

第 15 章 部分型付け(Part 3)

テキストの解答要約はこんな感じで引用表現にする(引用じゃないけど)

演習 15.6.3. [★ ★ ★ →]

翻訳

部分型付け判断式の翻訳では、翻訳先にレコードが出現する S-RcdWidth, S-RcdDepth, S-RcdPerm をそれぞれタプルに置き換える必要がある。また、型付け導出の翻訳を考えると、T-Rcd, T-Proj の翻訳先をそれぞれタプルに置き換える必要がある。

翻訳の変更において行う作業は以下の2点である。

- レコードラベルの除去
- 射影において、ラベルの代わりに添え字を使う

上記の作業を機械的に行えばタプル向けの翻訳に切り替わるはず。

定理 15.6.2. の検査

[命題] $\mathcal{D} :: \Gamma \vdash t : T$ ならば $[[\Gamma]] \vdash [[\mathcal{D}]] : [[T]]$

[証明] \mathcal{D} に関する単純な帰納法(をタプル向けに拡張)

- \mathcal{D} が T-Rcd のとき、 $t = \{l_i = t_i^{i \in 1..n}\}$, $T = \{l_i : T_i^{i \in 1..n}\}$
 - 仮定より、各 i に対して \mathcal{D}_i については所望の結果が得られる。つまり、
 - 各 i に対して $[[\Gamma]] \vdash [[\mathcal{D}_i]] : [[T_i]]$
 - (上記で省略したが) T-Rcd の翻訳結果は $\{[[\mathcal{D}_i]]^{i \in 1..n}\}$ である。ゆえに、直ちに所望の結果が得られる。
- \mathcal{D} が T-Proj のとき、(そんなにやることが変わらないので略)
- \mathcal{D} が T-Sub のとき、補題 15.6.1 をタプル向けに拡張したものを用いる。
 - ということで以下でその補題を検査する。

補題 15.6.1 の検査

[命題] $\mathcal{C} :: S <: T$ ならば $\vdash [[\mathcal{C}]] : [[S]] \rightarrow [[T]]$

[証明] \mathcal{C} に関する単純な帰納法(をタプル向けに拡張)

- \mathcal{C} が S-RcdWidth のとき、 $S = \{l_i : T_i^{i \in 1..n+k}\}$, $T = \{l_i : T_i^{i \in 1..n}\}$
 - S-RcdWidth の翻訳結果は、 $\lambda r : \{[[T_i]]^{i \in 1..n+k}\}. \{r.i^{i \in 1..n}\}$ であり、 $[[S]] \rightarrow [[T]]$ になっている。
- \mathcal{C} が S-RcdDepth のとき、 $S = \{l_i : S_i^{i \in 1..n}\}$, $T = \{l_i : T_i^{i \in 1..n}\}$
 - 仮定より、各 i に対して $\mathcal{C}_i :: S_i <: T_i$ つまり、各 i に対して $\vdash [[\mathcal{C}_i]] : [[S_i]] \rightarrow [[T_i]]$
 - S-RcdDepth の翻訳結果は、 $\lambda r : \{[[S_i]]^{i \in 1..n}\}. \{[[\mathcal{C}_i]](r.i)^{i \in 1..n}\}$ であり、 $[[S]] \rightarrow [[T]]$ になっている。
- \mathcal{C} が S-RcdPerm のとき、 $S = \{k_j : S_j^{j \in 1..n}\}$, $T = \{l_i : T_i^{i \in 1..n}\}$
 - 仮定より、 $\{k_j : S_j^{j \in 1..n}\}$ は $\{l_i : T_i^{i \in 1..n}\}$ の並べ替えである。

- つまり、任意の $i, j \in 1..n$ に対し、 $l_i = k_j$ が成立するような j を i に対応付ける関数 $f : 1..n \rightarrow 1..n$ が存在する。
- S-RcdPerm の翻訳結果は、 $\lambda r : \{[S_k]^{k \in 1..n}\}. \{r.i^{i \in 1..n}\}$ であり、 $[[S]] \rightarrow [[T]]$ になっている。
- ただし、 i は $i = f(j)$ として得た i を項にしたもの。