

Sprawozdanie z ĆWICZENIA 1: Pomiaru Tensometryczne

Kewin Kisiel (197866) i Mateusz Kuczerowski (197900)

Grupa 1A

23 października 2025

Przedmiot: Przetworniki Wielkości Nielektrycznych

Prowadzący: dr inż. Paweł Kalinowski

1 Uzupełnienie tabel pomiarowych

Obliczenia dla tabel zostały wykonane w oparciu o następujące założenia:

- Rezystancja nominalna (bazowa) tensometrów $R_0 = 350 \Omega$.
- Względna zmiana rezystancji $\Delta R/R$ jest obliczana jako:

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{R - R_0}{R_0} = \frac{R - 350}{350}$$

- Na podstawie danych, dla $\epsilon = 0,001$, $R = 350,7 \Omega$, co daje $\Delta R/R = 0,002$. Dla $\epsilon = 0,01$, $R = 357 \Omega$, co daje $\Delta R/R = 0,02$. Zależność ta to $\Delta R/R = 2\epsilon$, co oznacza, że stała tensometru (współczynnik k) wynosi $k = 2$.
- Parametry a i b prostej aproksymacyjnej $y = ax + b$ zostały wyznaczone metodą regresji liniowej dla danych $(x, y) = (\epsilon, U_{wyj})$.
- Błąd nieliniowości δ_{nl} obliczono jako:

$$\delta_{nl} = \frac{\max |U_{wyj,pomiar} - U_{wyj,aproksy}|}{U_{wyj,max} - U_{wyj,min}} \cdot 100\%$$

1.1 1a. Ćwierćmostek, $\epsilon = 0,001 - 0,01$, $U_{zas} = 2,5 \text{ V}$

Tabela 1: Pomiary dla ćwierćmostka przy $U_{zas} = 2,5 \text{ V}$.

ϵ [-]	R [Ω]	U_{wyj} [mV]	$\Delta R/R$ [-]
0,001	350,7	22,327	0,002
0,002	351,4	23,623	0,004
0,003	352,1	24,868	0,006
0,004	352,8	26,116	0,008
0,005	353,5	27,356	0,010
0,006	354,2	28,595	0,012
0,007	354,9	29,836	0,014
0,008	355,6	31,068	0,016
0,009	356,3	32,302	0,018
0,01	357	33,529	0,020
Prosta aproksymacyjna $y = ax + b$		$a = 1244,4$, $b = 20,97$	
Błąd nieliniowości $U_{wyj} = f(\epsilon)$ [%]		$\approx 1,52\%$	

1.2 1b. Ćwierćmostek, $\epsilon = 0,001 - 0,01$, $U_{zas} = 5 \text{ V}$

Tabela 2: Pomiary dla ćwierćmostka przy $U_{zas} = 5 \text{ V}$.

ϵ [-]	R [Ω]	U_{wyj} [mV]	$\Delta R/R$ [-]
0,001	350,7	44,921	0,002
0,002	351,4	47,420	0,004
0,003	352,1	49,910	0,006
0,004	352,8	52,404	0,008
0,005	353,5	54,885	0,010
0,006	354,2	57,365	0,012
0,007	354,9	59,845	0,014
0,008	355,6	62,311	0,016
0,009	356,3	64,774	0,018
0,01	357	67,234	0,020
Prosta aproksymacyjna $y = ax + b$		$a = 2548,8$, $b = 41,74$	
Błąd nieliniowości $U_{wyj} = f(\epsilon)$ [%]		$\approx 0,14\%$	

1.3 1c. Ćwierćmostek, $\epsilon = 0,01 - 0,1$, $U_{zas} = 2,5 \text{ V}$

Tabela 3: Pomiary dla ćwierćmostka przy $U_{zas} = 2,5 \text{ V}$.

ϵ [-]	R [Ω]	U_{wyj} [mV]	$\Delta R/R$ [-]
0,01	357	33,533	0,02
0,02	364	45,696	0,04
0,03	371	57,625	0,06
0,04	378	69,32	0,08
0,05	385	80,783	0,10
0,06	392	92,033	0,12
0,07	399	103,062	0,14
0,08	406	113,851	0,16
0,09	413	124,474	0,18
0,1	420	134,89	0,20
Prosta aproksymacyjna $y = ax + b$		$a = 1126,9$, $b = 21,90$	
Błąd nieliniowości $U_{wyj} = f(\epsilon)$ [%]		$\approx 2,50\%$	

1.4 1d. Ćwierćmostek, $\epsilon = 0,01 - 0,1$, $U_{zas} = 5 \text{ V}$

Tabela 4: Pomiary dla ćwierćmostka przy $U_{zas} = 5 \text{ V}$.

ϵ [-]	R [Ω]	U_{wyj} [mV]	$\Delta R/R$ [-]
0,01	357	67,234	0,02
0,02	364	91,561	0,04
0,03	371	115,413	0,06
0,04	378	138,792	0,08
0,05	385	161,712	0,10
0,06	392	184,207	0,12
0,07	399	206,253	0,14
0,08	406	227,835	0,16
0,09	413	249,07	0,18
0,1	420	269,91	0,20
Prosta aproksymacyjna $y = ax + b$		$a = 2250,3$, $b = 44,18$	
Błąd nieliniowości $U_{wyj} = f(\epsilon)$ [%]		$\approx 2,45\%$	

1.5 2a. Półmostek, $\epsilon = 0,001 - 0,01$, $U_{zas} = 2,5 \text{ V}$

Tabela 5: Pomiary dla półmostka przy $U_{zas} = 2,5 \text{ V}$.

ϵ [-]	R [Ω]	U_{wyj} [mV]	$\Delta R/R$ [-]
0,001	350,7	45,367	0,002
0,002	351,4	47,833	0,004
0,003	352,1	50,337	0,006
0,004	352,8	52,827	0,008
0,005	353,5	55,223	0,010
0,006	354,2	57,700	0,012
0,007	354,9	60,135	0,014
0,008	355,6	62,652	0,016
0,009	356,3	65,104	0,018
0,01	357	67,560	0,020
Prosta aproksymacyjna $y = ax + b$		$a = 2465,7$, $b = 42,87$	
Błąd nieliniowości $U_{wyj} = f(\epsilon)$ [%]		$\approx 0,13\%$	

1.6 2b. Półmostek, $\epsilon = 0,001 - 0,01$, $U_{zas} = 5 \text{ V}$

Tabela 6: Pomiary dla półmostka przy $U_{zas} = 5 \text{ V}$.

ϵ [-]	R [Ω]	U_{wyj} [mV]	$\Delta R/R$ [-]
0,001	350,7	90,470	0,002
0,002	351,4	95,464	0,004
0,003	352,1	100,442	0,006
0,004	352,8	105,428	0,008
0,005	353,5	110,375	0,010
0,006	354,2	115,333	0,012
0,007	354,9	120,278	0,014
0,008	355,6	125,21	0,016
0,009	356,3	130,137	0,018
0,01	357	135,038	0,020
Prosta aproksymacyjna $y = ax + b$		$a = 4951,8$, $b = 85,50$	
Błąd nieliniowości $U_{wyj} = f(\epsilon)$ [%]		$\approx 0,04\%$	

1.7 2c. Półmostek, $\epsilon = 0,01 - 0,1$, $U_{zas} = 2,5 \text{ V}$

Tabela 7: Pomiary dla półmostka przy $U_{zas} = 2,5 \text{ V}$.

ϵ [-]	R [Ω]	U_{wyj} [mV]	$\Delta R/R$ [-]
0,01	357	67,560	0,02
0,02	364	91,880	0,04
0,03	371	115,715	0,06
0,04	378	139,1	0,08
0,05	385	162,02	0,10
0,06	392	184,532	0,12
0,07	399	206,577	0,14
0,08	406	228,12	0,16
0,09	413	249,345	0,18
0,1	420	270,171	0,20
Prosta aproksymacyjna $y = ax + b$		$a = 2251,6$, $b = 45,09$	
Błąd nieliniowości $U_{wyj} = f(\epsilon)$ [%]		$\approx 0,02\%$	

1.8 2d. Półmostek, $\epsilon = 0,01 - 0,1$, $U_{zas} = 5 \text{ V}$

Tabela 8: Pomiary dla półmostka przy $U_{zas} = 5 \text{ V}$.

ϵ [-]	R [Ω]	U_{wyj} [mV]	$\Delta R/R$ [-]
0,01	357	135,037	0,02
0,02	364	183,666	0,04
0,03	371	231,267	0,06
0,04	378	277,952	0,08
0,05	385	323,744	0,10
0,06	392	368,675	0,12
0,07	399	412,732	0,14
0,08	406	455,796	0,16
0,09	413	498,21	0,18
0,1	420	539,83	0,20
Prosta aproksymacyjna $y = ax + b$		$a = 4431,5$, $b = 90,50$	
Błąd nieliniowości $U_{wyj} = f(\epsilon)$ [%]		$\approx 0,05\%$	

1.9 4. Wzorcowanie metodą obciążenia belki znaną siłą

Przyjęto $E_{stal} = 2,1 \times 10^4 \text{ kg mm}^{-2}$.

Dane belki: $l_0 = 250 \text{ mm}$, $b_0 = 60 \text{ mm}$, $h = 8 \text{ mm}$.

Wzór na odkształcenie teoretyczne:

$$\epsilon = \frac{6l_0}{Eh^2b_0} \cdot P = \frac{6 \cdot 250}{(2,1 \times 10^4) \cdot 8^2 \cdot 60} \cdot P \approx 1,86 \times 10^{-5} \cdot P \rightarrow \epsilon(10^{-6}) \approx 18,6 \cdot P$$

Wzory na $\Delta R/R$ (pomiarowe) dla $U_{zas} = 5 \text{ V} = 5000 \text{ mV}$:

- Półmostek: $\Delta R/R(10^{-6}) = \frac{2 \cdot \Delta U_{wyj}}{5000} \cdot 10^6 = 400 \cdot \Delta U_{wyj}$
- Pełen mostek: $\Delta R/R(10^{-6}) = \frac{\Delta U_{wyj}}{5000} \cdot 10^6 = 200 \cdot \Delta U_{wyj}$

1.9.1 4a. Półmostek, $U_{zas} = 5 \text{ V}$

Tabela 9: Wzorcowanie półmostka metodą obciążenia siłą.

P [kg]	U_{wyj} [mV]	$\epsilon(10^{-6})$ (teoret.)	ΔU_{wyj} [mV]	$\Delta R/R(10^{-6})$ (pomiar)	k (pomiar)
0	88,258	0	0	0	-
0,5	88,304	9,3	0,046	18,4	1,978
1,0	88,347	18,6	0,089	35,6	1,914
1,5	88,395	27,9	0,137	54,8	1,964
2,0	88,44	37,2	0,182	72,8	1,957
3,0	88,512	55,8	0,254	101,6	1,821
4,0	88,641	74,4	0,383	153,2	2,059
5,0	88,712	93,0	0,454	181,6	1,953
Prosta aproksymacyjna ($\Delta R/R = f(\epsilon)$)				$a = 1,968$, $b = -0,52$	
Błąd nieliniowości $\Delta R/R = f(\epsilon)$ [%]				$\approx 4,24\%$	

1.9.2 4b. Pełen mostek, $U_{zas} = 5 \text{ V}$

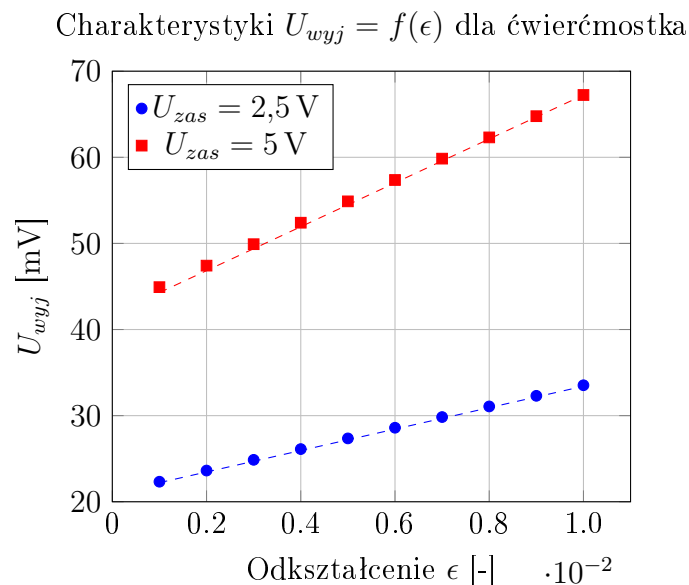
Tabela 10: Wzorcowanie pełnego mostka metodą obciążenia siłą.

P [kg]	U_{wyj} [mV]	$\epsilon(10^{-6})$ (teoret.)	ΔU_{wyj} [mV]	$\Delta R/R(10^{-6})$ (pomiar)	k (pomiar)
0	1,607	0	0	0	-
0,5	1,708	9,3	0,101	20,2	2,172
1,0	1,808	18,6	0,201	40,2	2,161
1,5	1,899	27,9	0,292	58,4	2,093
2,0	1,998	37,2	0,391	78,2	2,102
3,0	2,188	55,8	0,581	116,2	2,082
4,0	2,379	74,4	0,772	154,4	2,075
5,0	2,558	93,0	0,951	190,2	2,045
Prosta aproksymacyjna ($\Delta R/R = f(\epsilon)$)				$a = 2,064$, $b = 0,88$	
Błąd nieliniowości $\Delta R/R = f(\epsilon)$ [%]				$\approx 1,38\%$	

2 Charakterystyki i analiza

2.1 Ćwierćmostek

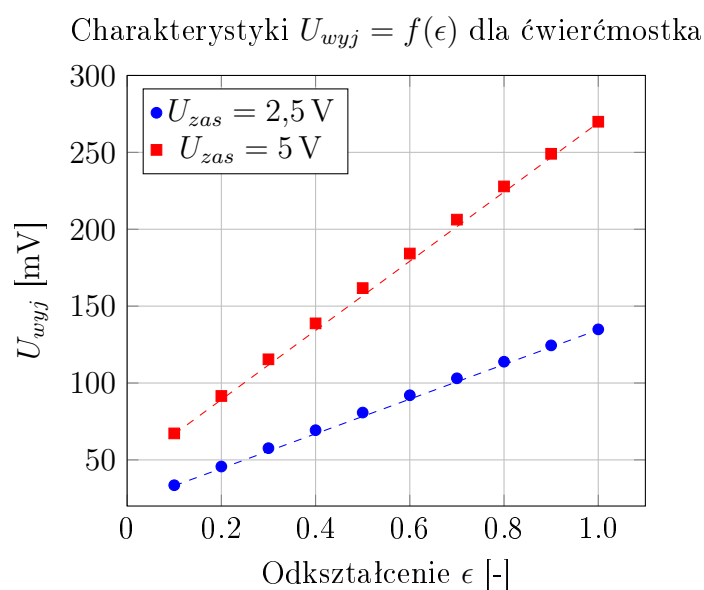
2.1.1 Charakterystyki $U_{wyj} = f(\epsilon)$ dla $\epsilon = 0,001 - 0,01$



Rysunek 1: Charakterystyki $U_{wyj} = f(\epsilon)$ dla ćwierćmostka ($\epsilon = 0,001 \div 0,01$). Linia górna (czerwona): $U_{zas} = 5\text{ V}$, linia dolna (niebieska): $U_{zas} = 2,5\text{ V}$.

Wykres przedstawia dwie linie o silnym trendzie liniowym. Linia dla 5 V leży wyraźnie wyżej i ma większe nachylenie niż linia dla $2,5\text{ V}$.

2.1.2 Charakterystyki $U_{wyj} = f(\epsilon)$ dla $\epsilon = 0,01 - 0,1$



Rysunek 2: Charakterystyki $U_{wyj} = f(\epsilon)$ dla ćwierćmostka ($\epsilon = 0,01 \div 0,1$). Linia górna (czerwona): $U_{zas} = 5\text{ V}$, linia dolna (niebieska): $U_{zas} = 2,5\text{ V}$.

Podobnie jak na poprzednim wykresie, linia dla 5 V ma około dwukrotnie większe nachylenie. Obie charakterystyki wykazują lekkie zakrzywienie (nieliniowość).

2.1.3 Wnioski

- Czy napięcie zasilania U_{zas} wpływa na czułość?

Tak. Czułość ($S = dU_{wyj}/d\epsilon$) jest wprost proporcjonalna do napięcia zasilania.

- Dla $\epsilon = 0,001 - 0,01$: $S_{2,5V} \approx 1244$, $S_{5V} \approx 2549$. Stosunek: $2549/1244 \approx 2,05$.
- Dla $\epsilon = 0,01 - 0,1$: $S_{2,5V} \approx 1127$, $S_{5V} \approx 2250$. Stosunek: $2250/1127 \approx 2,00$.

Podwojenie napięcia zasilania skutkuje podwojeniem czułości. Wynika to z formuły dla ćwierćmostka $U_{wyj} \approx \frac{1}{4} \frac{\Delta R}{R} U_{zas} = \frac{1}{4} k \epsilon U_{zas}$.

- Czy błąd nieliniowości zależy od zakresu zmian ϵ ?

Tak. Układ ćwierćmostka jest nieliniowy, co wynika z pełnego wzoru: $U_{wyj} = \frac{\Delta R/R}{4+2(\Delta R/R)} U_{zas}$.

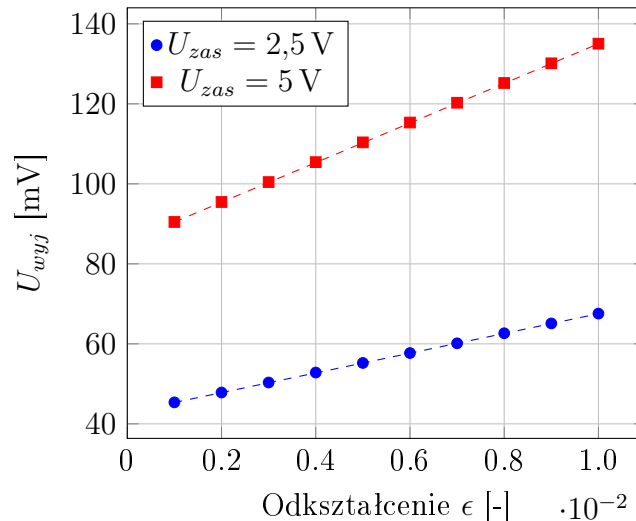
- Dla $U_{zas} = 2,5 V$: Błąd wzrósł z $\approx 1,52\%$ (małe ϵ) do $\approx 2,50\%$ (duże ϵ).
- Dla $U_{zas} = 5 V$: Błąd wzrósł z $\approx 0,14\%$ (małe ϵ) do $\approx 2,45\%$ (duże ϵ).

Im większy zakres ϵ (a tym samym $\Delta R/R$), tym bardziej człon $2(\Delta R/R)$ w mianowniku wpływa na wynik, powodując wzrost nieliniowości.

2.2 Półmostek

2.2.1 Charakterystyki $U_{wyj} = f(\epsilon)$ dla $\epsilon = 0,001 - 0,01$

Charakterystyki $U_{wyj} = f(\epsilon)$ dla półmostka

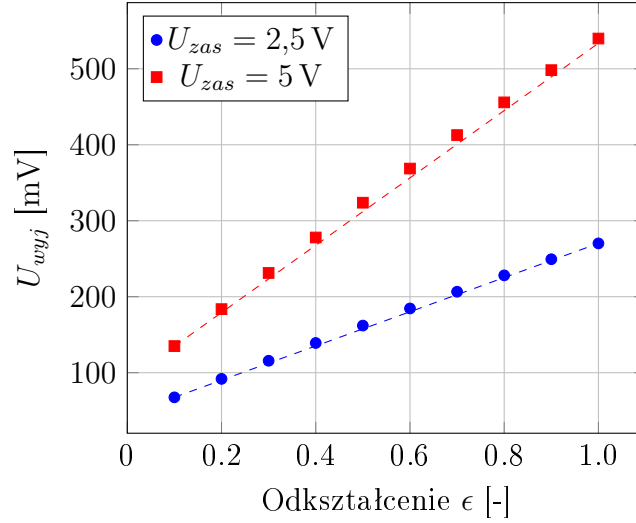


Rysunek 3: Charakterystyki $U_{wyj} = f(\epsilon)$ dla półmostka ($\epsilon = 0,001 \div 0,01$). Linia górna (czerwona): $U_{zas} = 5 V$, linia dolna (niebieska): $U_{zas} = 2,5 V$.

Wykres przedstawia dwie linie o bardzo wysokiej liniowości. Czułość dla 5 V jest dwukrotnie większa niż dla 2,5 V.

2.2.2 Charakterystyki $U_{wyj} = f(\epsilon)$ dla $\epsilon = 0,01 - 0,1$

Charakterystyki $U_{wyj} = f(\epsilon)$ dla półmostka



Rysunek 4: Charakterystyki $U_{wyj} = f(\epsilon)$ dla półmostka ($\epsilon = 0,01 \div 0,1$). Linia górna (czerwona): $U_{zas} = 5$ V, linia dolna (niebieska): $U_{zas} = 2,5$ V.

Zależność pozostaje wysoce liniowa nawet w dużym zakresie ϵ .

2.2.3 Wnioski

- **Czy napięcie zasilania U_{zas} wpływa na czułość?**

Tak. Podobnie jak w ćwierćmostku, czułość jest wprost proporcjonalna do U_{zas} .

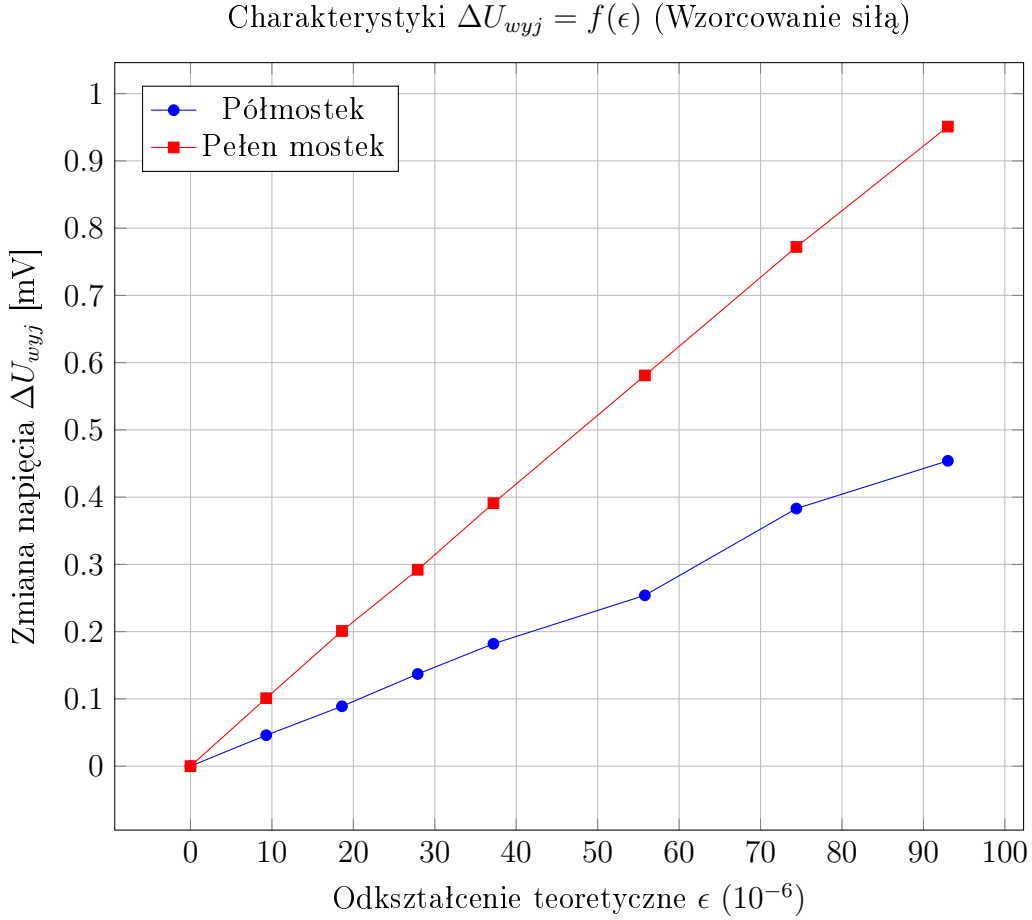
- Dla $\epsilon = 0,001 - 0,01$: $S_{2,5V} \approx 2466$, $S_{5V} \approx 4952$. Stosunek: $\approx 2,01$.
- Dla $\epsilon = 0,01 - 0,1$: $S_{2,5V} \approx 2252$, $S_{5V} \approx 4432$. Stosunek: $\approx 1,97$.

Podwojenie napięcia zasilania podwaja czułość.

- **Czy błąd nieliniowości zależy od zakresu zmian ϵ ?**

Nie (w sposób znaczący). W układzie półmostka kompensacyjnego (założenie $\epsilon_1 = \epsilon$, $\epsilon_2 = -\epsilon$), wzór teoretyczny $U_{wyj} = \frac{1}{2} \left(\frac{k\epsilon_1 - k\epsilon_2}{2 + k\epsilon_1 + k\epsilon_2} \right) U_{pot}$ upraszcza się. Człony nieliniowe $k\epsilon_1$ i $k\epsilon_2$ w mianowniku mają przeciwne znaki i w idealnym przypadku się znoszą, linearyzując charakterystykę. Obliczone błędy nieliniowości są bardzo małe (wszystkie $\delta_{nl} < 0,15\%$) i nie wykazują systematycznego wzrostu wraz z zakresem ϵ .

2.3 Wzorcowanie metodą obciążenia belki znaną siłą



Rysunek 5: Porównanie charakterystyk $\Delta U_{wyj} = f(\epsilon)$ dla półmostka i pełnego mostka przy $U_{zas} = 5\text{ V}$.

Na wspólnym wykresie przedstawiono charakterystyki $\Delta U_{wyj} = f(\epsilon)$ dla układu półmostka i pełnego mostka. Porównano zmianę napięcia wyjściowego ΔU_{wyj} (wartość pomiarowa minus offset przy $P = 0$) w funkcji obliczonego teoretycznego odkształcenia ϵ . Z wykresu wyraźnie widać, że większą czułością charakteryzuje się układ pełnego mostka. Nachylenie jego charakterystyki jest widocznie większe niż dla układu półmostka.

- **Półmostek** (różnicowy, $\epsilon_1 = \epsilon, \epsilon_2 = -\epsilon$):

$$U_{wyj} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{k\epsilon_1 - k\epsilon_2}{2} \right) U_{pol} = \frac{1}{2} \left(\frac{k\epsilon - (-k\epsilon)}{2} \right) U_{pol} = \frac{1}{2} k\epsilon U_{pol}$$

$$\text{Czułość } S_{pol} = dU_{wyj}/d\epsilon \approx \frac{1}{2} k U_{pol}.$$

- **Pełen mostek** (różnicowy, $\epsilon_1 = \epsilon, \epsilon_4 = \epsilon, \epsilon_2 = -\epsilon, \epsilon_3 = -\epsilon$):

$$U_{wyj} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{k\epsilon_1 - k\epsilon_2 - k\epsilon_3 + k\epsilon_4}{2} \right) U_{pol} = \frac{1}{2} \left(\frac{k\epsilon - (-k\epsilon) - (-k\epsilon) + k\epsilon}{2} \right) U_{pol} = k\epsilon U_{pol}$$

$$\text{Czułość } S_{pelen} = dU_{wyj}/d\epsilon \approx k U_{pol}.$$

Teoretycznie, układ pełnego mostka jest dwukrotnie czulszy niż układ półmostka (oraz czterokrotnie czulszy niż ćwierćmostek), co znajduje potwierdzenie na wykresie, gdzie nachylenie czerwonej linii (S_{pelen}) jest w przybliżeniu dwa razy większe niż niebieskiej (S_{pol}).

2.4 Wnioski końcowe

Na podstawie przeprowadzonych badań i analizy wyników można sformułować następujące wnioski:

1. **Wpływ napięcia zasilania:** Pomiary laboratoryjne potwierdziły, że czułość mostka tensometrycznego (zarówno w konfiguracji ćwierćmostka, jak i półmostka) jest **wprost proporcjonalna** do napięcia zasilania U_{zas} . Podwojenie napięcia zasilania (z 2,5 V do 5 V) skutkowało w każdym przypadku około dwukrotnym wzrostem czułości (nachylenia charakterystyki $U_{wyj} = f(\epsilon)$).
2. **Liniowość układów:** Wykazano kluczową zaletę układów różnicowych (półmostek) nad ćwierćmostkiem.
 - Układ **ćwierćmostka** jest z natury nieliniowy, co wynika z obecności członu ΔR w mianowniku wzoru $U_{wyj} = \frac{\Delta R/R}{4+2(\Delta R/R)}U_{zas}$. Błąd nieliniowości dla tego układu rósł wraz z zakresem mierzonych odkształceń, osiągając $\approx 2,5\%$.
 - W układzie **półmostka** (kompensacyjnego, $\epsilon_2 = -\epsilon_1$), człony nieliniowe w mianowniku wzoru $U_{wyj} = \frac{1}{2}(\frac{k\epsilon_1 - k\epsilon_2}{2+k\epsilon_1+k\epsilon_2})U_{pol}$ znoszą się ($k\epsilon_1 + k\epsilon_2 \approx 0$). Powoduje to **skuteczną linearyzację** charakterystyki. Obliczone błędy nieliniowości dla półmostka były pomijalnie małe (rzędu $\approx 0,02\% - 0,13\%$).
3. **Czułość układów:** Układy różnicowe (półmostek i pełen mostek) oferują znacznie wyższą czułość niż ćwierćmostek. Jak wykazano w sekcji 2.3, czułość pełnego mostka jest teoretycznie 2x większa niż półmostka i 4x większa niż ćwierćmostka.
4. **Wartość stałej k :** Na podstawie danych kalibracyjnych (np. dla $\epsilon = 0,01$, $R = 357 \Omega$) wyznaczono stałą k (czułość tensometru) jako $k = (\Delta R/R)/\epsilon = 0,02/0,01 = 2$. Pomiary wzorcowania siłą również dały zbliżone wyniki (średnio $k \approx 1,97$ dla półmostka i $k \approx 2,06$ dla pełnego mostka).