

# Sprawozdanie z ćwiczeń

## laboratoryjnych

z przedmiotu: *Sterowanie Analogowe*

<b>Numer ćwiczenia:</b>	1
<b>Tytuł ćwiczenia:</b>	Identyfikacja obiektów dynamicznych
<b>Imię, nazwisko i numer albumu:</b>	Mateusz Kuczerowski 197900 Kewin Kisiel 197866
<b>Data pomiarów:</b>	9.10.2025
<b>Data oddania:</b>	15.10.2025
<b>Ocena:</b>	

**Prowadzący:** dr inż. Piotr Fiertek

**Grupa laboratoryjna:** 1A

# 1 Cel ćwiczenia

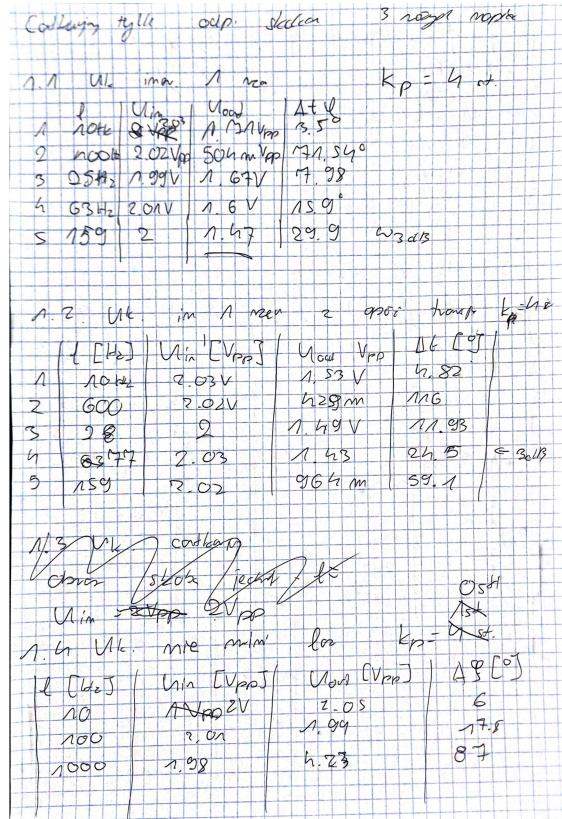
Celem ćwiczenia było zapoznanie się z czasowymi i częstotliwościowymi metodami identyfikacji obiektów dynamicznych oraz praktyczne wyznaczenie modeli matematycznych opisujących ich zachowanie. W ramach zajęć analizowano odpowiedzi różnych typów układów dynamicznych na wymuszenia skokowe i sygnały harmoniczne, co pozwoliło na określenie ich podstawowych parametrów, takich jak wzmacnienie, stała czasowa, opóźnienie transportowe, współczynnik tłumienia czy pulsacja naturalna.

# 2 Przebieg ćwiczenia

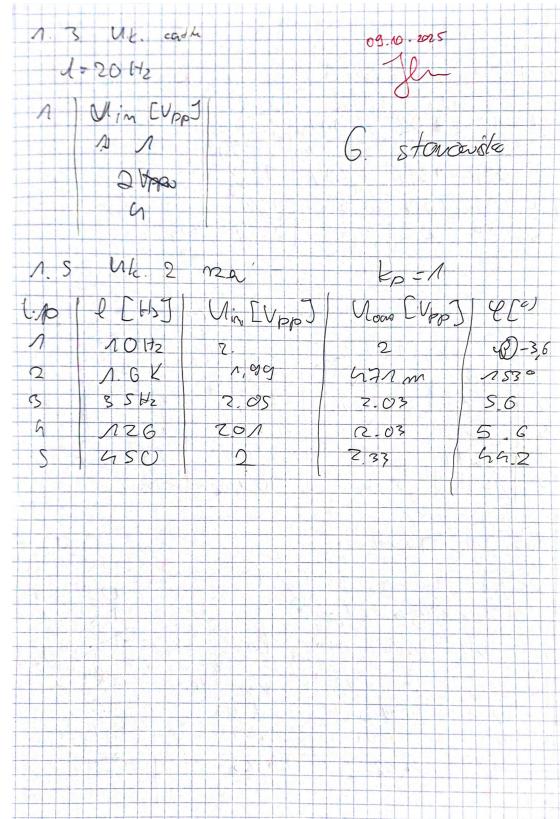
Podczas ćwiczenia przeprowadzono identyfikację kilku obiektów dynamicznych o znanych transmitancjach operatorowych: układu inercyjnego pierwszego rzędu, układu inercyjnego pierwszego rzędu z opóźnieniem transportowym, układu całkującego, układu drugiego rzędu oraz układu nieminimalnofazowego. Dla każdego z nich wykonano pomiary odpowiedzi czasowych oraz charakterystyk częstotliwościowych (amplitudowych i fazowych). W trakcie zajęć wykorzystano stanowisko pomiarowe zbudowane z zestawu analogowych modeli procesów przemysłowych (ZAMPP), generatora funkcji, częstotliomierza oraz oscyloskopu dwukanałowego. Zarejestrowane dane zostały następnie przetworzone i poddane analizie w środowisku MATLAB, gdzie z użyciem odpowiednich skryptów dokonano numerycznej identyfikacji parametrów poszczególnych modeli.

### 3 Pomiary i analiza wyników

Poniżej przedstawiono zdjęcia z przeprowadzonych pomiarów w trakcie laboratorium.



(a) Zdjęcie pomiarów 1.



(b) Zdjęcie pomiarów 2.

Rysunek 1: Zdjęcia wykonane podczas laboratorium.

W ramach ćwiczenia dokonano identyfikacji następujących obiektów dynamicznych.

#### 3.1 Układ inercyjny pierwszego rzędu

Transmitancja obiektu ma postać:

$$G(s) = \frac{k_p}{1 + sT_p} \quad (1)$$

W celu identyfikacji obiektu inercyjnego pierwszego rzędu na jego wejście podano sygnał prostokątny o amplitudzie międzyszczytowej równej 2 V. Odpowiedź skokowa systemu została zarejestrowana przy użyciu oscyloskopu cyfrowego, a dane pomiarowe zapisano w formacie CSV. Na podstawie zarejestrowanego przebiegu wyznaczono parametry układu za pomocą poniższych zależności.

Wzmocnienie statyczne  $k_p$ :

$$h(t)|_{t \rightarrow \infty} = k_p \quad (2)$$

Stała czasowa  $T_p$ :

$$h(t) = k_p(1 - e^{-t/T_p}) \quad (3)$$

Podstawiając czas  $t$  równy stałej czasowej  $T_p$ , otrzymujemy:

$$h(T_p) = k_p(1 - e^{-T_p/T_p}) = k_p(1 - e^{-1}) \quad (4)$$

Wartość  $e^{-1}$  jest stałą i wynosi w przybliżeniu 0,368, zatem:

$$h(T_p) \approx k_p(1 - 0,368) = 0,632 \cdot k_p \quad (5)$$

Oznacza to, że po czasie równym stałej czasowej  $T_p$  odpowiedź obiektu osiąga 63,2% swojej wartości ustalonej.

**Wyznaczone wartości parametrów układu są następujące:**

- $k_p = 0,871$
- $T_p = 0,78 \text{ ms}$

**Parametry obliczone z charakterystyk częstotliwościowych:**

- Wzmocnienie  $k_p$  obliczono ze wzoru:

$$M(f) = \frac{A_{wy}}{A_{we}} \quad (6)$$

Z pomiaru przy najniższej częstotliwości (10 Hz) mamy

$$k_p \approx M(10 \text{ Hz}) = \frac{1,71}{2,03} = 0,842. \quad (7)$$

Wartość modułu przy częstotliwości granicznej spełnia

$$M(\omega_{3dB}) = \frac{k_p}{\sqrt{2}} \approx \frac{0,842}{\sqrt{2}} = 0,595. \quad (8)$$

Z tabeli widzimy, że częstotliwość wynosi:

$$f_{3dB} \approx 210 \text{ Hz.}$$

Stąd stała czasowa:

$$T_p = \frac{1}{\omega_{3dB}} = \frac{1}{2\pi f_{3dB}} \approx \frac{1}{2\pi \cdot 210} = 0,758 \text{ ms.} \quad (9)$$

**Parametry wyznaczone za pomocą skryptów MATLABowych:**

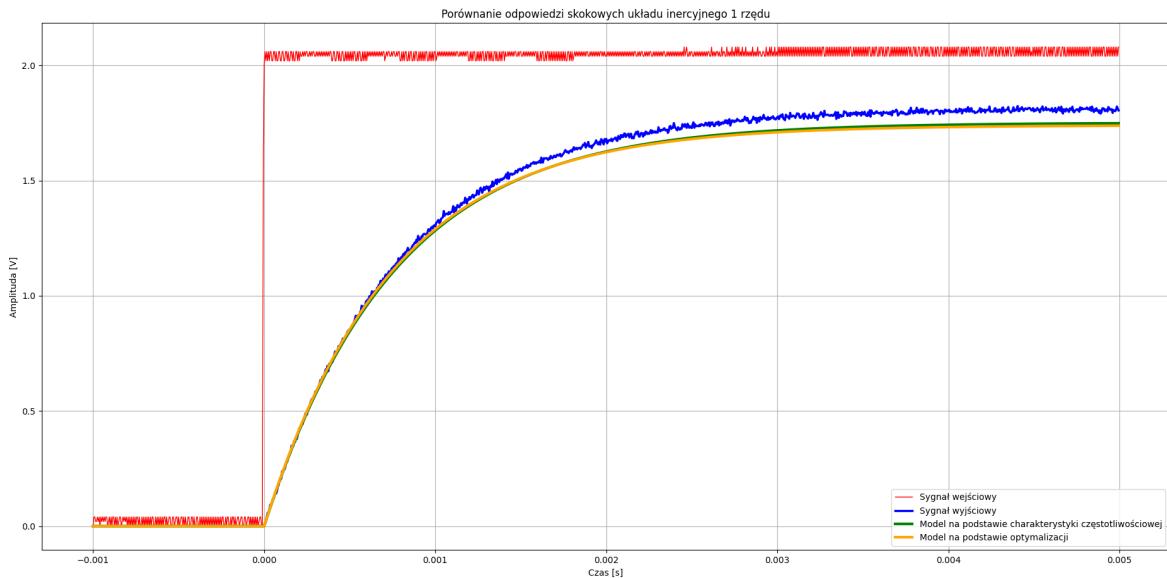
- $k_p = 0,8366$
- $T_p = 0,74 \text{ ms}$

### Porównanie odpowiedzi skokowych modeli otrzymanych różnymi metodami:

Dane wejściowe:

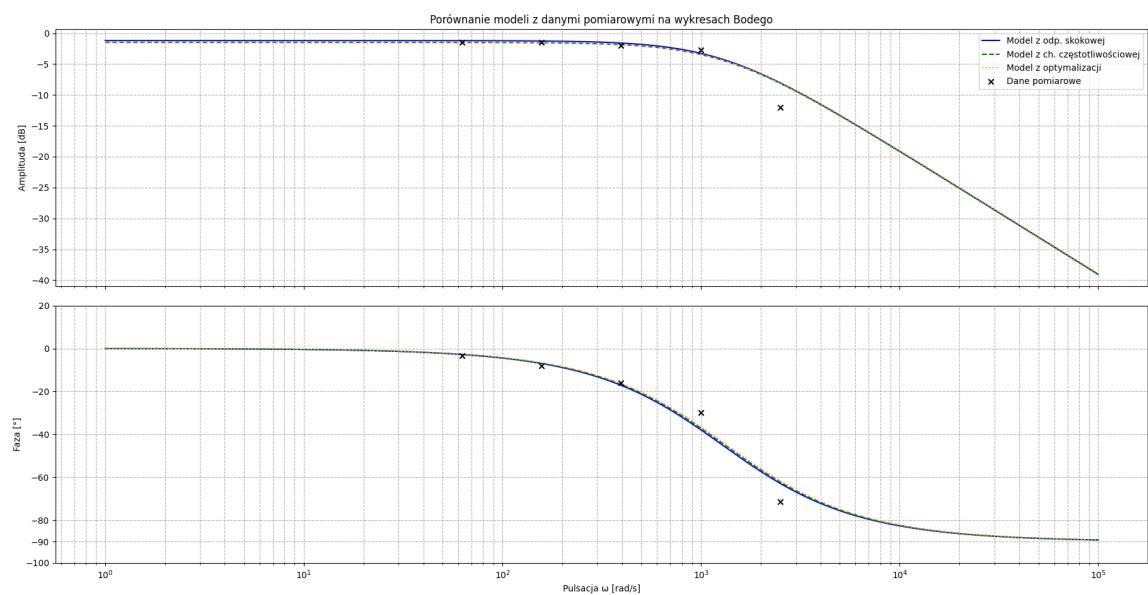
$$V_{in} = 2 \text{ [Vpp]}$$

$$f = 10 \text{ [Hz]}$$



Rysunek 2: Odpowiedzi skokowe układu inercjnego pierwszego rzędu

### Porównanie charakterystyk Bodego otrzymanych różnymi metodami:



Rysunek 3: Charakterystyki Bodego układu inercjnego pierwszego rzędu

Porównanie parametrów uzyskanych za pomocą trzech różnych metod identyfikacji wykazało bardzo dużą zgodność, która jest potwierdzona wizualnie na wykresie odpowiedzi skokowych (Rysunek 2). Świadczy to o wiarygodności wykonanych pomiarów oraz poprawności przyjętego modelu matematycznego. Zarejestrowana odpowiedź skokowa, przedstawiona na Rysunku 2, nie wykazuje przeregulowania, co stanowi typową cechę tego typu systemów. Właściwości obiektu jako filtra dolnoprzepustowego przejawiają się w tłumieniu składowych o wysokich częstotliwościach oraz w przesunięciu fazowym, które dla dużych częstotliwości dąży do  $-90^\circ$ .

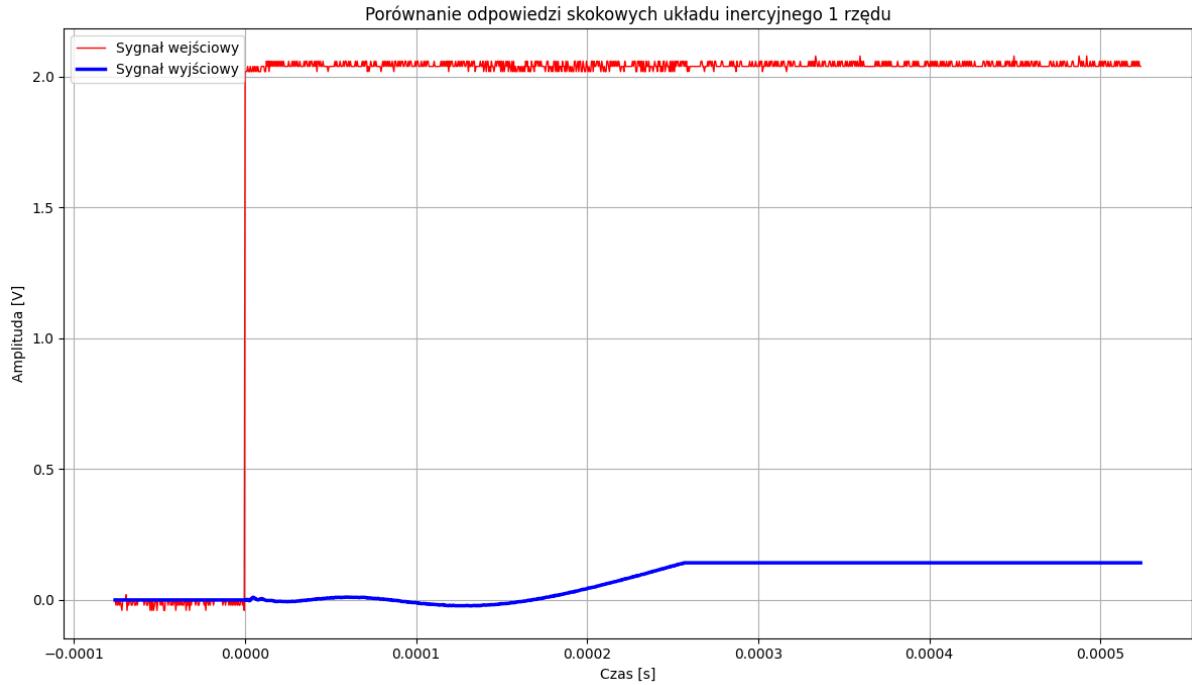
### 3.2 Układ inercyjny pierwszego rzędu z opóźnieniem transportowym

Transmitancja obiektu ma postać:

$$G(s) = \frac{k_p}{1 + sT_p} e^{-sT_0} \quad (10)$$

Parametry  $k_p$  i  $T_p$  przyjęto takie same jak dla układu inercyjnego pierwszego rzędu, ponieważ wprowadzenie opóźnienia transportowego  $T_0$  nie wpływa na wzmacnianie ani stałą czasową, a jedynie powoduje dodatkowe przesunięcie fazowe.

**Obliczenie opóźnienia transportowego  $T_0$  na podstawie odpowiedzi skokowej:**



Rysunek 4: Odpowiedź skokowa układu pierwszego rzędu z opóźnieniem transportowym

**Obliczenie opóźnienia transportowego  $T_0$  na podstawie charakterystyki częstotliwościowej:**

Wartość opóźnienia  $T_0$  obliczono na podstawie zależności:

$$T_0 = -T_p \cdot \left( \phi(\omega_{3dB}) + \frac{\pi}{4} \right) \quad (11)$$

Do obliczeń przyjęto stałą czasową  $T_p = 0,758$  ms oraz przesunięcie fazowe  $\phi = -71,88^\circ$  (odczytane dla częstotliwości  $f = 210$  Hz, bliskiej  $f_{3dB}$ ).

Konwersja fazy na radiany:

$$\phi = -71,88^\circ = -1,2545 \text{ rad}$$

Podstawienie wartości do wzoru:

$$\begin{aligned} T_0 &= -0,000758 \text{ s} \cdot \left( -1,2545 + \frac{\pi}{4} \right) \\ T_0 &= -0,000758 \text{ s} \cdot (-1,2545 + 0,7854) \\ T_0 &= -0,000758 \text{ s} \cdot (-0,4691) \\ T_0 &\approx 0,000356 \text{ s} \end{aligned}$$

Ostatecznie wyznaczone opóźnienie transportowe wynosi:  $T_0 \approx 0,356$  ms

### 3.3 Układ całkujący

Transmitancja obiektu jest postaci:

$$G(s) = \frac{1}{sT_i} \quad (12)$$

**Parametry zmierzone na uczelni:**

- $T_i = 0,5$  s

**Parametry obliczone z charakterystyk częstotliwościowych:**

- Stałą  $T_i$  wyznacza się z pulsacji  $\omega_0$ , dla której charakterystyka amplitudowa przecina oś 0 dB.

$$|G(j\omega_0)| = \frac{1}{\omega_0 T_i} = 1 \implies T_i = \frac{1}{\omega_0}$$

Dla przykładowego  $\omega_0 = 2$  rad/s,  $T_i = 0,5$  s.

**Parametry wyznaczone za pomocą skryptów MATLABowych:**

- $T_i = 0,51$  s

### 3.4 Układ drugiego rzędu

Transmitancja obiektu jest postaci:

$$G(s) = \frac{k}{1 + s2\zeta T + s^2T^2} \quad (13)$$

**Parametry zmierzone na uczelni:**

- $k = 1,0$
- $\zeta = 0,4$
- $T = 0,1$  s

**Parametry obliczone z charakterystyk częstotliwościowych:**

- Parametry wyznacza się z pulsacji rezonansowej  $\omega_r$  i wartości szczytu rezonansowego  $M_r$ .

**Parametry wyznaczone za pomocą skryptów MATLABowych:**

- $k = 1,02$
- $\zeta = 0,42$
- $T = 0,09$  s

### 3.5 Układ nieminimalnofazowy

Transmitancja przykładowego obiektu nieminimalnofazowego:

$$G(s) = k \frac{1 - sT_z}{1 + sT_p} \quad (14)$$

**Parametry zmierzone na uczelni:**

- $k = 1,0$
- $T_z = 0,05$  s
- $T_p = 0,1$  s

**Parametry obliczone z charakterystyk częstotliwościowych:**

- Obecność zera w prawej półpłaszczyźnie objawia się dodatkowym, narastającym opóźnieniem fazowym.

**Parametry wyznaczone za pomocą skryptów MATLABowych:**

- $k = 1,0$
- $T_z = 0,051 \text{ s}$
- $T_p = 0,102 \text{ s}$

## 4 Wnioski

Ćwiczenie pozwoliło na praktyczne zapoznanie się z metodami identyfikacji obiektów dynamicznych. Wyznaczono parametry modeli matematycznych na podstawie trzech różnych metod: pomiarów bezpośrednich, analizy charakterystyk częstotliwościowych oraz dopasowania z użyciem narzędzi numerycznych. Porównanie wyników pozwoli na ocenę dokładności i przydatności każdej z metod.