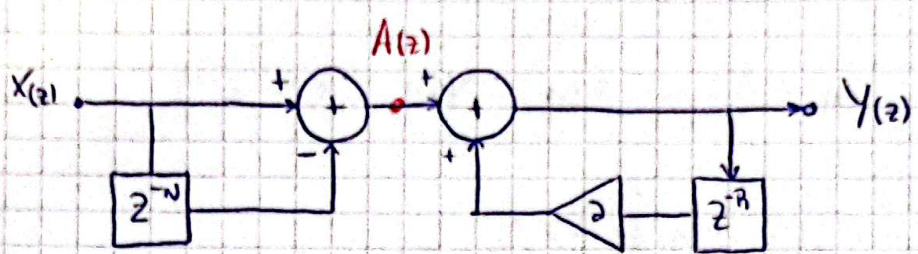
HOJA N°

FECHA

Final - 13/05/2024

Ejercicio 2



a) Hallar H(z) para N=4, R=2 y a=-1. Diagrama de polos y ceros, respuesta en frecuencia de módulo y retardo.

b) Modifique los coeficientes para que se comporte como un filtro notch.

c) Si N=8, calcule R y a para que sea del mismo tipo que (a). Responda:

i) ¿Son filtros recursivos?
ii) ¿En que se diferencian ambos filtros?
iii) ¿Ha cambiado su costo computacional?

a)

$$\begin{cases} A(z) = X(z) - X(z)\cdot z^{-N} \\ Y(z) = A(z) + Y(z)\cdot z^{-R}\cdot a \\ N=4,\ R=2,\ a=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(z) = X(z) - X(z)\cdot z^{-4} \\ Y(z) = A(z) - Y(z)\cdot z^{-2} \end{cases}$$

$$Y(z) = A(z) - Y(z)\cdot z^{-2} \Rightarrow A(z) = Y(z)\cdot(1+z^{-2})$$

$$A(z) = A(z) \Rightarrow Y(z)\,(1+z^{-2}) = X(z)\,(1-z^{-4})$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-z^{-4}}{1+z^{-2}} = \frac{\frac{z^4-1}{z^4}}{\frac{z^2+1}{z^2}} = \frac{z^4-1}{z^4}\cdot\frac{z^2}{z^2+1}$$

$$H(z) = \frac{z^4-1}{z^2(z^2+1)} = \frac{(z^2+1)(z^2-1)}{z^2\,(z^2+1)} = \boxed{\frac{z^2-1}{z^2} = H(z)}$$

NOTA

Escaneado con CamScanner

b) Para que sea un filtro notch propongo $a=1$ en vez de $a=-1$. Ademas mantengo $N=4$ y $R=2$

$$\begin{cases} A(z) = X(z).\left(1-z^{-N}\right) \\ Y(z) = A(z) + Y(z).z^{-R}.a \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A(z) = X(z)\left(1-z^{-4}\right) \\ Y(z) = A(z) + Y(z).z^{-2} \end{cases}$$

$$Y(z) = A(z) + Y(z).z^{-2} \Rightarrow A(z) = Y(z).\left(1-z^{-2}\right)$$

$$X(z)\left(1-z^{-4}\right) = Y(z)\left(1-z^{-2}\right)$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-z^{-4}}{1-z^{-2}} = \frac{\frac{z^4-1}{z^4}}{\frac{z^2-1}{z^2}} = \frac{z^4-1}{z^4}\,\frac{z^2}{z^2-1} = \frac{z^4-1}{z^2\left(z^2-1\right)}$$

$$H(z) = \frac{\left(z^2+1\right)\left(z^2-1\right)}{z^2\left(z^2-1\right)} \Rightarrow \boxed{H(z) = \frac{z^2+1}{z^2}}$$

c) $N=8$, calcular R y a.

$$\begin{cases} A(z) = X(z)\left(1-z^{-N}\right) = X(z)\left(1-z^{-8}\right) \\ Y(z) = A(z) + Y(z).z^{-R}a \end{cases}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1-z^{-8}}{1+a.z^{-R}} = \frac{\frac{z^8-1}{z^8}}{\frac{a+z^R}{z^R}} = \frac{z^8-1}{z^8}\cdot\frac{z^R}{a+z^R}$$

$$H(z) = \frac{z^8-1}{z^{(8-R)}\left(a+z^R\right)} = \frac{\left(z^4+1\right)\left(z^2+1\right)\left(z^2-1\right)}{z^6\left(z^2-1\right)} = \frac{\left(z^4+1\right)\left(z^2+1\right)}{z^6}$$

$$\left(z^4+1\right)\left(z^2-1\right)$$

$$z^6+z^2-z^4-1$$

Planteamos entonces que sea un pasa banda

$$z^{8-R}\left(a+z^R\right) = z^6\left(z^2-1\right) \Rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ R=2 \end{cases}$$

$$\boxed{H(z) = \frac{z^6+z^2+z^4+1}{z^6}}$$