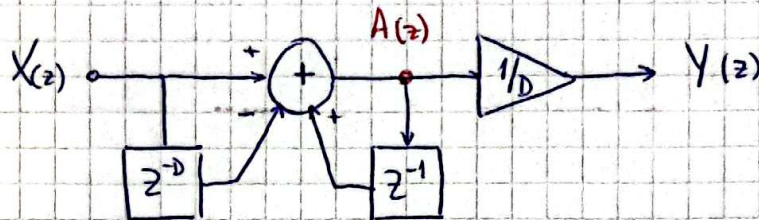


Final - 27/04/2023

Ejercicio 3



a) Función transferencia para $D=4$

b) Hallar la expresión y representar la respuesta en frecuencia en módulo, fase y retardo de $H(z)$.

c) Responder justificando:

i) ¿El filtro propuesto es recursivo?

ii) ¿Es estable? ¿Podría dejar de serlo?

iii) ¿Es de retardo constante?

$$\begin{cases} Y(z) = A(z) \cdot \frac{1}{D} \\ D = 4 \\ A(z) = X(z) + A(z) \cdot z^{-1} - X(z) \cdot z^{-4} \end{cases} \Rightarrow Y(z) = A(z) \cdot \frac{1}{4} \Rightarrow \boxed{A(z) = 4Y(z)}$$

$$A(z) = 4Y(z) = X(z) + A(z) \cdot z^{-1} - X(z) \cdot z^{-4}$$

$$4Y(z) = X(z) + 4Y(z) \cdot z^{-1} - X(z) \cdot z^{-4}$$

$$X(z) - X(z) \cdot z^{-4} = 4Y(z) - 4Y(z) \cdot z^{-1}$$

$$X(z) (1 - z^{-4}) = Y(z) (4 - 4z^{-1})$$

NOTA

$$X(z) \cdot (1 - z^{-4}) = Y(z) \cdot (4 - 4z^{-1})$$

$$\frac{Y(z)}{X(z)} = H(z) = \frac{1 - z^{-4}}{4 - 4z^{-1}} = \frac{1}{4} \frac{1 - z^{-4}}{1 - z^{-1}}$$

$$H(z) = \frac{1}{4} \frac{1 - \frac{1}{z^4}}{1 - \frac{1}{z}} = \frac{1}{4} \frac{\frac{z^4 - 1}{z^4}}{\frac{z - 1}{z}} = \frac{1}{4} \cdot \frac{z^4 - 1}{z^4} \cdot \frac{z}{z - 1}$$

$$H(z) = \frac{1}{4} \frac{z^4 - 1}{(z - 1)z^3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{(z+1)(z-1)(z+j)(z-j)}{(z-1)(z^3)}$$

$$H(z) = \frac{1}{4} \frac{(z+1)(z^2+1)}{z^3} = \frac{1}{4} \cdot \frac{z^3 + z^2 + z + 1}{z^3}$$

$$H(z) = \frac{e^{j3\omega} + e^{j2\omega} + e^{j\omega} + 1}{4 \cdot e^{j3\omega}}$$

b) Diagrama de polos y ceros

