

1) R yarıçaplı M kütleli bilyardo topu sürtünmeli yüzey üzerinde durmaktadır. Bilyardo topunun kaymadan yuvarlanma hareketine, sürtünme kuvveti olmadan ($f = 0$) başlayabilmesi için anlık yatay F kuvveti, kütle merkezi üzerinden ne kadar yükseğe (h) uygulanmalıdır? $I_{km} = \frac{2}{5}MR^2$

$$\tau_p = I_p \cdot \alpha \Rightarrow F(R+h) = I_p \cdot \alpha \quad (1)$$

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a} \quad F = Ma_{km} \quad (2) \quad a_{km} = R \cdot \alpha$$

$$Ma_{km}(R+h) = \frac{7}{5}MR^2 \cdot \frac{a_{km}}{R}$$

$$R+h = \frac{7}{5}R \Rightarrow \boxed{h = \frac{2}{5}R}$$

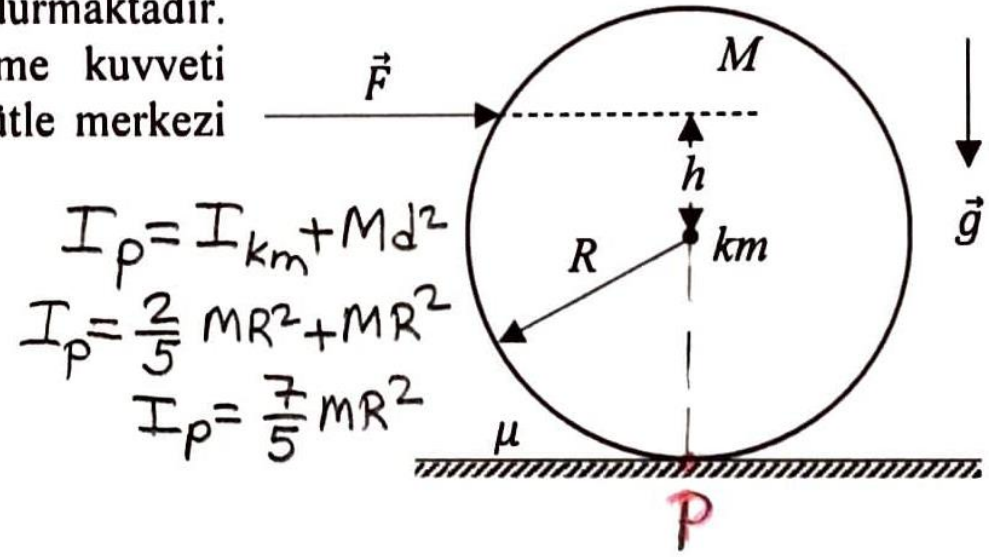
A) $\frac{1}{5}R$

B) $\frac{2}{3}R$

C) $\frac{1}{3}R$

D) $\frac{2}{5}R$

E) $\frac{3}{5}R$



$$I_p = I_{km} + Md^2$$

$$I_p = \frac{2}{5}MR^2 + MR^2$$

$$I_p = \frac{7}{5}MR^2$$

Sorular 2-3 M kütleli L uzunluklu düzgün bir çubuk şekildeki gibi A noktasından tavana asılmıştır. Çubuk A noktası etrafında düşey düzlem üzerinde serbestçe dönebilmektedir. m kütleli yapışkan bir top \vec{v}_0 hızı ile A noktasından d kadar uzaklıkta çubuğa çarpıp yapışıyor. $I_{km}^{\text{çubuk}} = \frac{1}{12} ML^2$

2) Yapışkan top hangi d mesafesinden çarpmalıdır ki, çarpışma anında A noktasından çubuğa itme (impuls) uygulanmasın? (çizgisel momentumun korunacağına dikkat ediniz)

Momentumun korunması için $\tau_{dış} = 0$ olmalıdır. Yani çarpmadan dolayı A noktasından kuvvet etkirse momentum korunmaz.

Aynı anda $F_{dış} = 0$ olduğu için çizgisel momentum da korunur.

$$L_z = L_s$$

$$m v_0 \cdot d = I_A^{\text{sist}} \cdot \omega \quad (1)$$

$$(m v_0 d = m v d + I_A^{\text{çubuk}} \cdot \omega)$$

$$\rightarrow m v_0 = \frac{I_A^{\text{sist}} \cdot \omega}{d}$$

$$I_A^{\text{sist}} = \frac{1}{3} M L^2 + m d^2$$

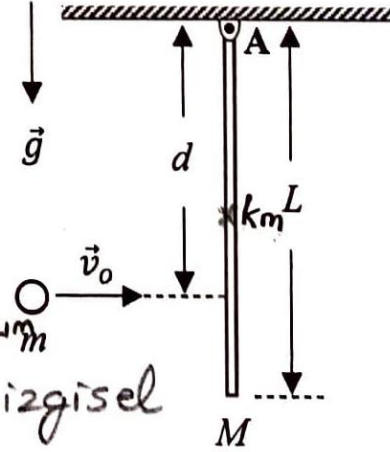
A) $\frac{1}{5} L$ B) $\frac{1}{3} L$

$$\sum p_i = \sum p_s \Rightarrow m v_0 = m v + M v_{km} \quad (2)$$

$$\frac{(\frac{1}{3} M L^2 + m d^2) \cdot \omega}{d} = m d \cdot \omega + M \frac{L}{2} \omega$$

$$\frac{d}{2} = \frac{L}{3} \Rightarrow \boxed{d = \frac{2}{3} L}$$

C) $\frac{2}{3} L$ D) $\frac{2}{5} L$ E) $\frac{3}{5} L$



3) Çubuk+top sisteminin çarpışmadan hemen sonraki açısal hızı ne olur?

$$m v_0 d = I_A^{\text{sist}} \cdot \omega \quad (1) \text{ 'den } m v_0 \cdot d = \left(\frac{1}{3} M L^2 + m d^2 \right) \cdot \omega$$

$$m v_0 \frac{2L}{3} = \left[\frac{1}{3} M L^2 + m \left(\frac{2L}{3} \right)^2 \right] \cdot \omega$$

$$\boxed{\omega = \frac{2 m v_0}{\left(M + \frac{4}{3} m \right) L}}$$

A) $\frac{m v_0}{(M+m)L}$ B) $\frac{2 m v_0}{(M+3m)L}$ C) $\frac{2 m v_0}{(M+2m)L}$ D) $\frac{2 m v_0}{\left(M + \frac{1}{3} m \right) L}$ E) $\frac{2 m v_0}{\left(M + \frac{4}{3} m \right) L}$

Sorular 4-5-6 $m=1$ (kg) kütleli bir cismin konum vektörü zamana bağlı olarak $\vec{r} = (2t + t^2)\hat{i} + (1 + t^2)\hat{j}$ (m) ile verilmektedir.

4) $t = 2$ (s)'de cismin hız vektörü kaç (m/s) dir? $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = (2 + 2t)\hat{i} + 2t\hat{j}$

$$t=2s \text{ için } \vec{v} = (2+2\cdot 2)\hat{i} + 2\cdot 2\hat{j} \quad \boxed{\vec{v} = (6\hat{i} + 4\hat{j}) \text{ m/s}}$$

- A) $6\hat{i} + 4\hat{j}$ B) $8\hat{i} + 5\hat{j}$ C) $2\hat{i} + 6\hat{j}$ D) $8\hat{i} + 4\hat{j}$ E) $6\hat{i} + 8\hat{j}$

5) $t = 2$ (s)'de cismin orijine göre açısal momentum vektörü kaç (kg m²/s) dir? $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = \vec{r} \times m\vec{v}$ $m=1\text{kg}$

$$\vec{r} \times \vec{v} = [(2t + t^2)\hat{i} + (1 + t^2)\hat{j}] \times [6\hat{i} + 4\hat{j}] = (-2t^2 + 8t - 6)\hat{k}$$

$$t=2s \text{ için } \vec{L} = (-2\cdot 2^2 + 8\cdot 2 - 6)\hat{k} \Rightarrow \boxed{\vec{L} = 2\hat{k}}$$

- A) $62\hat{k}$ B) $2\hat{k}$ C) $48\hat{i} + 20\hat{j}$ D) $8\hat{j} + 4\hat{k}$ E) $2\hat{i} + 6\hat{j}$

6) $t = 1$ (s) ve $t = 2$ (s) zaman aralığında cisme etki eden ortalama tork vektörü kaç (Nm) dir?

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 2\hat{i} + 2\hat{j}$$

$$\vec{F} = m\vec{a} = (2\hat{i} + 2\hat{j}) \text{ N}$$

$$\text{t=1s için } \vec{\tau}_1 = \vec{r}_1 \times \vec{F} = (3\hat{i} + 2\hat{j}) \times (2\hat{i} + 2\hat{j}) = 6\hat{k} - 4\hat{k} \Rightarrow \vec{\tau}_1 = 2\hat{k}$$

$$\text{t=2s için } \vec{\tau}_2 = \vec{r}_2 \times \vec{F} = (8\hat{i} + 5\hat{j}) \times (2\hat{i} + 2\hat{j}) = 16\hat{k} - 10\hat{k} \Rightarrow \vec{\tau}_2 = 6\hat{k}$$

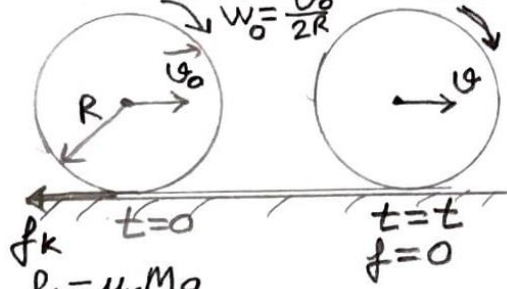
$$\Delta \vec{\tau} = \vec{\tau}_2 - \vec{\tau}_1 = 4\hat{k}$$

- A) $14\hat{k}$ B) $-16\hat{k}$ C) $\hat{i} - 4\hat{k}$ D) $12\hat{k}$ E) $4\hat{k}$

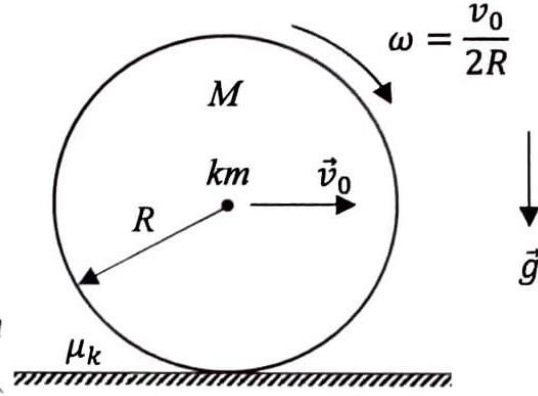
Sorular 7-8 Sürtünmeli yüzey üzerinde duran R yarıçaplı, M kütleli bilye topuna ıstaka ile vuruluyor. Şekilde gösterildiği gibi, topa vurulduktan hemen sonra topun kütle merkezinin hızının \vec{v}_0 ve açısal hızının $\frac{v_0}{2R}$ olduğu gözleniyor.

Sürtünme katsayısı μ_k ise;

7) Top ne kadar süre sonra kaymadan yuvarlanmaya başlar? $I_{km} = \frac{2}{5}MR^2$



Yuvarlanma başladığı anda $f=0$ olur. Anlık kuvvet uygulandığı için açısal momentum korunur.



$$L_i = L_f$$

$$Mv_0 R + \frac{2}{5}MR^2 \left(\frac{v_0}{2R} \right) = MvR + \frac{2}{5}MR^2 \left(\frac{v}{R} \right) \Rightarrow v = \frac{6v_0}{7}$$

$$f_k = \mu_k Mg$$

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

$$f_k = M \cdot a_{km} \Rightarrow \mu_k Mg = Ma_{km} \Rightarrow a_{km} = \mu_k g$$

$$v = v_0 - a_{km} t \Rightarrow \frac{6v_0}{7} = v_0 - \mu_k g t \Rightarrow t = \frac{v_0}{7\mu_k g}$$

- A) $\frac{2v_0}{5\mu_k g}$ B) $\frac{4v_0}{3\mu_k g}$ C) $\frac{v_0}{7\mu_k g}$ D) $\frac{2v_0}{3\mu_k g}$ E) $\frac{3v_0}{5\mu_k g}$

8) Yuvarlanırken kütle merkezinin hızı nedir?

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad L = I\omega$$

$$L_i = L_f$$

$$Mv_0 R + \frac{2}{5}MR^2 \cdot \frac{v_0}{2R} = Mv_{km} R + \frac{2}{5}MR^2 \cdot \frac{v_{km}}{R} \Rightarrow \frac{12Mv_0 R}{10} = \frac{7Mv_{km} R}{5}$$

$$v_{km} = \frac{6}{7}v_0$$

- A) $\frac{4v_0}{3}$ B) $\frac{2v_0}{5}$ C) $\frac{3v_0}{5}$ D) $\frac{6v_0}{7}$ E) $\frac{v_0}{3}$

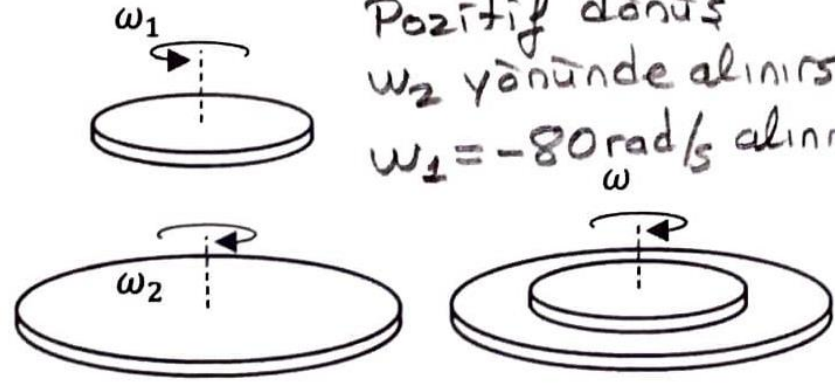
9) Eylemsizlik momenti $I_1 = 20 \text{ (kgm}^2\text{)}$ olan bir disk saat ibreleri tersi yönünde $\omega_1 = 80 \text{ (rad/s)}$ açısal hızı ve eylemsizlik momenti $I_2 = 40 \text{ (kgm}^2\text{)}$ olan bir disk saat ibreleri yönünde $\omega_2 = 60 \text{ (rad/s)}$ açısal hızı ile dönmektedir. Şekilde gösterildiği gibi üstteki disk eş eksenli olarak alttaki diske yapıştıktan sonra açısal hızları kaç (rad/s) olur?

$$L_i = L_s$$

$$I_1 \cdot \omega_1 + I_2 \omega_2 = (I_1 + I_2) \omega$$

$$\omega = \frac{I_1 \cdot \omega_1 + I_2 \omega_2}{I_1 + I_2} = \frac{-20 \cdot 80 + 40 \cdot 60}{20 + 40} = \frac{800}{60}$$

$$\omega = \frac{40}{3} \text{ rad/s}$$



Pozitif dönüş
 ω_2 yönünde alınırsa
 $\omega_1 = -80 \text{ rad/s}$ alınmalıdır

A) 10

B) $\frac{40}{3}$

C) $\frac{20}{3}$

D) 20

E) 40

Sorular 10-11 m kütleli noktasal bir cisim, R yarıçaplı yarım kürenin tepesinden sürtünmesiz olarak kaymaktadır.

10) Cisim, yarım küreyi hangi hızla terk eder?

$$E_A = E_B$$

$$K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$0 + mgR = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh$$

$$mgR - \frac{1}{2}mv_B^2 = mgh$$

$$gR - \frac{1}{2}gh = gh \Rightarrow gR = \frac{3}{2}gh \Rightarrow h = \frac{2}{3}R$$

A) $\sqrt{\frac{gR}{3}}$

B) $\sqrt{\frac{3gR}{5}}$

C) $\sqrt{\frac{2gR}{5}}$

D) $\sqrt{\frac{3gR}{4}}$

E) $\sqrt{\frac{2gR}{3}}$

11) Cisim, yarım küreyi yerden ne kadar yüksekte terk eder?

$$h = \frac{2}{3}R$$

A) $\frac{1}{3}R$

B) $\frac{3}{5}R$

C) $\frac{2}{3}R$

D) $\frac{3}{4}R$

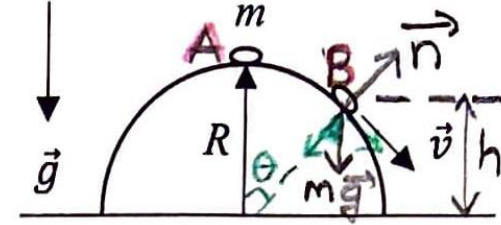
E) $\frac{2}{5}R$

$$\Sigma \vec{F}_r = m\vec{a}_r$$
$$mg \cos \theta - n_B = m \frac{v_B^2}{R}$$

Yüzeyi terk ederken $n_B = 0$ olur.

$$v_B^2 = g \cdot R \cos \theta \Rightarrow v_B^2 = gh$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2}{3}gR}$$



Sorular 12-13-14 Basit harmonik hareket yapan bir cismin konumu $x(t) = 0.08 \sin(\omega t + \varphi)$ (m) ile veriliyor. Hareketin periyodu 24 (s) ve $t = 0$ daki konumu $x(0) = 0.04$ (m) ise;

12) ω açısal frekansı kaç (rad/s) dir? ($\pi = 3$ alınız)

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3}{24} \Rightarrow \boxed{\omega = \frac{1}{4} \text{ rad/s}}$$

- A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{1}{8}$ D) $\frac{1}{24}$ E) 3

13) φ faz farkı kaç radyandır?

$$t = 0 \text{ da } x(0) = 0,04 \text{ m}$$

$$0,04 = 0,08 \cdot \sin(\cancel{\omega \cdot 0} + \varphi) \Rightarrow \boxed{\sin \varphi = \frac{1}{2}}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

- A) 2 B) 3 C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{1}{4}$

14) Maksimum hızı kaç (m/s) dir?

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = 0,08 \omega \cdot \cos(\omega t + \varphi) = 0,08 \cdot \frac{1}{4} \cdot \cos\left(\frac{t}{4} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\boxed{v_{\max} = 0,02 \text{ m/s}} \text{ veya } v_{\max} = \omega \cdot A = \frac{1}{4} \cdot 0,08$$

- A) 0.01 B) 0.03 C) 0.04 D) 0.02 E) 1

$$\boxed{v_{\max} = 0,02 \text{ m/s}}$$

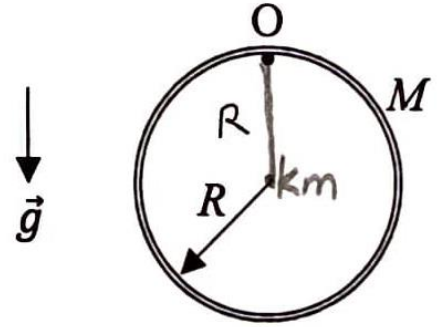
Sorular 15-16 Kütlesi M ve yarıçapı R olan bir çember, şekilde görüldüğü gibi O noktasından bir çiviye asılmıştır.

15) Çemberin, sayfa düzlemine dik ve O noktasından geçen eksene göre eylemsizlik momentini bulunuz.

$$I_O = I_{km} + M d^2 = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$$

$$I_{\text{çember}} = MR^2$$

$$I_O = 2MR^2$$



A) $\frac{1}{2}MR^2$

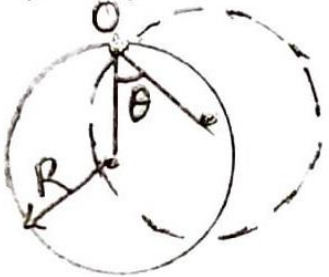
B) $\frac{2}{3}MR^2$

C) $2MR^2$

D) $\frac{3}{2}MR^2$

E) MR^2

16) Küçük salınımlar için çemberin açısal frekansını bulunuz.



$$\tau_O = -Mg \cdot \sin\theta = I_O \cdot \alpha \Rightarrow \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{MgR}{I_O}\right)\theta = 0$$

$$\alpha = \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\sin\theta \approx \theta$$

$$\omega^2 = \frac{MgR}{2MR^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{2R}}$$

A) $\sqrt{\frac{g}{2R}}$

B) $\sqrt{\frac{2g}{3R}}$

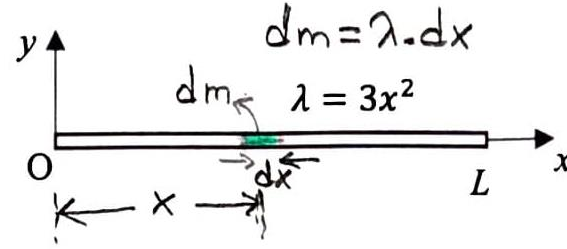
C) $\sqrt{\frac{g}{3R}}$

D) $\sqrt{\frac{3g}{2R}}$

E) $\sqrt{\frac{g}{R}}$

Sorular 17-18 Uzunluğu L olan bir çubuğun çizgisel kütle yoğunluğu x 'e bağlı olarak $\lambda = 3x^2$ (kg/m) şeklinde değişmektedir.

17) Çubuğun kütle merkezini bulunuz.

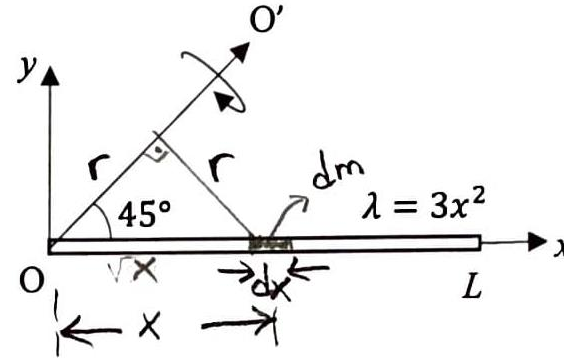


$$x_{km} = \frac{\int x dm}{\int dm} = \frac{\int x \cdot \lambda \cdot dx}{\int \lambda \cdot dx} = \frac{\int_0^L x \cdot 3x^2 \cdot dx}{\int_0^L 3x^2 \cdot dx} = \frac{\int_0^L 3x^3 \cdot dx}{\int_0^L 3x^2 \cdot dx}$$

$$x_{km} = \frac{3 \left(\frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^L}{3 \left(\frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^L} = \frac{3 \cdot \frac{L^4}{4}}{L^3} \Rightarrow \boxed{x_{km} = \frac{3}{4} L}$$

- A) $\frac{2L}{3}$ B) $\frac{L}{2}$ C) $\frac{4L}{5}$ **D) $\frac{3L}{4}$** E) $\frac{L}{3}$

18) Aynı çubuğun şekilde gösterilen O' eksenine göre eylemsizlik momentini $L=1$ (m) alarak (kgm^2) biriminde bulunuz.



$$I = \int r^2 dm \quad dm = \lambda \cdot dx \quad x^2 = r^2 + r^2$$

$$I = \int \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right)^2 \cdot dm \quad x^2 = 2r^2$$

$$I = \int_0^L \frac{x^2}{2} \cdot 3x^2 \cdot dx = \frac{3}{2} \int_0^L x^4 \cdot dx = \frac{3}{2} \left(\frac{x^5}{5} \right) \Big|_0^L$$

$$I = \frac{3}{10} \cdot L^5 = \frac{3}{10} \cdot 1^5 \quad \boxed{I = \frac{3}{10} \text{ kg} \cdot \text{m}^2}$$

- A) $\frac{3}{10}$** B) $\frac{1}{20}$ C) $\frac{3}{5}$ D) $\frac{3}{20}$ E) $\frac{1}{30}$

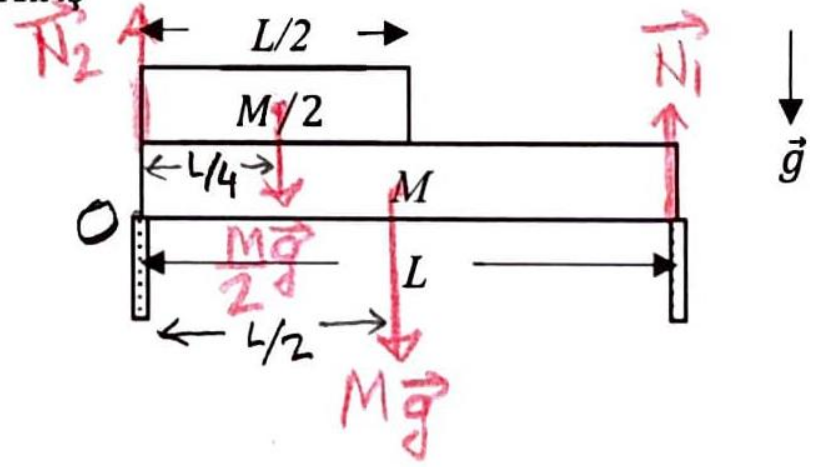
19) Şekilde gösterildiği gibi düzgün iki kiriş üst üste konmuştur. Kiriş tarafından sağdaki direğe uygulanan kuvveti bulunuz.

$$\sum \tau_o = 0$$

$$\frac{M}{2}g \cdot \frac{L}{4} + Mg \cdot \frac{L}{2} - N_1 \cdot L = 0$$

$$Mg \cancel{L} \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{2} \right) = N_1 \cdot \cancel{L}$$

$$N_1 = \frac{5}{8} Mg$$



A) $\frac{4Mg}{5}$

B) $\frac{5Mg}{8}$

C) $\frac{2Mg}{5}$

D) $\frac{Mg}{8}$

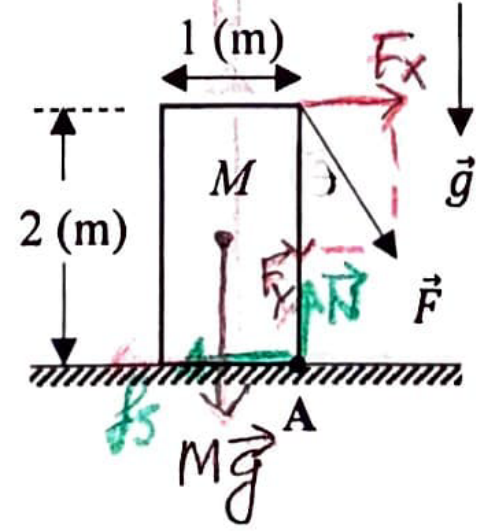
E) $\frac{4Mg}{3}$

20) Sürtünmeli yatay düzlem üzerinde duran $M=3$ (kg) kütleli düzgün bir bloğa şekildeki gibi $\vec{F} = F_x \hat{i} - 20 \hat{j}$ (N) kuvveti uygulanmaktadır. Bloğu A noktası etrafında döndürmeye başlatacak minimum F_x kuvveti kaç Newton'dur? ($g=10 \text{ m/s}^2$)

$$\sum \tau_A = 0 \quad F_x \cdot 2 - Mg \cdot 0,5 = 0$$

$$2F_x = 3 \cdot 10 \cdot 0,5$$

$$F_x = 7,5 \text{ N}$$



A) 20

B) 10

C) 12.5

D) 15

E) 7.5