frac{dq}{r} = k \int \frac{\lambda dx}{r} = k \alpha \int_0^L \frac{x dx}{(x+d)} , \left[\begin{array}{l} \text{integral tablosundan:} \\ \int \frac{x dx}{ax+b} = \frac{x}{a} - \frac{b}{a^2} \ln(ax+b) \end{array} \right]$$

$$V_A = k\alpha \left(x - d \cdot \ln(x+d) \right) \Big|_0^L$$

$$V_A = k\alpha \left(L - d \cdot \ln\left(1 + \frac{L}{d}\right) \right)$$

$$\text{B noktasında, } V_B = k \frac{dq}{r} = k \alpha \int \frac{x dx}{\sqrt{b^2 + (L/2 - x)^2}} \quad \left[\begin{array}{l} u = L/2 - x \\ du = -dx \end{array} \right]$$

$$V_B = k\alpha \int \frac{(L/2 - u)(-du)}{\sqrt{b^2 + u^2}}$$

$$V_B = k\alpha \left[\int \frac{-L/2 du}{\sqrt{b^2 + u^2}} + \int \frac{u du}{\sqrt{b^2 + u^2}} \right]$$

$$\left[\int \frac{x dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = x^2 + a^2 \right]$$

$$\left[\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) \right]$$

$$V_B = -k\alpha \left[-\frac{L}{2} \left(\ln(u + \sqrt{u^2 + b^2}) \right) \Big|_0^L + (u^2 + b^2) \Big|_0^L \right]$$

$$u = L/2 - x \quad \text{yazılırsa;}$$

$$V_B = k \frac{\alpha L}{2} \ln \left(\frac{\sqrt{L^2/4 + b^2} + L/2}{\sqrt{L^2/4 + b^2} - L/2} \right)$$

5. (a) Bir elektron, bir elektrik alan tarafından A levhasından B levhasına doğru hızlandırıldığında $5,25 \times 10^{-15}$ J enerji kazanıyor. Levhalar arasındaki potansiyel fark nedir ve hangi levha daha yüksek potansiyeldedir?

(b) Bir bölgedeki elektrik alan $\vec{E} = 5x^2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ kV/m'dir. A noktası orijinde bulunuyor ise ve B noktası (4,3,0) m ise $V_A - V_B$ potansiyel farkını bulunuz.

$$(a) W = \Delta K = q|\Delta V|$$

$$5,25 \cdot 10^{-15} = 1,6 \cdot 10^{-19} |\Delta V|$$

$$|\Delta V| = 32,8 \cdot 10^3 \text{ V}$$

Elektrik alan, yüksek potansiyele sahip plakadan düşük potansiyele sahip plakaya doğru olur. Elektron ise elektrik alana ters yönde hareket eder. Bu bilgiler ızığında **B plakası** daha yüksek potansiyele sahiptir!

$$(b) V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{r} \quad A(0,0,0) \rightarrow B(4,3,0)$$

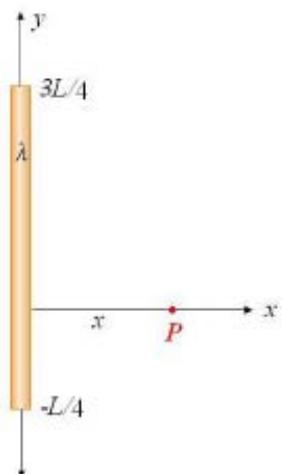
$$V_B - V_A = - \int_1^2 E_x dx + \int_1^3 E_y dy - \int_1^2 E_z dz$$

$$V_B - V_A = - \int_0^4 5x^2 dx + \int_0^3 3 dy - \cancel{\int_0^0 2 dz}$$

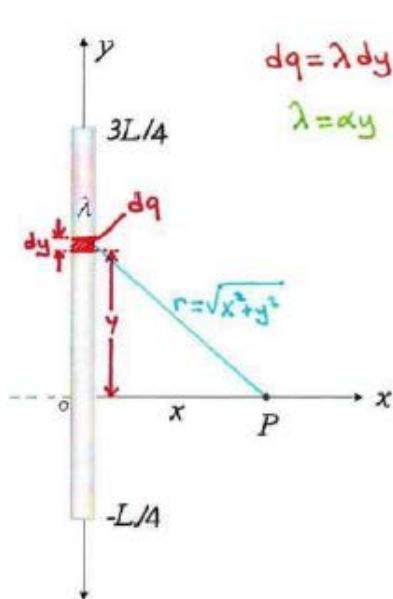
$$V_B - V_A = - \frac{5x^3}{3} \Big|_0^4 + 3y \Big|_0^3$$

$$V_B - V_A = - 97,6 \text{ kV}$$

6. Şekil 5'de görüldüğü gibi, uzunluğu L ve toplam yükü Q olan bir çubuk $\lambda = \alpha y$ (α : sabit) yük yoğunluğuna sahiptir.
- x ekseni üzerindeki P noktasında elektriksel potansiyeli bulunuz.
 - P noktasındaki elektrik alanının x bileşenini, (a) şekilde bulduğunuz potansiyeli kullanarak elde ediniz.
 - P noktasına bir q yükü konulursa, bu yüze etki eden elektriksel kuvvetin x bileşenini bulunuz.



Şekil 5



$$dq = \lambda dy$$

$$\lambda = \alpha y$$

$$V = k \int \frac{dq}{r}$$

$$a) V_p = k \int \frac{dq}{r} = k \int \frac{\lambda dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$V_p = k \int_{-L/4}^{3L/4} \frac{\alpha y dy}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$V_p = \frac{k\alpha}{2} \int_{x^2 + \frac{L^2}{16}}^{x^2 + \frac{9L^2}{16}} \frac{du}{u^{1/2}}$$

$$x^2 + y^2 = u$$

$$2ydy = du$$

$$y = -\frac{L}{4}; \quad u = x^2 + \frac{L^2}{16}$$

$$y = \frac{3L}{4}; \quad u = x^2 + \frac{9L^2}{16}$$

$$V_p = k\alpha \left[\frac{u^{1/2}}{x^2 + \frac{L^2}{16}} \right]_{x^2 + \frac{L^2}{16}}^{x^2 + \frac{9L^2}{16}}$$

$$V_p = k\alpha \left(\sqrt{x^2 + \frac{9L^2}{16}} - \sqrt{x^2 + \frac{L^2}{16}} \right)$$

b)

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\right)$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \rightarrow E_x = -\frac{dV}{dx}$$

$$E_x = -\frac{d}{dx} \left[k\alpha \left(\sqrt{x^2 + \frac{9L^2}{16}} - \sqrt{x^2 + \frac{L^2}{16}} \right) \right]$$

$$E_x = -k\alpha \left[\frac{1}{2} \left(x^2 + \frac{9L^2}{16} \right)^{-\frac{1}{2}} 2x - \frac{1}{2} \left(x^2 + \frac{L^2}{16} \right)^{-\frac{1}{2}} 2x \right]$$

$$E_x = k\alpha \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{L^2}{16}}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{9L^2}{16}}} \right)$$

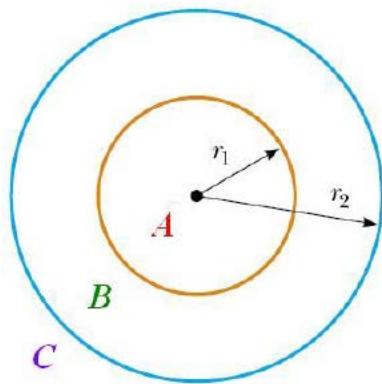
c) $\vec{F}_e = q \vec{E} = q (E_x \hat{i} + E_y \hat{j} + E_z \hat{k})$

$$F_{Ex} = q E_x$$

$$F_{Ex} = k\alpha q \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{L^2}{16}}} - \frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{9L^2}{16}}} \right)$$

7. Şekil 6'daki iki ince iletken küresel kabuğun göz önüne alınır. İçteki iletken kabuğun yarıçapı $r_1 = 15\text{cm}$ ve üzerindeki yük 10nC ; dıştaki iletken kabuğun yarıçapı $r_2 = 30\text{cm}$ ve yükü -15nC 'dir.

- a) A, B ve C bölgelerinde elektrik alanının şiddetini,
 b) A, B ve C bölgelerinde elektriksel potansiyel değerlerini bulunuz. ($r = \infty$ 'da $V=0$ alınız.)



Şekil 6

$$a) \Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{in}}}{\epsilon_0}$$

A bölgesinde;

$$q_{\text{in}} = 0 ; \boxed{E_A = 0} \quad (r < r_1)$$

B bölgeinde;

$$E_B \cdot (4\pi r^2) = \frac{q_1}{\epsilon_0}$$

$$E_B = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r^2} = k \frac{q_1}{r^2}$$

$$E_B = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-9}}{r^2}$$

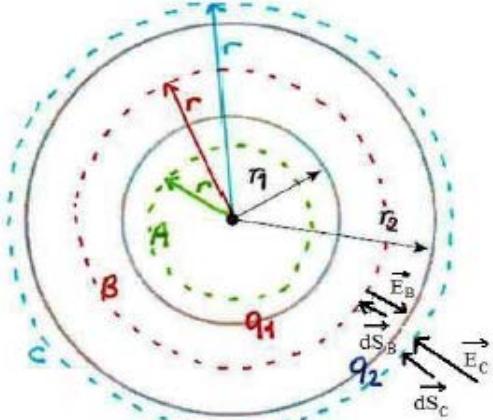
$$\boxed{E_B = \frac{90}{r^2} (\text{V/m})} \quad (r_1 < r < r_2)$$

C bölgeinde;

$$E_C \cdot (4\pi r^2) = \frac{q_1 + q_2}{\epsilon_0}$$

$$E_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 + q_2}{r^2} = k \frac{q_1 + q_2}{r^2} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(10 - 15) \cdot 10^{-9}}{r^2}$$

$$\boxed{E_C = -\frac{45}{r^2} (\text{V/m})} \quad (r > r_2)$$



$$b) V_C = k \frac{(q_1 + q_2)}{r} ; V_C = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{(10 - 15) \cdot 10^{-9}}{r} ; V_C = -\frac{45}{r} \text{ (V)}$$

$$V_B = V_{r_2} + \int_{r_2}^r k \frac{q_1}{r^2} dr$$

$$r \rightarrow r_2 \text{ için } V_{r_2} = -\frac{45}{0,3} = -150 \text{ (V)}$$

$$V_B = -150 + k q_1 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2} \right)$$

$$V_B = -150 + 9 \cdot 10^9 \cdot 10 \cdot 10^{-9} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{0,3} \right)$$

$$V_B = -450 + \frac{90}{r} \text{ (V)}$$

$$r \rightarrow r_1 \text{ için } V_{r_1} = -450 + \frac{90}{0,15} = +150 \text{ (V)}$$

$$V_A = +150 \text{ V}$$

İKİNCİ YOL:

$$V_C - V_\infty = - \int_{\infty}^C \vec{E}_C \cdot d\vec{S}_C \quad [dS_C = -dr]$$

$$V_C = - \int_{\infty}^C \vec{E}_C \cdot d\vec{S}_C = - \int_{\infty}^C E_C dS_C \cos 0 = - \int_{\infty}^r \frac{45}{r^2} (-dr) = + \int_{\infty}^r \frac{45}{r^2} dr = 45 \left| -\frac{1}{r} \right|_{\infty}^r = -\frac{45}{r} (V)$$

$$r=r_2 \text{ için } V_{r_2} = -\frac{45}{0,3} = -150(V) \quad [dS_B = -dr]$$

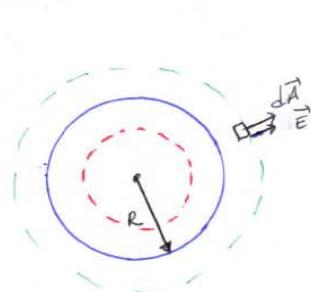
$$V_B = - \int_{\infty}^{r_2} \vec{E}_C \cdot d\vec{S}_C - \int_{r_2}^B \vec{E}_B \cdot d\vec{S}_B = - \int_{\infty}^{r_2} E_C dS_C \cos 0 - \int_{r_2}^B E_B dS_B \cos 180 = - \int_{\infty}^{r_2} \frac{45}{r^2} (-dr) - \int_{r_2}^r \frac{90}{r^2} (-dr)(-1) = \\ = + \int_{\infty}^r \frac{45}{r^2} dr - \int_{r_2}^r \frac{90}{r^2} dr = 45 \left| -\frac{1}{r} \right|_{\infty}^{r_2} - 90 \left| -\frac{1}{r} \right|_{r_2}^r = -\frac{45}{r_2} + 90 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_2} \right) = -\frac{45}{0,3} + 90 \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{0,3} \right) = -450 + \frac{90}{r} (V)$$

$$r=r_1 \text{ için } V_{r_1} = -450 + \frac{90}{0,15} = 150(V)$$

$$V_A = 150(V)$$

8. R yarıçaplı, Q yüklü yalıtkan bir küre yarıçapa bağlı değişimi $\rho = Ar^2$ olan düzgün olmayan bir yük yoğunluğuna sahiptir. Gauss kanununu kullanarak;

- Küre dışında ve içinde elektriksel alanı bulunuz.
- Küre içindeki bir noktada elektriksel potansiyeli hesaplayınız.
- Elektrik alan ve elektriksel potansiyelin yarıçapa göre değişimini veren grafiği kabaca çiziniz.



$$r > R$$

$$\text{a)} \quad \vec{E}_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{iq}}{\epsilon_0} \\ q_{iq} = Q = \int_0^R \rho dV = \int_0^R Ar^2 4\pi r^2 dr = A 4\pi \frac{R^5}{5}$$

$$E_{d\vec{A}} 4\pi r^2 = 4\pi A \frac{R^5}{5\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E}_{d\vec{A}} = \frac{Ar^5}{5\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

$$r < R$$

$$q_{iq} = \int_0^r \rho dV = \int_0^r Ar^2 4\pi r^2 dr = A 4\pi \frac{r^5}{5}$$

$$E_{iq} 4\pi r^2 = 4\pi A \frac{r^5}{5\epsilon_0}$$

$$\vec{E}_{iq} = A \frac{r^3}{5\epsilon_0} \hat{r}$$

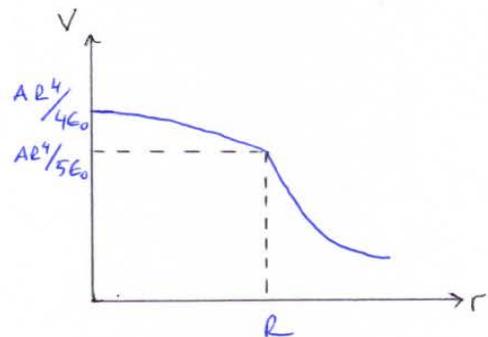
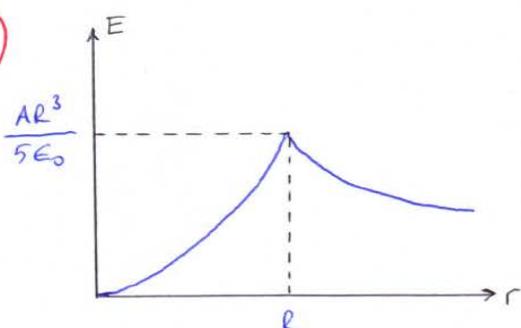
$$\text{b)} \quad V_A - V_\infty = V_A = - \int_{\infty}^R \vec{E}_{d\vec{A}} \cdot d\vec{S} - \int_R^r \vec{E}_{iq} \cdot d\vec{S} \quad ds = dr$$

$$V_A = - \int_{\infty}^R \frac{Ar^5}{5\epsilon_0 r^2} dr - \int_R^r A \frac{r^3}{5\epsilon_0} dr$$

$$V_A = - \frac{Ar^5}{5\epsilon_0} \left(\frac{1}{2} - 0 \right) - \frac{A}{5\epsilon_0} \left(\frac{r^4}{4} - \frac{R^4}{4} \right)$$

$$V_A = \frac{A}{20\epsilon_0} (5R^4 - r^4)$$

c)



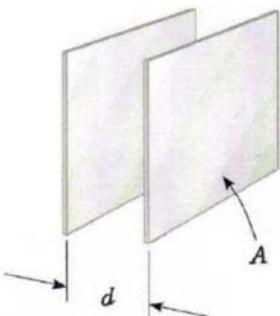
2014/2 MÜHENDİSLİK BÖLÜMLERİ FİZİK 2

UYGULAMA 4

(SİĞA ve DİELEKTRİK/AKIM&DİRENÇ ve DOĞRU AKIM DEVRELERİ)

1. Yüzölçümleri **200 cm²**, aralarındaki mesafe **0.4 cm** olan ve birbirlerinden hava boşluğu ile ayrılan iki levha kullanılarak oluşturulmuş paralel levhali bir kondansatörün;
- a)** Sığasını hesaplayınız.
- b)** Kondansatör 500 V'lik bir üretece bağlanırsa, kondansatörün yükünü, depolanan enerjiyi, levhalar arasındaki elektrik alan şiddetini ve enerji yoğunluğunu bulunuz.
- c)** Levhalar arası, hava boşluğunu dolduracak şekilde dielektrik sabiti $\kappa = 2.6$ olan bir sıvı ile doldurulursa, 500 V'lik üreteçten kondansatöre ne kadar yük akacaktır? ($\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$)

1)



$$A = 200 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$d = 0.4 \text{ cm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

a)

$$C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{2 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}}$$

$$C_0 = 4.4 \cdot 10^{-11} \text{ (F)}$$

$$C_0 = 44 (\text{pF})$$

b) $C_0 = \frac{Q_0}{\Delta V}$

$$Q_0 = C_0 \Delta V$$

$$Q_0 = 4.4 \cdot 10^{-11} \cdot 500$$

$$Q_0 = 2.2 \cdot 10^{-8} \text{ (C)}$$

$$Q_0 = 22 (\text{nC})$$

$$U_0 = \frac{Q_0}{2C_0} \quad \text{veya} \quad U_0 = \frac{1}{2} C_0 (\Delta V)^2$$

$$U_0 = \frac{1}{2} \cdot 4.4 \cdot 10^{-11} \cdot 500^2$$

$$U_0 = 5.5 \cdot 10^6 \text{ (J)}$$

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

$$E = \frac{500}{4 \cdot 10^{-3}}$$

$$E = 1.25 \cdot 10^5 \text{ (V/m)}$$

$$E = 125 \text{ (kV/m)}$$

$$U_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

$$U_E = \frac{1}{2} \cdot 8.85 \cdot 10^{-12} \cdot (1.25 \cdot 10^5)^2$$

$$U_E = 6.9 \cdot 10^{-12} \text{ (J/m}^3\text{)}$$

c) $C = \kappa C_0$

$$C = 2.6 \cdot 4.4 \cdot 10^{-11}$$

$$\underline{\underline{C = 11.4 \cdot 10^{-11} \text{ (F)}}}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

$$Q = C \cdot \Delta V$$

$$Q = 11.4 \cdot 10^{-11} \cdot 500$$

$$Q = 5.7 \cdot 10^{-11} \text{ (C)}$$

$$Q = 57 (\text{nC})$$

$$\Delta Q = Q - Q_0$$

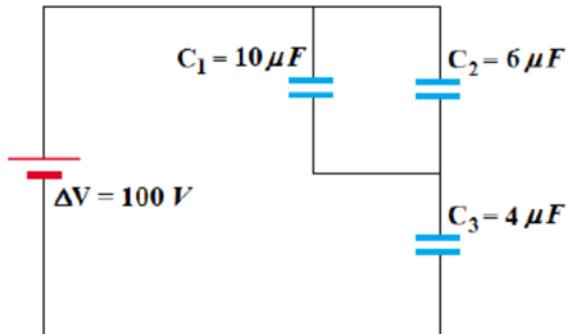
$$\Delta Q = 57 - 22$$

$$\Delta Q = 35 (\text{nC})$$

$$\underline{\underline{\Delta Q = 3.5 \cdot 10^{-8} \text{ (C)}}}$$

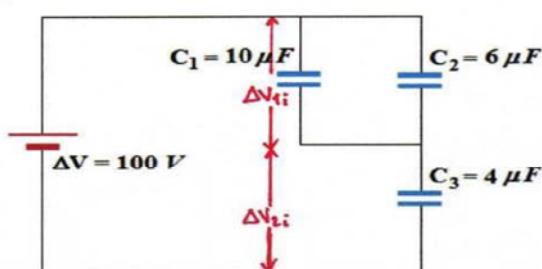
2. Şekil 1'de verilen kondansatör sisteminde;

- a) Biriken toplam enerjiyi bulunuz.
 b) C_3 kondansatörünün üzerinde, kondansatörü iletken'e dönüştürecek kadar yük boşalması gerçekleştiğinde, C_1 kondansatörünün yükünde ve potansiyel farkında ne kadarlık değişiklik olur?



Şekil 1

2)



a)

$$U = \frac{1}{2} C_{\text{eff}} (\Delta V)^2$$

$$\frac{1}{C_{\text{eff}}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_1 + C_2}$$

$$\frac{1}{C_{\text{eff}}} = \frac{1}{4} + \frac{1}{10+6}$$

$$\underline{\underline{C_{\text{eff}} = 3,2 \mu F}}$$

$$U = \frac{1}{2} 3,2 \cdot 10^{-6} \cdot 100^2$$

$$\boxed{U = 1,6 \cdot 10^{-2} (J)}$$

b) $Q = C_{\text{eff}} \cdot \Delta V$

$$Q = 3,2 \cdot 10^{-6} \cdot 100$$

$$Q = 3,2 \cdot 10^{-4} (C)$$

Seri bağlı kondansatörlerin üzerlerindeki yükler birbirine eşit olduğundan;

$$q_{1i} + q_{2i} = q_{3i} = Q$$

$$q_{1i} + q_{2i} = Q$$

$$C_1 \cdot \Delta V_{1i} + C_2 \cdot \Delta V_{2i} = Q$$

$$\Delta V_{1i} = \frac{Q}{C_1 + C_2}$$

$$\Delta V_{1i} = \frac{3,2 \cdot 10^{-4}}{10+6} ; \quad \underline{\underline{\Delta V_{1i} = 20 (V)}}$$

$$q_{1i} = C_1 \Delta V_{1i}$$

$$q_{1i} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 20 ; \quad \underline{\underline{q_{1i} = 2 \cdot 10^{-4} (C)}}$$

İletkene dönüştükten sonra,

C_3 kondansatörünün potansiyel farkı 0 olur.

Bu durumda, başlangıçta potansiyel farkı $\Delta V_{1i} = 20 (V)$ olan C_1 kondansatörünün, C_3 kondansatörü iletkene dönüştükten sonraki potansiyel farkı $\Delta V_3 = 100 (V)$ olmuştur.

$$\Delta V_s - \Delta V_{1i} = 100 - 20 = 80 (V)$$

$$q_{1s} = C_1 \Delta V_s$$

$$q_{1s} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 100 = 10 \cdot 10^{-4} (C) \quad \underline{\underline{}}$$

$$\Delta q = q_{1s} - q_{1i}$$

$$\Delta q = (10-2) \cdot 10^{-4}$$

$$\boxed{\Delta q = 8 \cdot 10^{-4} (C)}$$

3. Paralel plakalı bir kondansatörün plaka aralığı **1.2 cm** ve plaka alanı **0.12 m²** dir. Kondansatör, **120 V**'lik potansiyel farkı altında yükleniyor ve sonra bağlantıları kesiliyor. Kalınlığı **0.4 cm** ve dielektrik sabiti $\kappa = 2$ olan bir dielektrik, yalıtkan plakaların tam ortasına **Şekil 2'deki gibi** yerleştiriliyor.

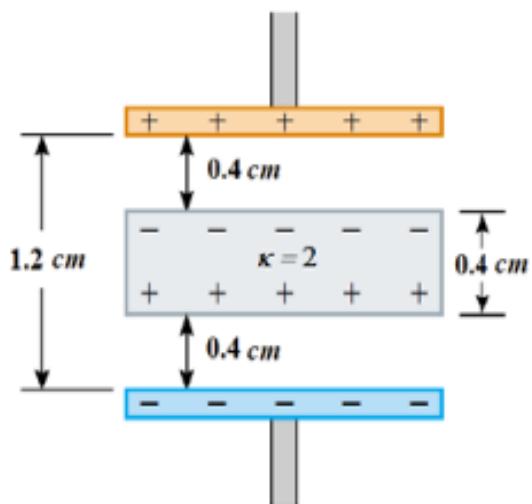
a) Dielektrik yerleştirilmeden önce kondansatörün sığasını hesaplayınız.

b) Dielektrik plakaların arasına yerleştirildikten sonra kondansatörün sığasını,

$$C = \frac{Q}{\Delta V} \text{ ve } \Delta V = V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

bağıntılarını kullanarak hesaplayınız.

c) Plakaların yükünü bularak, dielektriğin bulunduğu bölgede ve plakalar arasındaki bölgede elektrik alanı bulunuz.



Şekil 2

$d = 1,2 \text{ cm} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$ $\kappa = 2$

$A = 0,12 \text{ m}^2$

$\Delta V = 120 \text{ V}$

a) $C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$

$$C_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{0,12}{1,2 \cdot 10^{-2}}$$

$$C_0 \approx 9 \cdot 10^{-11} (\text{F})$$

$$C_0 = 90 (\mu\text{F})$$

b) $\Delta V = V_b - V_a = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \int_0^{0,4 \cdot 10^{-2}} E_0 \cdot dy \cos 180^\circ - \int_0^{0,4 \cdot 10^{-2}} E_{\text{net}} \cdot dy \cos 180^\circ - \int_0^{0,4 \cdot 10^{-2}} E_0 \cdot dy \cos 180^\circ$

$$E_0 = \frac{Q}{\epsilon_0 A} = \frac{Q}{A \epsilon_0} , \quad E_{\text{net}} = E_0 - E_{\text{ind}} = \frac{E_0}{\kappa} = \frac{Q}{2 A \epsilon_0}$$

$$\Delta V = \frac{Q}{\epsilon_0 A} \cdot \frac{5}{2} \int_0^{0,4 \cdot 10^{-2}} dy$$

$$\Delta V = \frac{5Q}{2 \epsilon_0 A} \cdot 0,4 \cdot 10^{-2} = \frac{5 \cdot Q \cdot 0,4 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 0,12}$$

$$\Delta V = 0,94 \cdot 10^{10} \text{ V}$$

$$C = \frac{Q}{\Delta V} = \frac{Q}{0,94 \cdot 10^{10} \text{ V}} ; \quad C = 1,06 \cdot 10^{-10} (\text{F})$$

$$C = 106 (\mu\text{F})$$

c) $Q = C_0 \cdot \Delta V$
 $Q = 90 \cdot 10^{-12} \cdot 120$
 $Q = 1,08 \cdot 10^{-9} (\text{C})$

$$E_0 = \frac{Q}{A \epsilon_0}$$

$$E_0 = \frac{1,08 \cdot 10^{-9}}{0,12 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12}}$$

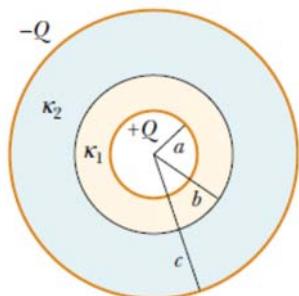
$$E_0 \approx 1 \cdot 10^4 (\text{V/m})$$

$$E_{\text{net}} = \frac{Q}{2 A \epsilon_0} = \frac{E_0}{\kappa}$$

$$E_{\text{net}} = \frac{1 \cdot 10^4}{2}$$

$$E_{\text{net}} = 5 \cdot 10^3 (\text{V/m})$$

4. Şekil 3'te görülen iç yarıçapı a , dış yarıçapı c olan, iletken küresel bir kabuğun içi; $a-b$ arasında dielektrik katsayı κ_1 , $b-c$ arasında κ_2 olan bir dielektrik madde ile dolduruluyor. Sistemin siğasını bulunuz.



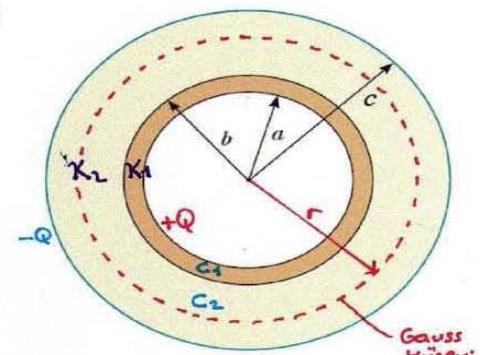
Şekil 3

İletkenler arasındaki bölgede elektrik alan;
($c < r < a$)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{\text{ig}}}{\epsilon_0}$$

$$E \cdot (4\pi r^2) = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$E = k \frac{Q}{r^2}$$



κ_1 dielektrik malzemeli bölge için;

$$V_b - V_a = \Delta V_{ab} = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta V_{ab} = - \int_a^b k \frac{Q}{r^2} dr = - kQ \left[-\frac{1}{r} \right]_a^b = kQ \left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a} \right)$$

$$\Delta V_{ab} = kQ \frac{(a-b)}{ab} \quad a-b < 0 \quad \Delta V_{ab} < 0$$

κ_2 dielektrik malzemeli bölge için;

$$V_c - V_b = \Delta V_{bc} = - \int_b^c \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\Delta V_{bc} = - \int_b^c k \frac{Q}{r^2} dr = - kQ \left[-\frac{1}{r} \right]_b^c = kQ \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b} \right)$$

$$\Delta V_{bc} = kQ \frac{(b-c)}{bc} \quad b-c < 0 \quad \Delta V_{bc} < 0$$

$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} ; \quad C_1 = \kappa_1 \frac{Q}{|\Delta V_{ab}|} = \kappa_1 \frac{ab}{k(b-a)}$$

$$C_2 = \kappa_2 \frac{Q}{|\Delta V_{bc}|} = \kappa_2 \frac{bc}{k(c-b)}$$

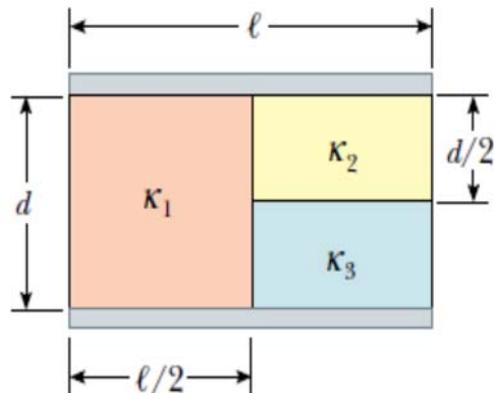
$$\frac{1}{C_{\text{eff}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} ;$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

$$C_{\text{eff}} = \frac{\kappa_1 \kappa_2 abc (4\pi\epsilon_0)}{\kappa_2 bc - \kappa_1 ab + ac (\kappa_1 - \kappa_2)}$$

5. **Şekil 4'deki paralel plakalı kondansatör üç farklı dielektrik madde kullanılarak yapılmıştır.**

- a) $\ell \gg d$ olduğunu kabul ederek, plaka yüzeyi A, d, κ_1, κ_2 ve κ_3 sabitleri cinsinden bu kondansatörün siğası için bir ifade bulunuz.
 b) $A = 3\text{cm}^2, d = 1.5\text{mm}, \kappa_1 = 6, \kappa_2 = 3, \kappa_3 = 5$ ve $\Delta V = 16\text{V}$ alarak kondansatörde depo edilen enerjiyi bulunuz.



Şekil 4

- a) C_2 ve C_3 kondansatörleri birbirlerine seri, C_1 kondansatöründe paralel olarak bağlıdır.

$$C_1 = \kappa_1 \epsilon_0 \frac{A/2}{d} ; \quad C_2 = \kappa_2 \epsilon_0 \frac{A/2}{d/2} ; \quad C_3 = \kappa_3 \epsilon_0 \frac{A/2}{d/2}$$

$$\left(\frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right)^{-1} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa_2 \kappa_3}{\kappa_2 + \kappa_3} \right)$$

$$C_{eq} = C_1 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = \frac{\epsilon_0 A}{d} \left(\frac{\kappa_1}{2} + \frac{\kappa_2 \kappa_3}{\kappa_2 + \kappa_3} \right)$$

- b) Verilen değerleri kullanarak;

$$C_{eq} = \frac{8,85 \cdot 10^{12} \cdot 3 \cdot 10^{-4}}{1,5 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{6}{2} + \frac{3 \cdot 5}{3+5} \right) = 8,63 \cdot 10^{12} \text{F}$$

$$C_{eq} = 8,63 \text{ pF}$$

$$U = \frac{1}{2} C_{eq} (\Delta V)^2 = \frac{1}{2} 8,63 \cdot 10^{12} \cdot (16)^2 = 1,10 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$U = 1,10 \text{ nJ}$$

6. Çapı **4mm**, boyu **2m** olan bir bakır tel **6A** akım taşımaktadır. Bakırda serbest elektronların yoğunluğu **$8,5 \cdot 10^{28} (1/m^3)$** , bakırın özdirenci **$\rho = 1,6 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot cm$** olduğuna göre,
- Teldeki akım yoğunlığını,
 - Teldeki elektrik alanı,
 - Teldeki direncini,
 - Serbest elektronların ortalama sürüklenme hızını,
 - İsı olarak harcanan gücü, hesaplayınız. ($e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$, $\pi = 3$)

$$2r = 4 \text{ mm} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$A = \pi r^2 \quad (\pi = 3)$$

$$l = 2 \text{ m}$$

$$A = \pi (2 \cdot 10^{-3})^2$$

$$I = 6 \text{ A}$$

$$A \approx 1,26 \cdot 10^{-5} \text{ (m}^2\text{)}$$

$$n = 8,5 \cdot 10^{28} (1/\text{m}^3)$$

$$\rho = 1,6 \cdot 10^{-6} \Omega \cdot \text{cm} = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$$

a) $J = \frac{I}{A}$

b) $J = \sigma E$

$$J = \frac{6}{1,26 \cdot 10^{-5}}$$

$$\sigma \equiv \frac{1}{\rho}$$

$$J = 4,77 \cdot 10^5 (\text{A}/\text{m}^2)$$

$$J = \frac{E}{\rho} \quad E = \sigma J$$

$$E = 1,6 \cdot 10^{-8} \cdot 4,77 \cdot 10^5$$

$$E = 7,6 \cdot 10^{-3} (\text{V}/\text{m})$$

c) $R = \rho \frac{l}{A}$

$$R = 1,6 \cdot 10^{-8} \cdot \frac{2}{1,26 \cdot 10^{-5}}$$

$$R \approx 2,54 \cdot 10^3 (\Omega)$$

d) v_s : Serbest elektronların elektrik alanda ortalama sürüklenme hızı

$$J = n e v_s$$

$$v_s = \frac{J}{ne}$$

$$v_s = \frac{4,77 \cdot 10^5}{8,5 \cdot 10^{28} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}$$

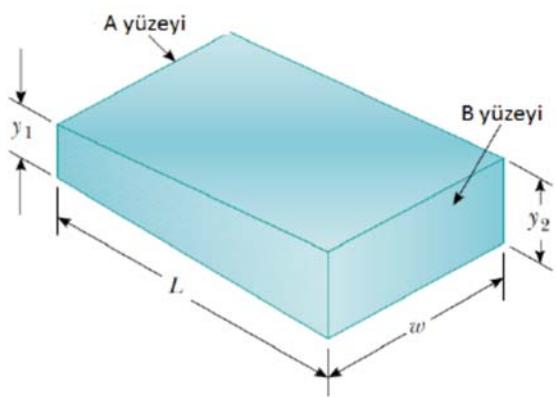
$$v_s \approx 3,51 \cdot 10^5 (\text{m}/\text{s})$$

e) $P = I^2 R$

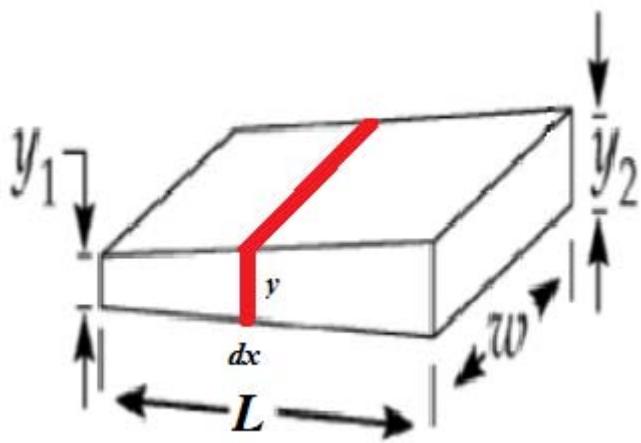
$$P = 6^2 \cdot 2,54 \cdot 10^3$$

$$P \approx 9,1 \cdot 10^2 (\text{W})$$

7. ρ düzgün özdirençli bir madde, **Şekil 5**'de görüldüğü gibidir kesik kama şeklinde biçimlendirilmiştir. Bu kamanın A ve B yüzeyleri arasındaki direnci verilenler cinsinden bulunuz.



Şekil 5



$$R = \int \frac{\rho dx}{A} = \int \frac{\rho dx}{wy}$$

Burada,

$$y = y_1 + \frac{y_2 - y_1}{L} x$$

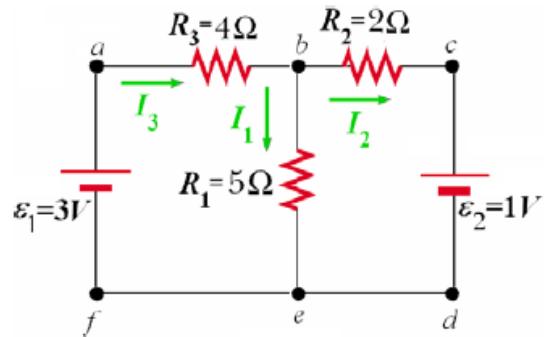
$$R = \frac{\rho}{w} \int_0^L \frac{dx}{y_1 + \frac{y_2 - y_1}{L} x} = \frac{\rho L}{w(y_2 - y_1)} \left[\ln \left(y_1 + \frac{y_2 - y_1}{L} x \right) \right]_0^L$$

$$R = \frac{\rho L}{w(y_2 - y_1)} \ln \left(\frac{y_1 + \frac{y_2 - y_1}{L} L}{y_1} \right)$$

$$R = \frac{\rho L}{w(y_2 - y_1)} \ln \left(\frac{y_2}{y_1} \right)$$

8. Şekil 6'da verilen devre için;

- a) R_1 , R_2 ve R_3 dirençlerinde harcanan güçleri,
- b) ε_1 ve ε_2 üreteçleri tarafından sağlanan güçleri bulunuz.



Şekil 6

$$1. \text{ Kirchoff Kuralı} : \sum I_{\text{gelen}} = \sum I_{\text{çıkan}}$$

$$2. \text{ Kirchoff Kuralı} : \sum_{\substack{\text{kapalı} \\ \text{ilme}}^{\text{abefa}}} \Delta V = 0$$

$$\text{abefa ilmeği için: } -I_3 R_3 - I_1 R_1 + \varepsilon_1 = 0$$

$$-4I_3 - 5I_1 + 3 = 0 \quad (2)$$

$$\text{bcdedb ilmeği için: } -I_2 R_2 - \varepsilon_2 + I_1 R_1 = 0$$

$$-2I_2 - 1 + 5I_1 = 0 \quad (3)$$

$$\text{b düğüm noktası için: } I_1 = I_2 + I_3 \quad (4)$$

$$(1), (2) \text{ ve } (3) \text{ numaralı denklemlerden; } I_1 = \frac{5}{19} \text{ (A)}, I_2 = \frac{3}{19} \text{ (A)}, I_3 = \frac{8}{19} \text{ (A)}$$

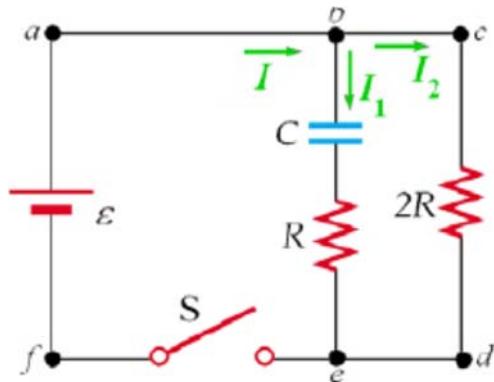
$$P_{R_1} = I_1^2 R_1 = \frac{125}{361} (\omega) \quad P_{R_2} = I_2^2 R_2 = \frac{18}{361} (\omega) \quad P_{R_3} = I_3^2 R_3 = \frac{256}{361} (\omega)$$

$$\text{b)} \quad P_{\varepsilon_1} = \varepsilon_1 I_3 = \frac{24}{19} (\omega) \quad P_{\varepsilon_2} = \varepsilon_2 I_2 = \frac{3}{19} (\omega)$$

9. Şekil 7'de verilen devrede kondansatör yüksüz olup, $t = 0$ anında S anahtarı kapatılıyor.

a) Devreden geçen I akımını, zamanın fonksiyonu olarak verilenler cinsinden bulunuz ve $I = f(t)$ grafiğini çiziniz.

b) Devre kararlı hale geldikten sonra S anahtarı açılıyor. Kondansatör üzerindeki yük miktarının yarıya düşmesi için geçen zamanı bulunuz.



Şekil 7

a) b düğüm noktası için : $I = I_1 + I_2$

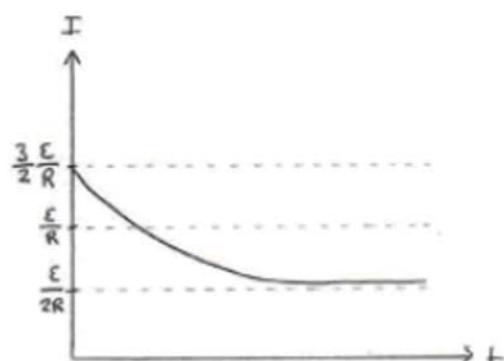
acdfa ilmeği için : $E - I_2 \cdot 2R = 0$: $I_2 = \frac{E}{2R}$

$$I(t) = I_1(t) + I_2$$

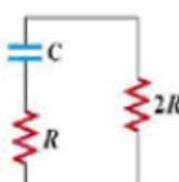
$$I(t) = \frac{E}{R} e^{-t/RC} + \frac{E}{2R}$$

$$t=0 \text{ için } I(0) = \frac{E}{R} + \frac{E}{2R} = \frac{3}{2} \frac{E}{R}$$

$$t \rightarrow \infty \text{ için } I(\infty) = \frac{E}{2R} \quad (e^{-\infty} = 0)$$



b) $q(t) = Q e^{-t/RC}$



$$R_{eq} = R + 2R = 3R$$

$$q(t) = \frac{Q}{2} ; \quad \frac{Q}{2} = Q e^{-t/RC} \quad \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{t}{3RC}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-t/3RC}$$

$$t = -3RC \ln\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$t = 3RC \ln 2$$

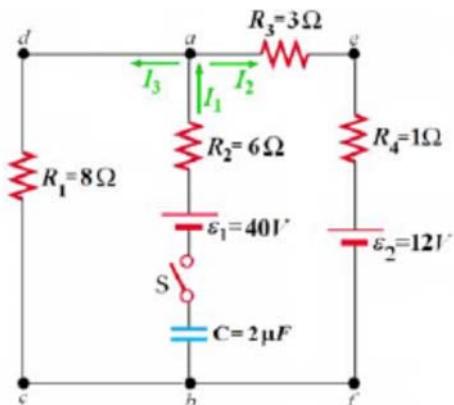
10. Şekil 8'de verilen devrede kondansatör başlangıçta yüksüz olup, $t = 0$ anında **S** anahtarı kapatılıyor.

a) **S** anahtarının kapatılmasından hemen sonra I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.

b) **S** anahtarının kapatılmasından uzun süre sonra I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.

c) **S** anahtarının kapatılmasından uzun süre sonra **a** ve **b** noktaları arasındaki potansiyel farkını hesaplayınız.

d) **S** anahtarının kapatılmasından uzun süre sonra kondansatörün yükünü hesaplayınız.



Şekil 8

a) a düğüm noktası için : $I_1 = I_2 + I_3 \quad (1)$

adcba ilmeği için : $-I_3 R_1 + \varepsilon_1 - I_1 R_2 = 0$

$$-8I_3 + 40 - 6I_1 = 0$$

$$6I_1 + 8I_3 = 40 \quad (2)$$

abfea ilmeği için : $I_1 R_2 - \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + I_2 R_4 + I_2 R_3 = 0$

$$6I_1 - 40 + 12 + I_2 + 3I_2 = 0$$

$$6I_1 + 4I_2 = 28 \quad (3)$$

(1), (2) ve (3) numaralı denklemlerden; $I_1 = 3,7(A)$ $I_2 = 1,5(A)$ $I_3 = 2,2(A)$

b) Kararlı akım durumunda ab kolundan akım geçmez. $I_1 = 0$

defcd ilmeği için : $-I_2 R_3 - I_2 R_4 - 12 - I_2 R_1 = 0$

$$-3I_2 - I_2 - 12 - 8I_2 = 0$$

$$I_2 = -1(A)$$

$$I_3 = 1(A)$$

c) $V_a - I_3 R_4 = V_b$

$$V_a - V_b = 8(V)$$

d) $V_a - \varepsilon_1 + V_c = V_b$

$$Q = CV_c$$

$$V_a - V_b = \varepsilon_1 - V_c$$

$$Q = 2 \cdot 10^{-6} \cdot 32$$

$$8 = 40 - V_c$$

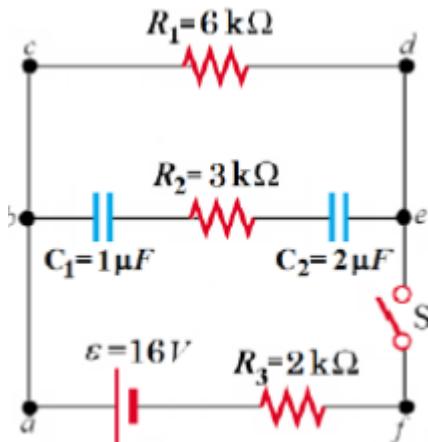
$$Q = 64 \cdot 10^{-6} C$$

$$V_c = 32(V)$$

$$Q = 64 \mu C$$

11. Şekil 9'da verilen devrede

- S** anahtarı uzun bir süre kapalı kaldıktan sonra, her bir dirençten geçen akımı bulunuz.
- Her bir kondansatörün yükünü ve R_2 direncinde harcanan gücünü bulunuz.
- S** anahtarı açılırsa, oluşacak deşarj devresinin zaman sabitini bulunuz.
- S** anahtarı açıldıktan sonra R_1 direncinden geçen akımı, zamana bağlı olarak yazınız.



Şekil 9

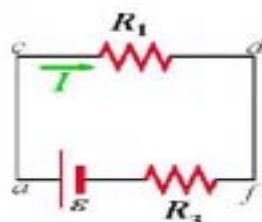
a) Kararlı akım durumunda beze kolundan akım geçmez. $I_{R_1} = 0$

cdfac ilmeğine göre: $-IR_1 - IR_3 + \varepsilon = 0$

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_3}$$

$$I = \frac{16}{(6+2) \cdot 10^3} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ (A)}$$

$$I_{R_1} = I_{R_3} = 2 \text{ (mA)}$$



b) cdebc ilmeğine göre: $-IR_1 + \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} = 0$

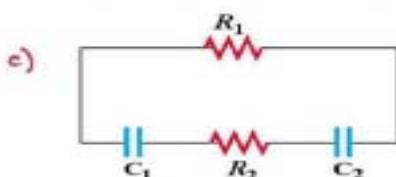
$$-2 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^3 + Q \left(\frac{1}{1 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{2 \cdot 10^{-6}} \right) = 0$$

$$Q = 8 \cdot 10^{-6} \text{ (C)}$$

$$Q = 8 \text{ (μC)}$$

$$P_{R_2} = I_{R_2}^2 R_2$$

$$P_{R_2} = 0 \quad (I_{R_2} = 0)$$



$$Z = R_{eq} \cdot C_{eq}$$

$$Z = 9 \cdot 10^3 \cdot 6,66 \cdot 10^{-7}$$

$$Z = 6 \cdot 10^{-1} \text{ (s)}$$

$$Z = 6 \text{ (ms)}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_3$$

$$R_{eq} = 9 \text{ (kΩ)}$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$C_{eq} = 6,66 \cdot 10^{-7} \text{ (F)}$$

$$d) I(t) = -\frac{Q}{Z} e^{-t/Z}$$

$$I(t) = -\frac{8 \cdot 10^{-6}}{6 \cdot 10^{-3}} e^{-t/6 \cdot 10^{-3}}$$

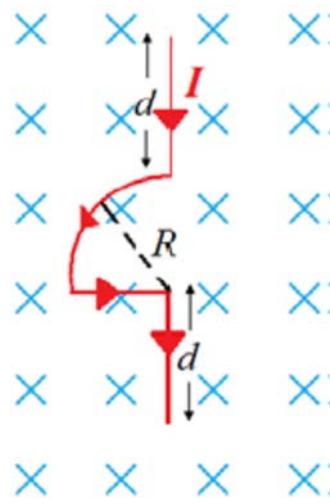
$$I(t) = -\frac{8}{3} e^{-10^3 t / 6} \text{ (mA)}$$

(-) işaretli, kondansatör zayıf durumda akım yönünün, kondansatör deşarj durumda akım yönüne ters olduğunu gösterir.

2014/2 MÜHENDİSLİK BÖLÜMLERİ FİZİK 2

UYGULAMA 5 (MANYETİK ALANLAR)

1. Şekil 1'de görüldüğü gibi I akımı taşıyan iletken bir tel, sayfa düzlemine dik ve sayfa düzleminde içeri doğru olan \vec{B} manyetik alanının içerisinde bulunmaktadır. Tele etki eden manyetik kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.



Şekil 1

$$\vec{F}_a = I \vec{l} \times \vec{B}$$

1. ve 4. parçalar için:

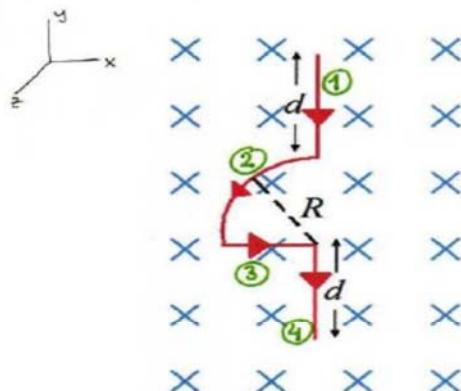
$$\vec{F}_1 = \vec{F}_4 = I \vec{d} \times \vec{B}$$

$$\vec{d} = d(-\hat{j})$$

$$\vec{B} = B(-\hat{k})$$

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_4 = I d(-\hat{j}) \times B(-\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{F}_1 = \vec{F}_4 = I d B \hat{i}}$$



3. parça için:

$$\vec{F}_3 = I \vec{R} \times \vec{B}$$

$$\vec{R} = R \hat{i}$$

$$\vec{B} = B(-\hat{k})$$

$$\vec{F}_3 = I R \hat{i} \times B(-\hat{k})$$

$$\boxed{\vec{F}_3 = I R B \hat{j}}$$

2. parça için:

$$d\vec{F}_2 = I d\vec{s} \times \vec{B} \quad ds = R d\theta$$

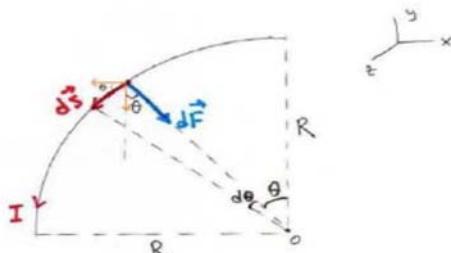
$$d\vec{s} = ds \cos\theta (-\hat{i}) + ds \sin\theta (-\hat{j})$$

$$ds = R \cos\theta d\theta (-\hat{i}) + R \sin\theta d\theta (-\hat{j})$$

$$\vec{F}_2 = I \left(\int_0^{\pi/2} R \cos\theta d\theta (-\hat{i}) + \int_0^{\pi/2} R \sin\theta d\theta (-\hat{j}) \right) \times B(-\hat{k})$$

$$\vec{F}_2 = I R (-\hat{i} - \hat{j}) \times B(-\hat{k})$$

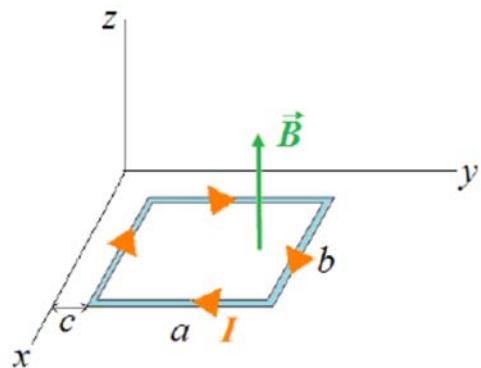
$$\boxed{\vec{F}_2 = I R B (\hat{i} - \hat{j})}$$



$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$\sum \vec{F} = I B (2d + R) \hat{i}$$

2. **Şekil 2**de görüldüğü gibi, I akımı taşıyan dikdörtgen biçimindeki kapalı ilmek xy -düzleminde bulunmaktadır (b , x -eksenine ve a , y -eksenine paraleldir). Manyetik alan değişken olup $\vec{B} = \alpha y \hat{k}$ ile verilmektedir (α bir sabittir). Buna göre, akım ilmeğine etki eden net manyetik kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.



Şekil 2

$$\vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}$$

1. parça için:

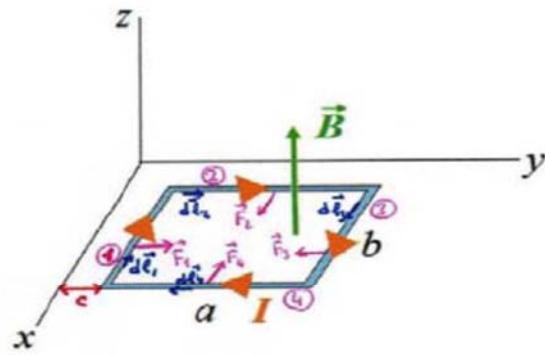
$$\vec{F}_1 = I \int d\vec{l}_1 \times \vec{B}$$

$$d\vec{l}_1 = dx(-\hat{i})$$

$$\vec{B} = \alpha y \hat{k} = \alpha c \hat{k} \quad (\vec{B}: \text{sabit})$$

$$\vec{F}_1 = I \int_0^b dx (-\hat{i}) \times (\alpha c \hat{k})$$

$$\vec{F}_1 = I \alpha c \int_0^b dx \hat{j} \quad ; \quad \boxed{\vec{F}_1 = I \alpha c b \hat{j}}$$



2. parça için:

$$\vec{F}_2 = I \int d\vec{l}_2 \times \vec{B}$$

$$d\vec{l}_2 = dy \hat{j}$$

$$\vec{B} = \alpha y \hat{k}$$

$$\vec{F}_2 = I \int_c^{c+a} dy \hat{j} \times (\alpha y \hat{k}) = I \alpha \int_c^{c+a} y dy \hat{i} = I \alpha \left[\frac{y^2}{2} \right]_c^{c+a} \hat{i} = I \alpha \left[\frac{(c+a)^2 - c^2}{2} \right] \hat{i}$$

$$\boxed{\vec{F}_2 = I \alpha \left(\frac{a^2 + 2ac}{2} \right) \hat{i}}$$

4. parça, 2. parça ile aynı büyüklükte fakat zit yöndedir:

$$\boxed{\vec{F}_4 = I \alpha \left(\frac{a^2 + 2ac}{2} \right) (-\hat{i})}$$

3. parça için:

$$\vec{F}_3 = I \int d\vec{l}_3 \times \vec{B}$$

$$d\vec{l}_3 = dx \hat{i}$$

$$\vec{B} = \alpha (c+a) \hat{k} \quad (\vec{B}: \text{sabit})$$

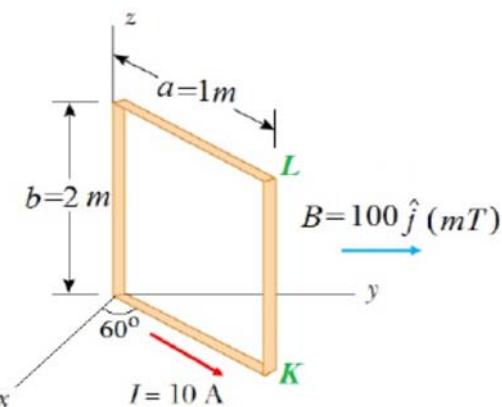
$$\vec{F}_3 = I \int_0^b dx \hat{i} \times \alpha (c+a) \hat{k} \quad ; \quad \boxed{\vec{F}_3 = I \alpha b (c+a) (-\hat{j})}$$

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$\sum \vec{F} = I \alpha a b (-\hat{j})$$

3. Şekil 3'de görülen 100 sarımdan oluşan dikdörtgen biçimli bir ilmeğin boyutları $a = 1 \text{ m}$ ve $b = 2 \text{ m}$ 'dir. 10 A akım taşıyan ilmek, 100 mT'lik $+y$ -yönünde düzgün bir manyetik alan içine yerleştirilmiştir. Akım ilmeğinin oluşturduğu manyetik alanı ihmal ederek;

- a) İlmeğin KL kısmına etki eden manyetik kuvvet vektörünü bulunuz.
 b) İlmeğin manyetik dipol momentini ve ilmeğe etkiyen torku birim vektörler cinsinden bulunuz.
 c) İlmeğin manyetik potansiyel enerjisini hesaplayınız.



Şekil 3

$$a) \vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{F}_B = I \vec{b} \times \vec{B}$$

$$\vec{b} = 2\hat{i} \text{ (m)}$$

$$\vec{B} = 0,1\hat{j} \text{ (T)}$$

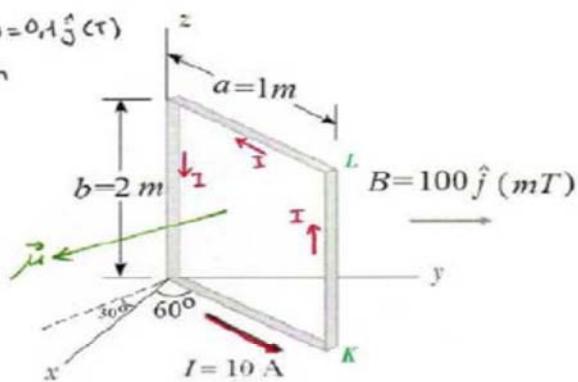
$$\vec{F}_B = 10 \cdot [(2\hat{i}) \times (0,1\hat{j})]$$

$$\vec{F}_B = -2\hat{i} \text{ (N)} \quad (\text{Bir sarım için})$$

$$100 \text{ sarım için: } \boxed{\vec{F}_B = -200\hat{i} \text{ (N)}}$$

$$B = 100 \hat{j} \text{ (mT)} = 0,1\hat{j} \text{ (T)}$$

$$N = 100 \text{ sarım}$$



$$b) \vec{\mu} = N I \vec{A}$$

$$A = 2 \times 1 = 2(\text{m}^2)$$

$$\mu = 100 \cdot 10 \cdot 2 = 2 \cdot 10^3 \text{ (A.m²)}$$

$$\vec{\mu} = \mu \cos 30^\circ \hat{i} - \mu \sin 30^\circ \hat{j}$$

$$\vec{\mu} = 2 \cdot 10^3 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \hat{i} - \frac{1}{2} \hat{j} \right)$$

$$\boxed{\vec{\mu} = 10^3 (\sqrt{3}\hat{i} - \hat{j}) \text{ (A.m²)}}$$

$$\vec{C} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$\vec{C} = 10^3 (\sqrt{3}\hat{i} - \hat{j}) \times 0,1\hat{j}$$

$$\boxed{\vec{C} = 10^2 \sqrt{3} \hat{k} \text{ (N.m)}}$$

$$c) U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

$$U = - [10^3 (\sqrt{3}\hat{i} - \hat{j}) \cdot 0,1\hat{j}]$$

$$\boxed{U = 100 \text{ (J)}}$$

veya

$$U = -\mu B \cos \theta$$

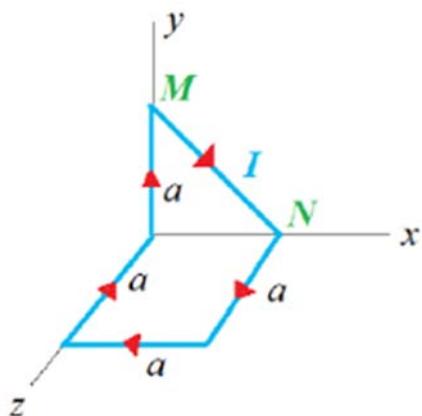
$$U = -2 \cdot 10^3 \cdot 0,1 \cdot \cos 120^\circ$$

$$U = 100 \text{ (J)}$$

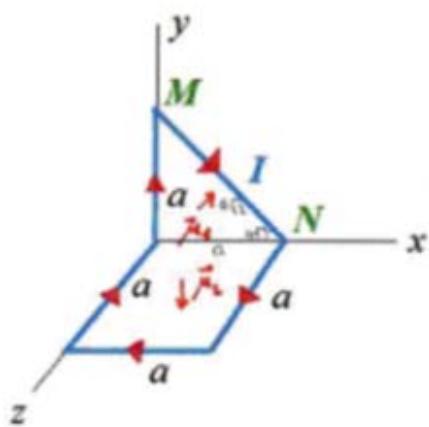
$$\begin{aligned} \mu &= \sqrt{3 \cdot 10^6 + 1 \cdot 10^6} \\ \mu &= 2 \cdot 10^3 \text{ (A.m²)} \end{aligned}$$

4. **Şekil 4**'deki kapalı akım ilmeği $\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ (T) manyetik alanı içindedir. Akım ilmeğinin oluşturduğu manyetik alanı ihmal ederek;

- MN teline etki eden manyetik kuvvet vektörünü bulunuz.
- Akım ilmeğinin manyetik dipol momentini birim vektörler cinsinden bulunuz.
- İlmeğe etki eden torku ve ilmeğin manyetik potansiyel enerjisini bulunuz.



Şekil 4



$$\vec{F}_B = I \vec{A} \times \vec{B}$$

$$a) \vec{A} = a\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{i} - \frac{\sqrt{2}}{2}\hat{j} \right) = a(\hat{i} - \hat{j}) \text{ (m)}$$

$$\vec{B} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k} \text{ (T)}$$

$$\vec{F}_{MN} = I a (\hat{i} - \hat{j}) \times (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$$

$$\boxed{\vec{F}_{MN} = -I a (\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) \text{ (N)}}$$

$$b) \vec{\mu} = \vec{\mu}_1 + \vec{\mu}_2$$

$$\vec{\mu} = I (\vec{A}_1 + \vec{A}_2)$$

$$\vec{\mu} = I \left[\frac{a^2}{2} (-\hat{k}) + a^2 (-\hat{j}) \right]$$

$$\boxed{\vec{\mu} = -I a^2 \left(\hat{j} + \frac{1}{2} \hat{k} \right) \text{ (A.m²)}}$$

$$c) \vec{z} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$\vec{z} = -I a^2 \left(\hat{j} + \frac{1}{2} \hat{k} \right) \times (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$$

$$\boxed{\vec{z} = I a^2 \left(-2\hat{i} - \frac{1}{2} \hat{j} + \hat{k} \right) \text{ (N.m)}}$$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

$$U = I a^2 \left(\hat{j} + \frac{1}{2} \hat{k} \right) \cdot (\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k})$$

$$\boxed{U = -I \frac{3a^2}{2} (j)}$$

5. Kesiti 6cm^2 olan bir bobinin sarım sayısı 50'dir. Bobin, 0,2T'lik bir manyetik alan içine yerleştirildiğinde maksimum tork $3 \cdot 10^{-5}\text{N.m}$ olmaktadır.

a) Bobinden geçen akım şiddetini bulunuz.

b) Bobini manyetik alan içinde 180° döndürmek için yapılması gereken iş ne kadardır?

$$5) A = 6 \text{ cm}^2 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$N = 50 \text{ sarım}$$

$$B = 0,2 \text{ T}$$

$$\mathcal{T} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ N.m} \quad (\vec{\mu} \perp \vec{B})$$

$$a) \quad \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad \tau = \mu B \sin \theta$$

$$\tau = \mu B \quad (\theta = 90^\circ)$$

$$3 \cdot 10^{-5} = \mu \cdot 0,2$$

$$\mu = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ (A.m)}$$

$$\mu = NIA$$

$$1,5 \cdot 10^{-4} = 50 \cdot I \cdot 6 \cdot 10^{-4}$$

$$I = 5 \cdot 10^{-3} \text{ (A)}$$

$$I = 5 \text{ (mA)}$$

$$b) W = \Delta U = U_s - U_i$$

$$W = (-\vec{\mu} \cdot \vec{B})_s - (-\vec{\mu} \cdot \vec{B})_i$$

$$W = \mu B (-\cos \theta_s + \cos \theta_i) \quad \theta_i \rightarrow \theta_i + 180^\circ$$

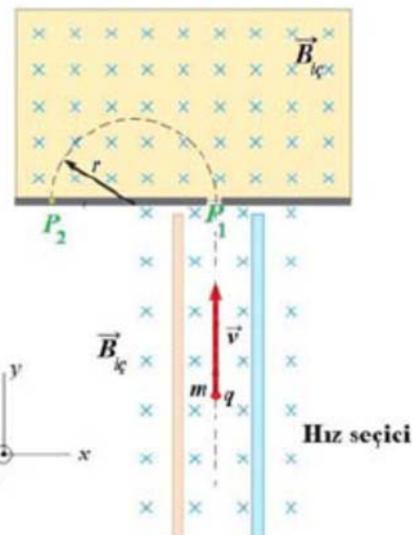
$$W = \mu B [-\cos(\theta_i + 180^\circ) + \cos \theta_i] \quad \cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$W = 2 \mu B \cos \theta_i = 2 \mathcal{T} \cos \theta_i$$

$$W = 6 \cdot 10^{-5} \cdot \cos \theta_i \quad (3)$$

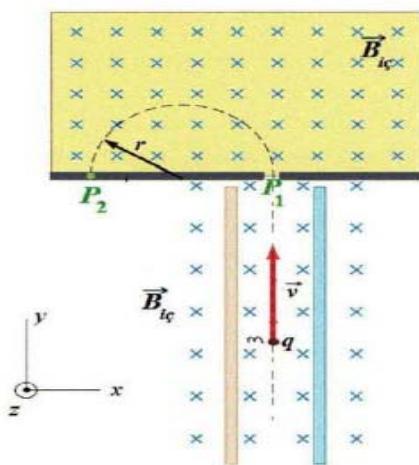
6. q yüklü ve m kütleyeli bir parçacık **Şekil 5**'deki gibi bir hız seçici içerisinde manyetik ve elektrik alana dik olacak şekilde girmektedir. Parçacık, hız seçici içerisinde sabit hızla hareket etmektedir. P_1 noktasından itibaren sadece aynı manyetik alan (B_{lc}) etkisinde yörungesel hareket yaparak, P_2 noktasına ulaşmaktadır. ($B_{lc} = 0,2 \text{ T}$; $E = 4 \times 10^5 \text{ V/m}$; $r = 0,1 \text{ m}$; $\pi = 3$)

- Parçacığın hızını bulunuz.
- Verilen koordinat sistemine göre elektrik alanın yönünü ve parçacığın yükünün işaretini belirleyiniz.
- q/m oranını hesaplayınız.
- Parçacığın P_1 noktasından P_2 noktasına geliş süresini bulunuz.



Şekil 5

6)



a) Hız seçici içinde;

$$\vec{F}_{\text{Net}} = 0$$

$$\vec{F}_{\text{Net}} = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = 0$$

$$\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$$

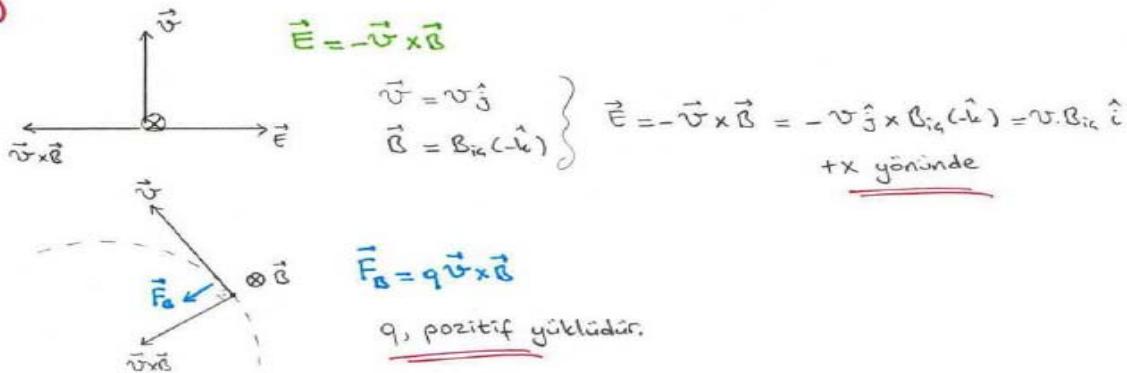
$$E = vB \sin 90^\circ$$

$$v = \frac{E}{B}$$

$$v = \frac{4 \cdot 10^5}{0,2}$$

$$v = 2 \cdot 10^6 \text{ (m/s)}$$

b)



c) $qvB = m \frac{v^2}{r}$

$(\vec{v} \perp \vec{B})$

d) $t = \frac{\pi r}{v}$

$$\frac{q}{m} = \frac{v}{rB}$$

$$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot 10^6}{0,1 \cdot 0,2}$$

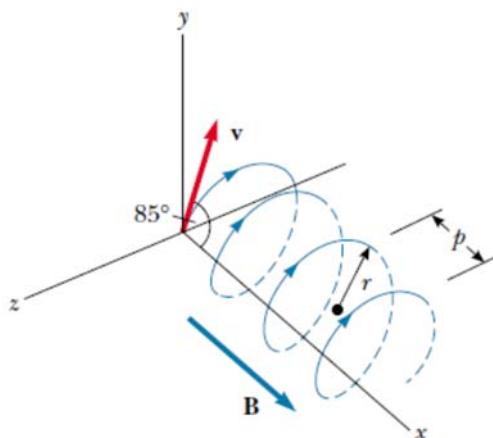
$$t = \frac{3 \cdot 0,1}{2 \cdot 10^6}$$

$$t = 1,5 \cdot 10^{-7} \text{ (s)}$$

$$\boxed{\frac{q}{m} = 1 \cdot 10^8 \text{ (C/kg)}}$$

7. Enerjisi 2 keV olan bir pozitron, büyüklüğü 0,1 T olan düzgün bir manyetik alan içerisinde fırlatılıyor (Şekil 6). Pozitronun hız vektörü ile manyetik alan vektörü arasında 85° lik bir açı vardır.

- Pozitronun periyodunu bulunuz.
- Helisin p yüksekliğini hesaplayınız.
- Helisin r yarıçapını hesaplayınız.
($m = 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$, $q = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$)



Şekil 6

7)

$$a) qv_B B = m \frac{v^2}{r}$$

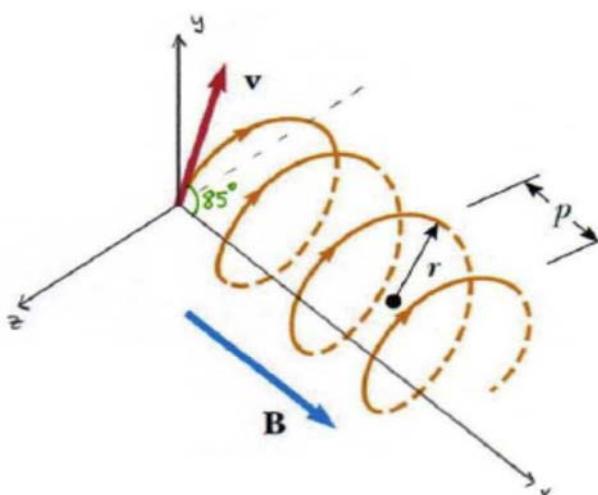
$$r = \frac{mv_B}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v_B}$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,10}$$

$$T = 3,57 \cdot 10^{-10} \text{ (s)}$$



- b) p adımı, pozitronun bir periyotta x-ekseni boyunca aldığı yoldur.

$$p = T \cdot v_x$$

$$p = \frac{2\pi m}{qB} \cdot v \cos 85^\circ$$

$$p = 3,57 \cdot 10^{-10} \cdot 2,65 \cdot 10^7 \cdot \cos 85^\circ$$

$$p = 8,3 \cdot 10^{-4} \text{ (m)}$$

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

$$2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} = \frac{1}{2} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot v^2$$

$$v = 2,65 \cdot 10^7 \text{ (m/s)}$$

$$c) r = \frac{mv_B}{qB}$$

$$r = \frac{mv \sin 85^\circ}{qB}$$

$$r = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 2,65 \cdot 10^7 \cdot \sin 85^\circ}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,10}$$

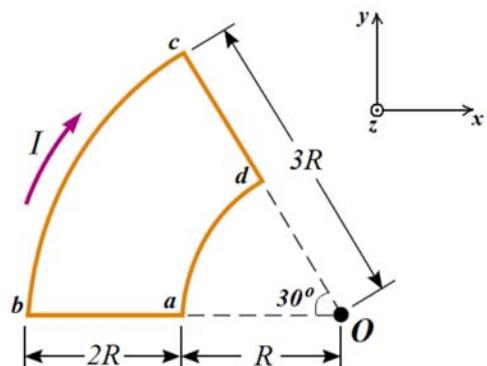
$$r = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ (m)}$$

2014/2 MÜHENDİSLİK BÖLÜMLERİ FİZİK 2
UYGULAMA 6
(MANYETİK ALAN KAYNAKLARI)

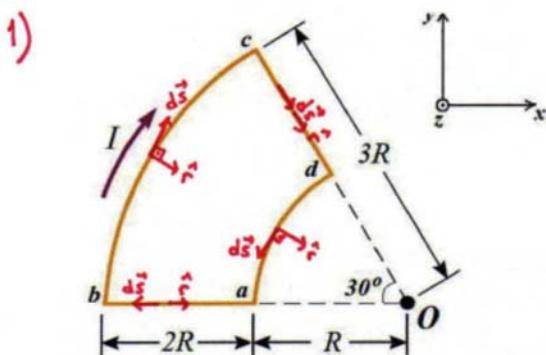
1. I akımı taşıyan kapalı bir ilmek Şekil 1'de görüldüğü gibi dört kısımdan oluşmaktadır.

a) Biot-Savart yasasını kullanarak O noktasındaki manyetik alanı biri vektörler cinsinden bulunuz.

b) Eğer kapalı ilmek, $\vec{B} = B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$ (B_0 pozitif bir sabit) ile verilen düzgün bir manyetik alan etkisinde kalırsa, ab ve cd bölgelerine etki eden manyetik kuvveti ve ilmeğe etki eden torku birim vektörler cinsinden bulunuz (Akım ilmeğinin oluşturduğu manyetik alanı ihmal ediniz.).



Şekil 1



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_{ab} + \vec{B}_{bc} + \vec{B}_{cd} + \vec{B}_{da}$$

$$\vec{B}_{ab} = 0 \quad (d\vec{s} \parallel \hat{r}; \theta = 180^\circ)$$

$$\vec{B}_{cd} = 0 \quad (d\vec{s} \parallel \hat{r}; \theta = 0^\circ)$$

$$\vec{B}_0 = \vec{B}_{bc} + \vec{B}_{da}$$

$$d\vec{s} \times \hat{r} = ds(-\hat{k})$$

$$|d\vec{s} \times \hat{r}| = 3Rd\theta$$

$$\vec{B}_{bc} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{0}^{\pi/6} \frac{3Rd\theta}{(3R)^2} (-\hat{k}) = \boxed{\frac{\mu_0 I}{72R} (-\hat{k})}$$

$$\vec{B}_{da} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$d\vec{s} \times \hat{r} = ds(\hat{k})$$

$$|d\vec{s} \times \hat{r}| = R d\theta$$

$$\vec{B}_{da} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{0}^{\pi/6} \frac{Rd\theta}{R^2} (\hat{k}) = \boxed{\frac{\mu_0 I}{24R} \hat{k}}$$

$$\vec{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{72R} (-\hat{k}) + \frac{\mu_0 I}{24R} \hat{k}$$

$$\boxed{\vec{B}_0 = \frac{\mu_0 I}{36R} \hat{k}}$$

$$b) \vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}$$

ab iquin: $\vec{l} = 2R(-\hat{i})$
 $\vec{B} = B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$

$$\vec{F}_{ab} = I 2R(-\hat{i}) \times B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

$$\vec{F}_{ab} = 4IRB_0 \hat{j}$$

cd iquin: $\vec{l} = 2R \cos 30^\circ \hat{i} - 2R \sin 30^\circ \hat{j}$
 $\vec{B} = B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$

$$\vec{F}_{cd} = I 2R(\cos 30^\circ \hat{i} - \sin 30^\circ \hat{j}) \times B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

$$\vec{F}_{cd} = 2IRB_0(-\hat{i} - \sqrt{3}\hat{j} + 2\hat{k})$$

$$\vec{z} = I \vec{A} \times \vec{B}$$

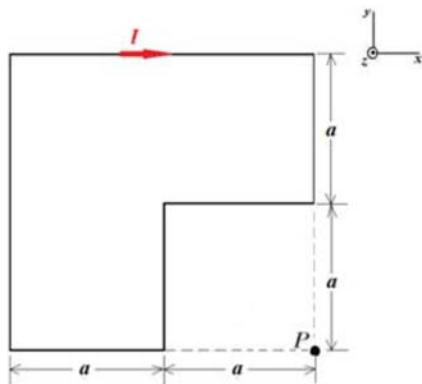
$$\vec{A} = \left[\frac{\pi}{12}(3R)^2 - \frac{\pi}{12}R^2 \right] (-\hat{k})$$

$$\vec{B} = B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

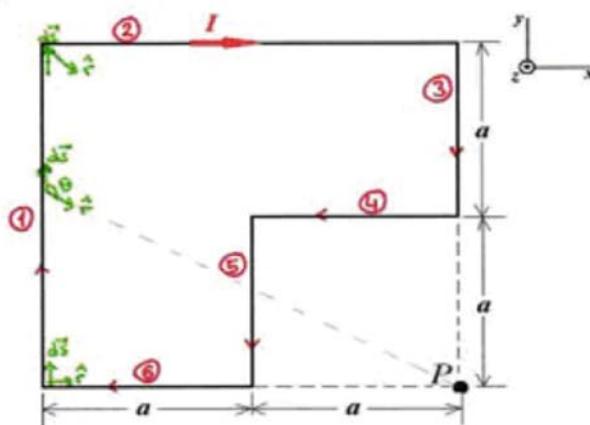
$$\vec{z} = I \frac{2\pi}{3} R^2 (-\hat{k}) \times B_0(4\hat{i} + 2\hat{k})$$

$$\vec{z} = \frac{8\pi}{3} IR^2 B_0 (-\hat{j})$$

2. Şekil 2'de görülen kapalı ilmeğin, P noktasında oluşturduğu manyetik alanı birim vektörler cinsinden bulunuz.



Şekil 2



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4 + \vec{B}_5 + \vec{B}_6$$

$$\vec{B}_3 = 0 \quad (d\vec{s} \parallel \hat{r}; \theta = 0^\circ)$$

$$\vec{B}_6 = 0 \quad (d\vec{s} \parallel \hat{r}; \theta = 180^\circ)$$

$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_4 + \vec{B}_5$$

$$d\vec{s} \times \hat{r} = dy \sin\theta (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{dy \sin\theta}{r^2} (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{2a \csc^2\theta d\theta}{4a^2 \csc^2\theta} \sin\theta (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi 2a} \int \sin\theta d\theta (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi 2a} (\cos\theta_i - \cos\theta_s) (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} (\cos 90^\circ - \cos 135^\circ) (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} (-\hat{k})$$

$$\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos\theta_i - \cos\theta_s) (\hat{k})$$

$$\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos 90^\circ - \cos 135^\circ) (\hat{k})$$

$$\vec{B}_4 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{k})$$

$$y = -2a \cot\theta$$

$$dy = 2a \csc^2\theta d\theta$$

$$r = \frac{2a}{\sin\theta} = 2a \csc\theta$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} (\cos 45^\circ - \cos 90^\circ) (\hat{i})$$

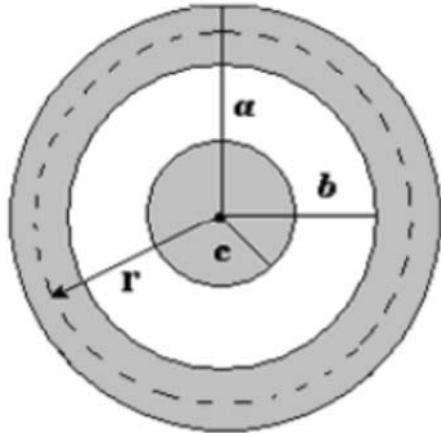
$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{i})$$

$$\vec{B}_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos 45^\circ - \cos 90^\circ) (\hat{i})$$

$$\vec{B}_5 = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{\sqrt{2}}{2} (\hat{i})$$

$$\boxed{\vec{B}_P = \frac{\mu_0 I}{8\pi a} \sqrt{2} (\hat{k})}$$

3. Şekil 3'te uzun koaksiyel bir kablo kesitten görülmektedir. Merkezde yarıçapı $c = 0,5 \text{ cm}$, yönü sayfa düzleminin içine doğru olan $I = 100 \text{ A}$ akımı taşıyan bir tel ve etrafında eş merkezli iç yarıçapı $b = 2 \text{ cm}$, dış yarıçapı $a = 4 \text{ cm}$ olan yönü sayfa düzleminden dışarı doğru I akımı taşıyan silindirik tüpten oluşmaktadır.
- $(r < c) r = 0,3 \text{ cm}$,
 - $(c < r < b) r = 1 \text{ cm}$,
 - $(b < r < a) r = 3 \text{ cm}$,
 - $(r > a) r = 4 \text{ cm}$ 'de manyetik alanları bulunuz.



Şekil 3

a) $\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{kap}} \text{ Amper Yarısı.}$

$r < c \quad r = 0,3 \text{ cm}, \quad C_1 \text{ kapalı yolu üzerinden,}$

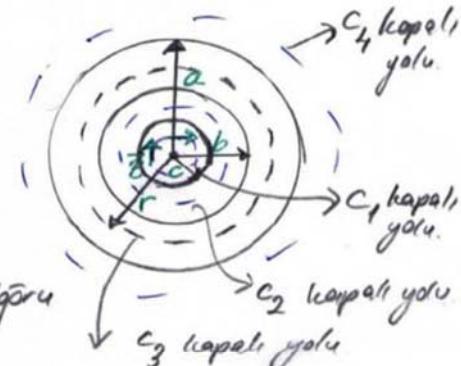
$$I_{\text{kap}} = JA, \quad A_1 = \pi r^2$$

$$I_{\text{kap}} = \frac{I}{\pi c^2} \cdot \pi r^2 = I \frac{r^2}{c^2} \quad \otimes \text{ içeri doğru}$$

$\oint_{C_1} \vec{B}_1 \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{kap}} \quad B_1(2\pi r) = \mu_0 I \frac{r^2}{c^2}$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I r}{2\pi c^2} \quad r = 0,3 \text{ cm'de}$$

$$B_1 = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 3 \cdot 10^{-3}}{2\pi \cdot 5^2 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-3}} = 24 \cdot 10^{-7} \text{ T}$$



b) $c < r < b, r = 1 \text{ cm} \text{ için, } I_{\text{kap}} = I \otimes$

$$\oint_{C_2} \vec{B}_2 \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{kap}}. \quad B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad \left. B_2 \right|_{r=1 \text{ cm}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100}{2\pi \cdot 1 \cdot 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

c) $b < r < a, r = 3 \text{ cm} \text{ için, } I_{\text{kap}} = I - \frac{I}{\pi(a^2 - b^2)} \cdot \pi(r^2 - b^2)$

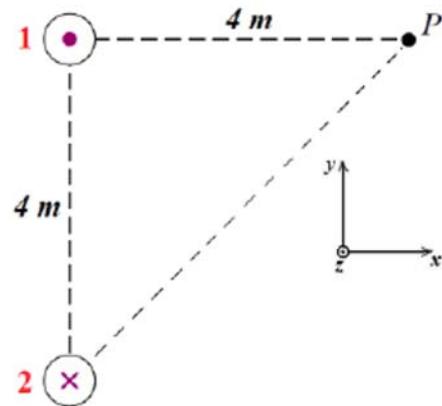
$$\oint_{C_3} \vec{B}_3 \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{kap}} \quad (2\pi r) \cdot B_3 = I \frac{(a^2 - b^2) - r^2 + b^2}{a^2 - b^2} \mu_0 \quad B_3 = \frac{\mu_0 I (a^2 - r^2)}{2\pi r (a^2 - b^2)}$$

$$\left. B_3 \right|_{r=3 \text{ cm}} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 (4^2 - 3^2) \cdot 10^{-4}}{2\pi \cdot 3 \cdot 10^{-2} (4^2 - 2^2) \cdot 10^{-4}} \cong 2,78 \cdot 10^{-4} \text{ T}$$

d) $r > a \text{ için; } \oint_{C_4} \vec{B}_4 \cdot d\vec{s} = I_{\text{kap}}. \quad I_{\text{kap}} = I - I = 0. \quad B_4 = 0 \text{ olur.}$

$$r = 4 \text{ cm} = a \Rightarrow B = 0 \text{ olur.}$$

4. Sonsuz uzun iletken tel, Şekil 4'de görüldüğü gibi paralel olarak birbirlerinden 4 m uzaklıkta bulunmaktadır. 1 numaralı telden, sayfa düzleminde dışarı doğru 8 A'lik ; 2 numaralı telden sayfa düzleminin içine doğru 12 A'lik akım geçmektedir. Bu iki iletken telin P noktasında oluşturdukları manyetik alanı birim vektörler cinsinden bulunuz. ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Wb / A.m}$)



Şekil 4

Ampère Yasası

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

1.tel:

$$B_1 \cdot (2\pi a) = \mu_0 I_1$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 8}{2\pi \cdot 4} = 4 \cdot 10^{-7} (\text{T})$$

$$\vec{B}_1 = 4 \cdot 10^{-7} \hat{j} (\text{T})$$

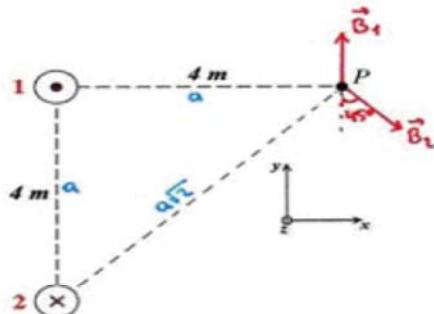
2.tel:

$$B_2 \cdot (2\pi\sqrt{2}a) = \mu_0 I_2$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\sqrt{2}\pi a} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 12}{2\sqrt{2}\pi \cdot 4} = 4,2 \cdot 10^{-7} (\text{T})$$

$$\vec{B}_2 = B_2 \sin 45^\circ \hat{i} - B_2 \cos 45^\circ \hat{j}$$

$$\vec{B}_2 = 3 \cdot 10^{-7} (\hat{i} - \hat{j}) (\text{T})$$



$$\vec{B}_P = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$$

$$\vec{B}_P = 4 \cdot 10^{-7} \hat{j} + 3 \cdot 10^{-7} (\hat{i} - \hat{j})$$

$$\boxed{\vec{B}_P = 10^{-7} (3\hat{i} + \hat{j}) (\text{T})}$$

5. r telin ekseninden uzaklığı göstermek üzere, $r \leq R$ için akım yoğunluğunun $J(r) = J_0(1 - r^2/R^2)$ ve $r > R$ için $J(r) = 0$ olduğu, R yarıçaplı uzun bir silindirik tel düşününüz.

- a) Telin içindeki ($r \leq R$) ve dışındaki ($r > R$) manyetik alanı bulunuz.
 b) Manyetik alanın maksimum olduğu konumu ve maksimum değerini bulunuz.

$$a) J(r) = J_0(1 - \frac{r^2}{R^2}) \quad r \leq R \text{ için}$$

$$r < R, \oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{kap}}$$

$$I_{\text{kap}} = \int_0^r J dA = \int_0^r J_0(1 - \frac{r^2}{R^2}) \cdot 2\pi r dr$$

$$I_{\text{kap}} = 2\pi J_0 \int_0^r r dr - \frac{2\pi J_0}{R^2} \int_0^r r^3 dr$$

$$I_{\text{kap}} = \pi J_0 r^2 - \frac{\pi J_0 r^4}{2R^2} = \pi J_0 \left(r^2 - \frac{r^4}{2R^2}\right)$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 \pi J_0 \left(r^2 - \frac{r^4}{2R^2}\right) \quad B = \mu_0 J_0 \left(\frac{r}{2} - \frac{r^3}{4R^2}\right)$$

$$r = R \text{ de}, \quad B = \frac{\mu_0 J_0 R}{4} \text{ olur.}$$

$$r > R \text{ de } J(r) = 0. \quad I_{\text{kap}} = \int_0^R J dA + \int_R^r J dA = 2\pi J_0 \int_0^R r dr - \frac{2\pi J_0}{R^2} \int_R^r r^3 dr$$

$$I_{\text{kap}} = \pi J_0 \left(R^2 - \frac{R^2}{2}\right) = \pi J_0 \frac{R^2}{2}$$

$$\oint_{C'} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_{\text{kap}} \quad B(2\pi r) = \pi J_0 \frac{R^2}{2} \cdot \mu_0$$

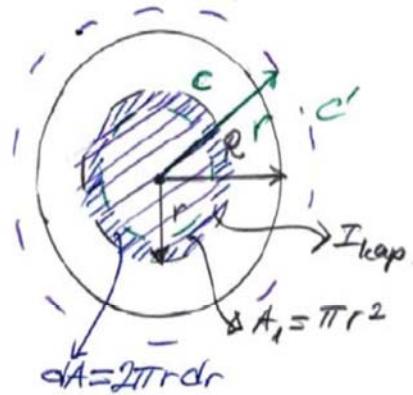
$$B = \frac{\mu_0 J_0 R^2}{4r}, \quad r > R$$

b) $r \leq R$ de B nin maksimum olması için,

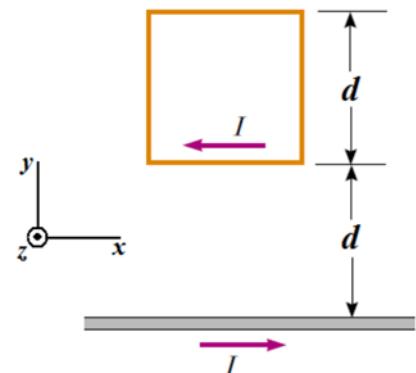
$$\frac{dB}{dr} = 0 \text{ olmalı, } \frac{dB}{dr} = \frac{\mu_0 J_0}{2} - \frac{3}{4} \frac{r^2}{R^2} \mu_0 J_0 = 0 \quad 2R^2 = 3r^2 \quad r^2 = \frac{2}{3} R^2$$

$$r = \sqrt{\frac{2}{3}} R \text{ olur.}$$

$$B_{\text{maks}} = \mu_0 J_0 R \left[\frac{1}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{4} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}} \right] = 0,272 \mu_0 J_0 R \text{ bulunur.}$$



6. Şekil 5'te görülen I akımı taşıyan sonsuz uzun iletken telin I akımı taşıyan ve kenar uzunluğu d olan kare şeklindeki kapalı ilmeğe etki ettirdiği toplam manyetik kuvveti birim vektörler cinsinden bulunuz.



Şekil 5

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

$$\vec{F}_B = I \vec{l} \times \vec{B}$$

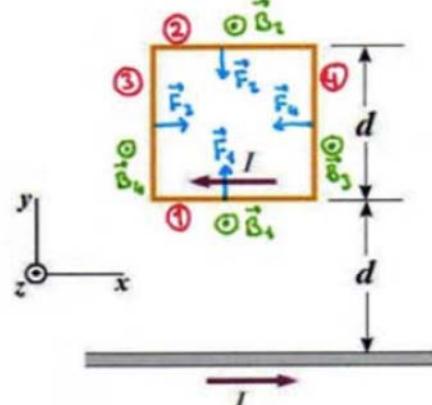
1.tel:

$$B_1 \cdot (2\pi d) = \mu_0 I$$

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \hat{k}$$

$$\vec{F}_1 = I d (\hat{i}) \times \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \hat{k}$$

$$\vec{F}_1 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \hat{j}$$



2.tel:

$$B_2 \cdot (2\pi 2d) = \mu_0 I$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \hat{k}$$

$$\vec{F}_2 = I d \hat{i} \times \frac{\mu_0 I}{4\pi d} \hat{k}$$

$$\vec{F}_2 = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} (-\hat{j})$$

3.tel:

$$B_3 \cdot (2\pi y) = \mu_0 I$$

$$\vec{B}_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi y} \hat{k}$$

$$d\vec{F}_3 = I dy \hat{j} \times \vec{B}_3$$

$$\vec{F}_3 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \int_d^{2d} \frac{dy}{y} \hat{i}$$

$$\vec{F}_3 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} [\ln y]_d^{2d} \hat{i}$$

$$\vec{F}_3 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2 \hat{i}$$

4.tel:

$$\vec{F}_4 = -\vec{F}_3$$

$$\vec{F}_4 = \frac{\mu_0 I^2}{2\pi} \ln 2 (-\hat{i})$$

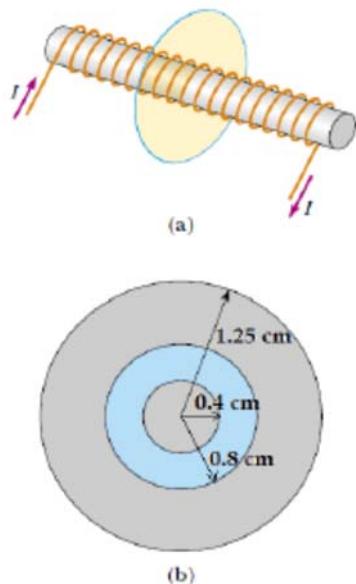
$$\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4$$

$$\sum \vec{F} = \frac{\mu_0 I^2}{4\pi} \hat{j}$$

7. Çapı $2,5\text{ cm}$ ve uzunluğu 30 cm olan bir solenoidin sarım sayısı 300 ve üzerinden geçen akım 12 A 'dır.

a) Şekil 6.a'da görüldüğü gibi, merkezi, solenoidin ekseni üzerinde olan ve bu eksene dik olarak yerleştirilen 5 cm yarıçaplı bir diskin yüzeyinden geçen manyetik akımı hesaplayınız.

b) Şekil 6.b aynı solenoidin büyütülmüş olarak önden görünüşünü göstermektedir. Solenoidin içinde, iç yarıçapı $0,4\text{ cm}$ ve dış yarıçapı $0,8\text{ cm}$ olan bölgeden geçen manyetik akımı hesaplayınız.



Şekil 6

$$N = 300 \text{ sarım}$$

$$l = 30 \text{ cm} = 0,3 \text{ m}$$

$$R = 1,25 \text{ cm} = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$I = 12 \text{ A}$$

$$\text{a)} \quad \Phi_s = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A \quad B = \mu_0 \frac{N}{l} I$$

$$\Phi_s = \left(\mu_0 \frac{N}{l} I \right) (\pi R^2)$$

$$\Phi_s = \left(4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{300}{0,3} \cdot 12 \right) \cdot [\pi (125 \cdot 10^{-2})^2]$$

$$\boxed{\Phi_s \approx 7,4 \cdot 10^{-6} \text{ (Wb)}}$$

$$\text{b)} \quad \Phi_b = \vec{B} \cdot \vec{A} = B \cdot A$$

$$r_1 = 0,4 \text{ cm}$$

$$r_2 = 0,8 \text{ cm}$$

$$\Phi_b = \left(\mu_0 \frac{N}{l} I \right) [\pi (r_2^2 - r_1^2)]$$

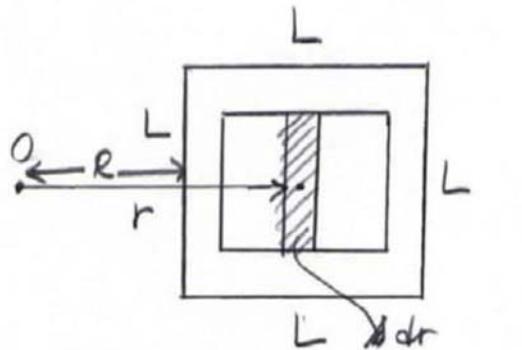
$$\Phi_b = \left(4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{300}{0,3} \cdot 12 \right) [\pi (8^2 - 4^2) \cdot 10^{-6}]$$

$$\boxed{\Phi_b = 2,27 \cdot 10^{-6} \text{ (Wb)}}$$

8. Toroidal bir selonoidin kesiti, kenar uzunluğu L olan bir karedir ve iç yarıçapı R olan bir silindir şeklindedir. Sarım sayısı N olan torustan I şiddetinde bir akım geçmektedir. Kare kesitten geçen manyetik akı ifadesini bulunuz.

Toroidal selonoidin merkezinden
 r kadar uzakta meydana getirilen
 manyetik alanın büyüklüğü

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$



Kare kesitte geçen manyetik akı

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \frac{\mu_0 NI}{2\pi} \int_R^{R+L} L \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 NLI}{2\pi} \ln r \Big|_R^{R+L}$$

$$\Phi_B = \frac{\mu_0 NIL}{2\pi} \ln \left(\frac{R+L}{R} \right)$$

$$dA = dr L$$

$$\vec{B} \parallel d\vec{A}$$

9. Plaka alanı 300 cm^2 , kapasitansı 10^{-7} F olan kondansatör üzerine $t = 0$ 'da $5 \mu\text{A}'\text{l}\text{i}\text{k}$ bir akım boşalıyor.

a) $t = 0$ anında plakalar arası voltaj hangi hızla değişir.

b) a şıkkında elde edilen sonucu kullanarak, $d\phi_E/dt$ ve $t = 0$ anında deplasman akım şiddetini hesap ediniz.

$$\text{a)} \quad V = \frac{q}{C} \Rightarrow dV = \frac{1}{C} dq$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{C} \frac{dq}{dt} = \frac{I}{C} = 5 \cdot 10^{-6} (\text{A}) / 2 \cdot 10^{-7} (\text{F}) \\ = 25 (\text{V/s})$$

$$\text{b)} \quad \phi_E = E \cdot A = q/\epsilon_0 = CV/\epsilon_0$$

$$\phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q_{iq}}{\epsilon_0} = \frac{\sum q}{\epsilon_0}$$

akının değişim hızı

$$\phi = \frac{CV}{\epsilon_0} \rightarrow \frac{d\phi}{dt} = \frac{C}{\epsilon_0} \frac{dV}{dt}$$

$$\boxed{\frac{d\phi}{dt} = \frac{C}{\epsilon_0} \frac{dV}{dt} = 5,6 \cdot 10^{-5} (\text{V.s/s})}$$

deplasman akımı = yerdeğiştirme akımı

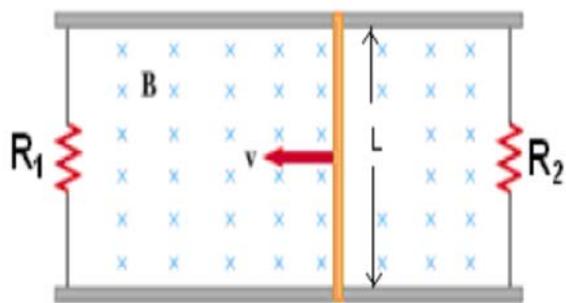
$$\underline{I_d = \epsilon_0 \cdot \frac{d\phi_E}{dt} = 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 5,6 \cdot 10^{-5} = 5 \cdot 10^{-6} (\text{A})}$$

2014/2 MÜHENDİSLİK BÖLÜMLERİ FİZİK 2

UYGULAMA 7 (FARADAY YASASI-İNDÜKTANS)

1. **Şekil 1'de** görüldüğü gibi L uzunluklu iletken bir çubuk iki paralel iletken çubuk üzerinde serbestçe kayabilmektedir. R_1 ve R_2 dirençleri bir halka oluşturacak biçimde rayların zıt uçlarına bağlanmıştır. B sabit bir manyetik alan sayfa düzlemine dik içe doğru uygulanmıştır. Dış bir etken, çubuğu sabit bir \bar{v} hızı ile sola doğru çekiyor,

- a) dirençlerden geçen akımı,
 b) devrenin direncinde sağlanan toplam gücü,
 c) hızın büyüklüğünü koruyabilmesi için çubuğa uygulanması gereken dış kuvvetin büyüklüğünü bulun.

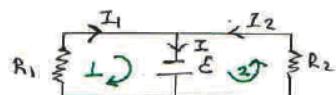


Şekil 1

$$a) \mathcal{E} = -\frac{d\phi_B}{dt} = -BLv$$

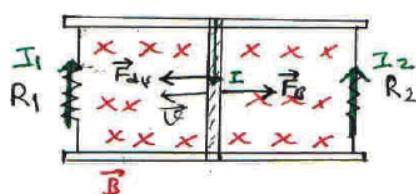
$$I_1 = \frac{|\mathcal{E}|}{R_1} = \frac{BLv}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{|\mathcal{E}|}{R_2} = \frac{BLv}{R_2}$$



$$1) \mathcal{E} - I_1 R_1 = 0$$

$$2) \mathcal{E} - I_2 R_2 = 0$$



$$b) P_R = I_1 |\mathcal{E}| + I_2 |\mathcal{E}| = \frac{\mathcal{E}^2}{R_{eq}}$$

$$= (I_1 + I_2) |\mathcal{E}| = \mathcal{E}^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$P_R = B^2 L^2 v^2 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$c) I = I_1 + I_2, \vec{F}_B = I \vec{L} \times \vec{B}$$

$$F_B = ILB = |\mathcal{E}| L B \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$F_B = B^2 L^2 v \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

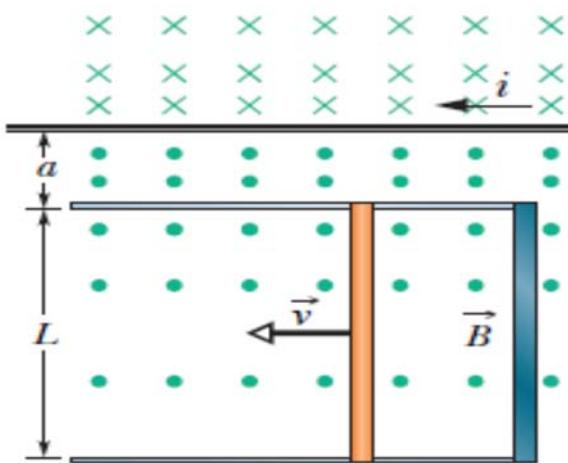
yönü sağa doğru

0 zaman hızın sabit olabilirliği için ters yönde bir kuvvet F : \vec{F} sabit olduğundan

$$\vec{F}_B + \vec{F}_{d4} = 0 \rightarrow \vec{F}_{d4} = -\vec{F}_B$$

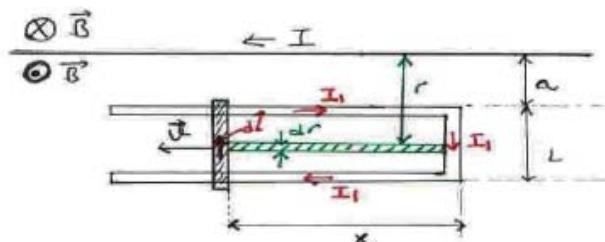
2. **Şekil 2'de** görüldüğü gibi, uzunluğu $L = 10 \text{ cm}$ olan iletken bir çubuk, yatay bir ray sistemi üzerinde sabit bir $v = 5 \text{ m/s}$ hızı ile hareket ettiirmektedir. Çubuğu hareket ettiği bölgede etkin olan manyetik alan, düzgün olmayıp, raylara paralel olan uzun bir iletken telden geçen $I = 100 \text{ A}$ akımı ile elde edilmektedir ($a = 10 \text{ mm}$).

- Çubukta oluşan induksiyon emk'sini hesaplayınız.
- Çubuğu direnci $R = 0.4 \Omega$ ise iletken devreden geçen induksiyon akımının şiddetini bulunuz (rayların direncini ihmal ediniz).
- Çubukta birim zamanda oluşan ısı enerjisi miktarını ve
- Çubuğu hareketine aynen devam etmesi için kendisine etkimesi gereken dış kuvveti bulunuz.
- Dış kuvvetin çubuk üzerinde yaptığı işin zamana göre değişimi nedir?



Şekil 2

a)



$$\Delta A = x \, dr$$

Sonsuz uzun doğrultul
akım taşıyan telin
oluşturduğu manyetik
alan
 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
↓
çubuk-ray
sisteminin düzleminde
dizili doğru \odot

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B \, dA = \frac{\mu_0 I x}{2\pi} \int_a^{a+L} \frac{dr}{r}$$

$$\boxed{\Phi_B = \frac{\mu_0 I x}{2\pi} \ln \left(\frac{a+L}{a} \right)}$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = - \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln \left(\frac{a+L}{a} \right) \left[\frac{dx}{dt} \right] \rightarrow \mathcal{E}$$

$$\mathcal{E} = - \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 100 \cdot 5}{2\pi} \ln \left(\frac{1,0 + 10}{1,0} \right) = - 0,24 \text{ mV}$$

b) $I_{\text{ind.}} = \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{0,24 \cdot 10^3}{0,40} = 600 \text{ mA}$

c) $P_{\text{isi}} = I_{\text{ind.}}^2 R = (6 \cdot 10^{-4})^2 \cdot 0,40 = 0,14 \mu \text{W}$

d) $\int d\vec{F}_B = \int I_{\text{ind.}} d\vec{l} \times \vec{B} \rightarrow \vec{F}_B = \int I_{\text{ind.}} d\vec{l} \times \vec{B} \quad (\text{yazılı})$

$$F_B = \int_{L+a}^a I_{\text{ind.}} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} dl \rightarrow dl = -dr \text{ olduğuna göre}$$

$$= - \frac{\mu_0 I I_{\text{ind.}}}{2\pi} \int_{L+a}^a \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 I I_{\text{ind.}}}{2\pi} \int_a^{L+a} \frac{dr}{r}$$

$$F_B = \frac{\mu_0 I_{\text{ind.}} I}{2\pi} \ln \left(\frac{L+a}{a} \right)$$

$\vec{F}_{\text{dif}} + \vec{F}_B = 0 \Rightarrow \vec{F}_{\text{dif}} = -\vec{F}_B$ yönü (\vec{v}) hız
yönüdedir.

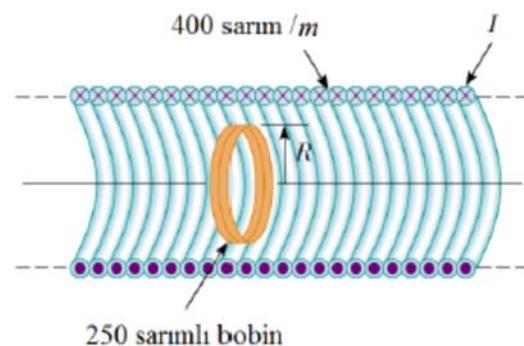
$$F_{\text{dif}} = 2,88 \cdot 10^8 \text{ N}$$

e) Dif kuvvetin sağladığı güç

$$P = \vec{F}_{\text{dif}} \cdot \vec{v}$$

$$P = 2,88 \cdot 10^8 \cdot 5 = 1,44 \cdot 10^9 \text{ W}$$

3. Uzun bir solenoid metre başına 400 tane sarıma sahip olup, $I = 30(1 - e^{-1.6t})$ (A) akımı taşımaktadır. Bu solenoidin içinde ve onunla aynı eksene sahip, 250 sarımlı ve 6 cm yarıçaplı bir bobin bulunmaktadır (Şekil 3). Bobinde induklenen elektromotor kuvvetini hesaplayınız ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} Wb / A.m$).



Şekil 3

Solenoidin ekseni boyunca manyetik alanı :

$$B = \mu_0 n I$$

$$B = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 400 \cdot 30 \cdot (1 - e^{-1.6t})$$

$$B = 1.5 \cdot 10^{-2} (1 - e^{-1.6t}) \text{ (T)}$$

$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A} = \int B dA \cos 0^\circ$$

$$\Phi_B = \int_0^R 1.5 \cdot 10^{-2} (1 - e^{-1.6t}) (2\pi r dr)$$

$$\Phi_B = 1.5 \cdot 10^{-2} (1 - e^{-1.6t}) \cdot 2\pi \int_0^{6 \cdot 10^{-2}} r dr = 1.5 \cdot 10^{-2} (1 - e^{-1.6t}) 2\pi \left[\frac{r^2}{2} \right]_0^{6 \cdot 10^{-2}}$$

$$\Phi_B = 1.7 \cdot 10^{-4} (1 - e^{-1.6t}) \text{ (Wb)} \quad (\text{Bobinden gelen manyetik alı})$$

Solenoidin akımı zamanla değiştiğinden,
bobinde induklenen emk ;

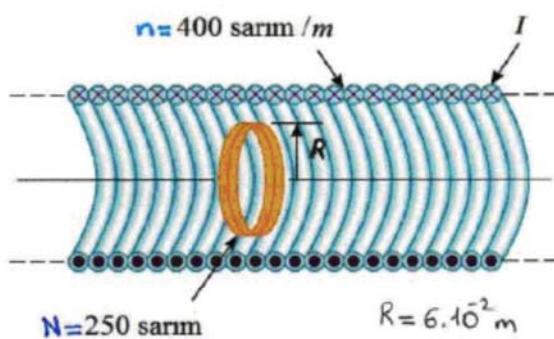
$$\mathcal{E} = -N \frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\mathcal{E} = -250 \cdot \frac{d}{dt} [1.7 \cdot 10^{-4} (1 - e^{-1.6t})]$$

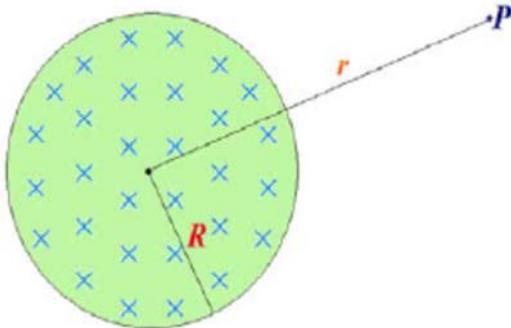
$$\mathcal{E} = -250 \cdot 1.7 \cdot 10^{-4} \cdot 1.6 \cdot e^{-1.6t}$$

$$\mathcal{E} = -6.8 \cdot 10^{-2} \cdot e^{-1.6t} \text{ (V)}$$

$$\boxed{\mathcal{E} = -6.8 \cdot e^{-1.6t} \text{ (mV)}}$$



4. Şekil 4'de tanımlanan durum için, manyetik alan $B = (2t^3 - 4t^2 + 1) T$ şeklinde değişmekte olup, $r=2R=5\text{cm}$ dir.
- a) P' ye yerleşmiş olan elektrona $t=2\text{s}$ olduğu anda etkiyen kuvvetin yönünü ve büyüklüğünü hesaplayınız.
- b) Hangi anda bu kuvvet sıfırda eşittir?



Şekil 4

a) $\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cos 0^\circ$

$$\Phi_B = (2t^3 - 4t^2 + 1) (\pi R^2)$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

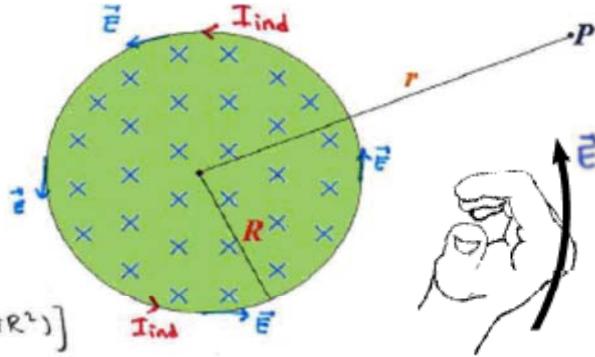
$$E \cdot (2\pi r) = - \frac{d}{dt} [(2t^3 - 4t^2 + 1)(\pi R^2)]$$

$$E \cdot (2\pi r) = -(\pi R^2)(6t^2 - 8t)$$

$$E = -\frac{R^2}{2r}(6t^2 - 8t)$$

$t=2\text{s}$ için: $E = -\frac{2,5 \cdot 10^{-2}}{4} (6 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2)$

$$E = -0,05 \text{ (V/m)}$$



$$r=2R=5\text{cm}$$

$$F = -eE$$

$$F = (-1,6 \cdot 10^{-19}) \cdot (-0,05)$$

$$F = 8 \cdot 10^{-21} \text{ (N)} \quad (\text{saat yönünde})$$

- b) $E=0$ için $F=0$ olur.

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = 0 \quad ; \quad \frac{d\mathcal{B}}{dt} = 0$$

$$\frac{d}{dt} (2t^3 - 4t^2 + 1) = 0$$

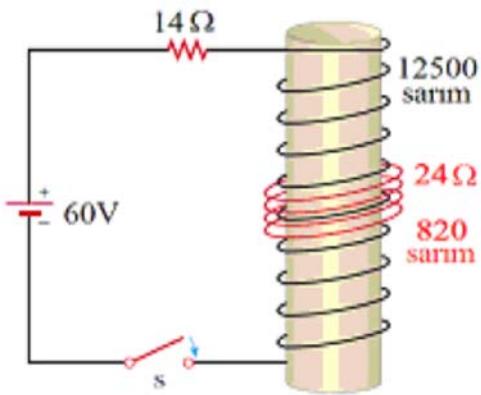
$$6t^2 - 8t = 0$$

$$t = \frac{4}{3}$$

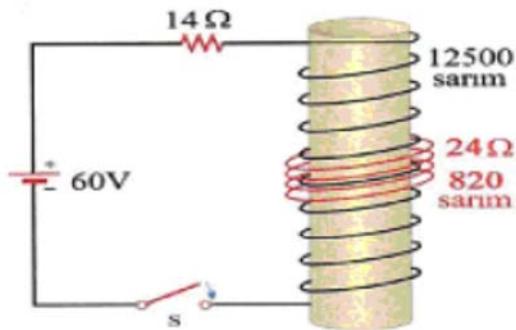
$$t = 1,33 \text{ (s)}$$

5. Direnci 24Ω olan 820 sarımlı tel bobin **Şekil 5** de görüldüğü gibi 12500 sarımlı 7 cm uzunluğundaki bir solenoid çevresine sarılmıştır. Solenoid ve bobinin kesit alanları $10^{-4} m^2$ dir.

- a) Solenoiddeki akımın kendi maksimum değerinini %63,2'sine ulaşması ne kadar zaman alır?
 b) Bu süre içinde solenoidin öz induktansının sebep olduğu ortalama ters elektromotor kuvveti kaç V 'dir?
 c) Bu süre içinde bobinden geçen manyetik akıda ortalama değişim oranı nedir?
 d) Bobinde induklenen akımın ortalama değeri ne kadardır?



Şekil 5



a) N sarım içeren bir bobinin induktansı:

$$L = \frac{N \Phi_0}{I}$$

$$L = \frac{N}{I} B \cdot A = \frac{N}{I} \cdot \mu_0 \frac{N}{l} I \cdot A$$

$$L = \mu_0 \frac{N^2 A}{l}$$

$$L = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{(12500)^2 \cdot (10^{-4})}{70 \cdot 10^{-2}}$$

$$L = 0,28 \text{ (H)}$$



b) $\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$

$$|\bar{\mathcal{E}}_L| = L \left(\frac{\Delta I}{\Delta t} \right) = L \left(\frac{I_s - I_i}{t_s - t_i} \right)$$

$$|\bar{\mathcal{E}}_L| = 0,28 \cdot \left(\frac{2,71}{20 \cdot 10^{-3}} \right)$$

$$\boxed{|\bar{\mathcal{E}}_L| \approx 38 \text{ (v)}}$$

$$I_i = 0$$

$$I_s = 0,632 \cdot I_{max}$$

$$I_s = 0,632 \cdot \frac{\Delta V}{R} = 0,632 \cdot \frac{60}{14}$$

$$I_s = 2,71 \text{ A}$$

$$t_i = 0$$

$$t_s = 20 \text{ ms}$$

- c) Bobin, solenoid ile es merkezli olduğundan, bobinden geçen manyetik akının ortalama değişim oranı, solenoidinkine eşittir.

$$\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = \frac{\Delta(B \cdot A)}{\Delta t} = \frac{\Delta(\mu_0 \frac{N}{l} I \cdot A)}{\Delta t} = \mu_0 \frac{N \cdot A}{l} \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

$$\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot \frac{12500 \cdot 10^{-4}}{70 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{2,71}{20 \cdot 10^{-3}} \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ V} ; \quad \boxed{\frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t} = 3 \text{ (mV)}}$$

d) $|\mathcal{E}_L| = N \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$

$$I = \frac{820}{24} \cdot 3 \cdot 10^{-3}$$

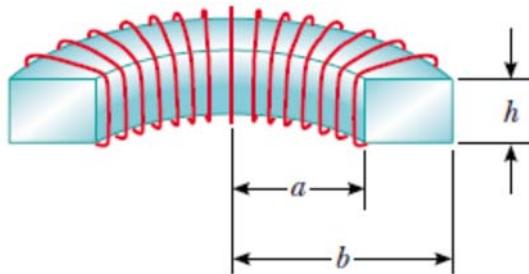
$$I = \frac{|\mathcal{E}_L|}{R} = \frac{N}{R} \frac{\Delta \Phi_B}{\Delta t}$$

$$I \approx 0,103 \text{ A} ; \quad \boxed{I = 103 \text{ (mA)}}$$

6. Şekil 6'de N sarımlı, iç yarıçapı a , dış yarıçapı b olan dikdörtgen kesitli bir toroid görülmektedir.

a) $L = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$ olduğunu gösteriniz.

b) a şıkkında bulduğunuz sonucu kullanarak, $a=10\text{cm}$, $b=12\text{cm}$, $h=1\text{cm}$ ve $N=500$ sarım için öz indüktansı hesaplayınız.

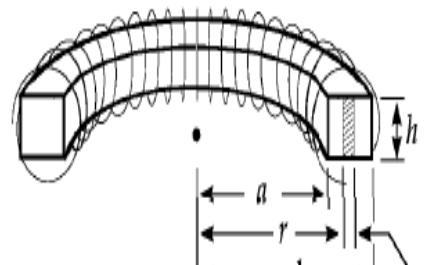


Şekil 6

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \quad \text{toroid}$$

$$(a) \quad \Phi_B = \int B dA = \int_a^b \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 NI h}{2\pi} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\mu_0 NI h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$L = \frac{N\Phi_B}{I} = \boxed{\frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

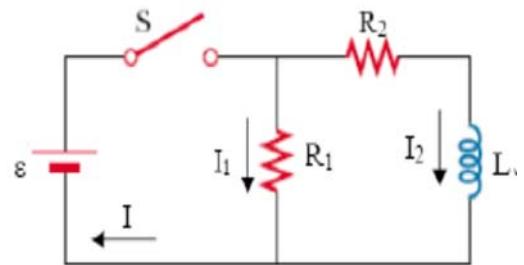


$$dA = h dr$$

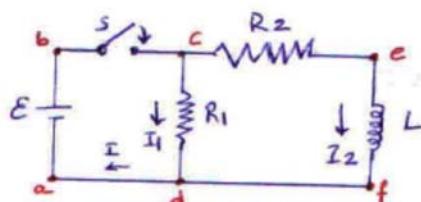
$$(b) \quad L = \frac{\mu_0 (500)^2 (0.0100)}{2\pi} \ln\left(\frac{12.0}{10.0}\right) = \boxed{91.2 \mu\text{H}}$$

7. Şekil 7'de verilen devrede $\mathcal{E} = 10V$, $R_1 = 5\Omega$, $R_2 = 10\Omega$ ve $L = 5H$ 'dir. S anahtarı kapatıldığtan hemen sonra ve anahtar kapatıldıktan uzun bir süre sonra,

- R_1 direnci üzerindeki I_1 akımını,
- R_2 direnci üzerindeki I_2 akımını,
- anahtar üzerindeki I akımını,
- R_2 'nin uçları arasındaki potansiyel farkını,
- L 'nin uçları arasındaki potansiyel farkını bulunuz.



Şekil 7



Anahtar kapatıldıktan sonra

Düğüm noktası (c) 'de

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_2 = 0 \rightarrow I = I_1 \text{ dir.}$$

(abcd) ilmeği için

$$\mathcal{E} - I_1 R_1 = 0 \rightarrow I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = \frac{10}{5} = 2A$$

$$I = I_1 = 2A$$

$t \rightarrow \infty$ anında

$$I = I_1 + I_2$$

$$(\text{abcd}) \text{ ilmeği için } \Rightarrow \mathcal{E} - I_1 R_1 = 0 \rightarrow I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = \frac{10}{5} = 2A$$

$$(\text{abefa}) \text{ ilmeği için } \Rightarrow \mathcal{E} - I_2 R_2 = 0 \rightarrow I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2} = \frac{10}{10} = 1A$$

$$I = I_1 + I_2 = 2 + 1 = 3A$$

$$\text{d)} \quad L = 0 \text{ iken} \rightarrow V_2 = I_2 \cdot R_2 = 0 \cdot 10 = 0$$

$$t \rightarrow \infty \text{ için} \rightarrow V_2 = I_2 \cdot R_2 = 1 \cdot 10 = 10V$$

e) (cefdc) ilmeği için

$$V_L = I_2 R_2 - I_1 R_1$$

$$t = 0 \text{ için} \rightarrow V_L = 0 \cdot 10 - 2 \cdot 5 = -10V$$

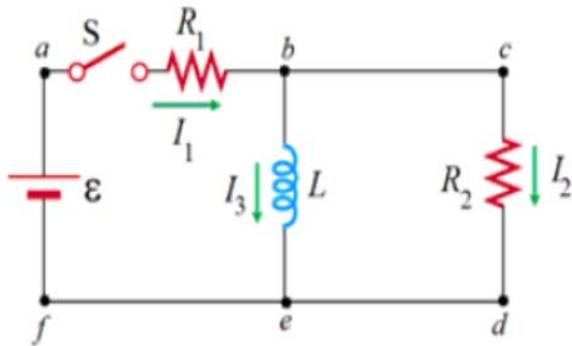
$$t = \infty \text{ " } \rightarrow V_L = 0 \text{ dir. çünkü } I_2 \text{ sabit}$$

8. **Şekil 8'da** verilen RL devresinde, S anahtarı $t=0$ anında kapatılıyor.

a) S anahtarı kapatıldığı anda, I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.

b) S anahtarı kapatıldıktan uzun bir süre sonra I_1 , I_2 ve I_3 akımlarını bulunuz.

c) Uzun bir süre kapalı kaldıktan sonra S anahtarı tekrar açıldığı anda ($t=0$) R_2 direncinin uçları arasındaki potansiyel farkı ne kadardır?

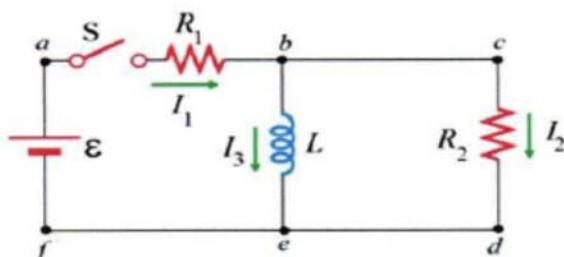


Şekil 8

a) $\mathcal{E}_L = -L \frac{dI}{dt}$

$t=0$ anında $I_2 = 0$

$I_1 = I_2$



acdfa ilmeği için: $-I_1R_1 - I_2R_2 + \mathcal{E} = 0$

$$I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2}$$

b) $t \rightarrow \infty$ iken $I_2 = 0$

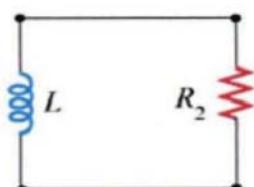
$I_1 = I_2$

abefa ilmeği için: $-I_1R_1 + \mathcal{E} = 0$

$$I_1 = I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1}$$

c)

İndüktörde depolanan enerji,
 R_2 direnci üzerinde harcanır.



$$IR_2 + L \frac{dI}{dt} = 0$$

$$I = I_0 e^{-t/R_2}$$

$$I_0 = \frac{\mathcal{E}}{R_2}$$

$t=0$ iken $\Delta V_{R_2} = I_0 R_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2} \cdot R_2$

$$\Delta V_{R_2} = \mathcal{E}$$