Soru-1) CEVAP-A

$f(x)=[|x|]$ **"Tam Değer Fonksiyonu"nu göstermek üzere** $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{5}{2}} x[\![x]\!]\,dx$ **integralini hesaplayınız.**

A) $\frac{31}{8}$ B) $\frac{15}{4}$ C) $\frac{19}{8}$ D) $\frac{13}{4}$ E) $\frac{11}{8}$

$$A=\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{5}{2}} x[\![x]\!]\,dx=\int_{-\frac{1}{2}}^{0^-} x[\![x]\!]\,dx+\int_{0^+}^{1^-} x[\![x]\!]\,dx+\int_{1^+}^{2^-} x[\![x]\!]\,dx+\int_{2^+}^{\frac{5}{2}} x[\![x]\!]\,dx$$

$$=\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{-\frac{1}{2}}^{0-\varepsilon} -x\,dx+\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{0+\varepsilon}^{1-\varepsilon} 0\,dx+\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{1+\varepsilon}^{2-\varepsilon} x\,dx+\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{2+\varepsilon}^{\frac{5}{2}} 2x\,dx$$

$$=\frac{1}{8}+0+\frac{3}{2}+\frac{9}{4}=\frac{31}{8}$$

Soru-2) CEVAP-B

$I=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{x^2+4}\,dx$ **integralini hesaplayınız?**

A) 0 B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{\pi}{4}$

$$I=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{1}{x^2+4}dx=\int_{-\infty}^{0}\frac{dx}{x^2+4}+\int_{0}^{\infty}\frac{dx}{x^2+4}$$

$$=\lim_{a\to-\infty}\int_{a}^{0}\frac{dx}{x^2+4}+\lim_{b\to\infty}\int_{0}^{b}\frac{dx}{x^2+4}=\lim_{a\to-\infty}\left|\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x}{2}\right)\right|_{a}^{0}+\lim_{b\to\infty}\left|\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x}{2}\right)\right|_{0}^{b}$$

$$=\lim_{a\to-\infty}\left|\frac{1}{2}\left(\arctan\left(\frac{0}{2}\right)-\arctan\left(\frac{a}{2}\right)\right)\right|+\lim_{b\to\infty}\left|\frac{1}{2}\left(\arctan\left(\frac{b}{2}\right)-\arctan\left(\frac{0}{2}\right)\right)\right|$$

$$=\left|\frac{1}{2}(0-\arctan(-\infty))\right|+\left|\frac{1}{2}(\arctan(\infty)-0)\right|=\left|\frac{1}{2}\frac{\pi}{2}\right|+\left|\frac{1}{2}\frac{\pi}{2}\right|=\frac{\pi}{2}$$

Soru-3) CEVAP-B

$\int_0^2 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{x}}$ **integralinin yakınsaklığını inceleyiniz.**

A) Yakınsak B) Iraksak C) $\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\left|\sqrt{2}-2\right|$ D) $\frac{1}{\sqrt{2}}\ln\left|\frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}+2}\right|$ E) $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{2}{\sqrt{2}}\right|$

$$I=\int_0^2 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{x}}=\int_0^1 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{x}}+\int_1^2 \frac{dx}{(2-x)\sqrt{x}}=I_1+I_2$$

I_1 integrali için;

$\lim_{x\to 0^+}\sqrt{x}\frac{1}{(2-x)\sqrt{x}}=\frac{1}{2}$; $p=\frac{1}{2}<1$ ve limit sonlu bir değer olduğundan I_1 integrali yakınsaktır.

I_2 integrali için;

$\lim_{x\to 2^-}(2-x)\frac{1}{(2-x)\sqrt{x}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$; $p=1$ ve limit $\neq 0$ olduğundan I_2 integrali ıraksaktır.

O halde $I=I_1+I_2=$ yakınsak $+$ ıraksak $=$ ıraksaktır.

Soru-4) CEVAP-C

$\int_0^\pi \frac{\sqrt{x}\,dx}{e^{Sin(x)}-1}$ **integralinin yakınsaklığını inceleyiniz.**

A) $\sqrt{\pi}-1$ B) Yakınsak C) Iraksak D) $\frac{\pi}{2}$ E) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}-1$

$$I=\int_0^\pi \frac{\sqrt{x}\,dx}{e^{Sin(x)}-1}=\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{x}\,dx}{e^{Sin(x)}-1}+\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \frac{\sqrt{x}\,dx}{e^{Sin(x)}-1}=I_1+I_2$$

I_1 integrali için;

$\lim_{x\to 0^+}\sqrt{x}\frac{\sqrt{x}}{e^{Sin(x)}-1}=\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{e^{Sin(x)}-1}=\left(\frac{0}{0}\right)^B=\lim_{x\to 0^+}\frac{x}{\cos(x)\,e^{Sin(x)}}=1$; $p=\frac{1}{2}<1$ ve limit sonlu bir değer olduğundan I_1 integrali yakınsaktır.

I_2 integrali için;

$$\lim_{x\to\pi^-}(\pi-x)\frac{\sqrt{x}}{e^{Sin(x)}-1}=\left(\frac{0}{0}\right)^B=\lim_{x\to\pi^-}\frac{-\sqrt{x}+(\pi-x)\frac{1}{\sqrt{x}}}{\cos(x)\;e^{Sin(x)}}$$

$$=\lim_{x\to\pi^-}\frac{-2x+\pi-x}{2\sqrt{x}\cos(x)\;e^{Sin(x)}}=\frac{-2\pi}{-2\sqrt{\pi}}=\sqrt{\pi}$$

$p=1$ ve limit $\neq 0$ olduğundan I_2 integrali ıraksaktır.

O halde $I=I_1+I_2=$ yakınsak $+$ ıraksak $=$ ıraksaktır.

Soru-5) CEVAP-D

$\int_2^\infty \frac{(x^3+1)}{\sqrt{x^7+x^2+1}}dx$ **integralinin yakınsaklığını inceleyiniz.**

A) $\frac{1}{2}$ B) Yakınsak C) $1-\sqrt{2}$ D) Iraksak E) $1-\frac{9\sqrt{2}}{16}$

$f(x) = \frac{(x^3+1)}{\sqrt{x^7+x^2+1}}$ ve $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ olsun. $\int_2^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}}$ integrali p-integralidir. $p = \frac{1}{2} < 1$ olduğundan ıraksaktır.

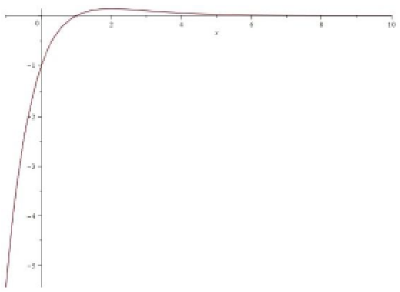
$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x\to\infty} \frac{(x^3+1)x^{1/2}}{\sqrt{x^7+x^2+1}} = 1 \neq 0, \infty$$

olduğundan her iki integral de aynı karakterlidir, dolayısıyla integral ıraksaktır.

Soru-6) CEVAP-B

$B_{ox} = \left\{ y = (x-1)e^{-x};\ y = 0;\ x = 1;\ x = \infty \right\}$ **şeklinde sınırlandırılmış bölgenin alanını bulunuz.**

A) e B) e^{-1} C) e^{-2} D) e^2 E) 1



$$A = \int_1^\infty (x-1)e^{-x}dx$$

Kısmi integrasyonla $(x-1 = u\ ;\ e^{-x}dx = dv)$

$$A = \int_1^\infty (x-1)e^{-x}dx = \lim_{b\to\infty}\left(-(x-1)e^{-x}|_1^b - \int_1^b -e^{-x}dx\right) = \lim_{b\to\infty} |-xe^{-x}|_1^b$$

$$= \lim_{b\to\infty} \left|-be^{-b} + \frac{1}{e}\right| = \left|-\infty.0 + \frac{1}{e}\right|$$

Buradaki $-\infty.0$ belirsizliği giderilirse;

$$\lim_{b\to\infty} -be^{-b} = (-\infty.0) = \lim_{b\to\infty} \frac{-b}{e^b} = \left(-\frac{\infty}{\infty}\right) = \lim_{b\to\infty} \frac{-1}{e^b} = 0$$

olur, o halde $A = \left|0 + \frac{1}{e}\right| = \frac{1}{e}\ br^2$ dir.

Soru-7) CEVAP-E

$y = 1 - e^x$, $y = e^x$ **eğrileri ve y-ekseni ile sınırlanan bölgenin alanını bulunuz.**

A) 0 B) $1-\ln\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\ln 2$ D) $\ln 2 - 1$ E) $1-\ln 2$

$$e^x = 1 - e^x \Rightarrow 2e^x = 1 \Rightarrow x = -\ln 2.$$

$$Area = \int_{-\ln 2}^{0} \left(e^x - (1-e^x)\right)dx$$

$$= \int_{-\ln 2}^{0} \left(2e^x - 1\right)dx = \left(2e^x - x\right)\Big|_{-\ln 2}^{0} = \boxed{1-\ln 2}$$

Soru-8) CEVAP-D

$[|\ |]$ **sembolü,** $[|x|] = \min\{n \in \mathbb{Z}\ |n \geq x,\ x \in \mathbb{R}\}$

olarak tanımlanan "tam değer fonksiyonunu" ifade etmek üzere;

$f(x) = x^2[|2x|]$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = 1$ **ve x-ekseni ile çevrili bölgenin alanını bulunuz.**

A) 0 B) $\frac{1}{24}$ C) $\frac{7}{12}$ D) $\frac{5}{8}$ E) 1

$$\lceil 2x \rceil = \begin{cases} 0, & -0.5 \leq x < 0 \Rightarrow -1 \leq 2x < 0 \\ 1, & 0 \leq x < 0.5 \Rightarrow 0 \leq 2x < 1 \\ 2, & 0.5 \leq x < 1 \Rightarrow 1 \leq 2x < 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2\lceil 2x \rceil = \begin{cases} 0, & -0.5 \leq x < 0 \Rightarrow -1 \leq 2x < 0 \\ x^2, & 0 \leq x < 0.5 \Rightarrow 0 \leq 2x < 1 \\ 2x^2, & 0.5 \leq x < 1 \Rightarrow 1 \leq 2x < 2 \end{cases}$$

$$= \int_{-1/2}^{1} x^2\lceil 2x \rceil dx = \int_{-1/2}^{0} 0\,dx + \int_{0}^{1/2} x^2\,dx + \int_{1/2}^{1} 2x^2\,dx$$

$$\boxed{=5/8}$$

Soru-9) CEVAP-C

$y = \ln(\sec x)$ eğrisinin $x = 0$ ile $x = \pi/4$ arasındaki kısmının yay uzunluğunu bulunuz.

A) $1-\dfrac{\pi}{4}$ B) $\dfrac{\ln 2}{2}$ C) $\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$ D) $\sqrt{2}\ln 2$ E) 1

$$L=\int_a^b \sqrt{1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2}\,dx=\int_0^{\pi/4}\sqrt{1+(\tan x)^2}\,dx=\int_0^{\pi/4}\sec x\,dx=\boxed{\ln(1+\sqrt{2})}$$

$$y=\ln(\sec x)\Rightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{\sec x\tan x}{\sec x}=\tan x$$

Soru-10) CEVAP-B

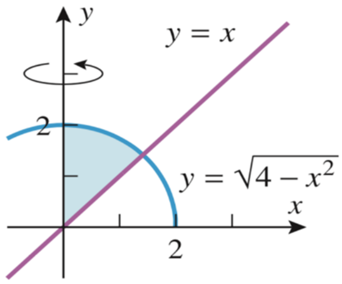
$f(x)=\sqrt{4-x^2}$, $-1\le x\le 1$ eğrisinin x-ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan yüzeyin alanını bulunuz.

A) 4π B) 8π C) 10π D) 12π E) 16π

$$\begin{aligned}S&=\int_{-1}^{1}2\pi f(x)\sqrt{1+\left[f'(x)\right]^2}\,dx\\&=\int_{-1}^{1}2\pi\sqrt{4-x^2}\sqrt{\frac{4}{4-x^2}}\,dx\\&=\int_{-1}^{1}4\pi\,dx\\&\boxed{=8\pi}\end{aligned}$$

$$f(x)=\sqrt{4-x^2}\Rightarrow f'(x)=\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}}$$

Soru-11) CEVAP-C



Aşağıdaki integrallerden hangisi şekildeki taralı bölgenin y-ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan hacme eşittir?

I. $\int_0^{\sqrt{2}} \pi y^2\, dy + \int_{\sqrt{2}}^{2} \pi\left(4 - y^2\right) dy$ **II.** $\int_0^{\sqrt{2}} 2\pi x\left(\sqrt{4-x^2} - x\right) dx$ **III.** $\int_0^{2} \pi y^2\, dy$

A) Hiçbiri B) I C) I ve II D) II E) I ve III

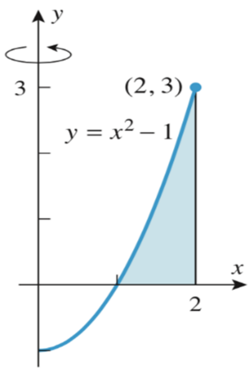
Disk:

$$V = \pi \int_0^{\sqrt{2}} y^2\, dy + \pi \int_{\sqrt{2}}^{2} \left(\sqrt{4-y^2}\right)^2 dy$$

Silindirik kabuk:

$$V = \int_0^{\sqrt{2}} 2\pi x\left(\sqrt{4-x^2} - x\right) dx$$

Soru-12) CEVAP-A



Şekildeki taralı bölgenin y-ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan hacmi bulunuz.

A) $\frac{9\pi}{2}$ B) $\frac{11\pi}{2}$ C) $\frac{15\pi}{2}$ D) $\frac{17\pi}{2}$ E) $\frac{21\pi}{2}$

$$V = \pi \int_0^3 \left[\underbrace{2^2}_{R^2(y)} - \underbrace{\left(\sqrt{1+y}\right)^2}_{r^2(y)} \right] dy$$

$$= \pi \int_0^3 \left[2^2 - (y+1)\right] dy \quad = \pi \int_0^3 (3-y)\, dy \quad \boxed{= \frac{9\pi}{2}}$$

Soru-13) CEVAP-B

R, **$y = \sin x$, $y = \cos x$ eğrileri ve $x = 0$, $x = \pi/4$ doğruları ile sınırlanan bölge olmak üzere, R bölgesinin x-ekseni etrafında döndürülmesi ile oluşan hacmi bulunuz.**

A) $\frac{\pi}{4}$ B) $\frac{\pi}{2}$ C) π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) 2π

$$\boxed{\begin{aligned} V &= \pi \int_0^{\pi/4} \left(\underbrace{\cos^2 x}_{R^2(x)} - \underbrace{\sin^2 x}_{r^2(x)} \right) dx \\ &= \pi \int_0^{\pi/4} \cos 2x \, dx \boxed{= \frac{\pi}{2}} \end{aligned}}$$

Soru-14) CEVAP-D

$\{a_n\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(e^n + n)^n}$ **serisinin yakınsaklığı/ıraksaklığı için aşağıdaki ifadelerden hangisi yanlıştır?**

A) Kök testine göre limiti "0" olduğundan yakınsaktır

B) Genel terim testine göre limiti sıfırdır ancak $\{a_n\}$ serisi yakınsaktır denilemez

C) $f(x) = \frac{x^2}{(e^x + x)^x}$ fonksiyonu integral testinin koşullarını sağlar

D) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2}{(e^n + n)^n}\right) = 0$ olduğundan $\{a_n\}$ serisi "yakınsaktır"

E) Seri, $\{b_n\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(e^n + n)^n}$ yakınsak serisi ile "$L = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ şeklinde limit testine" tabi tutulursa $L = \infty$ olarak bulunur ancak $\{a_n\}$ için "ıraksaktır" denilemez.

A-) Kök testine göre limiti "0" olduğundan yakınsaktır

Kök testi uygulanırsa:

$$L = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\frac{n^2}{(e^n + n)^n}} = \lim_{n\to\infty} \frac{n^{2/n}}{e^n + n} = \frac{1}{\infty} = 0.$$

Dolayısıyla, seri yakınsaktır.

B-) Genel terim testine göre limiti sıfırdır ancak $\{a_n\}$ serisi yakınsaktır denilemez

Genel teriminin limiti hesaplanırsa:

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{n^2}{(e^n + n)^n} = \lim_{n\to\infty} \frac{2n}{n(e^n + n)^{n-1}(ne^{n-1} + 1)} = \lim_{n\to\infty} \frac{2}{(e^n + n)^{n-1}(ne^{n-1} + 1)} = 0$$

Serinin genel teriminin limitinin "0" olması, serinin kesin olarak yakınsak olduğu anlamına gelmez.

C-) $f(x) = \frac{x^2}{(e^x + x)^x}$ fonksiyonu integral testinin koşullarını sağlar

İntegral testinin koşulları açısından:

$f(x) = \frac{x^2}{(e^x + x)^x}$;

$f(x)$, $[1, \infty)$ için pozitif tanımlı, sürekli ve artmayandır. Yani seri integral testinin koşullarını sağlar. Ancak bu, integral testinin pratik olarak uygulanabileceği ve serinin karakteri için bir fikir vermez.

D-) $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2}{(e^n + n)^n}\right) = 0$ olduğundan $\{a_n\}$ serisi "yakınsaktır"

Serinin genel teriminin limitinin (n. terim testinin sonucunun) "0" olması serinin kesin olarak yakınsak olduğu anlamına gelmez. Tam tersine limit "0" dan farklı olarak bulunursa seri için "ıraksak" yorumu yapılabilir.

E-) Seri, $\{b_n\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(e^n + n)^n}$ yakınsak serisi ile "$L = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{b_n}\right)$ şeklinde limit testine" tabi tutulursa $L = \infty$ olarak bulunur ancak $\{a_n\}$ için "ıraksaktır" denilemez.

$\{b_n\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(e^n + n)^n}$ serisi kök testine göre yakınsaktır.

$$L = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{a_n}{b_n}\right) = \lim_{n\to\infty}\left(\frac{n^2}{(e^n + n)^n}\frac{(e^n + n)^n}{1}\right) = \lim_{n\to\infty}(n^2) = \infty$$

olarak $\{b_n\}$ serisi yakınsak olduğundan $\{a_n\}$ serisi için "ıraksak" yorumu yapılamaz.

Soru-15) **CEVAP-E**

$\left\{a_n\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\cos\left(n^2\right)}{n+n^4}$ serisinin yakınsaklık/ıraksaklık incelemesi "mukayese testi" ile belirlenmek isteniyor. Buna göre aşağıdaki ifadelerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $\cos n^2 \le 1 \Rightarrow \frac{1+\cos n^2}{n+n^4} \le \frac{1+1}{n+n^4} = \frac{2}{n+n^4} < \frac{2}{n^4} \Rightarrow \left\{a_n\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\cos\left(n^2\right)}{n+n^4} < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^4} = \left\{b_n\right\}$

$\left\{b_n\right\}$ serisi yakınsak olduğundan $\left\{a_n\right\}$ serisi de yakınsaktır.

B) $\cos n^2 \le 1 \Rightarrow \frac{1+\cos n^2}{n+n^4} \le \frac{1+1}{n+n^4} = \frac{2}{n+n^4} < \frac{2}{n^2} \Rightarrow \left\{a_n\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\cos\left(n^2\right)}{n+n^4} < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2} = \left\{b_n\right\}$

$\left\{b_n\right\}$ serisi "p-testine göre" yakınsak olduğundan $\left\{a_n\right\}$ serisi de yakınsaktır.

C) $\cos n^2 \le 1 \Rightarrow \frac{1+\cos n^2}{n+n^4} \le \frac{1+1}{n+n^4} = \frac{2}{n+n^4} < \frac{2}{n} \Rightarrow \left\{a_n\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\cos\left(n^2\right)}{n+n^4} < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n} = \left\{b_n\right\}$

$\left\{b_n\right\}$ serisi ıraksaktır ancak $\left\{a_n\right\}$ serisinin karakteri ile ilgili kesin bir şey söylenemez.

D) $\cos n^2 \le 1 \Rightarrow \frac{1+\cos n^2}{n+n^4} \le \frac{1+1}{n+n^4} = \frac{2}{n+n^4} \le \frac{1}{n} \Rightarrow \left\{a_n\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\cos\left(n^2\right)}{n+n^4} \le \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \left\{b_n\right\}$

$\left\{b_n\right\}$ serisi "harmonik seri olduğundan" ıraksaktır. $\left\{a_n\right\}$ serisi için Mukayese testi kesin sonuç vermez.

E) $\cos n^2 \le 1 \Rightarrow \frac{1+\cos n^2}{n+n^4} \le \frac{1+1}{n+n^4} = \frac{2}{n+n^4} \le \frac{1}{n} \Rightarrow \left\{a_n\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\cos\left(n^2\right)}{n+n^4} \le \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \left\{b_n\right\}$

$\left\{b_n\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ "harmonik seri olup ıraksaktır". $\left\{a_n\right\} \le \left\{b_n\right\}$ olduğundan $\left\{a_n\right\}$ serisi de ıraksaktır.

E-) $\cos n^2 \le 1 \Rightarrow \frac{1+\cos n^2}{n+n^4} \le \frac{1+1}{n+n^4} = \frac{2}{n+n^4} \le \frac{1}{n} \Rightarrow \left\{a_n\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\cos\left(n^2\right)}{n+n^4} \le \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} = \left\{b_n\right\}$

$\left\{b_n\right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ "harmonik seri olup ıraksaktır". $\left\{a_n\right\} \le \left\{b_n\right\}$ olduğundan $\left\{a_n\right\}$ serisi de ıraksaktır.

Soru-16) CEVAP-C

$f(x)=\int \sin x^2 dx$ integralinin seri yardımı ile çözümünün genel ifadesi, aşağıdaki seçeneklerin hangisinde doğru olarak verilmiştir? (İntegral sabiti sıfır olarak dikkate alınacaktır.)

A) $\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)k!}$ B) $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)k!}$ C) $\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k \frac{x^{4k+3}}{(4k+3)(2k+1)!}$

D) $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \frac{x^{4k+3}}{(4k+3)(2k+1)!}$ E) $\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k \frac{x^{2k+2}}{(2k+2)k!}$

$$\sin x = x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots$$

$x\to x^2$ için

$$\sin x^2 = x^2-\frac{x^6}{3!}+\frac{x^{10}}{5!}-\ldots$$

$$\int \sin x^2 dx=\int\left(x^2-\frac{x^6}{3!}+\frac{x^{10}}{5!}-\ldots\right)dx=C+\frac{x^3}{3}-\frac{x^7}{7.3!}+\frac{x^{11}}{11.5!}-\ldots=\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k\frac{x^{4k+3}}{(4k+3)(2k+1)!}$$

Soru-17) CEVAP-E

$\{a_n\}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^n(n!)^2}{(2n)!}$ serisinin yakınsaklığı/ıraksaklığı için sırasıyla "oran" ve "genel terim (n. terim)" testleri uygulanıyor. Buna göre aşağıda verilen ifadelerden hangisi <u>doğrudur</u>?

A) Her iki teste göre seri ıraksaktır

B) Her iki teste göre seri yakınsaktır

C) Her iki test de serinin karakteri ile ilgili kesin sonuç vermez

D) Oran testi kesin sonuç vermez, genel teriminin limiti "0"a yakınsar, seri yakınsaktır

E) Oran testi kesin sonuç vermez, genel teriminin limiti "0"a yakınsamaz, seri ıraksaktır

E-) Oran testi kesin sonuç vermez, genel teriminin limiti "0"a yakınsamaz, seri ıraksaktır

Oran testi uygulanırsa:

$$L=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4^{n+1}((n+1)!)^2}{(2(n+1))!}x\frac{(2n)!}{4^n(n!)^2}\right)$$

$$L=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4x4^n(n+1)!(n+1)!}{(2(n+1))!}x\frac{(2n)!}{4^n(n!)^2}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4(n+1)(n+1)}{(2n+2)(2n+1)(2n)!}x\frac{(2n)!}{1}\right)=\lim_{x\to\infty}\left(\frac{4(n+1)^2}{(2n+2)(2n+1)}\right)=1$$

Bu durumda oran testi sonuç vermez. Genel terim (n. terim(testi uygulanırsa:

$$\lim_{n\to\infty}(a_n)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4^n(n!)^2}{(2n)!}\right)=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4^n n!n!}{(2n)!}\right);$$ Bu limit "0" a yakınsamaz. Dolayısıyla seri "ıraksak" tır.

İlave bir durum olarak;

$$\frac{a_{n+1}}{a_n}=\frac{4(n+1)^2}{2(n+1)(2n+1)}=\frac{2(n+1)}{2n+1}=1+\frac{1}{2n+1}>1 \text{ dir.}$$

Serinin ilk teriminin $a_1=2$ olduğu da dikkate alınırsa serinin serinin bundan sonraki terimlerinin tamamı 2'den büyüktür. Bu durumda serinin n. teriminin limitinin "0" a yakınsaması mümkün değildir. Dolayısıyla seri "ıraksak"tır.

Soru-18) CEVAP-E

$\{a_n\} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2x+5)^2}{(n^2+1)3^n}$ **serisi için aşağıda verilen ifadelerden hangisi yanlıştır?**

A) Seri, $-4 < x < -1$ için mutlak yakınsaktır

B) Serinin yakınsaklık yarıçapı R=3/2 dir

C) Seri yakınsaklık aralığının sağ ucunda mutlak yakınsaktır

D) Serinin yakınsaklık merkezi c=-5/2 dir

E) Seri yakınsaklık aralığının sol ucunda şartlı yakınsaktır

E-) Seri yakınsaklık aralığının sol ucunda şartlı yakınsaktır

$$L = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| < 1 \text{ için seri yakınsaktır.} \quad L = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{(2x+5)^{n+1}}{((n+1)^2+1)3^{n+1}}\frac{(n^2+1)3^n}{(2x+5)^n}\right| < 1$$

$$\lim_{n\to\infty}\left|(2x+5)\frac{(n^2+1)}{3((n+1)^2+1)}\right| < 1 \Rightarrow \frac{|(2x+5)|}{3}\underbrace{\lim_{n\to\infty}\left|\frac{(n^2+1)}{((n+1)^2+1)}\right|}_{1} < 1 \Rightarrow \frac{|(2x+5)|}{3} < 1 \Rightarrow |(2x+5)| < 3$$

$-4 < x < -1$, Mutlak Yakınsaklık aralığı $(R = 1/2,\ c = -5/2)$

x=-4 için:

$\{a_n\} = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{n^2+1}$ olarak $\{b_n\} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ yakınsak (p-testine göre p=2>1) serisi ile mukayese edilirse "mutlak yakınsak" olduğu görülür. (Yani "şartlı yakınsak" durumu söz konusu değildir)

x=-1 için:

$\{a_n\} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+1}$ olarak $\{b_n\} = \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$ yakınsak (p-testine göre p=2>1) serisi ile mukayese edilirse "yakınsak" olduğu görülür.

Soru-19) CEVAP-A

$L = \lim_{x\to 0}\frac{\sin x - \tan x}{x^3}$ **limiti seri açılımı kullanılmak üzere hesaplanmak isteniyor. Aşağıdakilerden hangisi çözüm aşamasına ait formlardan biridir?**

A) $\lim_{x\to 0}\left(-\frac{1}{2}-\frac{x^2}{8}-\ldots\right)$ B) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{2}+\frac{x^2}{8}+\ldots\right)$ C) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{2}+\frac{x^3}{8}+\ldots\right)$

D) $\lim_{x\to 0}\left(-\frac{1}{2}-\frac{x^3}{8}-\ldots\right)$ E) $\lim_{x\to 0}\left(-\frac{1}{2!}-\frac{x^2}{4!}-\ldots\right)$

A-) $\lim_{x\to 0}\left(-\frac{1}{2}-\frac{x^2}{8}-\ldots\right)$

$$L = \lim_{x\to 0}\frac{\sin x - \tan x}{x^3} = \lim_{x\to 0}\frac{\left(x-\frac{x^3}{3!}+\frac{x^5}{5!}-\ldots\right)-\left(x+2\frac{x^3}{3!}+16\frac{x^5}{5!}-\ldots\right)}{x^3} = \lim_{x\to 0}\frac{-3\frac{x^3}{3!}-15\frac{x^5}{5!}-\ldots}{x^3} = \lim_{x\to 0}\left(-\frac{1}{2}-\frac{x^2}{8}-\ldots\right) = -\frac{1}{2}$$

Soru-20) CEVAP-C

$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{2^n}{n!}$ **serisinin toplamı aşağıdakilerden hangi seçenekte verilmiştir?**
(İpucu : $f(x) = xe^{-2x}$ fonksiyonunun seri açılımından yararlanılabilir)

A) 2 B) $1/e$ C) $1/e^2$ D) e E) e^2

C-) $1/e^2$

$$e^x = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

$x \to -2x$ için

$$e^{-2x} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2x)^n}{n!} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n x^n}{n!}$$

x ile çarpılırsa;

$$xe^{-2x} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n x^{n+1}}{n!} = f(x)$$

Bu ifadede x=1 yazılırsa soruda istenen toplam oluşacağından;

$$1.e^{-2} = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^n}{n!} = e^{-2} = \frac{1}{e^2}$$