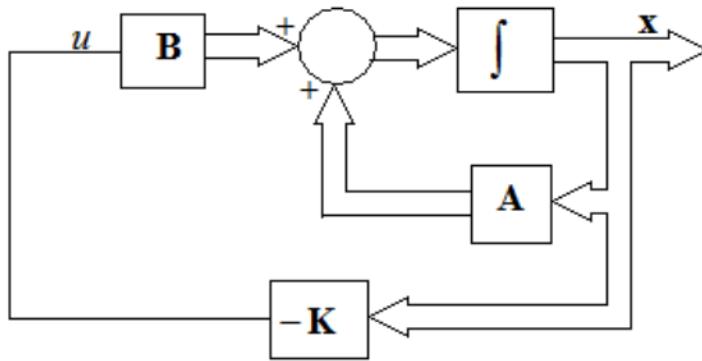


TP #09 - Ejercicio 08

Para el sistema regulador ($r=0$) que se muestra en la figura adjunta



Y cuya planta está dada por el modelo

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -5 & -6 \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

El sistema utiliza el control mediante realimentación de estado $u = -\mathbf{K}\mathbf{x}$. Se escogen los polos en lazo cerrado en :

$$s_{1,2} = -2 \pm j4 \quad s_3 = -10$$

Determinar la matriz ganancia \mathbf{K} . Verificar mediante simulación dinámica (SIMULINK) la respuesta del sistema regulador, excitado por condiciones iniciales cualesquiera.

Del enunciado

$$\text{PLC : } (s + 2 + j4)(s + 2 + j4)(s + 10)$$

$$\text{PLC : } (s^2 + 4s + 20)(s + 10)$$

$$\text{PLC : } s^3 + s^2 14 + s 60 + 200; \text{ (a)}$$

Con estos datos busquemos entonces la matriz 'K'

$$\overset{\text{overset}}{X}(t) = AX(t) + B\mu(t); \mu(t) = -KX(t)$$

$$\overset{\text{overset}}{X}(t) = AX(t) + B(-KX(t))$$

$$\overset{\text{overset}}{X}(t) = (A - BK)X(t)$$

Quedando entonces,

$$A - BK = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -5 & -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}$$

$$A - BK = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -5 & -6 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{bmatrix}$$

$$A - BK = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 - k_1 & -5 - k_2 & -6 - k_3 \end{bmatrix}$$

Finalmente hallamos la expresión de los polos deseados,

$$(sI - A + BK) = \begin{bmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 - k_1 & -5 - k_2 & -6 - k_3 \end{bmatrix}$$

$$(sI - A + BK) = \begin{bmatrix} s & -1 & 0 \\ 0 & s & -1 \\ 1 + k_1 & 5 + k_2 & s + 6 + k_3 \end{bmatrix}$$

Hallamos ahora el determinante,

$$\det(sI - A + BK) = s^3 + s^2(6 + k_3) + s(5 + k_2) + k_1 + 1$$

Reemplazando con lo hallado en (a)

- $k_1 = 199$
- $k_2 = 55$
- $k_3 = 8$

Podemos además corroborar con la función 'acker'

```
A = [0 1 0; 0 0 1; -1 -5 -6];
B = [0; 0; 1];
C = eye(3);
PLC=[-2+4i -2-4i -10];
disp('Ganancias calculadas con Ackerman:')
```

Ganancias calculadas con Ackerman:

```
K=acker(A,B,PLC)
```

K = 1x3 double

199 55 8

```
disp('Vector de Realimentación de Estados ([An]):')
```

Vector de Realimentación de Estados ([An]):

$$An = A - B * K$$

```
An = 3x3 double
```

$$\begin{matrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -200 & -60 & -14 \end{matrix}$$

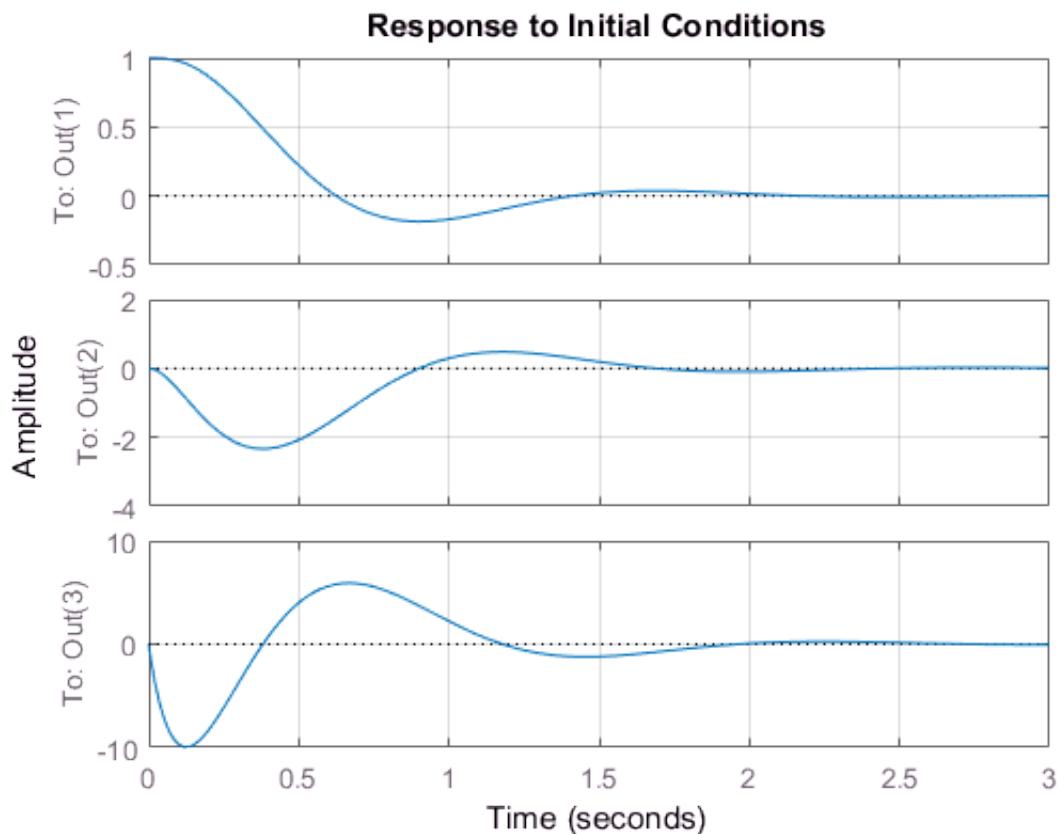
```
disp('Posición diseñada de los polos a lazo cerrado:')
```

Posición diseñada de los polos a lazo cerrado:

$$PLC_d = eig(An)$$

$$\begin{aligned} PLC_d = \\ -2.0000 + 4.0000i \\ -2.0000 - 4.0000i \\ -10.0000 + 0.0000i \end{aligned}$$

```
X0=[1; 0; 0];  
sys=ss(An,[],C,[]);  
initial(sys, X0);  
grid on;
```



El mismo comportamiento lo podemos observar en Simulink, ejecutar **TP09_ej08.slx**.

Notar que las condiciones iniciales están cargadas en los integradores.

