Sujet A - HA 1

### Partie cours

1. Donner la définition de valeur absolue.
2. Montrer que: pour tout réel x, on a $\sqrt{x^2} = |x|$.

### Partie exercices

1. Montrer que: $A \Rightarrow B$ si et seulement si $non(B) \Rightarrow non(A)$.
2. Résolvez les équations suivantes (sans utiliser le $\Delta$). Soit x un nombre réel.
   (a) $x^2 - 3x + 2 = 0$
   (b) $x^3 + 2x^2 + x = 0$
   (c) $x^4 - 16 = 0$
   (d) $|x - 8| = 5$
   (e) $\sqrt{x+2} = 3x + 1$
3. Dire si les assertions suivantes sont vraies ou fausses et donner leur négation:
   (a) $\exists x \in \mathbb{R} \;\; \forall y \in \mathbb{R} \;\; x + y > 0$
   (b) $\forall x \in \mathbb{R} \;\; \exists y \in \mathbb{R} \;\; x + y > 0$
   (c) $\forall x \in \mathbb{R} \;\; \forall y \in \mathbb{R} \;\; x + y > 0$
   (d) $\exists x \in \mathbb{R} \;\; \forall y \in \mathbb{R} \;\; y^2 > x$
4. Montrer par contraposition les assertions suivantes:
   (a) $\forall A, B \in \mathcal{P}(E) \; (A \cap B = A \cup B) \Rightarrow A = B$
   (b) $\forall A, B, C \in \mathcal{P}(E) \; (A \cap B = A \cap C \; et \; A \cup B = A \cup C) \Rightarrow B = C$

$\mathcal{MR}$

Sujet B - HA 1

### Partie cours

1. Donner la définition d'une fonction majorée.
2. Montrer pour tout (x; y) appartenant au cercle unité de $\mathbb{R}^2$, on $\{x; y\} \subset [-1; 1]$

### Partie exercices

1. Écrire la négation des assertions suivantes où P, Q, R, S sont des propositions:
   (a) $P \Rightarrow Q$
   (b) P ET NON Q
   (c) P ET (Q ET R)
   (d) P OU (Q ET R)
   (e) (P ET Q) $\Rightarrow (R \Rightarrow S)$
2. Résolvez les équations et inéquations suivantes (sans utiliser le $\Delta$). Soit x un nombre réel.
   (a) $x^2 + x + 1 = 0$
   (b) $x^3 + x^2 + x = 0$
   (c) $|x - 3| < 5$
   (d) $\sqrt{3x - 5} = x + 1$
   (e) $|x - 1| < \alpha$ où $\alpha$ est un paramètre réel strictement positif.
3. Déterminer m pour que l'équation suivante ait deux racines réelles positives: $m^2x^2 + (m-3)x + 4 = 0$
4. Montrer que $A \cap B = A \cap C \Leftrightarrow A \cap \complement B = A \cap \complement C$

$\mathcal{MR}$

Sujet C - HA 1

### Partie cours

1. Ennoncer rigoureusement les deux façons pour décrire un ensemble .
2. Démontrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel.

### Partie exercices

1. Soit m et p deux paramètres réels fixés. Résolvez les équations et innéquations suivantes en x (réel). Pensez à bien déterminer l'ensemble solution:
   (a) $(x + m)(x - p) > 0$
   (b) $(mx - 1)(4x - p) = 0$
   (c) $(x + m)^2 = x + p$
   (d) $x + m = \sqrt{x + p}$
   (e) $|x - 12| < m$
2. La proposition $(P \wedge Q) \Rightarrow (\neg P) \vee Q)$ est-elle vraie?
3. Montrer que $\forall \epsilon > 0 \;\; \exists N \in \mathbb{N}$ tel que $(n \geq N \Rightarrow 2 - \epsilon < \frac{2n+1}{n+2} < 2 + \epsilon)$
4. Écrire la négation des phrases suivantes:
   (a) $\forall x \in \mathbb{R} \; \exists n \in \mathbb{N} \mid x \leq n$
   (b) $\forall x \in \mathbb{R} \; \forall y \in \mathbb{R} \; xy = yx$

$\mathcal{MR}$