

Sprawozdanie z ćwiczeń laboratoryjnych

z przedmiotu: *Sterowanie Analogowe*

Numer ćwiczenia:	2
Tytuł ćwiczenia:	Badanie jakości i dokładności sterowania
Imię, nazwisko i numer albumu:	Mateusz Kuczerowski 197900 Kewin Kisiel 197866
Data pomiarów:	16.10.2025
Data oddania:	22.10.2025
Ocena:	

Prowadzący: dr inż. Piotr Fiertek

Grupa laboratoryjna: 1A

1 Cel ćwiczenia

W ramach zajęć analizowano odpowiedzi skokowe oraz charakterystyki częstotliwościowe (Bodego) dla różnych wartości wzmocnienia. Pozwoliło to na ocenę, jak zmiana k_c wpływa na parametry odpowiedzi, takie jak przeregulowanie, czas ustalania, pasmo przenoszenia oraz dokładność sterowania (uchyb ustalony).

2 Przebieg ćwiczenia

Podczas ćwiczenia przeprowadzono badanie trzech różnych układów zamkniętych (Układ A, B, D), wskazanych przez prowadzącego. Układy te były sterowane za pomocą sterownika proporcjonalnego (P). Dla każdego z badanych układów zarejestrowano łącznie 9 odpowiedzi skokowych – po trzy dla każdej z trzech różnych wartości wzmocnienia sterownika k_c . W trakcie zajęć wykorzystano stanowisko pomiarowe składające się z zestawu analogowych modeli procesów przemysłowych (ZAMPP), generatora funkcji oraz oscyloskopu dwukanałowego. Zarejestrowane na oscyloskopie przebiegi (dane pomiarowe) zostały następnie wykorzystane do porównania z wynikami symulacji teoretycznych. Opracowanie wyników wymagało również przygotowania wykresów Nyquista oraz linii pierwiastkowych dla badanych układów.

3 Pomiar i analiza wyników

Poniżej przedstawiono zdjęcia z przeprowadzonych pomiarów w trakcie laboratorium.

POMIARY:

UKŁAD : a

I Pomiar odp. składowy na k :

L.p.	n	$\varphi [^\circ]$
1	0,4	0
2	1,3	0
3	2,4	0
4	4,4	0

16.10.2025
Jm

II Char. częstot. z wyj. 1→2

dla k_1 m: 2,4

Lp.	$\varphi [Hz]$	$U_{im} [V_{pp}]$	$U_{out} [V_{pp}]$	$\varphi [^\circ]$
1	10	2	2,06	1,8
2	100	2	2,06	1,8
3	200	2	2,12	30,24
4	500	2	3,58	87,9
5	795	2	1,42	-157,4
6	1000	2	0,58	-133,2

dla k_2 m: 1,3

Lp.	$\varphi [Hz]$	$U_{im} [V_{pp}]$	$U_{out} [V_{pp}]$	$\varphi [^\circ]$
1	10	2	2,06	2,16
2	100	2	2,04	22,32
3	200	2	1,96	39,6
4	500	2	2,18	112,5
5	680	2	1,40	-174,5
6	1k	2	0,38	-139,5

(a) Zdjęcie pomiarów 1.

dla k_1 m: 0,1

Lp.	$\varphi [Hz]$	$U_{im} [V_{pp}]$	$U_{out} [V_{pp}]$	$\varphi [^\circ]$
1	10	2	2,06	3,9
2	100	2	1,86	32,8
3	200	2	1,58	59,4
4	250	2	1,46	72,9
5	500	2	1,1	132,3
6	800	2	0,46	-162,4

UKŁAD : b $U_{in} = 2V_{pp}$ $f = 10k$

I Pomiar odp. składowy na k :

L.p.	n	$\varphi [^\circ]$	$c(t)$ gsk zolokante
1	0,5	0	
2	1,5	0	
3	2,8	0	
4	3,6		

II Char. częstot. z wyj. 1→2

dla k_1 m: 0,5

Lp.	$\varphi [Hz]$	$U_{im} [V_{pp}]$	$U_{out} [V_{pp}]$	$\varphi [^\circ]$
1	10	2	2,06	3,96
2	100	2	2,06	33,8
3	200	2	1,96	62,52
4	400	2	1,62	111,6
5	520	2	1,4	137,3
6	1k	2	0,94	177,8

(b) Zdjęcie pomiarów 2.

dla k_2 m: 1,5

Lp.	$\varphi [Hz]$	$U_{im} [V_{pp}]$	$U_{out} [V_{pp}]$	$\varphi [^\circ]$
1	10	2	2,06	2,16
2	100	2	2,14	18
3	200	2	2,32	39,6
4	400	2	3,06	79,92
5	600	2	3,26	129
6	1,75k	2	1,4	-142,1

dla k_2 m: 2,5

Lp.	$\varphi [Hz]$	$U_{im} [V_{pp}]$	$U_{out} [V_{pp}]$	$\varphi [^\circ]$
1	10	2	2,06	2,16
2	100	2	2,14	12,24
3	200	2	2,34	25,2
4	400	2	3,48	42,48
5	800	2	12,2	131
6	3,5k	2	1,4	-107

UKŁAD : d

I Pomiar odp. składowy na k :

L.p.	k_p	$\varphi [^\circ]$	$c(t)$ gsk zolokante
1	1,1		
2	4		
3	8		
4	10		

α_{gromy}

(c) Zdjęcie pomiarów 3.

dla k_1 m: 1,1

Lp.	$\varphi [Hz]$	$U_{im} [V_{pp}]$	$U_{out} [V_{pp}]$	$\varphi [^\circ]$
1	10	2	0,44	-6,82
2	200	2	0,42	6,84
3	400	2	0,4	12,96
4	800	2	0,34	33,12
5	1,5k	2	0,26	48,9
6	2k	2	0,162	68,12

dla k_2 m: 1

Lp.	$\varphi [Hz]$	$U_{im} [V_{pp}]$	$U_{out} [V_{pp}]$	$\varphi [^\circ]$
1	10	2	0,78	-3,6
2	200	2	0,44	10,08
3	400	2	0,72	16,63
4	800	2	0,68	30,47
5	1,5k	2	0,5	52,81
6	2k	2	0,42	62,04

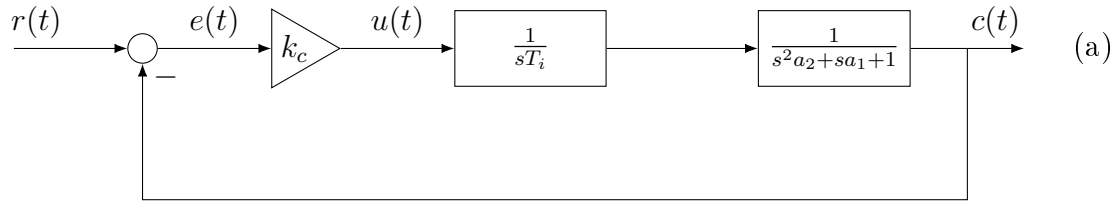
dla k_3 m: 8

Lp.	$\varphi [Hz]$	$U_{im} [V_{pp}]$	$U_{out} [V_{pp}]$	$\varphi [^\circ]$
1	10	2	1,08	-2,16
2	200	2	1,04	6,48
3	400	2	1,04	10,8
4	800	2	0,96	25,48
5	1,5k	2	0,8	43,94
6	2k	2	0,68	56,44

(d) Zdjęcie pomiarów 4.

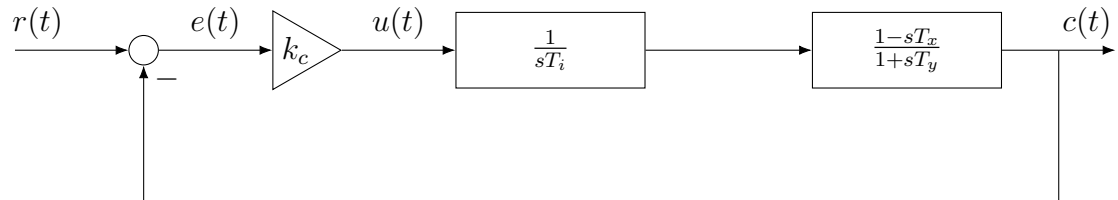
4 Układy pomiarowe

Układ A):



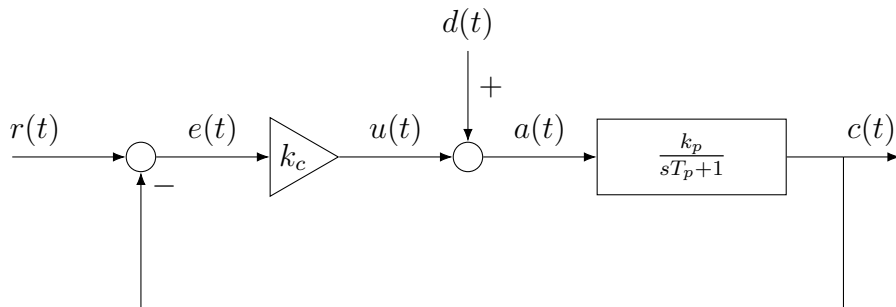
Rysunek 2: Schemat układu pomiarowego (a).

Układ B):



Rysunek 3: Schemat układu pomiarowego (b).

Układ D):



Rysunek 4: Schemat blokowy układu regulacji z zakłóceniem.

4.1 Układ A

Pierwszy badany układ składa się ze sterownika proporcjonalnego (P) oraz obiektu sterowanego w pętli ujemnego sprzężenia zwrotnego. Obiekt sterowany jest szeregowym połączeniem członu całkującego i członu inercyjnego drugiego rzędu.

Na podstawie identyfikacji przeprowadzonej w ćwiczeniu 1, przyjęto następujące parametry modeli:

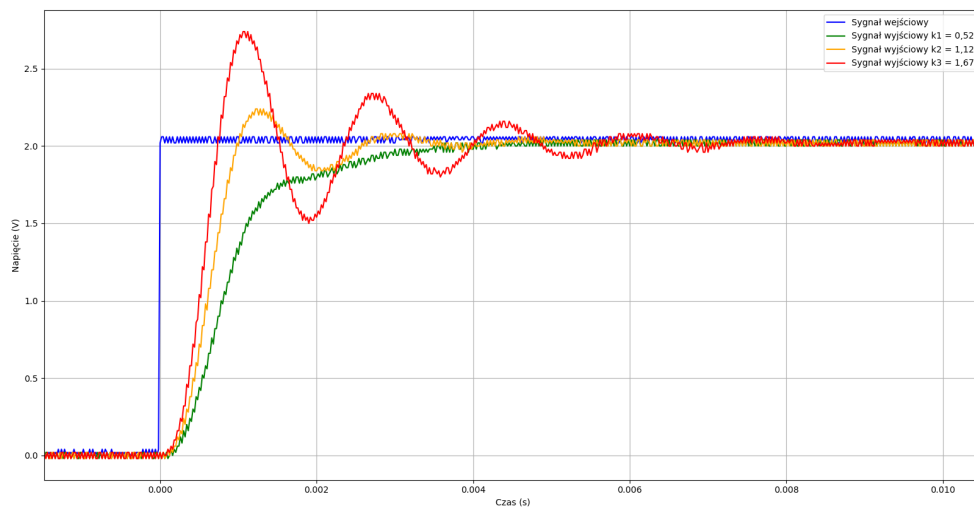
- Człon całkujący: $G(s) = \frac{1}{sT_i}$, gdzie $T_i = 1,33$ ms.
- Człon 2 rzędu: $G(s) = \frac{1}{1+sa_1+s^2a_2} = \frac{1}{1+s2\zeta\tau+s^2\tau^2} = \frac{w_n^2}{w_n^2+s2\zeta w_n+s^2}$, gdzie wyznaczone parametry to $\zeta = 0,336$ i $\omega_n = 2560$ rad/s.

Badania przeprowadzono dla trzech różnych wartości wzmocnienia k_c , obliczonych ze wzoru $k_c = 0,47 + n/2$:

- Dla $n_1 = 0,1$: $k_{c1} = 0,47 + 0,1/2 = 0,47 + 0,05 = \mathbf{0,52}$
- Dla $n_2 = 1,3$: $k_{c2} = 0,47 + 1,3/2 = 0,47 + 0,65 = \mathbf{1,12}$
- Dla $n_3 = 2,4$: $k_{c3} = 0,47 + 2,4/2 = 0,47 + 1,20 = \mathbf{1,67}$

4.1.1 Odpowiedzi skokowe

Na poniższym wykresie przedstawiono zarejestrowane odpowiedzi skokowe układu (A) dla trzech wyznaczonych wzmocnień k_c .

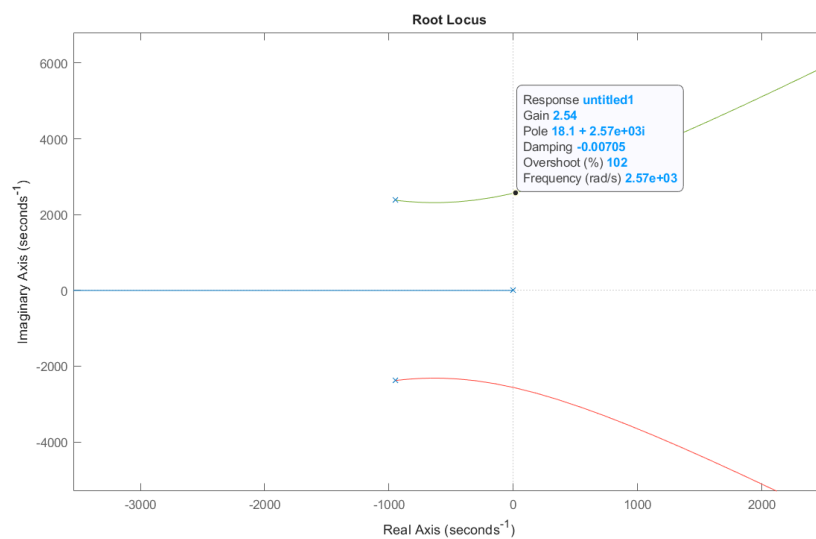


Rysunek 5: Odpowiedź skokowa układu (A) przy różnych wartościach wzmocnienia k_c wykreślona z pliku CSV.

Analiza odpowiedzi skokowych Układu A pokazuje, że zwiększanie wzmocnienia k_c skraca czas narastania, ale jednocześnie znacząco zwiększa przeregulowanie i oscylacyjność odpowiedzi. Niezależnie od wzmocnienia, uchyb ustalony wynosi zero, co jest zasługą członu całkującego w obiekcie sterowania.

4.1.2 Linie pierwiastkowe

Wykres linii pierwiastkowych dla układu otwartego $G_o(s) = k_c \cdot \frac{1}{sT_i} \cdot \frac{w_n^2}{w_n^2 + s2\zeta w_n + s^2}$ przedstawiono poniżej. Zaznaczono na nim położenie biegunów układu zamkniętego dla badanych wzmocnień k_{c1} , k_{c2} i k_{c3} .

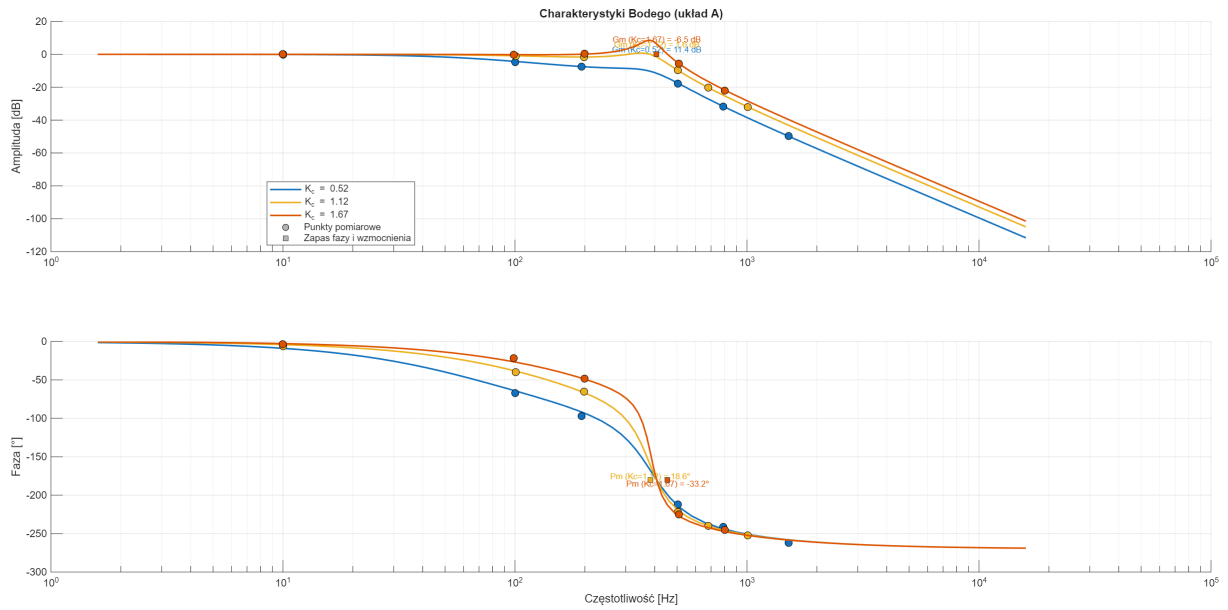


Rysunek 6: Linie pierwiastkowe układu otwartego (A).

Wykres linii pierwiastkowych pokazuje, że wraz ze wzrostem k_c bieguny układu zamkniętego zbliżają się do osi urojonej. Powoduje to spadek tłumienia, co bezpośrednio przekłada się na większe oscylacje widoczne na odpowiedziach skokowych. Linie pierwiastkowe wskazują również, że zbyt duże wzmocnienie k_c doprowadzi do niestabilności systemu, ponieważ gałęzie zmierzają w kierunku prawej półpłaszczyzny.

4.1.3 Charakterystyki Bodego

Poniższy wykres przedstawia charakterystyki Bodego układu zamkniętego dla badanych wartości k_c .

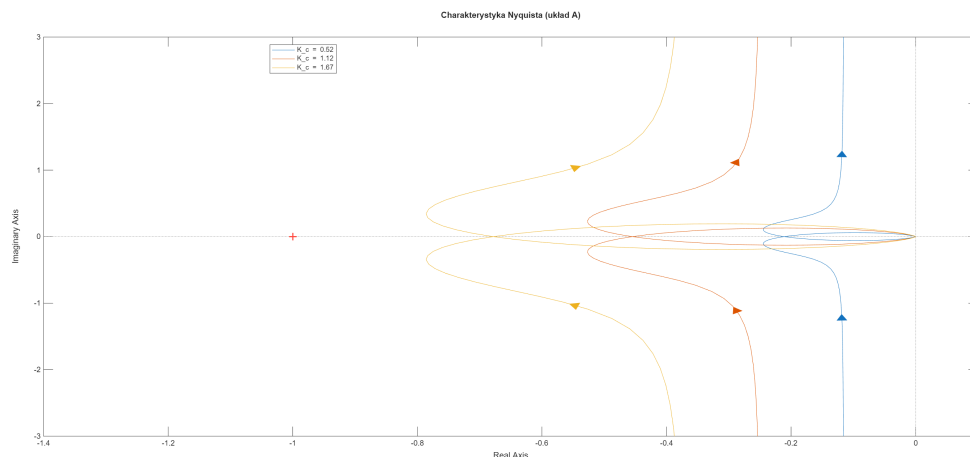


Rysunek 7: Charakterystyki Bodego układu zamkniętego (A).

Charakterystyki Bodego układu zamkniętego (Rysunek 7) pokazują, jak wzmacnienie k_c wpływa na odpowiedź częstotliwościową. Wzrost k_c powoduje pojawienie się i wzrost piku rezonansowego, oraz lekkie poszerzenie pasma przenoszenia. Wyższy pik rezonansowy jest bezpośrednio skorelowany z mniejszym tłumieniem i większym przeregulowaniem, co jest w pełni zgodne z analizą odpowiedzi skokowych (Rysunek 5).

4.1.4 Charakterystyki Nyquista

Na wykresie Nyquista układu otwartego można zbadać stabilność układu zamkniętego.



Rysunek 8: Charakterystyka Nyquista układu otwartego (A).

Wykres Nyquist układu otwartego (Rysunek 8) służy do oceny stabilności układu zamkniętego. Wzrost k_c powoduje proporcjonalne skalowanie wykresu. Dla małego wzmacnienia ($k_{c1} = 0.52$), wykres jest daleko od punktu krytycznego $(-1, 0j)$, co oznacza duży

zapas stabilności. W miarę wzrostu k_c do 1.67, wykres niebezpiecznie zbliża się do punktu $(-1, 0j)$, co sygnalizuje mały zapas fazy i wzmocnienia oraz, co za tym idzie, silne oscylacje widoczne na odpowiedzi skokowej.

4.2 Układ B

Drugi badany układ składa się ze sterownika proporcjonalnego (P) oraz obiektu będącego szeregowym połączeniem członu całkującego i członu nieminimalnofazowego.

Na podstawie identyfikacji przeprowadzonej w ćwiczeniu 1, przyjęto następujące parametry modeli:

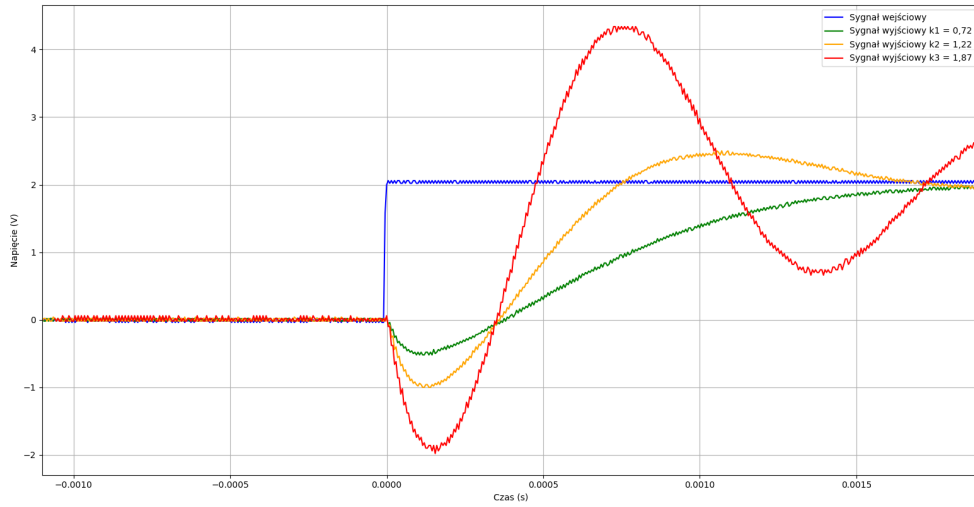
- Człon całkujący: $G(s) = \frac{1}{sT_i}$, gdzie $T_i = 1,33$ ms.
- Człon nieminimalnofazowy: $G(s) = \frac{1-sT_x}{1+sT_y}$, gdzie: $T_x = 0,396$ ms i $T_y = 0,113$ ms.

Badania przeprowadzono dla trzech wartości wzmocnienia k_c , obliczonych ze wzoru $k_c = 0,47 + n/2$:

- Dla $n_1 = 0,5$: $k_{c1} = 0,47 + 0,5/2 = 0,47 + 0,25 = \mathbf{0,72}$
- Dla $n_2 = 1,5$: $k_{c2} = 0,47 + 1,5/2 = 0,47 + 0,75 = \mathbf{1,22}$
- Dla $n_3 = 2,8$: $k_{c3} = 0,47 + 2,8/2 = 0,47 + 1,40 = \mathbf{1,87}$

4.2.1 Odpowiedzi skokowe

Na poniższym wykresie przedstawiono zarejestrowane odpowiedzi skokowe układu (B) dla trzech wyznaczonych wzmocnień k_c .

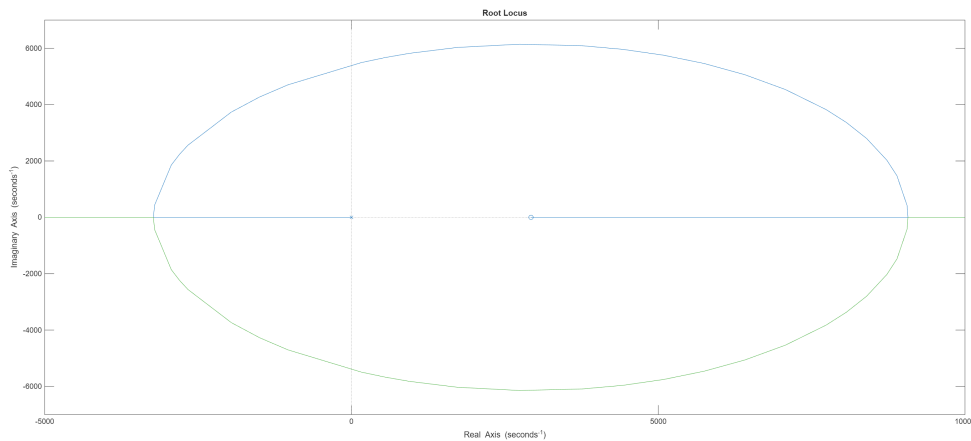


Rysunek 9: Odpowiedź skokowa układu (B) przy różnych wartościach wzmocnienia k_c .

Odpowiedzi skokowe Układu B (Rys. 9) wykazują cechy charakterystyczne dla układu nieminimalnofazowego, co jest zgodne z jego modelem. Kluczowym elementem jest sygnał wyjściowy, który początkowo podąża w kierunku przeciwnym do wartości zadanej. Wzrost wzmocnienia k_c skraca czas narastania, ale jednocześnie drastycznie pogłębia początkowe zanurkowanie oraz zwiększa przeregulowanie i oscylacyjność. Dla $k_{c3} = 1.87$ układ jest już na granicy stabilności. Podobnie jak w Układzie A, obecność członu całującego zapewnia zerowy uchyb ustalony.

4.2.2 Linie pierwiastkowe

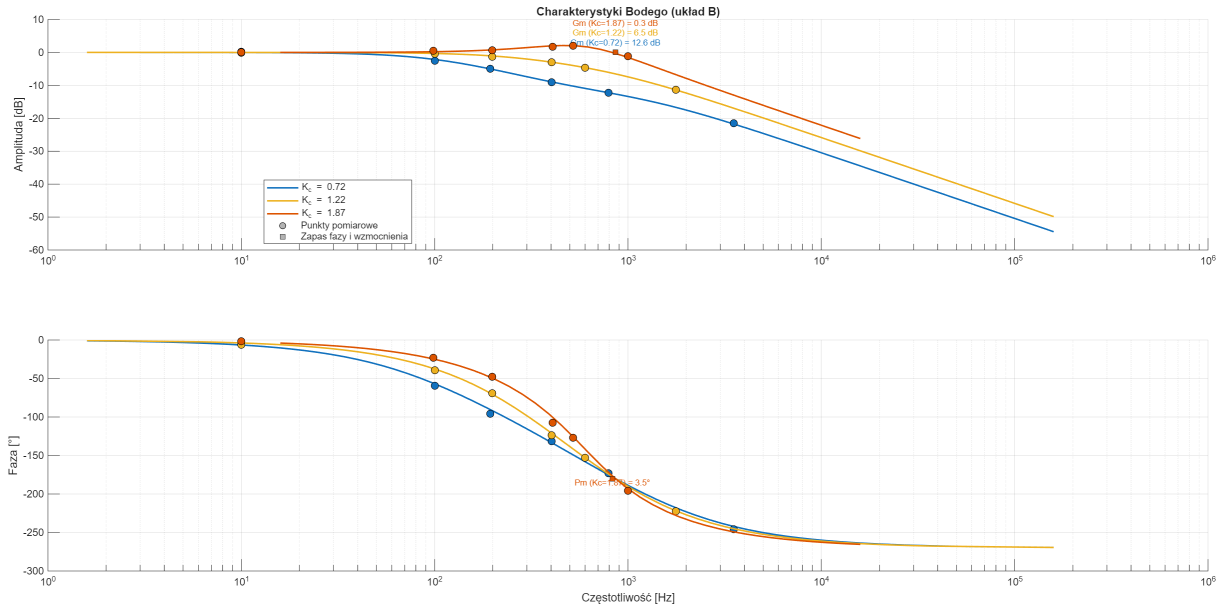
Wykres linii pierwiastkowych dla układu otwartego $G_o(s) = k_c \cdot \frac{1}{sT_i} \cdot \frac{1-sT_x}{1+sT_y}$ przedstawiono poniżej. Zaznaczono na nim położenie biegunów układu zamkniętego dla badanych wzmocnień k_{c1} , k_{c2} i k_{c3} .



Rysunek 10: Linie pierwiastkowe układu otwartego (B).

Wykres linii pierwiastkowych dla Układu B (Rys. 10) jest zdominowany przez obecność zera w prawej półpłaszczyźnie (wynikającego z członu nieminimalnofazowego). To zero przyciąga do siebie jedną z gałęzi linii pierwiastkowych, powodując, że bieguny układu zamkniętego bardzo szybko przekraczają oś urojoną i przechodzą do strefy niestabilnej. Wyjaśnia to, dlaczego już stosunkowo niewielki wzrost k_c prowadzi do tak silnych oscylacji i szybkiej utraty stabilności, co zaobserwowano na odpowiedzi skokowej (Rys. 9).

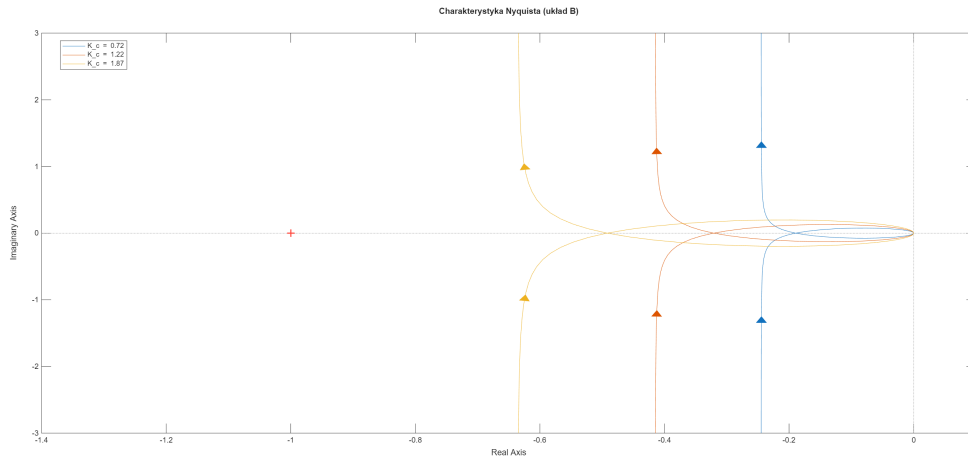
4.2.3 Charakterystyki Bodego



Rysunek 11: Charakterystyki Bodego układu zamkniętego (B).

Charakterystyki Bodego układu zamkniętego (Rys. 11) potwierdzają analizę. Wzrost k_c podnosi pik rezonansowy. Jednak kluczowa jest charakterystyka fazowa – człon nieminimalnofazowy wprowadza dodatkowe, nieliniowe opóźnienie fazowe. Faza spada znacznie poniżej -180° , co drastycznie redukuje zapas fazy i jest główną przyczyną niestabilności układu.

4.2.4 Charakterystyki Nyquista



Rysunek 12: Charakterystyka Nyquista układu otwartego (B).

Wykresy Nyquista układu otwartego (Rys. 12) ilustrują problem stabilności układu. Z powodu dodatkowego opóźnienia fazowego, wykres zawija się i dla rosnącego k_c bardzo szybko zbliża się do punktu krytycznego $(-1, 0j)$. Potwierdza to wnioski z linii pierwiastkowych: układ ma bardzo mały margines wzmocnienia i staje się niestabilny już przy niewielkich wartościach k_c .

4.3 Układ D

Ostatni badany układ to układ regulacji z zakłóceniem, składający się ze sterownika proporcjonalnego (P) i obiektu inercyjnego pierwszego rzędu.

Na podstawie identyfikacji przeprowadzonej w ćwiczeniu 1, przyjęto następujące parametry modeli:

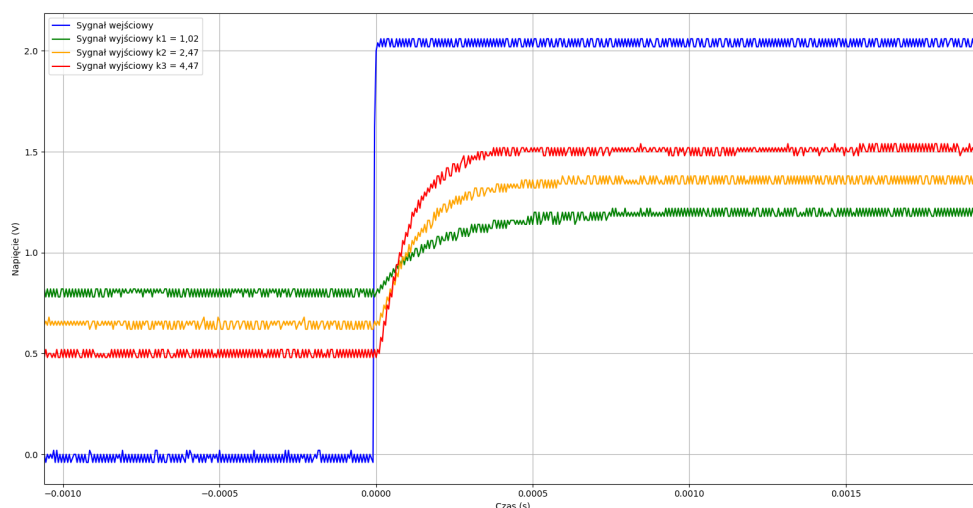
- Człon inercyjny 1 rzędu: $G(s) = \frac{k_p}{1+sT_p}$, gdzie $k_p = 0,871$ i $T_p = 0,78$ ms.

Badania przeprowadzono dla trzech wartości wzmocnienia k_c , obliczonych ze wzoru $k_c = 0,47 + n/2$:

- Dla $n_1 = 1,1$: $k_{c1} = 0,47 + 1,1/2 = 0,47 + 0,55 = \mathbf{1,02}$
- Dla $n_2 = 4,0$: $k_{c2} = 0,47 + 4,0/2 = 0,47 + 2,00 = \mathbf{2,47}$
- Dla $n_3 = 8,0$: $k_{c3} = 0,47 + 8,0/2 = 0,47 + 4,00 = \mathbf{4,47}$

4.3.1 Odpowiedzi skokowe

Na poniższym wykresie przedstawiono zarejestrowane odpowiedzi skokowe układu (D) dla trzech wyznaczonych wzmocnień k_c .

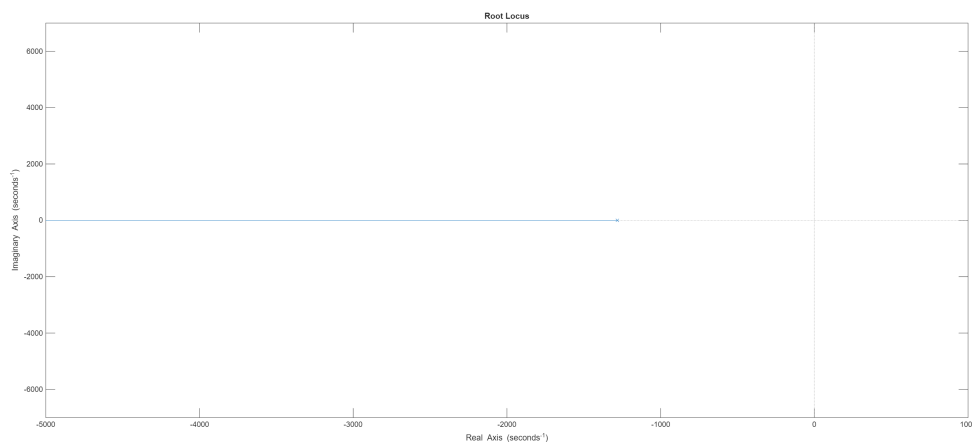


Rysunek 13: Odpowiedź skokowa układu (D) przy różnych wartościach wzmocnienia k_c .

Odpowiedzi skokowe dla Układu D (Rys. 13) są typowe dla układu inercyjnego pierwszego rzędu w pętli sprzężenia zwrotnego. Układ jest stabilny i nie wykazuje żadnych oscylacji ani przeregulowań, niezależnie od wartości k_c . Zwiększanie wzmocnienia k_c przynosi dwa efekty: po pierwsze, skraca czas odpowiedzi (system staje się szybszy), a po drugie, zmniejsza uchyb ustalony. Ze względu na brak członu całkującego w pętli, uchyb ten nigdy nie jest zredukowany do zera, ale staje się mniejszy dla wyższych k_c .

4.3.2 Wpływ zakłóceń na wartość sygnału wyjściowego

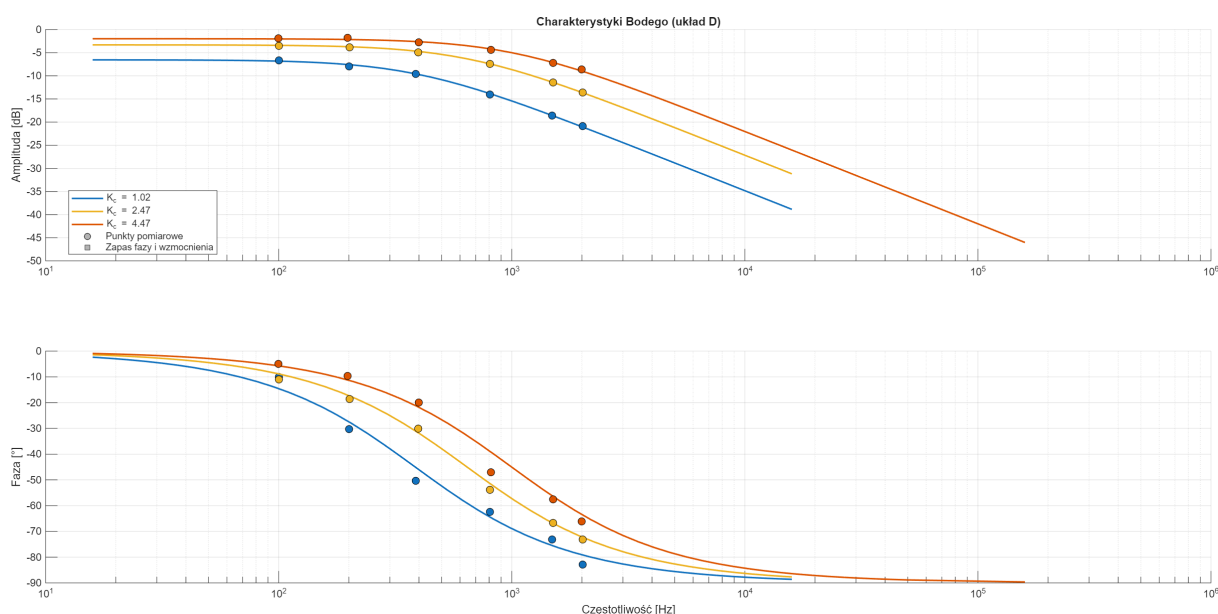
4.3.3 Linie pierwiastkowe



Rysunek 14: Linie pierwiastkowe układu otwartego (D).

Linie pierwiastkowe dla Układu D (Rys. 14) są najprostsze z analizowanych. Układ otwarty ma tylko jeden biegun na ujemnej osi rzeczywistej (w punkcie $-1/T_p$). W rezultacie, linia pierwiastkowa to pojedyncza gałąź biegnąca od tego bieguna w lewo, w kierunku $-\infty$. Ponieważ biegun układu zamkniętego zawsze pozostaje na ujemnej osi rzeczywistej i nigdy nie zbliża się do osi urojonej, system jest bezwarunkowo stabilny i nieoscylacyjny dla każdej dodatniej wartości k_c .

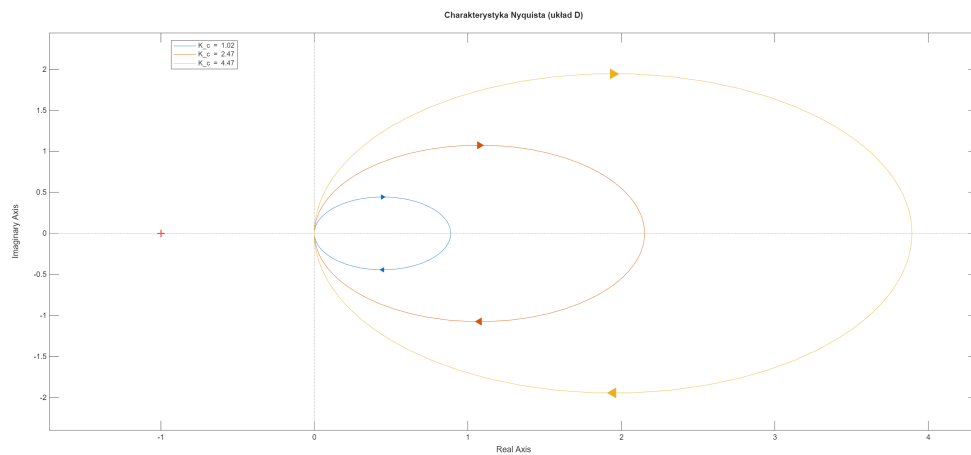
4.3.4 Charakterystyki Bodego



Rysunek 15: Charakterystyki Bodego układu zamkniętego (D).

Charakterystyki Bodego układu zamkniętego (Rys. 15) pokazują, że układ działa jak filtr dolnoprzepustowy. Zwiększanie k_c przesunęła całą charakterystykę amplitudową w górę i poszerza pasmo przenoszenia. Szersze pasmo oznacza, że układ szybciej reaguje na zmiany, co jest w pełni zgodne z szybszym czasem narastania widocznym na odpowiedziach skokowych (Rys. 13). Charakterystyka fazowa pokazuje maksymalne przesunięcie -90° , co potwierdza brak oscylacji.

4.3.5 Charakterystyki Nyquista

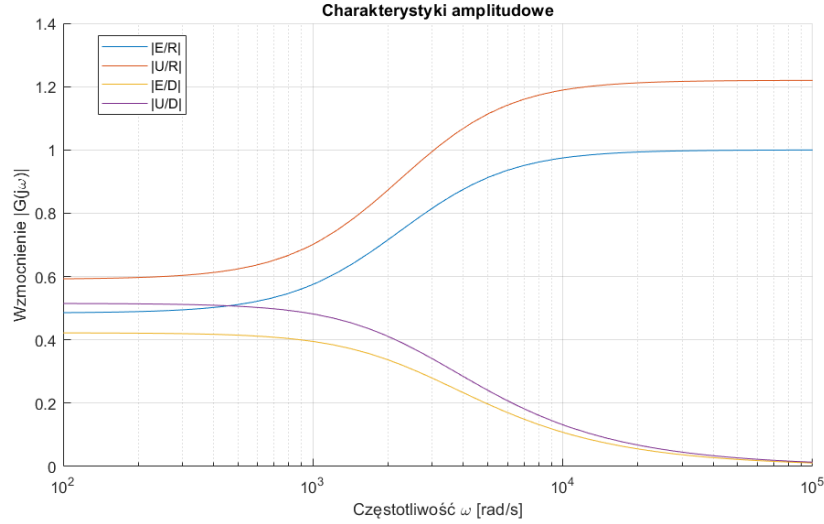


Rysunek 16: Charakterystyka Nyquista układu otwartego (D).

Wykres Nyquista dla układu otwartego (Rys. 16) to prosty półokrąg leżący w całości w prawej półpłaszczyźnie (przesunięty o wartość wzmocnienia $k_c \cdot k_p$). Wzrost k_c jedynie powiększa ten półokrąg. Wykres ten nigdy, nawet dla nieskończonego wzmocnienia, nie zbliży się do punktu krytycznego $(-1, 0j)$. Oznacza to, że układ posiada nieskończony zapas wzmocnienia i fazy, co czyni go bezwarunkowo stabilnym, co potwierdzają wszystkie pozostałe analizy.

4.3.6 Charakterystyki amplitudowe

Do przeprowadzenia symulacji dobraliśmy wzmocnienie układu o wartości $k_c = 1.22$.



Rysunek 17: Charakterystyka Nyquista układu otwartego (D).

Analiza przedstawionych charakterystyk amplitudowych pozwala stwierdzić, że zaprojektowany układ z regulatorem proporcjonalnym (P) wykazuje uchyb ustalony – wzmocnienie $|G_{re}(j\omega)|$ (linia niebieska) dla niskich częstotliwości stabilizuje się na poziomie ok. 0.5, a nie dąży do zera. Oznacza to, że układ nie jest w stanie idealnie śledzić wolnozmiennych sygnałów zadanych $r(t)$. Zdolność ta dodatkowo pogarsza się wraz ze wzrostem częstotliwości, a dla $\omega > 10^4$ rad/s system praktycznie przestaje nadążać za wartością zadaną ($|G_{re}(j\omega)| \approx 1$). Podobnie, system wykazuje ograniczoną zdolność do tłumienia zakłóceń $d(t)$ w paśmie niskich częstotliwości, co obrazuje charakterystyka $|G_{de}(j\omega)|$ (linia żółta, która odpowiada również $|G_{dc}(j\omega)|$), mająca wzmocnienie ok. 0.43. Wskazuje to na niezerowy wpływ stałych lub wolnozmiennych zakłóceń na sygnał wyjściowy $c(t)$. Zaletą układu jest natomiast skuteczne filtrowanie zakłóceń o wysokich częstotliwościach, gdzie wzmocnienie $|G_{de}(j\omega)|$ wyraźnie spada do zera. Charakterystyki sygnału sterującego $u(t)$ ($|G_{ru}(j\omega)|$ i $|G_{ud}(j\omega)|$) pokazują, że regulator najaktywniej działa w paśmie niskich i średnich częstotliwości, aby przeciwdziałać błędom i zakłóceniom, jednocześnie (co jest korzystne) ignorując szumy o wysokiej częstotliwości.

5 Wnioski

Tutaj wnioski