



C5 - Identification et commande des systèmes : conception d'algorithmes

TP Commande numérique pour l'asservissement
en position d'un servomécanisme

CALZAS Julien
SANTOS SANO Matheus

Palaiseau, France

Février 2024

1 Construction d'un modèle de connaissance du système

1.1 Analyse du fonctionnement

Le processus étudié est un servomécanisme composé d'une génératrice à courant continu, d'une génératrice tachymétrique, d'un moto-réducteur à courant continu et d'un potentiomètre.

Les grandeurs physiques du processus sont présentées ci-dessous :

- **Commandes :**

1. Tension de commande fournie par l'amplificateur de puissance électrique, appliquée au moteur (U) ;

- **Sorties mesurées par des capteurs :**

1. Position angulaire de l'arbre du moteur mesurée par le potentiomètre (θ_r) ;
2. Vitesse de rotation de l'arbre du moteur mesurée par la génératrice tachymétrique (ω_m) ;

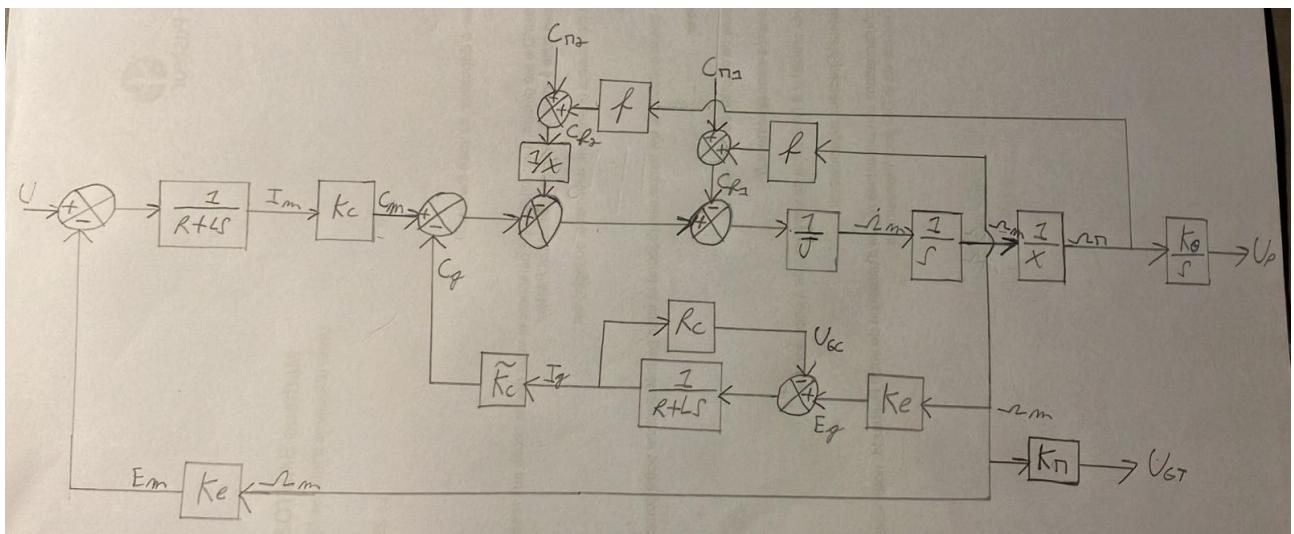
- **Perturbations du système :**

1. Couples de frottement sec (C_{r1} et C_{r2}) et visqueux (ω_m et ω_r) .

- **Sorties à contrôler par asservissement :**

1. La tension recueillie par la génératrice tachimétrique (U_{GT}) contrôlée par asservissement sans mesure directe. U_{GT} est, en fait, mesurée indirectement par la vitesse angulaire ω_m qui est mesurée par la génératrice tachymétrique ;
2. La tension recueillie par le potentiomètre (U_P) qui vient de la position angulaire θ_r mesurée par le potentiomètre.

1.2 Schémas-bloc



1.3 Détermination des fonctions de transfert

2. LES ÉQUATIONS ÉLECTRIQUES RÉGISSANT LE FONCTIONNEMENT DU MOTEUR:

$$(1) U(t) = E_m(t) + R I_m(t) + L \frac{d I_m(t)}{dt}$$

$$\mathcal{L}\{U(t)\} = E_m(s) + R I_m(s) + L s I_m(s) //$$

$$(2) E_m(t) = K_e \cdot \mathcal{R}_m(t)$$

$$\mathcal{L}\{E_m(t)\} = K_e \cdot \mathcal{R}_m(s) //$$

$$(3) C_m(t) = K_c \cdot I_m(t) \Rightarrow \mathcal{L}\{C_m(t)\} = K_c \cdot I_m(s) //$$

LES ÉQUATIONS RÉGISSANT LE FONCTIONNEMENT DE LA GÉNÉRATRICE DE COURANT CONTINU:

$$(4) \mathcal{L}\{U_{gc}(t)\} = E_g(s) - \tilde{R} \cdot I_g(s) - \tilde{L} \cdot s \cdot I_g(s) //$$

$$(5) \mathcal{L}\{U_{gc}(t)\} = R_c \cdot I_g(s) //$$

$$(6) \mathcal{L}\{E_g(t)\} = \tilde{K}_e \cdot \mathcal{R}_m(s) //$$

$$(7) \mathcal{L}\{C_g(t)\} = \tilde{K}_c \cdot I_g(s) //$$

L'ÉQUATION ISSUE DE L'APPLICATION DU PRINCIPE FONDAMENTAL DE LA DYNAMIQUE À L'ARBRE DU MOTEUR:

$$(8) \mathcal{L}\left\{ J \frac{d \cdot \mathcal{R}_m(t)}{dt} \right\} = C_m(s) - C_g(s) - C_{f_1}(s) - \frac{1}{x} \cdot C_{f_2}(s) //$$

LES TERMES C_{f_1} ET C_{f_2} INTÈGRENTE LES COUPLES DE FROTTEMENT SEC ET VISQUEUX:

$$(9) \mathcal{L}\{C_{f_1}(t)\} = f \cdot \mathcal{R}_m(s) + C_{n_1}(s) //$$

$$(10) \mathcal{L}\{C_{f_2}(t)\} = f \cdot \mathcal{R}_n(s) + C_{n_2}(s) //$$

$$(11) \mathcal{L}\{-\mathcal{R}_n(t)\} = -\mathcal{R}_m(s)/x //$$

$$U(s) = K_c \cdot R_m(s) + R \cdot I_m(s) + L \cdot s \cdot I_m(s) \quad (I)$$

$$C_m(s) = K_c \cdot I_m(s) \quad (II)$$

$$K_c \cdot R_m(s) - \bar{R} \cdot I_g(s) - \bar{L} \cdot s \cdot I_g(s) = R_c \cdot I_g(s) \quad (III)$$

$$C_g(s) = K_c \cdot I_g(s) \quad (IV)$$

$$R_m(s) = R_m(s) / x \quad (V)$$

SACHANT (II), (IV) ET (V):

$$J \cdot s \cdot R_m(s) = K_c \cdot I_m(s) - \bar{K}_c \cdot I_g(s) - f \cdot R_m(s) - \frac{f \cdot R_m(s)}{x^2} - C_{n2}(s) - \frac{C_{n2}(s)}{x}$$

COMME $C_{n2}(t) = C_{n2}(s) = C_{no}$:

$$P(t) = C_{no} + \frac{1}{x} \cdot C_{n2}(t)$$

1.

$P(t) = C_{no} \left(1 + \frac{1}{x} \right)$	$P(s) = C_{no} \left(1 + \frac{1}{s} \right)$
--	--

\parallel	\parallel
-------------	-------------

A PARTIR DE (I):

$$I_m(s) = \frac{U(s) - K_c \cdot R_m(s)}{R + L \cdot s}$$

A PARTIR DE (III):

$$I_g(s) = \frac{K_c \cdot R_m(s)}{R_c + \bar{R} + \bar{L} \cdot s}$$

DE CETTE FAÇON:

$$\begin{aligned} J \cdot s \cdot R_m(s) &= \frac{K_c \cdot U(s)}{R + L \cdot s} - \frac{K_c \cdot K_e \cdot R_m(s)}{R + L \cdot s} - \frac{\bar{K}_c \cdot \bar{K}_e \cdot R_m(s)}{R_c + \bar{R} + \bar{L} \cdot s} - \\ &\quad - \frac{f \cdot R_m(s)}{x^2} - \frac{f \cdot R_m(s)}{x^2} - \left(1 + \frac{1}{s} \right) \cdot C_{no} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow & \left[\frac{J \cdot s + K_c K_e + \bar{K}_c \bar{K}_e}{R + L \cdot s} + f \left(1 + \frac{1}{s} \right) \right] \cdot R_m(s) = \\ & = \frac{K_c}{R + L \cdot s} \cdot U(s) - \left(1 + \frac{1}{s} \right) \cdot C_{no} \quad \parallel \end{aligned}$$

ON FAIT LES HYPOTHÈSES NÉCESSAIRES:

$$K_c = \bar{R}_c \quad K_e = \bar{R}_e \quad R = \bar{R} \quad L = \bar{L}$$

LA FONCTION DE TRANSFERT EST ($P_1(s) = 0$):

3.

$$\frac{n_m(s)}{U(s)} = \frac{K_c}{(R+LS) \cdot [JS + K_c K_e \cdot \left(\frac{1}{R+LS} + \frac{1}{R_c+R+LS} \right) + f \cdot \left(\frac{1+1}{x^2} \right)]}$$

4. ON SUPPOSE QUE LE FROTTEMENT VISQUEUX EST NÉGLIGEABLE ($f \approx 0$):

$$\frac{n_m(s)}{U(s)} = \frac{K_c}{(R+LS) \cdot [JS + K_c K_e \cdot \left(\frac{1}{R+LS} + \frac{1}{R_c+R+LS} \right)]}$$

5. ON SUPPOSE AUSSI QUE $R_c = 0$:

$$\frac{n_m(s)}{U(s)} = \frac{K_c}{(R+LS) \cdot [JS + 2K_c K_e \cdot \left(\frac{1}{R+LS} \right)]}$$

ON SUPPOSE ALORS QUE $R_c \rightarrow \infty$:

$$\frac{n_m(s)}{U(s)} = \frac{K_c}{(R+LS) \cdot JS + K_c K_e}$$

1.4 Propriétés dynamiques

Les expressions des pôles sont :

ON CONSIDÈRE $f=0$ ET $R_c \rightarrow \infty$:

$$\frac{r_m(s)}{U(s)} = \frac{(K_c / JL)}{s^2 + RS + \frac{K_c K_e}{JL}}$$

$$\frac{s^2 + RS + \frac{K_c K_e}{JL}}{L} = 0$$

$$n_1 = -\frac{R}{L} + \sqrt{\frac{R^2 - 4K_c K_e}{L^2} \frac{1}{JL}}$$

→ PÔLES

$$n_2 = -\frac{R}{L} - \sqrt{\frac{R^2 - 4K_c K_e}{L^2} \frac{1}{JL}}$$

On considère que les pôles n_1 et n_2 sont situés à gauche de l'axe Y. Le pôle n_1 est situé plus près de l'axe Y que le pôle n_2 , on peut en conclure que le pôle n_1 est plus rapide que le pôle n_2 . La génératrice tachymétrique a une tension proportionnelle à la vitesse de rotation angulaire, de gain K_ω . Par ailleurs, on considère $f = 0$ et $R_c \approx \infty$. Le système peut être approché comme :

$$\left\{ \begin{array}{l} U_{GT}(s) = K_r \cdot r_m(s) \\ \frac{JS + K_e K_e + R_c K_e}{R+LS} + f \left(\frac{1+1}{x^2} \right) \cdot r_m(s) = \\ \frac{U(s)}{R+LS} - \frac{R_c + R + LS}{R+LS} \cdot K_e \\ = K_c \cdot U(s) - \left(\frac{1+1}{x} \right) \cdot \frac{C_{no}}{s} \\ R(s) = \left(\frac{1+1}{x} \right) \cdot \frac{C_{no}}{s} \end{array} \right.$$

$$\left(\frac{(R+LS)JS + K_c K_e}{R+LS} \right) \cdot U_{GT}(s) = K_c \cdot U(s) - R_n(s)$$

$$U_{GT}(s) = \frac{K_c K_e K_e}{(R+LS) JS + K_c K_e} \cdot U(s) - \frac{(R+LS) K_r}{(R+LS) JS + K_c K_e} \cdot R_n(s)$$

$$ON CONSIDÈRE \bar{K}_r = \frac{R \cdot K_r}{K_e}, K_r = \frac{K_r}{K_e}, T = \frac{JR}{K_c K_e}$$

ET $L=0$:

$$U_{GT}(s) = \frac{K_r}{1+T \cdot s} \cdot U(s) - \frac{\bar{K}_r}{1+T \cdot s} \cdot R_n(s)$$

2 Simulations numériques

Les codes sont disponibles en Annexes.

2.1 Q1

```
1 clear;
2 close all;
3 clc;
4
5 Cr0 = 1E-3; % Nm
6 f = 1E-6; % NM/(rad/s)
7 Rc = 1E3; %entre 0 et +infini
8 R = 1.34; %ohm
9 L = 1.2*1E-4; %H
10 Kc = 1.63*1E-2; %mN/A
11 Kom = 1.67*1E-2; %V/(rad/s)
12 J = 1.84*1E-6; %kg.m^2
13 Ke = 1.63*1E-2; %V s/rad
14 x = 36;
15 Kth = 2.86; % V/rad
16 delai = 5; %s
17 U0=10; % V
18 Te = 1E-6; %s
```

FIGURE 1 – TPMCC.m

2.2 Q2

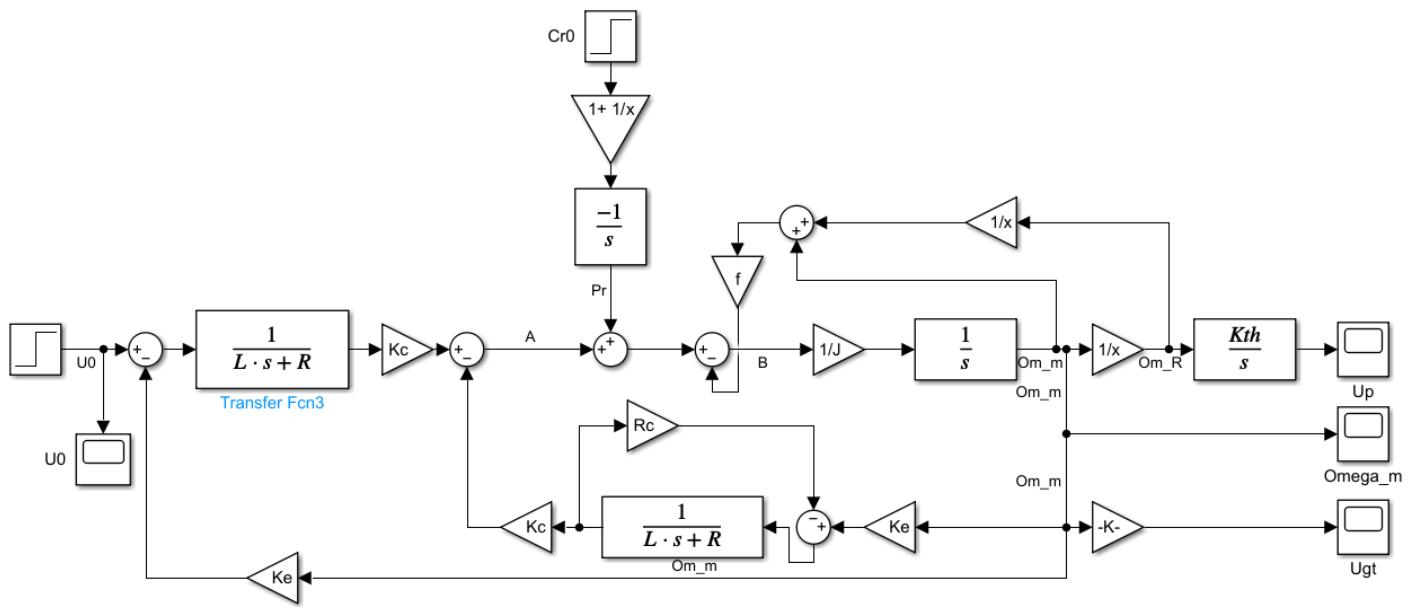


FIGURE 2 – Schéma bloc Simulink représentant le modèle complet du servomécanisme

2.3 Q3

Pour $f = 0$ (coefficent de frottement visqueux) et $R_c = 0$ (génératrice de courant continu court-circuitée) on obtient les résultats ci dessous :

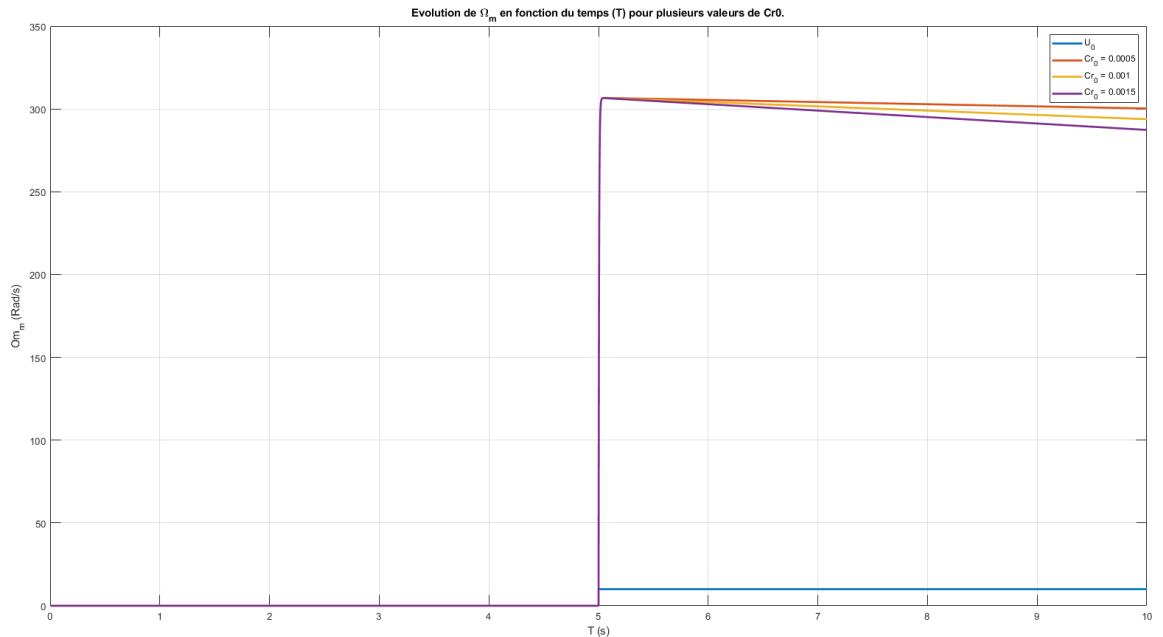


FIGURE 3 – Influence de C_{r0} sur le temps de réponse et gain statique

Par lecture graphique, on remarque que plus le coefficient C_{r0} est grand, plus la vitesse de rotation est faible. Ce résultat est conforme à la réalité physique : plus le couple résistant est important, plus la vitesse est faible.

2.4 Q4

Ici C_{r0} est fixé à 10^{-3} .

2.4.1 Influence de f sur le temps de réponse et le gain statique

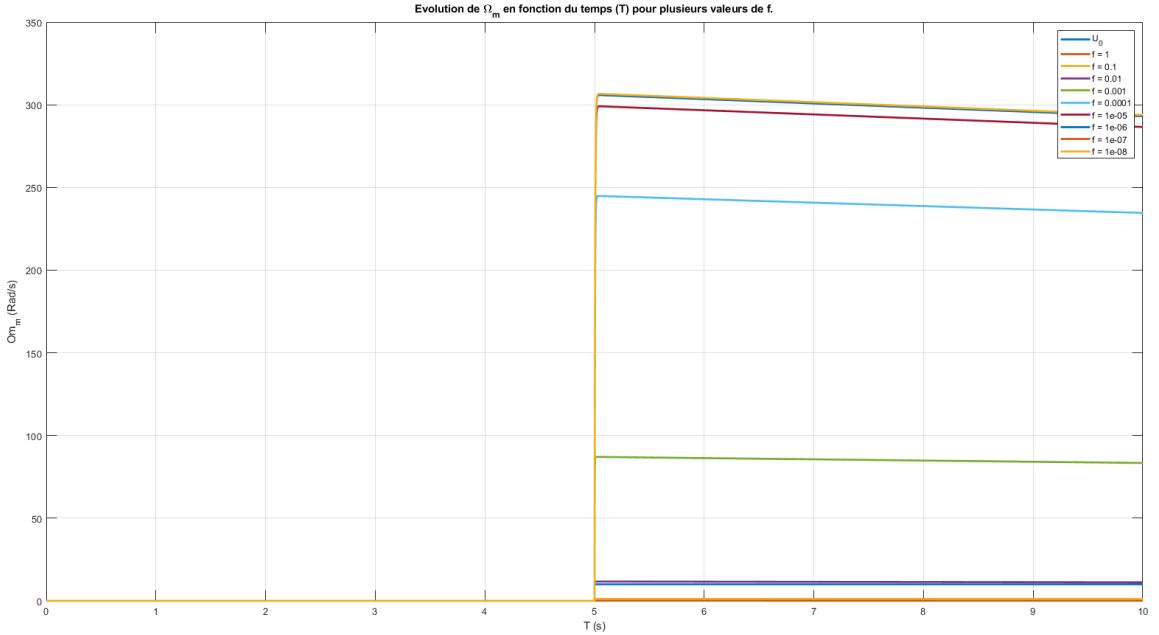


FIGURE 4 – Influence de f sur le temps de réponse et gain statique, $R_c = 0$

Par lecture graphique, on remarque que plus le coefficient f est petit, plus la vitesse de rotation est grande. Ce résultat est conforme à la réalité physique : plus le couple résistant est faible, plus la vitesse est grande. Le coefficient f permet de pondérer le terme de frottement visqueux.

2.4.2 Influence de R_c sur le temps de réponse et le gain statique

Par lecture graphique, on remarque que plus R_c est grand, plus la vitesse de rotation est grande. Ce résultat est conforme à la réalité physique : plus R_c est grand, moins la génératrice de courant continu est court-circuitée. En étant moins court-circuitée, la génératrice fournit un couple résistant plus faible et donc la vitesse de rotation du moteur est plus grande.

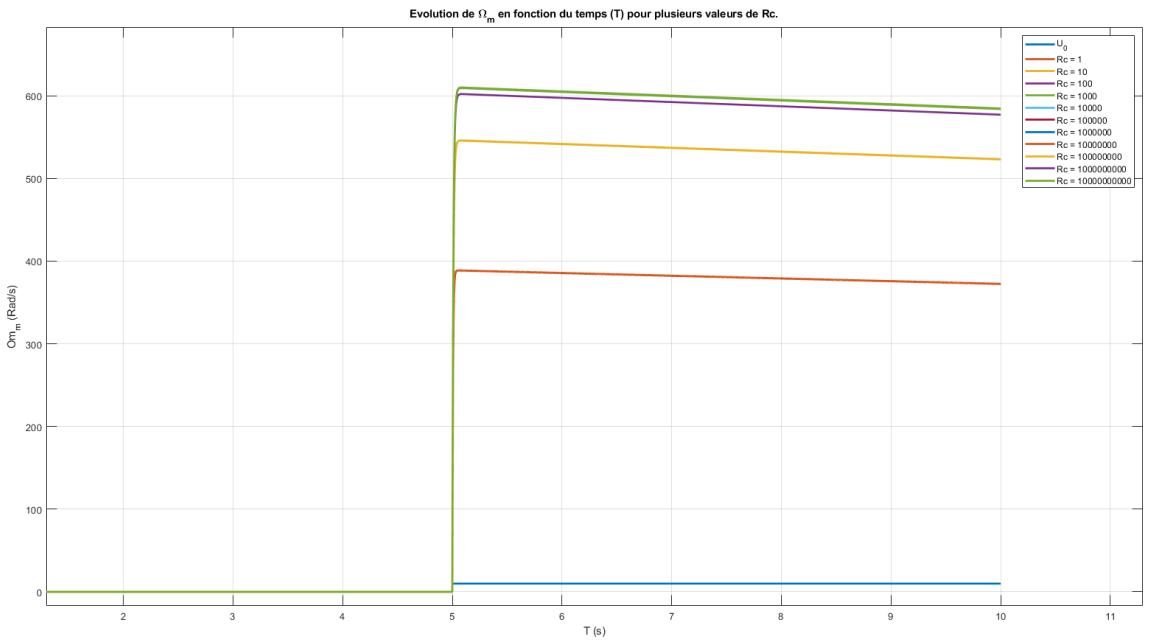


FIGURE 5 – Influence de R_c sur le temps de réponse et gain statique

2.5 Q5

Pour étudier les pôles du système pour différents cas, nous avons utilisé le schéma simulink ci dessous.

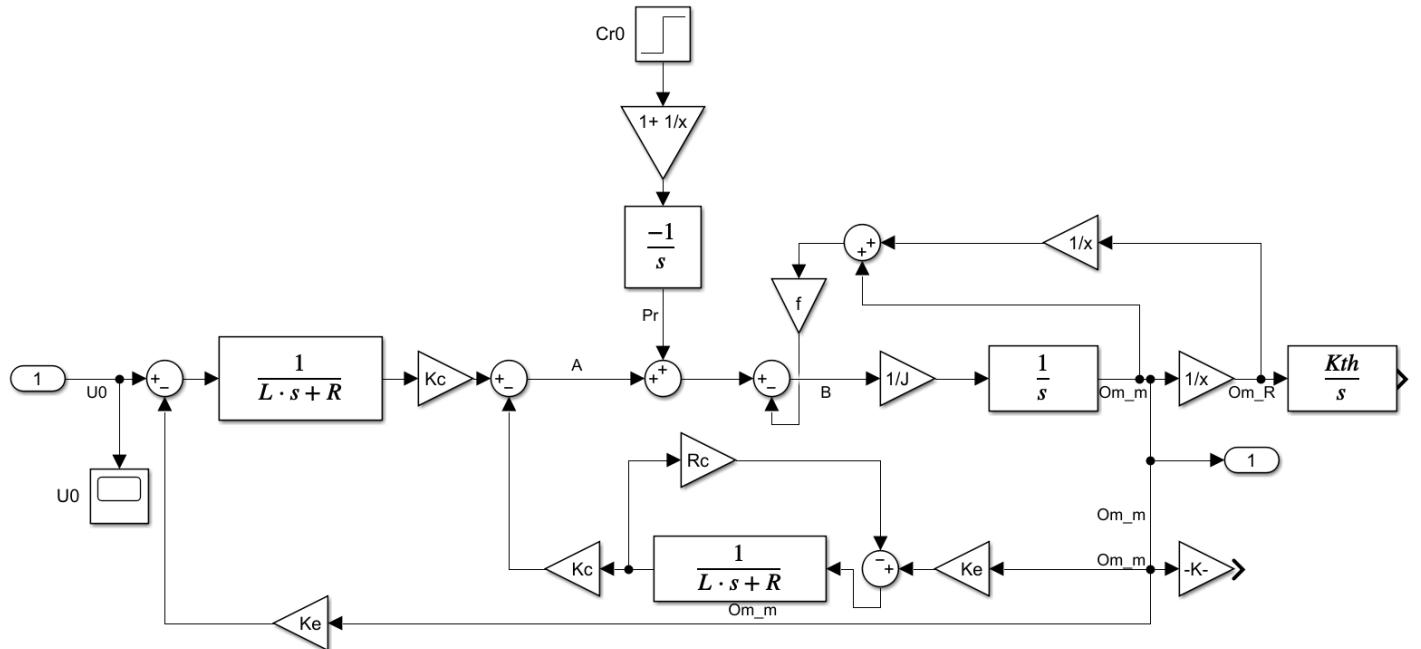


FIGURE 6 – Schéma Simulink pour étudier les pôles du système

2.5.1 Influence de C_{r0} sur les pôles du système

On remarque que C_{r0} n'a pas d'influence sur les pôles du système (les pôles sont identiques quelque soit les valeurs de C_{r0}). Ce résultat était prévisible car C_{r0} est une entrée du système

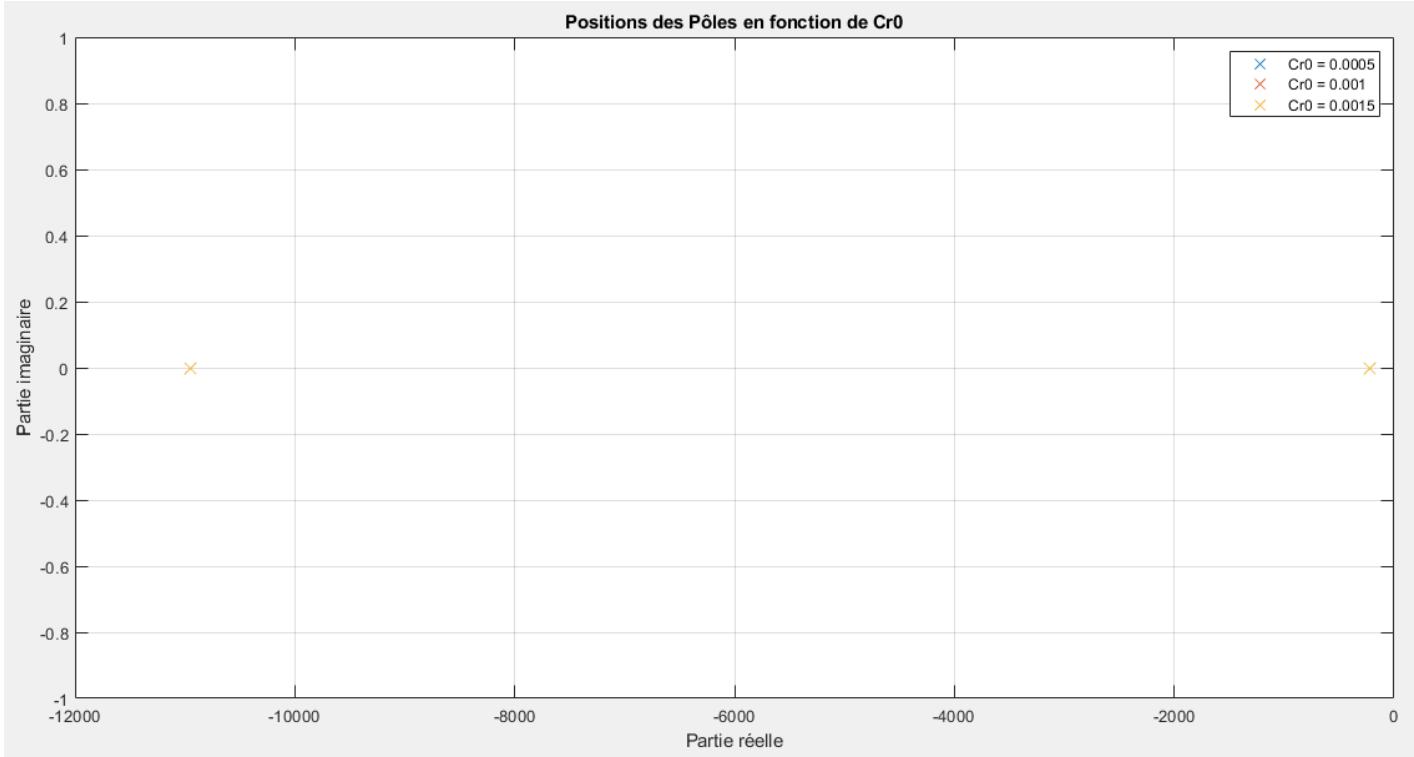


FIGURE 7 – Influence de C_{r0} sur les pôles du système

et non un paramètre interne.

2.5.2 Influence de f sur les pôles du système

Plus f est petit, plus les pôles dominants sont proches de l'axe des imaginaires pures (pôles à partie réelle proche de 0).

Pour rappel, on définit une constante de temps $\tau_i = \frac{-1}{p_i}$ et un temps de réponse $\tau_{ri} = 3\tau_i$. Le temps de réponse permet de classer les différents modes suivant leur rapidité. Plus la constante de temps d'un mode est faible (c'est-à-dire un pôle rapide), plus sa contribution à la réponse temporelle est négligeable (c'est-à-dire converge vers zéro rapidement).

Ainsi, plus f est petit, plus le temps de réponse est grand et donc la contribution à la réponse temporelle est importante (pôle lent).

Lorsque f est petit, le système a des pôles lents. Le temps de réponse est donc plus long, des oscillations sont présentes et les réponses amorties sont plus lentes face aux variations de l'entrée du système.

Physiquement, lorsque le frottement visqueux est pris en compte, f est proche de 1. Le système répond alors rapidement aux variations de l'entrée du système (temps de réponse court) et peut réagir rapidement aux perturbations ou aux changements de commandes.

Intuitivement, on aurait pensé l'inverse : sans frottement visqueux (f faible), le système devrait être plus réactif aux changements de commande car le couple de frottement est plus faible.

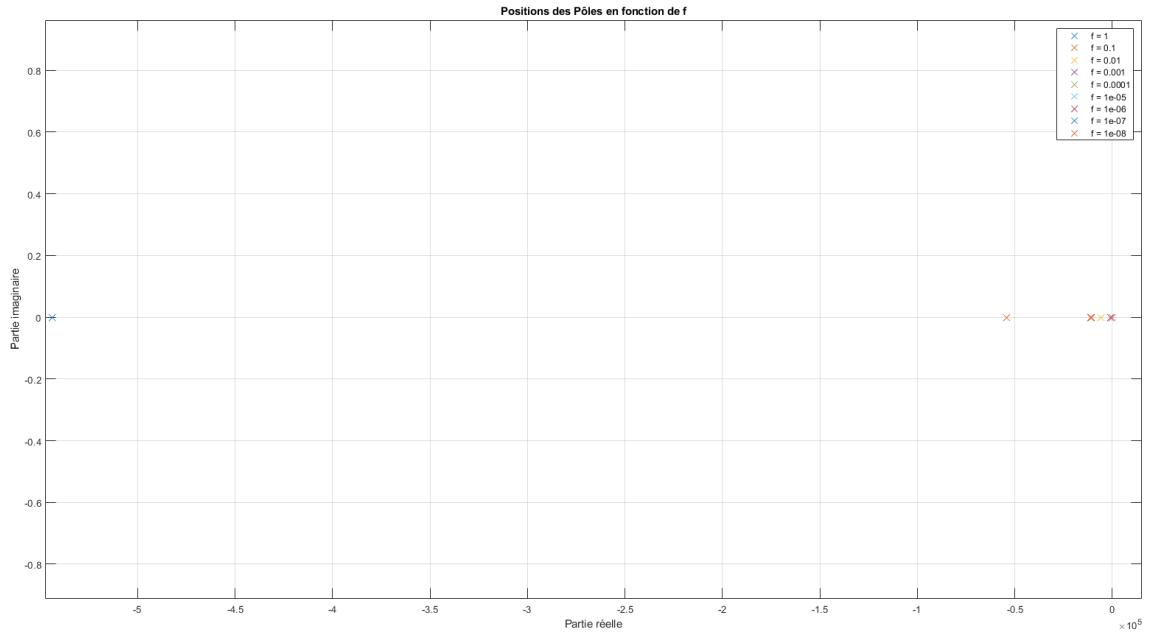


FIGURE 8 – Influence de f sur les pôles du système

2.5.3 Influence de R_c sur les pôles du système

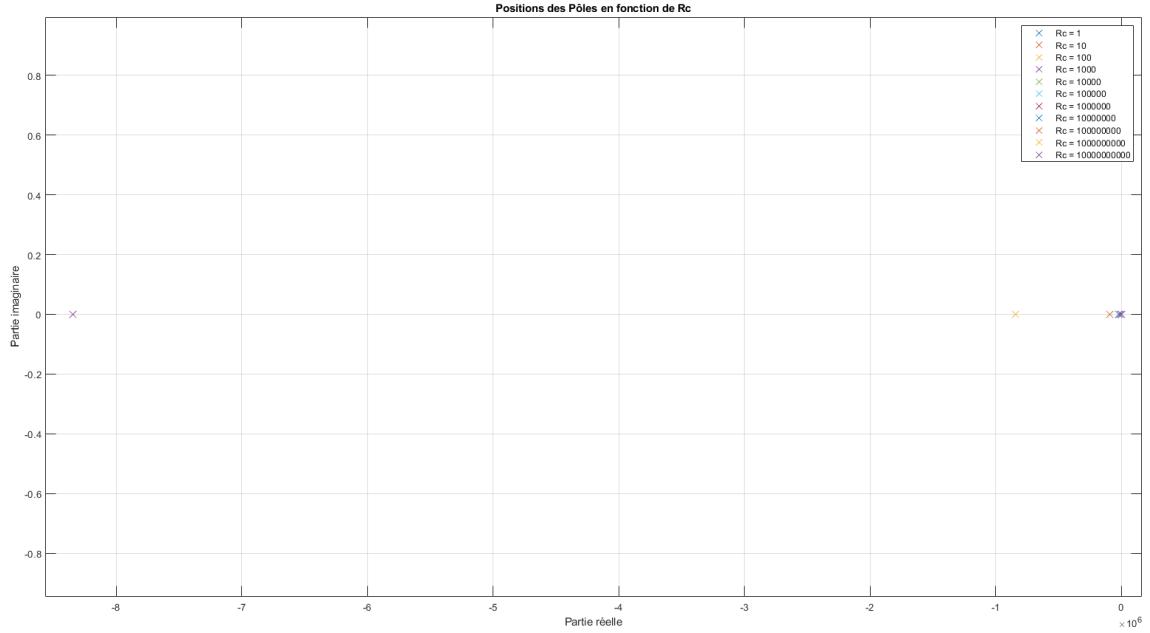


FIGURE 9 – Influence de R_c sur les pôles du système

Plus R_c est grand, plus les pôles dominants sont proches de l'axe des imaginaires purs (pôles à partie réelle proche de 0).

Lorsque R_c est grand, les pôles du système sont lents. Le temps de réponse est donc plus long, des oscillations sont présentes et les réponses amorties sont plus lentes face aux variations de l'entrée du système.

Physiquement, lorsque la résistance R_c augmente, la génératrice de courant continue n'est pas court-circuitée. Celle-ci oppose un couple résistant plus faible comparé au cas du court-circuit. Le système répond alors lentement aux variations de l'entrée du système (temps de réponse long) et réagir lentement aux perturbations ou aux changements de commandes.

Intuitivement, ce résultat était attendu : sans court-circuit (R_c grand), la génératrice produit un courant avec un couple résistant faible donc le système a une certaine inertie. Un changement de commande devrait mettre donc du temps à modifier l'état du système.

2.6 Q6 Diagramme de Bode du transfert de U vers U_{GT}

Pour étudier les pôles du système pour différents cas, nous avons utilisé le schéma simulink ci dessous.

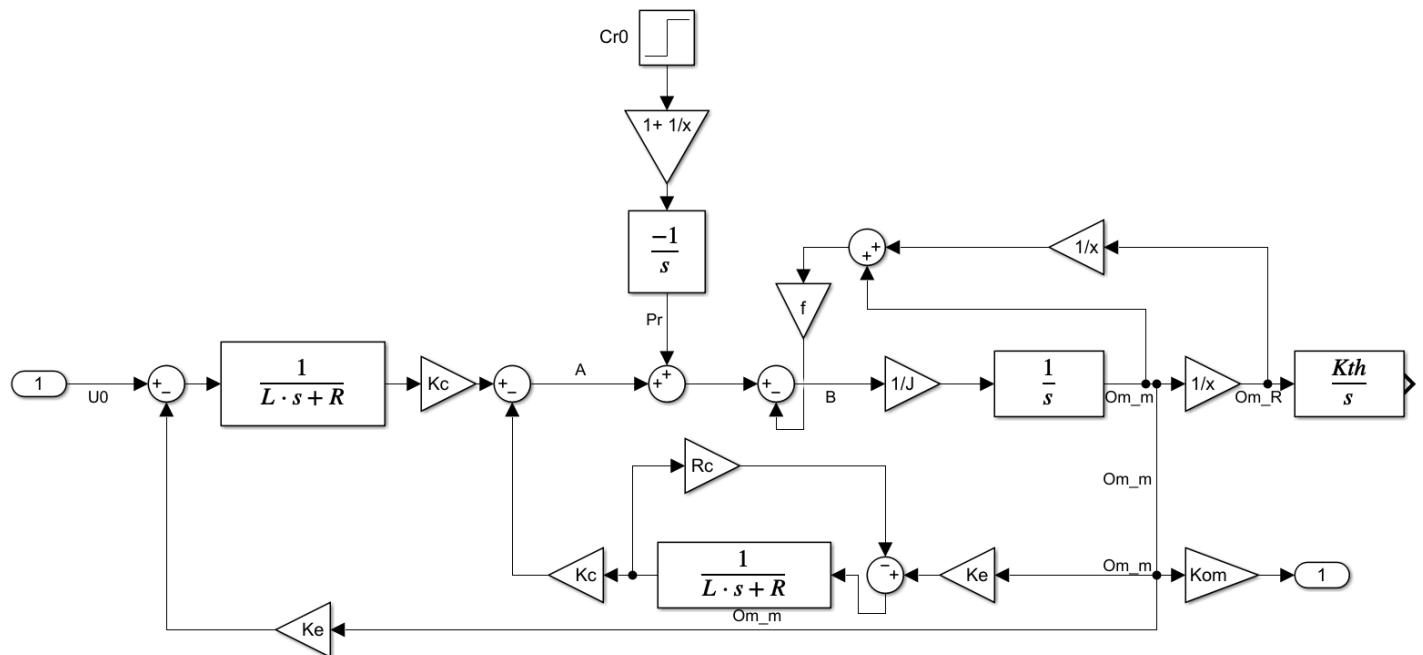


FIGURE 10 – Schéma Simulink pour tracer le diagramme de Bode de U vers U_{GT}

2.6.1 Influence de f sur le diagramme de Bode de U vers U_{GT}

Ci dessous, les diagrammes de bode en phase et gain de U vers U_{GT} . Pour analyser ces diagrammes, nous allons regarder les marges de gain, de phase et de module.

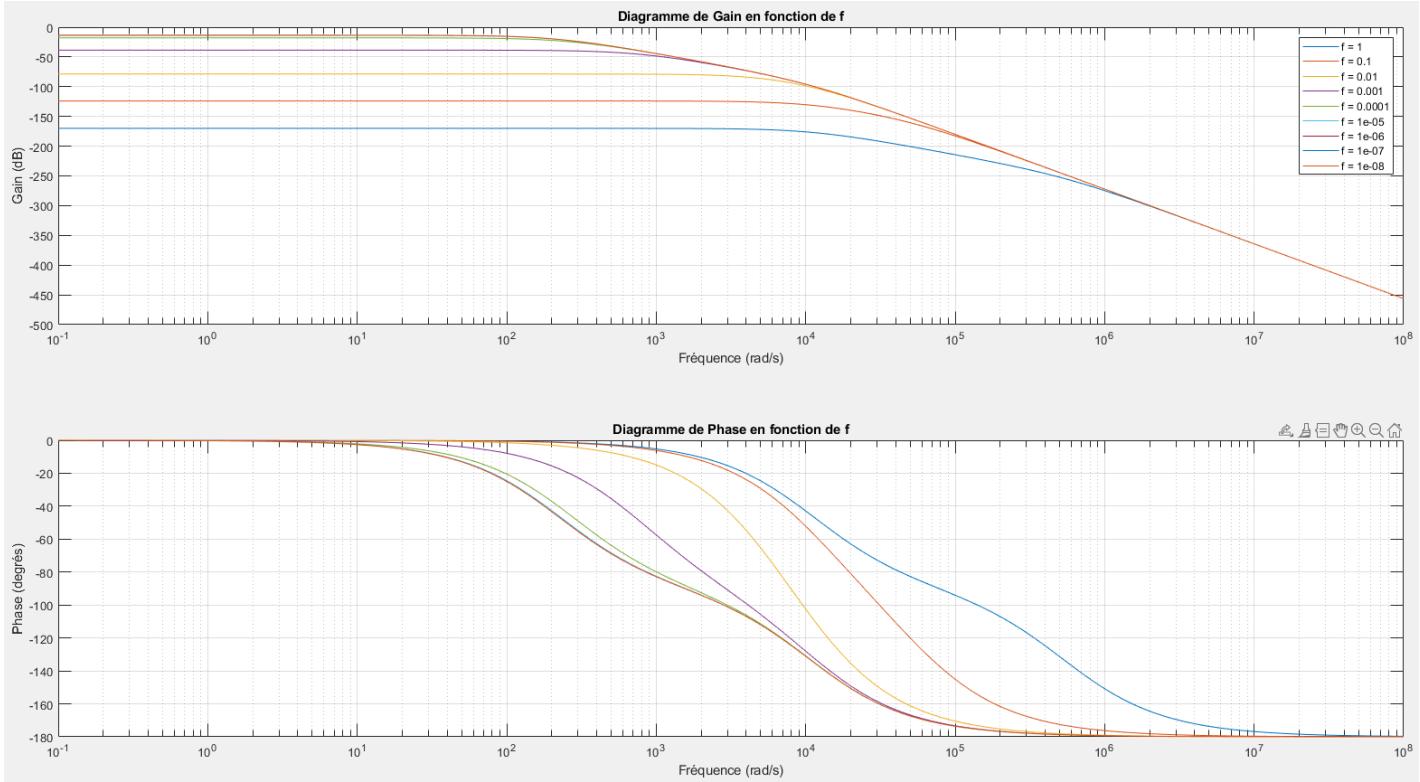


FIGURE 11 – Influence de f sur le diagramme de Bode de U vers U_{GT}

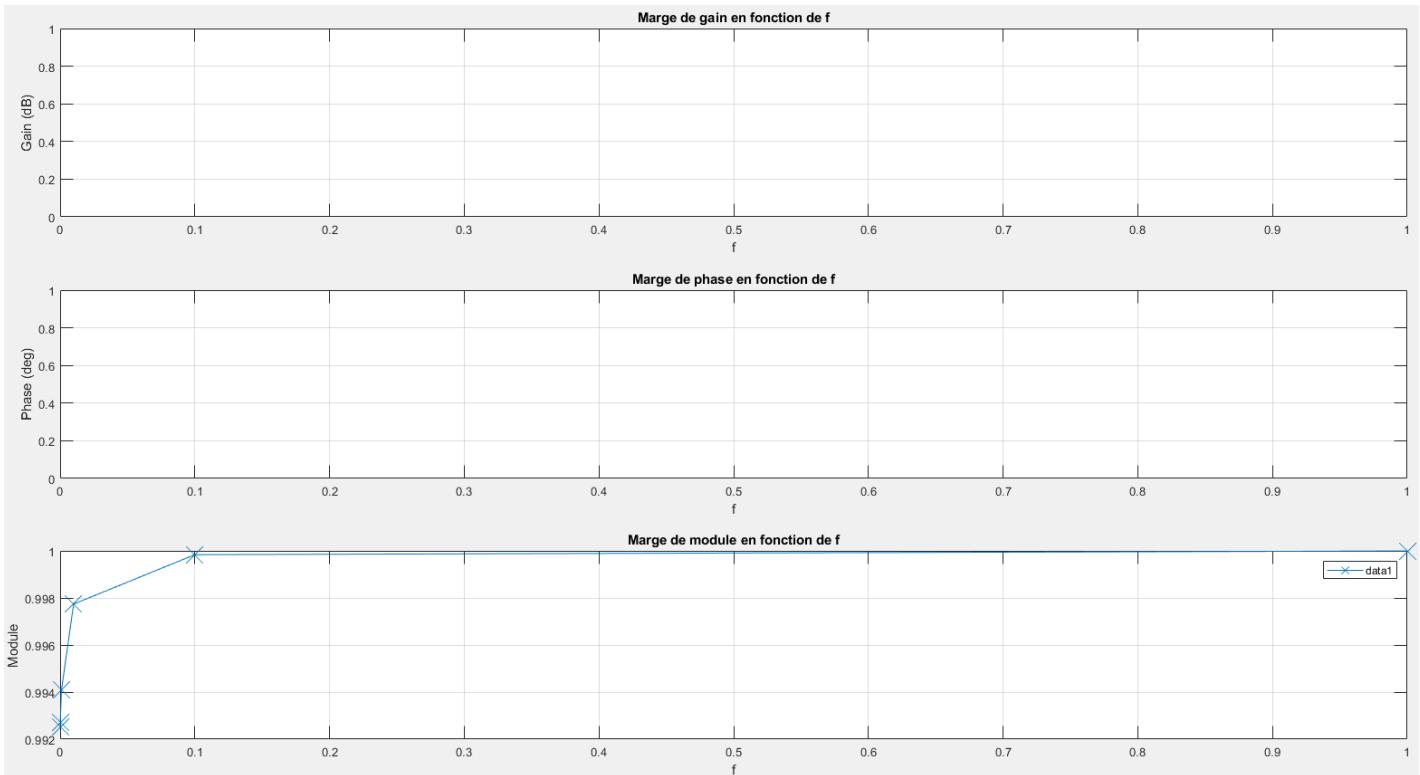


FIGURE 12 – Influence de f sur les marges de phase, de gain et de module de U vers U_{GT}

La marge de Gain et de Phase sont infinies. Plus f augmente, plus la marge de module augmente.

Sachant que :

- Si Marge de Gain > 0 alors système stable en BF

- Si Marge de Gain < 0 alors système instable en BF
- Si Marge de Gain = 0, alors système oscillant en BF
- Si Marge de Phase > 0 alors système stable en BF
- Si Marge de Phase < 0 alors système instable en BF
- Si Marge de Phase = 0, alors système oscillant en BF

Le système est stable quelque soit f . En revanche plus f est grand, plus le système sera stable (marge de module grande).

2.6.2 Influence de R_c sur le diagramme de Bode de U vers U_{GT}

Ci dessous, les diagrammes de bode en phase et gain de U vers U_{GT} . Pour analyser ces diagrammes, nous allons regarder les marges de gain, de phase et de module.

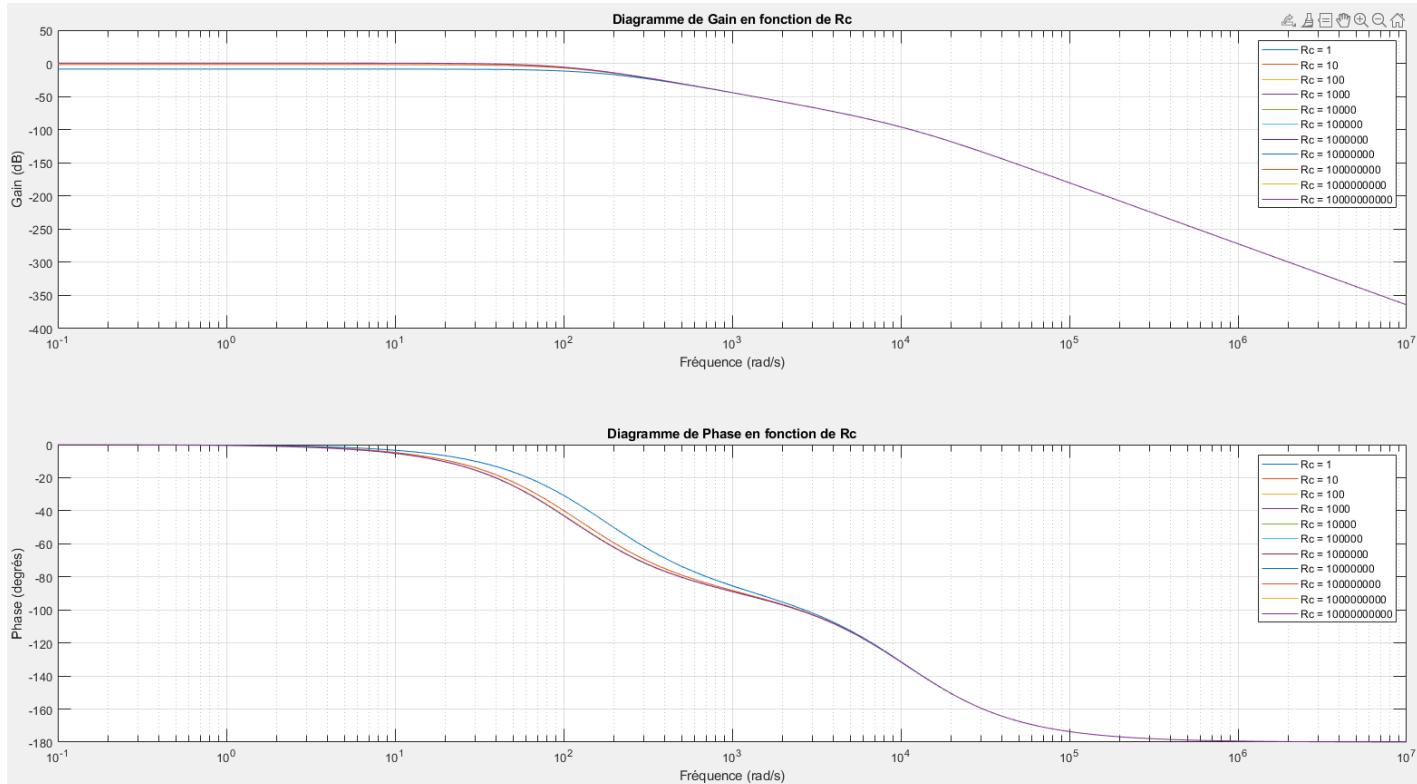


FIGURE 13 – Influence de R_c sur le diagramme de Bode de U vers U_{GT}

La marge de gain est infinie. Les marges de gain en phase et module diminuent très peu lorsque R_c augmente.

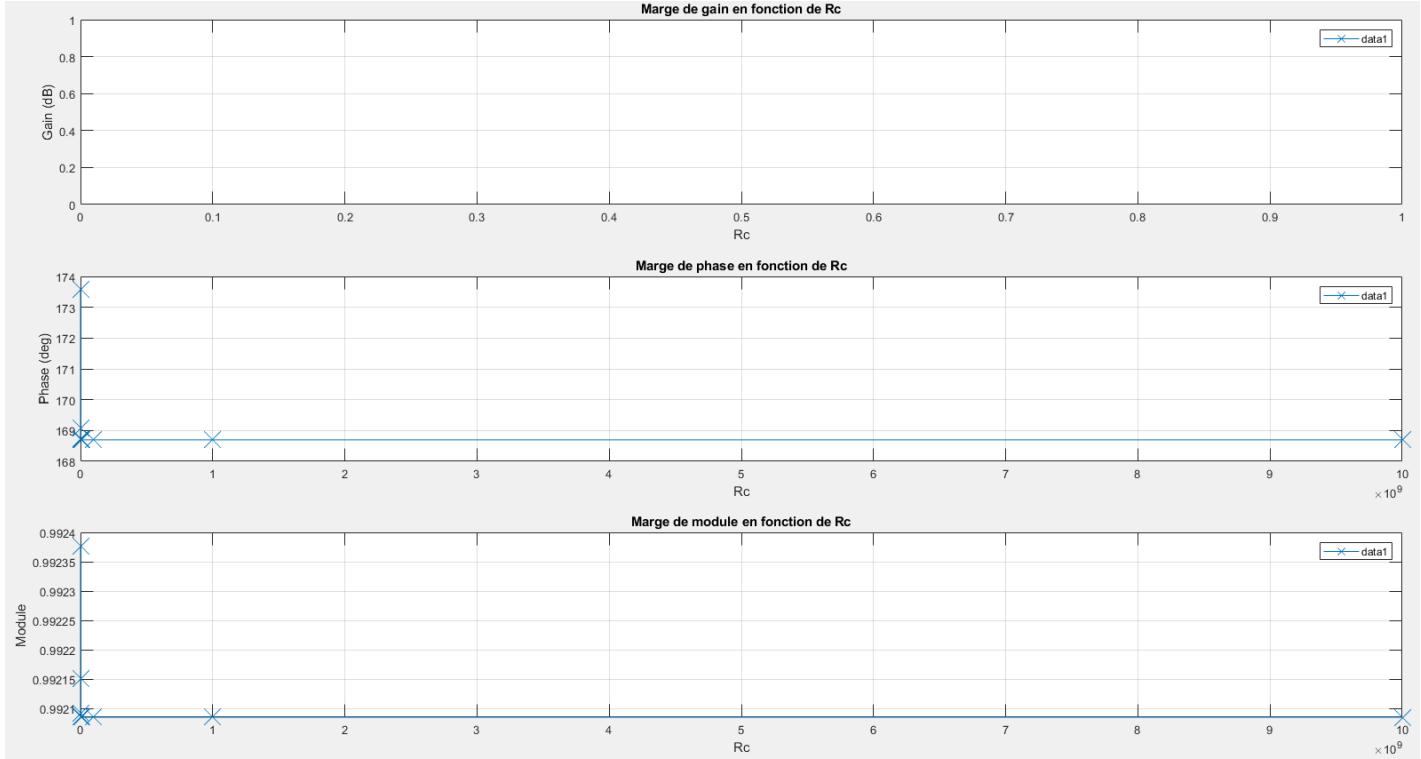


FIGURE 14 – Influence de R_c sur les marges de phase, de gain et de module de U vers U_{GT}

Ainsi le système est stable.

2.7 Q7 Diagramme de Bode du transfert de P_r vers U_{GT}

Pour étudier les pôles du système pour différents cas, nous avons utilisé le schéma simulink ci dessous.

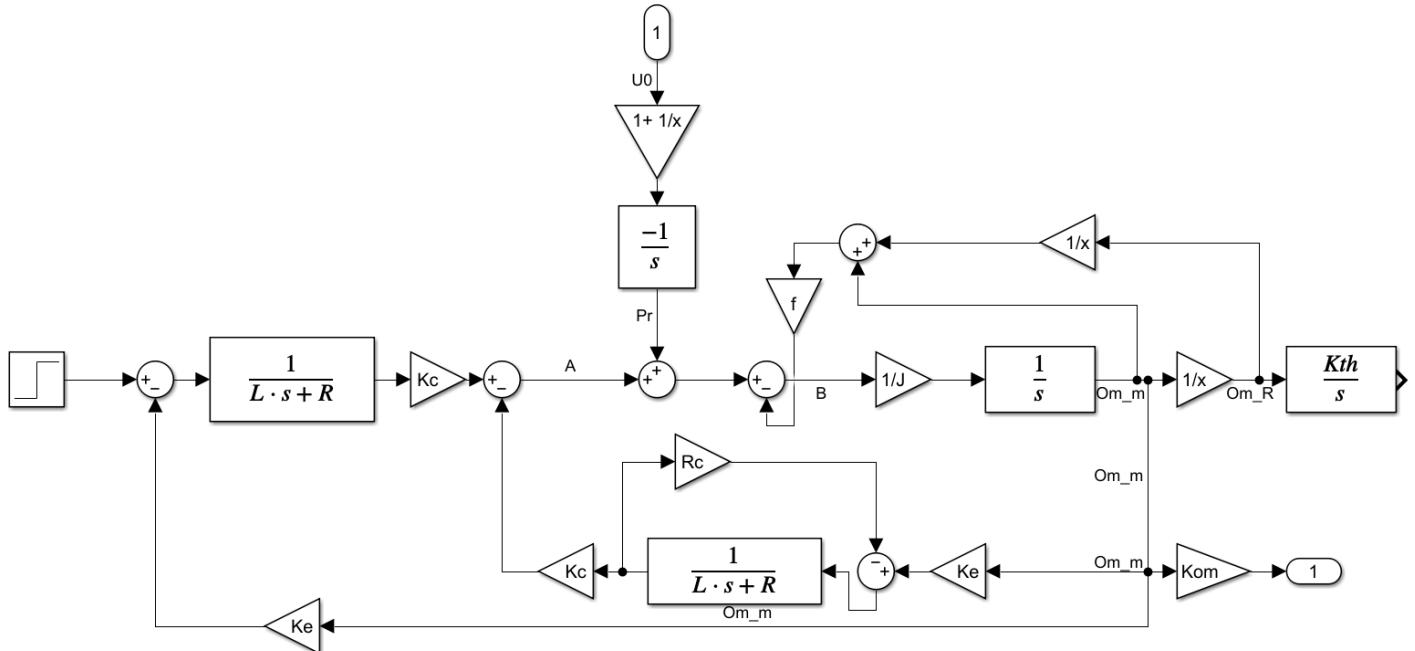


FIGURE 15 – Schéma Simulink pour tracer le diagramme de Bode de P_r vers U_{GT}

2.7.1 Influence de f sur le diagramme de Bode de P_r vers U_{GT}

Ci-dessous, les diagrammes de bode en phase et gain de P_r vers U_{GT} . Pour analyser ces diagrammes, nous allons regarder les marges de gain, de phase et de module.

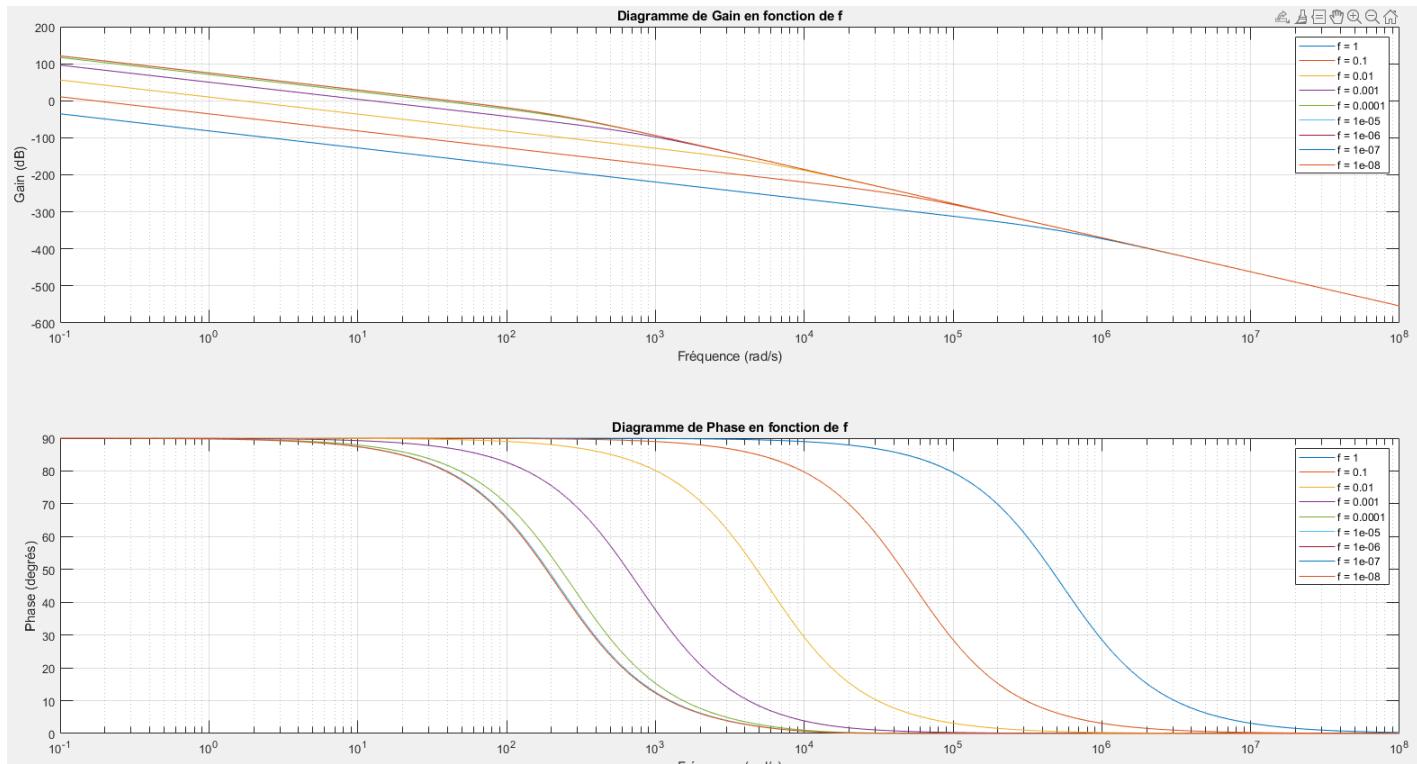


FIGURE 16 – Influence de f sur le diagramme de Bode de P_r vers U_{GT}

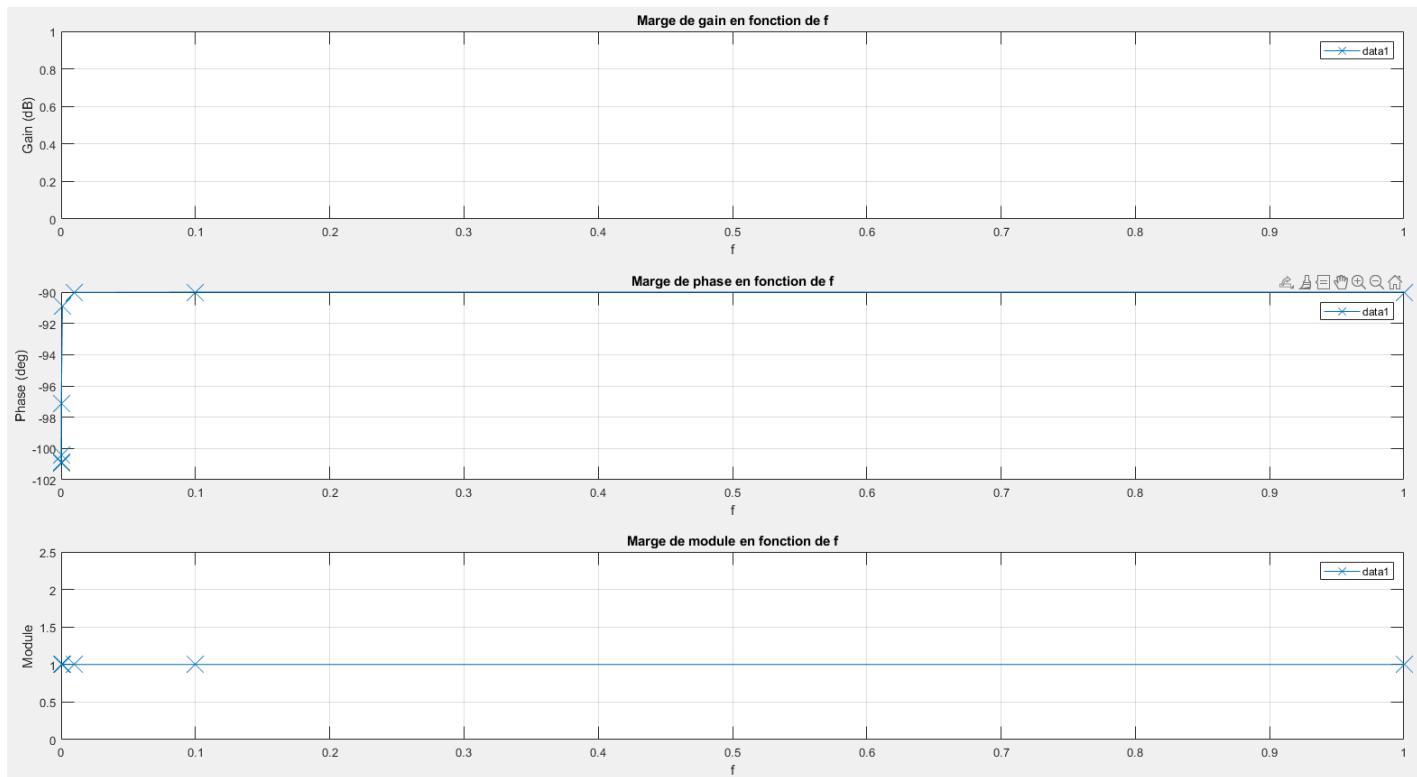


FIGURE 17 – Influence de f sur les marges de phase, de gain et de module de P_r vers U_{GT}

La marge de gain est infinie. La marge de phase est négative ainsi le système est instable. En revanche pour f grand, la marge de phase est plus petite (moins négative), donc le système est un peu plus stable en restant bien évidemment instable.

2.7.2 Influence de R_c sur le diagramme de Bode de P_r vers U_{GT}

Ci dessous, les diagrammes de bode en phase et gain de P_r vers U_{GT} . Pour analyser ces diagrammes, nous allons regarder les marges de gain, de phase et de module.

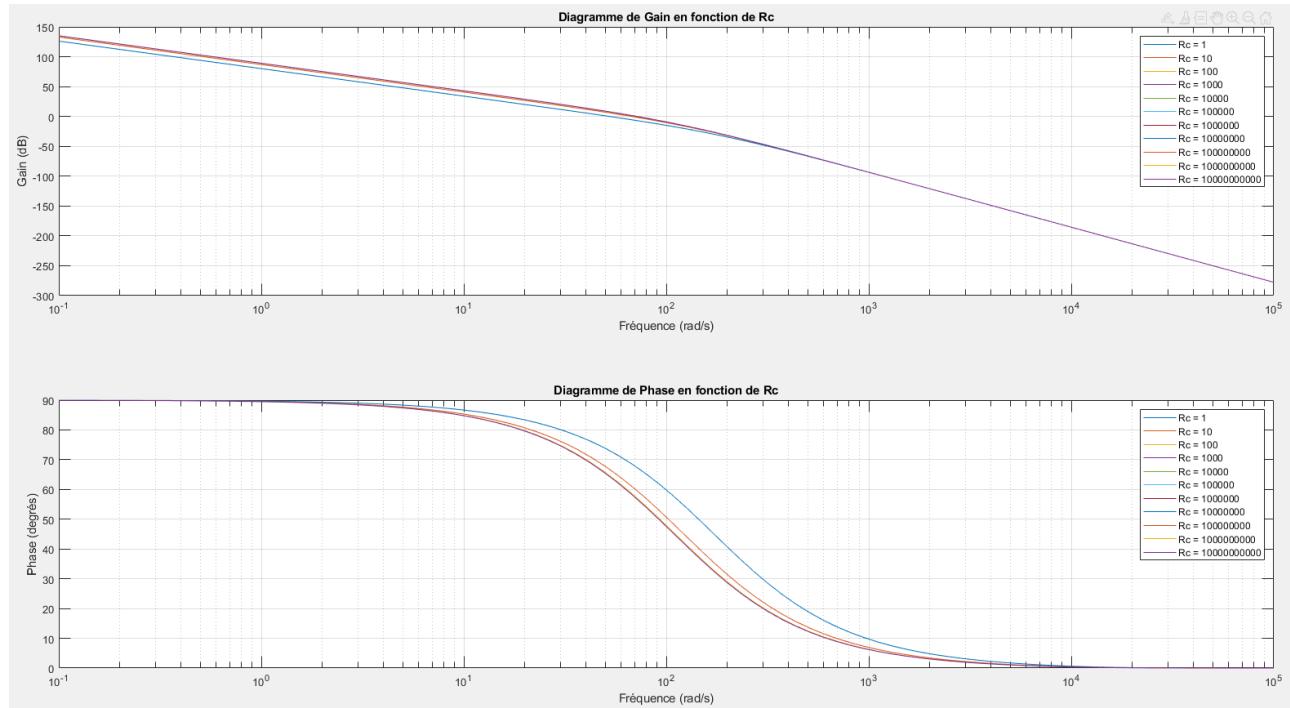


FIGURE 18 – Influence de R_c sur le diagramme de Bode de P_r vers U_{GT}

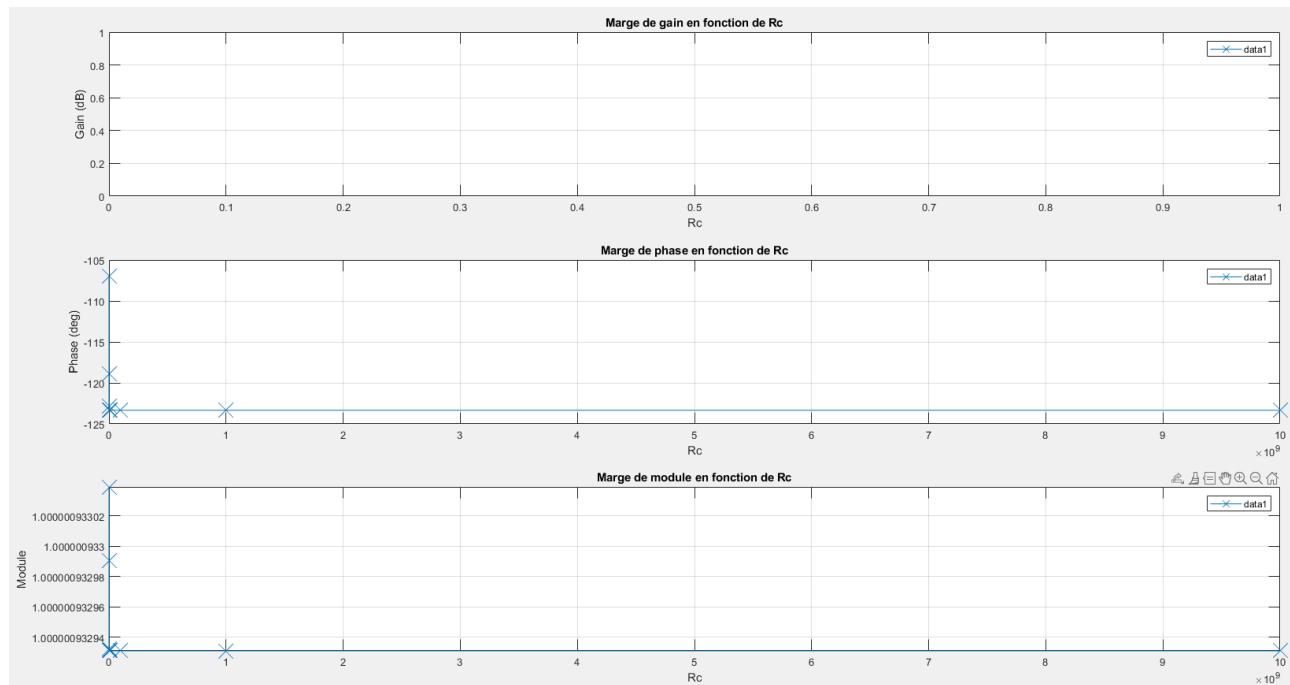


FIGURE 19 – Influence de R_c sur les marges de phase, de gain et de module de P_r vers U_{GT}

La marge de gain est infinie. La marge de phase est négative ainsi le système est instable. En revanche pour R_c faible, la marge de phase est plus petite (moins négative) et la marge de module est plus grande, donc le système est un peu plus stable en restant bien évidemment instable.

3 Travail demandé

3.1 Transfert de vitesse

$$Y(s) = H_u(s)U(s) - H_w(s)P_n(s)$$

$$\text{comme } Y(s) = U_{GT}(s): U_{GT}(s) = H_u(s)U(s) - H_w(s)P_n(s)$$

$$\text{ON SAIT QUE: } U_{GT}(s) = K_r \cdot r_m(s)$$

$$r_m(s) = \frac{C_v}{1 + T_m s} U(s) - \frac{\tilde{C}_v}{1 + T_m s} P_n(s)$$

$$U_{GT}(s) = \frac{K_r C_v}{1 + T_m s} \cdot U(s) - \frac{K_r \tilde{C}_v}{1 + T_m s} \cdot P_n(s)$$

$$U_{GT}(s) = \overbrace{H_u(s)}^{K_r C_v} U(s) - \overbrace{H_w(s)}^{K_r \tilde{C}_v} P_n(s)$$

$$H_u(s) = \frac{K_r C_v}{1 + T_m s} \quad H_w(s) = \frac{K_r \tilde{C}_v}{1 + T_m s}$$

$$\text{SACHANT } P_n(s) = \frac{C_{n0}}{s}, C_{n0} > 0 \text{ ET SACHANT QU'IL}$$

S'AGIT D'UN ÉCHANTILLONNAGE VIRTUELLE QUI CONSIDÈRE LE SIGNAL $P_n(n)$ AUX INSTANTS D'ÉCHANTILLONNAGE, LA TRANSFORMÉE EN Z DE $P_n(s)$ EST:

$$P_n(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{C_{n0}}{z^k} \Rightarrow P_n(z) = C_{n0} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} (z^{-1})^k$$

$$\text{COMME } \sum_{k=0}^{\infty} (x)^k = \frac{1}{1-x} : P_n(z) = C_{n0} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}}$$

DONC :

$$P_n(z) = \frac{z}{z-1} \cdot C_{n0}$$

LA FONCTION DE TRANSFERT PEUT ÊTRE ÉCRITE COMME :

$$Y(s) = H_m(s) U(s) \Rightarrow H_m(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_r \cdot C_v}{1 + T_m s}$$

$$H_m(s) = \frac{1}{1 + \frac{1}{T_m} s} \cdot \left(\frac{1}{T_m} \right) \cdot K_r \cdot C_v$$

$$H_m(s) = \frac{1}{s + \frac{1}{T_m}} \cdot \left(\frac{1}{T_m} \right) \cdot K_r \cdot C_v$$

$$\frac{1}{s(s + \frac{1}{T_m})} = \frac{A}{s} + \frac{B}{s + \frac{1}{T_m}}$$

$$A = \frac{1}{s + \frac{1}{T_m}} \Big|_{s=0} = T_m \quad B = \frac{1}{s} \Big|_{s=-\frac{1}{T_m}} = -T_m$$

$$H_m(s) = \frac{K_r \cdot C_v}{T_m} \cdot \left(\frac{T_m}{s} - \frac{T_m}{s + \frac{1}{T_m}} \right)$$

$$\text{COMME } H(z) = \frac{z-1}{z}, z \left\{ \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{H_m(s)}{s} \right]^* \right\} :$$

$$a(t) = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{H_m(s)}{s} \right] = [K_r \cdot C_v \cdot (1 - e^{-t/T_m})] \cdot 1_o^+(t)$$

$$a_R = \mathcal{L}^{-1} \left[\frac{H_m(s)}{s} \right]^* = K_r \cdot C_v \cdot (1 - e^{-T_R/T_m})$$

$$z \{ a_R \} = K_r \cdot C_v \cdot \left(\frac{z}{z-1} - \frac{z}{z - e^{-T_R/T_m}} \right)$$

$$H_u(z) = \frac{z-1}{z} \cdot z \text{ [ans]}$$

$$H_u(z) = k_n \cdot C_v \cdot \left(1 - \frac{z-1}{z - e^{-Te/T_m}} \right) = k_n \cdot C_v \cdot \frac{1 - e^{-Te/T_m}}{z - e^{-Te/T_m}}$$

$$H_u(z) = k_n \cdot C_v \cdot \left(1 - \frac{e^{-Te/T_m}}{z - e^{-Te/T_m}} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow H_u(z) = \frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{B(z)}{A(z)}, \quad B(z) = k_n \cdot C_v \cdot (1 - e^{-Te/T_m}) \\ A(z) = z - e^{-Te/T_m}$$

ON CALCULE $\frac{Y(z)}{W(z)}$ DE LA MÊME FAÇON:

$$\frac{Y(z)}{W(z)} = H_w(z) = k_n \bar{C}_v \cdot \left(1 - \frac{e^{-Te/T_m}}{z - e^{-Te/T_m}} \right) \Rightarrow \\ \Rightarrow \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{B_w(z)}{A(z)}, \quad B_w(z) = k_n \bar{C}_v \cdot (1 - e^{-Te/T_m}) \\ A(z) = z - e^{-Te/T_m}$$

$$y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \cdot V(z) - \frac{B_w(z)}{A(z)} \cdot W(z)$$

ÉTUDE DE LA BOUCLE FERMÉE

1.

$$H_m(z) = \frac{k_m C_v. (z-D)}{z-D}$$

$$A(z) = z - D$$

$$B(z) = k_m C_v. (z-D)$$

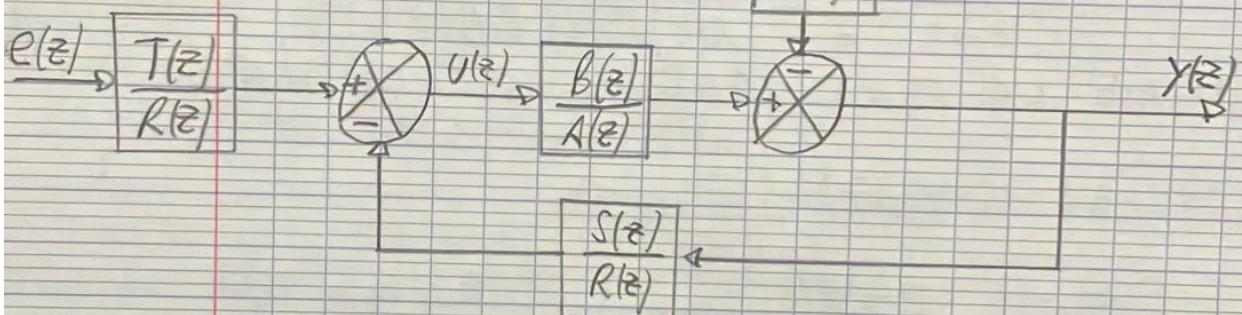
$$H_w(z) = \frac{k_n \tilde{C}_v. (z-D)}{z-D}$$

$$A(z) = z - D$$

$$B(z) = k_n \tilde{C}_v. (z-D)$$

$$Y(z) = \frac{B(z)}{A(z)} \cdot U(z) - \frac{B_w(z)}{A(z)} \cdot W(z)$$

$$\frac{B_w(z)}{A(z)}$$



2. CHANGER DES CHARGES

* TEMPS DE RÉPONSE 2 À 5 FOIS PLUS RAPIDE EN BOUCLE FERMÉE QUE EN BOUCLE OUVERTE

ON A UN PÔLE: $Z_0 = D = e^{-\frac{T_e}{T_m}}$

COMME ON VEUT UN TEMPS DE RÉPONSE 2 À 5 FOIS PLUS RAPIDE, ON VEUT UN PÔLE:

$$D^r, 2 \leq r \leq 5$$

DONC, ON DÉDUIT: $T_d = z - D^r, 2 \leq r \leq 5$

* REJETER ASYMPTOTIQUEMENT L'EFFET D'UNE PERTURBATION CONSTANTE

→ THEOREME DE LA VALEUR FINALE:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} y_m = 0 \Rightarrow \lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z-1}{z} \cdot y(z) = 0$$

COMME $e(z) = 0$:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z-1}{z} \cdot \frac{B(z) \cdot R(z)}{A(z) \cdot R(z) + B(z) \cdot S(z)} \cdot p_n(z) = 0$$

COMME LA PERTURBATION EST CONSTANTE:

$$p_n(z) = \frac{z}{z-1} \cdot p_0$$

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \frac{z-1}{z} \cdot \frac{B(z)R(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)} \cdot \frac{z}{z-1} \cdot p_0 = 0$$

$\lim_{z \rightarrow \infty} B(z)R(z) = 0 \rightsquigarrow z=1$ EST UNE RACINE SIMPLE

$R(z) = (z-1)^{\lambda} \cdot \tilde{R}(z)$, $\lambda = 1$ POUR UNE PERTURBATION CONSTANTE

$$R(z) = (z-1) \cdot \tilde{R}(z)$$

3.

$$y(z) = \frac{B(z)T(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)} e(z) +$$

$$+ \frac{B(z)R(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)} \cdot p_n(z)$$

$$\frac{B(z)T(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)} = \frac{Ba(z)}{\pi a(z)}$$

$\int Ba(z) = B(z)T(z)$

$$\pi a(z) = A(z)R(z) + B(z)S(z) \rightarrow \text{ÉQUATION DIOPHANTINE}$$

(IDENTITÉ DE BÉZOUT)

$$A(z) = z - D \quad B(z) = k_n \cdot (z - D)$$

$$R(z) = (z - 1) \cdot \bar{R}(z) \quad \pi a = z - D^k, \quad 2 \leq k \leq 5$$

$$\pi a(z) = A(z)R(z) + B(z)S(z)$$

$$z - D^k = (z - D) \cdot (z - 1) \cdot \bar{R}(z) + k_n \cdot C_n \cdot (z - D)^k \cdot S(z)$$

ON NOTE: $\tilde{p} = \deg\{\bar{R}(z)\}$ $\sigma = \deg\{S(z)\}$

$$q = \deg\{\pi a(z)\} \quad \tilde{m} = \deg\{\bar{R}(z)\} \quad m = \deg\{B(z)\}$$

L'ÉQUATION EST BIEN POSÉE SI, ET SEULEMENT SI IL EXISTE UNE SOLUTION ET UNE SEULE POUR LES POLYNÔMES $R(z)$ ET $S(z)$.

① AFIN DE GARANTIR L'EXISTENCE D'UNE SOLUTION, ON IMPOSE UNE CONTRAINTE D'ÉGALITÉ DES DEGRÉS DES POLYNÔMES:

$$\tilde{m} + \tilde{p} = q$$

② POUR QUE LE PROBLÈME PUISSE POSSÉDER UNE SEULE SOLUTION, IL DOIT Y AVOIR ÉGALITÉ DU NOMBRE DE PARAMÈTRES AVEC LE NOMBRE D'ÉQUATIONS À RÉSOUTRE:

$$\tilde{p} + \sigma + 1 = q$$

③ LA CAUSALITÉ DES FONCTIONS DE TRANSFERT

POUR QUE LE CORRECTEUR RST SE TRADUIT PAR DES CONTRAINTES SUR LES DEGRÉS DES POLYNÔMES $R(z), S(z)$:

$$0 \leq p = \bar{p} + 1$$

$$\begin{cases} \tilde{m} + \bar{p} = q \\ \bar{p} + 0 + 1 \leq q \\ 0 \leq \bar{p} + 1 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \tilde{m} = \deg\{\tilde{R}(z)\} = f(z-1)A(z) = 2 \\ q = \deg\{\Pi_d(z)\} = 1 \end{array}$$

$$2 + \bar{p} = 1 \Leftrightarrow \bar{p} = -1$$

$$-1 + 0 + 1 \leq 1 \Leftrightarrow 0 \leq 1$$

$$1 \leq -1 + 1 \Leftrightarrow 1 \leq 0 \rightarrow \text{FAUX!}$$

CONDITIONS NON VÉRIFIÉES

DONC, IL FAUT METTRE EN FACTEUR DU POLYNÔME DÉSIRÉ $\Pi_d(z)$ UN POLYNÔME AUXILIAIRE $A_0(z)$ DE DEGRÉ $k \geq q_{\min} - \tilde{m}$ ET MONIQUE:

$$\frac{B(z)T(z)}{A(z)R(z) + B(z)S(z)} = \frac{B_d(z) \cdot A_0(z)}{\Pi_d(z) \cdot A_0(z)}$$

ON CHOISIT $A_0(z)$ DE TELLE SORTE À INTRODUIRE SEULEMENT 1 RACINE MULTIPLE:

$$A_0 = (z - z_0)^k, z_0 = e^{-\frac{\pi i}{T_e}}, -\frac{\pi}{T_e} < \gamma < \frac{\pi}{T_e}$$

DONC: $A(z)R(z) + B(z)S(z) = \Pi_d(z) \cdot A_0(z)$
 $(z - D)(z - 1)R(z) + B(z)S(z) = (z - D^k) \cdot (z - z_0)^k$

L'ÉQUATION DIOPHANTINE EST BIEN POSÉE, SI:

$$\begin{cases} \tilde{m} + \tilde{p} = q + k \\ \tilde{p} + \sigma + 1 = q + k \\ 0 \leq p = \tilde{q} + \tilde{p} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tilde{q} + \tilde{p} = 1 + k \Leftrightarrow \tilde{p} = k - 1 \\ \tilde{p} + \sigma + 1 = q + k \Rightarrow k - 1 + \sigma + 1 = 1 + k \\ \sigma = 1 \end{cases}$$

$$1 \leq 1 + k - 1 \Leftrightarrow k \geq 1$$

DONC: $k = 1 \Rightarrow A_0(z) = z - z_0$

$$\tilde{p} = k - 1 = 1 - 1 = 0 \Rightarrow R(z) = (z - 1). \tilde{R}(z) \Rightarrow R(z) = z - 1$$

$$\sigma = 1 \Rightarrow S(z) = S_1 z + S_0,$$

ON CALCULE S_1 ET S_0 :

$$\begin{aligned} A(z)R(z) + B(z)S(z) &= \pi_d(z). A_0(z) \\ (z - D). (z - 1) + K_n C_n (1 - D) S(z) &= (z - D^k). (z - z_0) \end{aligned}$$

$$K_n C_n (1 - D) S(z) = z^2 - z_0 z - D^k z + D^k z_0 - z^2 + z + D z - D$$

$$S(z) = \frac{(-z_0 + D - D^k + 1)z + (D^k z_0 - D)}{K_n C_n (z - D)}$$

$$S(z) = S_1 z + S_0, \quad 2 \leq k \leq 5, \quad z_0 = e^{-\frac{\pi i T_0}{T_m}}, \quad k < z < \frac{\pi}{T_0}$$

POUR CALCULER $T(z)$: $B(z)T(z) = B_d(z). A_0(z)$

SOIT $\mu = \deg[B_d(z)]$, IL Y A UNE SOLUTION $T(z)$ QUI CONDUIT A DES FONCTIONS DE TRANSFERT DU CORRECTEUR RST QUI SOIENT CAUSALES SI, ET SEULEMENT SI:

$$4 - \mu = m - m, \quad q = \deg[\pi_d(z)] = 1$$

$$\mu = \deg[B_d(z)]$$

$$m = \deg[A(z)] = 1$$

$$m = \deg[B(z)] = 0$$

$$q - \mu = m - m \\ q - \mu = 1 - 0 \Leftrightarrow \mu \leq 0 \Rightarrow \mu = 0 \Rightarrow B_d(z) = B_d \\ \text{↳ CONSTANT}$$

DONC : $B(z)T(z) = B_d(z)A_0(z)$
 $K_n.C_v.(1-D).T(z) = B_d.(z - z_0)$

$$T(z) = \frac{B_d.(z - z_0)}{K_n.C_v.(1-D)}$$

ON NOTE UN GAIN STATIQUE UNITAIRE :

$$\lim_{z \rightarrow 1} \frac{B_d(z)}{\pi_d(z)} = 1 \Rightarrow \frac{B_d}{1-D^f} = 1 \Leftrightarrow B_d = 1 - D^f$$

DONC : $T(z) = \frac{(1 - D^f).(z - z_0)}{K_n.C_v.(1 - D)}$,

$$2 \leq f \leq 5, z_0 = e^{-j\frac{\pi}{T_e}}, \frac{f}{C_m} < z < \frac{\pi}{T_e}$$

3.2 Transfert de position

6.2

①

$$* U_p(p) = \frac{x}{p} \cdot U_{GT}(p)$$

• U_{GT} : tension en volt aux bornes GT

• U_p : tension en volt aux bornes potentiomètre

$$U_p = k_0 \cdot \frac{180}{70 \cdot \pi} \cdot \Omega_n$$

$$\Omega_n = \frac{1}{p} \cdot \frac{1}{x} \cdot R_m$$

$$R_m = \frac{1}{K_R} \cdot \frac{2\pi}{60 \cdot 10^{-3}} \cdot U_{GT}$$

En combinant ces 3 équations:

$$U_p = k_0 \cdot \frac{18}{\pi} \cdot \frac{1}{p \cdot x} \cdot \frac{1}{K_R} \cdot \frac{2\pi}{60 \cdot 10^{-3}} \cdot U_{GT}$$

7

$$\text{Ainsi } X = \frac{k_0 \cdot 18 \cdot 2\pi}{\pi \cdot x \cdot k_n \cdot 60 \cdot 10^{-3}}$$

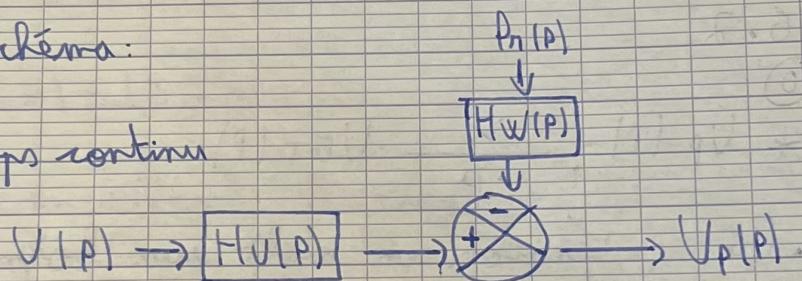
$$\text{Id est } X = \frac{3 \cdot k_0}{x \cdot k_n \cdot 5 \cdot 10^{-3}}.$$

Il vient de (17) et (26) :

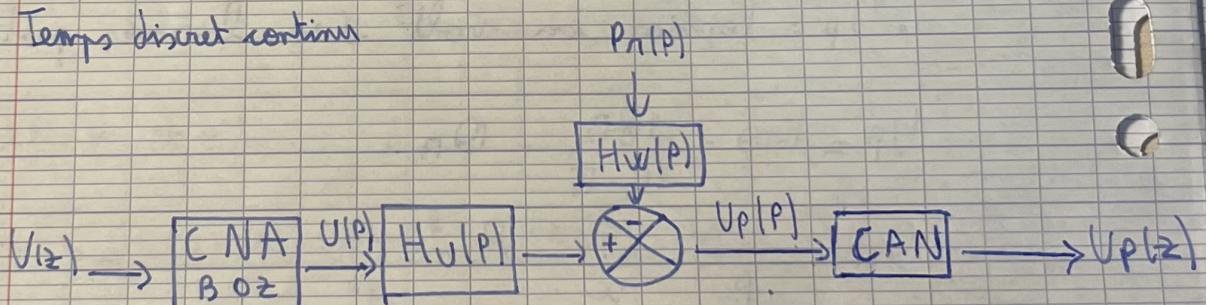
$$U_p(p) = \frac{\frac{X \cdot k_n \cdot C_V}{p(1 + \tau_m \cdot p)} \cdot U(p) - \frac{X \cdot k_n \cdot C_V}{p(1 + \tau_m \cdot p)} \cdot P_n(p)}{= H_U(p)} = H_W(p)$$

* Schéma :

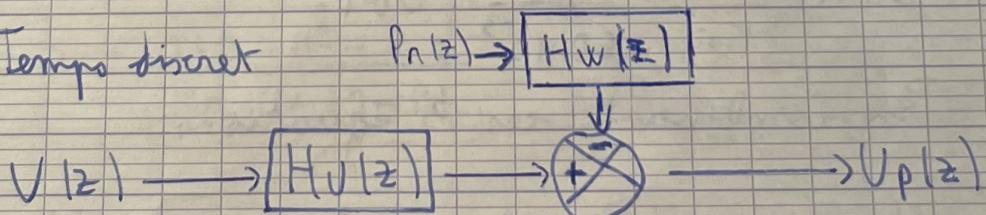
Temps continu



Temps discret continu



Temps discret



* $H_U(z)$

$$\begin{aligned}
 H_U(z) &= \frac{z-1}{z} \cdot \tilde{\gamma} \left(\frac{H_U(p)}{p} \right), \quad \gamma = X \cdot K_n \cdot C_V \\
 &= \frac{z-1}{z} \cdot \tilde{\gamma} \left(-\frac{\gamma \cdot T_m}{p} + \frac{\gamma}{p^\alpha} + \frac{\gamma \cdot T_m}{T_m^{-1} + p} \right) \\
 &= \frac{z-1}{z} \cdot \left(\frac{-\gamma \cdot T_m \cdot z}{z-1} + \frac{\gamma \cdot T_e \cdot z}{(z-1)^2} + \frac{\gamma \cdot T_m \cdot z}{z - \exp(-\frac{T_e}{T_m})} \right) \\
 &= \frac{z \cdot \gamma \cdot (D \cdot T_m - T_m + T_e) - \gamma \cdot T_e \cdot D}{(z-1)(z-D)} \quad \text{avec } D = e^{-\frac{T_e}{T_m}}
 \end{aligned}$$

Lorsque $T_e \rightarrow 0$, $H_U(z) = \frac{\gamma \cdot T_e}{z-1}$

On note $A = (z-1)(z-D)$.

$B = \alpha \cdot z - \beta$.

$$H_U(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

* $H_W(z) = \frac{Y(z)}{W(z)}$

$$H_W(z) = \frac{z \cdot \tilde{\gamma} \cdot (D \cdot T_m - T_m + T_e) - \tilde{\gamma} \cdot T_e \cdot D}{(z-1)(z-D)}$$

$$\tilde{\gamma} = X \cdot K_n \cdot \tilde{C}_V$$

On pose $B_W(z) = z \cdot \tilde{\gamma} \cdot (D \cdot T_m - T_m + T_e) - \tilde{\gamma} \cdot T_e \cdot D$

Donc $H_W(z) = \frac{B_W(z)}{B(z)}$.

9

Lorsque $T \rightarrow 0$, $H(V(z)) = -\frac{z-Te}{z-1}$

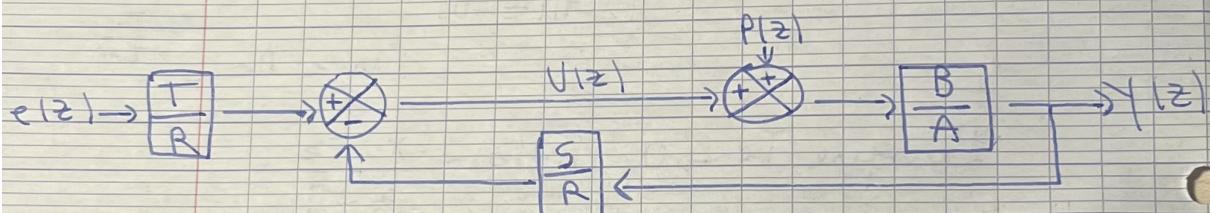
$$\text{Il vient } Y(z) = \frac{B}{A} \cdot V(z) - \frac{BW}{A} \cdot W(z)$$

$$= \frac{B}{A} \cdot [V(z) - \frac{BW}{B} \cdot W(z)].$$

$$\text{On note } P(z) = -\frac{BW}{B} \cdot W(z) = -\frac{BW}{B} \cdot \frac{z}{z-1}. \text{ (no.)}$$

$$\text{D'où } Y(z) = \frac{B}{A} \cdot [V(z) + P(z)].$$

Schéma bloc du convertisseur RST :



Équation RST :

$$Y(z) = \frac{B \cdot T}{A \cdot R + B \cdot S} \cdot e(z) + \frac{B \cdot R}{A \cdot R + B \cdot S} \cdot P(z).$$

1

* Rejet asymptotique couple frottement constant

Lorsque $z = 0$ et $P(z) = \frac{z}{z-1}$. (no),

$$\lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} \cdot Y(z) = 0.$$

Ainsi $R(z) = (z-1)^l \cdot \tilde{R}$ avec $l > 1$.

On choisit $\ell=1$ (perturbation échelon).

$$R = (z - 1) \cdot \tilde{R}.$$

* Théorème retard relatif.

$$\text{On pose } Bd = B \cdot \tilde{B}.$$

Retard du système en boucle ouverte : 1

Donc retard en boucle fermée ≥ 1

$$\text{Ainsi } q - \tilde{\nu} \geq 1 \text{ ie } q - m - \tilde{\nu} \geq 1$$

$$\text{ie } 0 \leq \tilde{\nu} \leq q - 2.$$

En prenant $q=2$, $\tilde{\nu}=0$: \tilde{B} constant.

$$\Pi d(p) \text{ est de la forme } \frac{1}{\omega_0^2} \cdot p^2 + \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0} \cdot p + 1$$

En prenant l'approximation de Euler avant

$$p = \frac{z-1}{T_e}.$$

$$\Pi d(z) = z^2 + z \cdot (2 \cdot \xi \cdot \omega_0 \cdot T_e - 2) + 1 - 2 \cdot \xi \cdot \omega_0 \cdot T_e + \omega_0^2 \cdot T_e^2$$

$$\text{on pose } C_1 = 2 \cdot \xi \cdot \omega_0 \cdot T_e - 2 \quad \text{et } C_2 = 1 - 2 \cdot \xi \cdot \omega_0 \cdot T_e + \omega_0^2 \cdot T_e^2$$

* Temps de réponse à 0.1s:

En observant l'allure de C_d en fonction de ξ ,

On choisit $\xi = 0.69$ et $T_d = 0.43$.

On $T_d = \frac{\pi}{\omega_0} \cdot \frac{W_0}{2\pi}$ avec $\omega_0 = 0.75$

$\omega_0 = 270 \text{ rad/s.}$

② Équation diophantine:

$$A \cdot R + B \cdot S = \pi T_d$$

Équation bien posée si:

① $\tilde{n} + \tilde{p} = q$

② $\tilde{p} + b + r = q$

③ $b \leq \tilde{p} + 1$

Il vient:

① $3 + \tilde{p} = 2 \text{ ; e } \tilde{p} = -1$

② $6 = 2$

③ $2 \leq 0 \text{ FAUX.}$

Équation diophantine mal posée.

On rajoute un polynôme auxiliaire A_0 tel que

$$H_0 = \frac{Bd}{\pi d} = \frac{Bd \cdot A_0}{\pi d \cdot A_0} \text{ avec } A_0 = (z - z_0)^k$$

$$z_0 = e^{-T_d \cdot \Delta}$$

$$\left| -\xi \cdot \omega_0 + j \cdot \omega_0 \cdot \sqrt{1-\xi^2} \right| < \Delta < \frac{\pi}{T_d}$$

12

Équation diophantine :

$$A \cdot (z - 7) \cdot R + S = \text{ID}.A_0$$

- ① $3 + \tilde{p} = 2 + k$
- ② $\tilde{p} + 6 + 7 = 2 + k$
- ③ $6 \leq \tilde{p} + 1$

Il vient

- ① $\tilde{p} = k - 1$
- ② $6 = 2$
- ③ $2 \leq k$

On choisit $k = 2$. Ainsi $\tilde{p} = 1$ et $6 = 2$.

$$A_0(z) = (z - z_0)^2$$

$$R(z) = (z - 1)(z + z_0)$$

$$S(z) = S_0 + S_1 \cdot z + S_2 \cdot z^2$$

Mise sous forme matricielle :

$$A(z)(z - 7) = z^3 + z^2 \cdot (-2 - 0) + z \cdot (2 \cdot 0 + 1) - 0$$

$$R(z) = z + z_0$$

$$\begin{aligned} \text{ID}(z) \cdot A_0(z) &= z^4 + z^3 \cdot \boxed{C_1 - 2 \cdot z_0} + z^2 \cdot \boxed{z_0^2 - 2 \cdot z_0 \cdot C_1 + C_0} \\ &\quad + z \cdot \boxed{C_1 \cdot z_0^2 - 2 \cdot z_0 \cdot C_0} + \boxed{C_0 \cdot z_0^2} \end{aligned}$$

Le système matriciel à résoudre pour trouver les coefficients des polynômes est le suivant :

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 & 0 \\ -(D+2) & -\beta & \alpha & 0 \\ 2 \cdot D + 1 & 0 & -\beta & \alpha \\ -D & 0 & 0 & -\beta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} S_0 \\ S_2 \\ S_1 \\ S_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_3 + 2 + D \\ \tilde{C}_2 - (2 \cdot D + 1) \\ \tilde{C}_1 + D \\ \tilde{C}_0 \end{bmatrix}$$

En résolvant ce système, on trouve les coefficients des polynômes A et S .

* Pour T :

$$B \cdot T = A_0 \cdot B d -$$

$$\text{On souhaite } \lim_{z \rightarrow 1} \frac{z-1}{z} \cdot Y(z) = E_0,$$

$$\text{quand } E(z) = \frac{z}{z-1} \cdot E_0 \text{ et } P(z) = 0.$$

$$\text{Après calcul, } \tilde{\beta} = \frac{S_0 + S_1 + S_2}{(1 - z_0)^2} /$$

$$T(z) = \frac{S_0 + S_1 + S_2}{(1 - z_0)^2} \cdot (z - z_0)^2 \cdot$$

4 Mise en oeuvre pratique

4.1 En simulation sur MATLAB

4.2 Manipulation expérimentale sur maquette didactique et station informatique

Dans cette manipulation expérimentale, on utilise un servomécanisme actionné par un moteur électrique à courant continu, comme présenté dans la Figure 20.

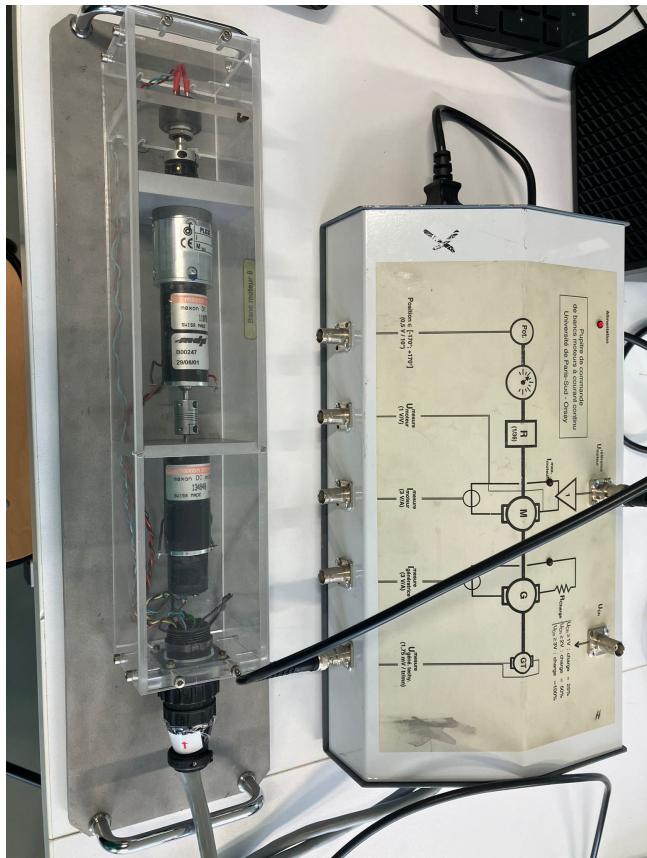


FIGURE 20 – Système du servomécanisme avec un moteur électrique à courant continu.

Pour réaliser un asservissement de vitesse et de position, on implémente un correcteur numérique RST dans le système du servomécanisme. Dans un premier temps, on applique un signal carré avec les paramètres suivants comme signal d'entrée :

- Amplitude : 4 ;
- Période : $\frac{10}{T_e}$;
- Largeur d'impulsion : $\frac{5}{T_e}$;
- Retard de phase : $\frac{0.1}{T_e}$
- Temps d'échantillonnage T_e : $10^{-3}s$

Le signal entre ensuite dans un convertisseur DAC (ou CNA, en français) qui convertit le signal d'entrée numérique en analogique et passe ensuite par un convertisseur ADC (ou CAN, en français) qui convertit à nouveau le signal analogique en numérique. Dans la manip, on utilise le canal 1 du convertisseur DAC et le canal 5 du convertisseur ADC, comme le montre la Figure 21.

Il convient de noter que le convertisseur DAC convertit un signal numérique dans l'intervalle de -1 à 1 en un signal analogique dans l'intervalle de $-10V$ à $10V$. Par conséquent, on doit

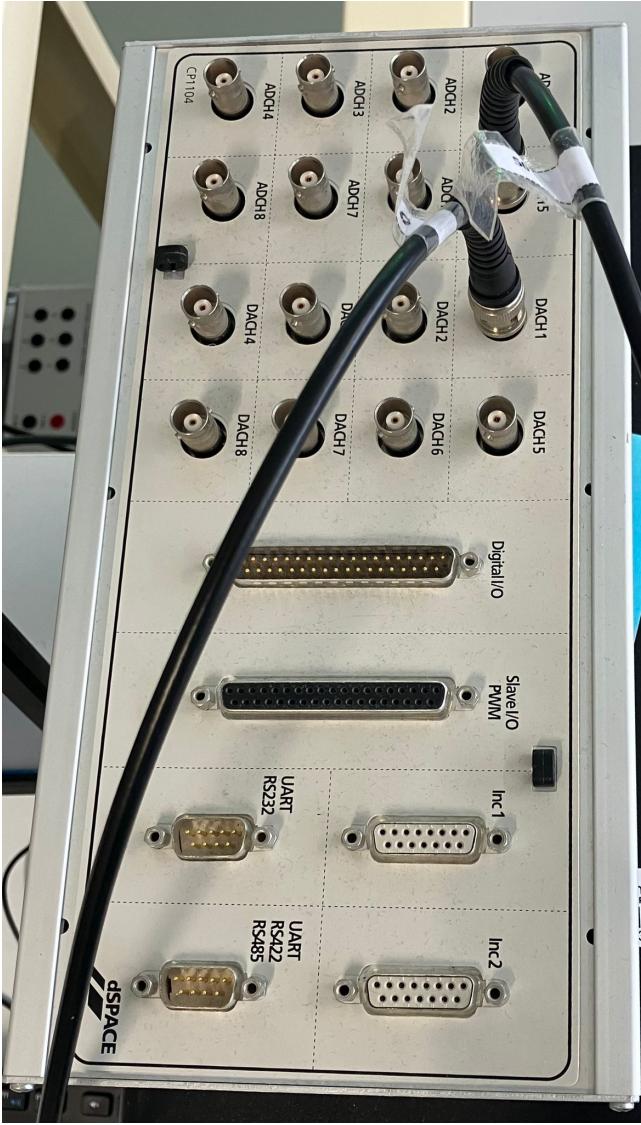


FIGURE 21 – Convertisseurs DAC et ADC.

saturer le signal d'entrée à -1 et 1 avant d'entrer dans le convertisseur DAC.

Ensuite, on implémente le correcteur RST implanté, en respectant le cahier de charges présenté dans la Section 3. Le schéma-bloc du système avec le correcteur RST est présenté dans la Figure 22. Il faut noter que le gain de R est :

$$\frac{1 - p_{1d}}{K_\Omega C_v(1 - D)}$$

Lors des premières simulations, on a remarqué que le système présentait constamment un comportement instable. Après avoir revu les calculs, on a réalisé qu'un des pôles du système était positif dans le plan complexe, ce qui rend précisément le système instable. Pour qu'un système soit stable, tous les pôles doivent se trouver dans le demi-plan gauche du plan complexe, en d'autres termes, la partie réelle des pôles doit être strictement négative. Cela signifie que les pôles doivent avoir une partie réelle négative pour garantir la stabilité. De cette façon, on corrigé le calcul et, ainsi, on a garantit que tous les pôles ont la partie réelle négative. Les paramètres obtenus à partir de la modélisation du système sont présentés dans la Figure 23.

Avec le système corrigé et le correcteur RST correctement implanté, l'asservissement de vitesse présent le résultat illustré dans la Figure 24.

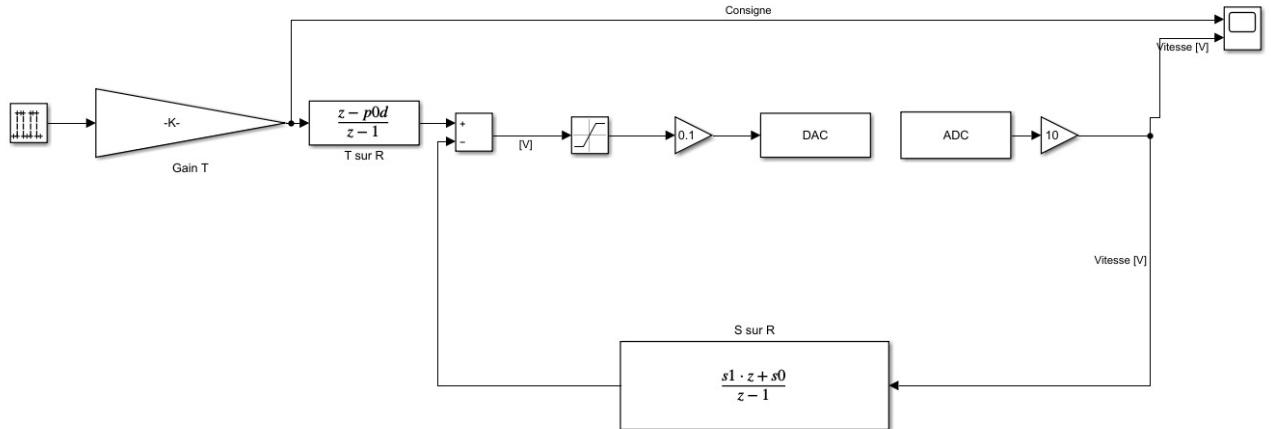


FIGURE 22 – Schéma-bloc du système d'asservissement de position avec le correcteur RST.

```

clear all;
close all;
clc;

format short g;

%Temps final de simulation
Tf = Inf;

Te = 1e-3;
Fe = 1/Te;
Amplitude = 4;
Periode = 10/Te;
Largeur = 0.5*Periode;

K_Omega = 1.75E-3/(2*pi/60);

tau_m = 9.17e-3;
f = 0.25;
Cv = 61.261;

p0c = -(0.6*f/tau_m + 0.4*pi/Te);
D = exp(-Te / tau_m);
plc = -f/tau_m;
pld = exp(-Te*f/tau_m);
p0d = exp(Fe * p0c);

s0 = (p0d*pld - D) / (K_Omega*Cv * (1-D));
s1 = (1+D-p0d-pld) / (K_Omega*Cv * (1-D));

```

FIGURE 23 – Code MATLAB avec tous les paramètres du système et du correcteur RST.

Dans la Figure 24, la ligne rouge représente le signal de vitesse idéal, tandis que la courbe bleue représente le signal de vitesse réel. Comme on peut le constater, le correcteur RST a été

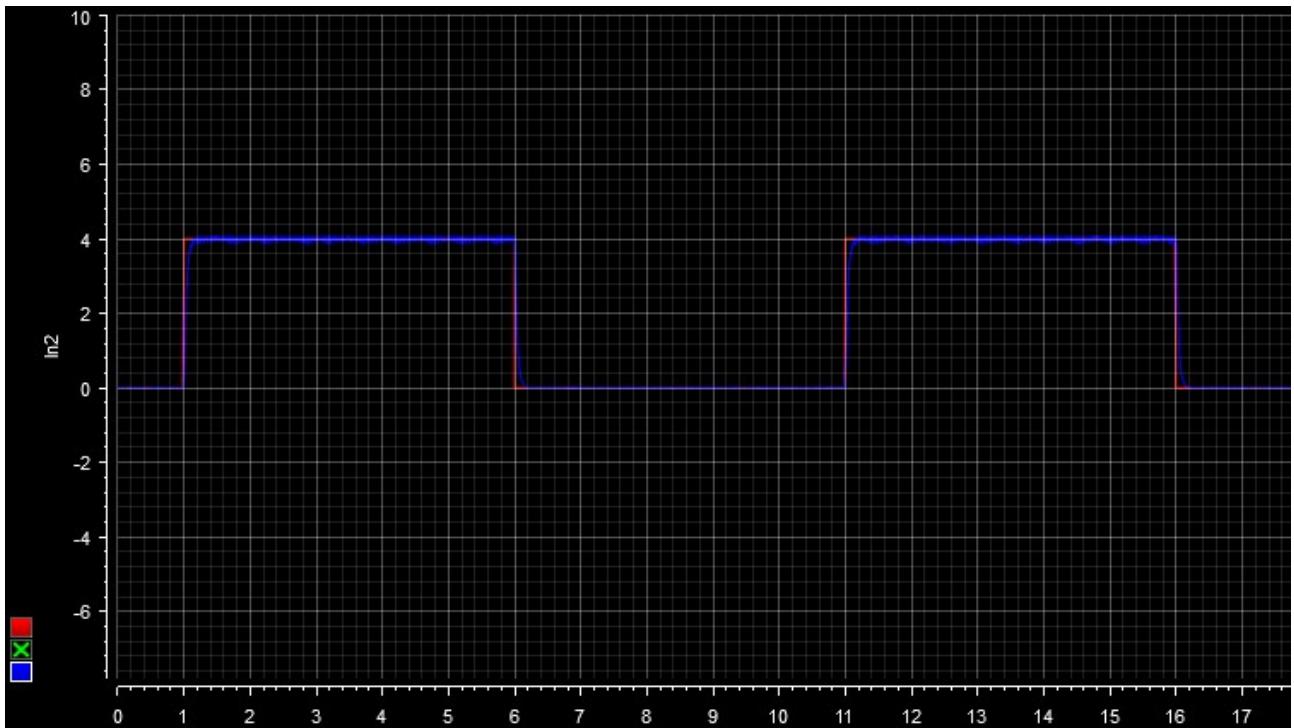


FIGURE 24 – Signal de vitesse résultant après le correcteur RST.

capable de contrôler la vitesse avec précision, en respectant le cahier des charges stipulé. Pour mieux analyser la courbe de sortie, on peut examiner les courbes de plus près.

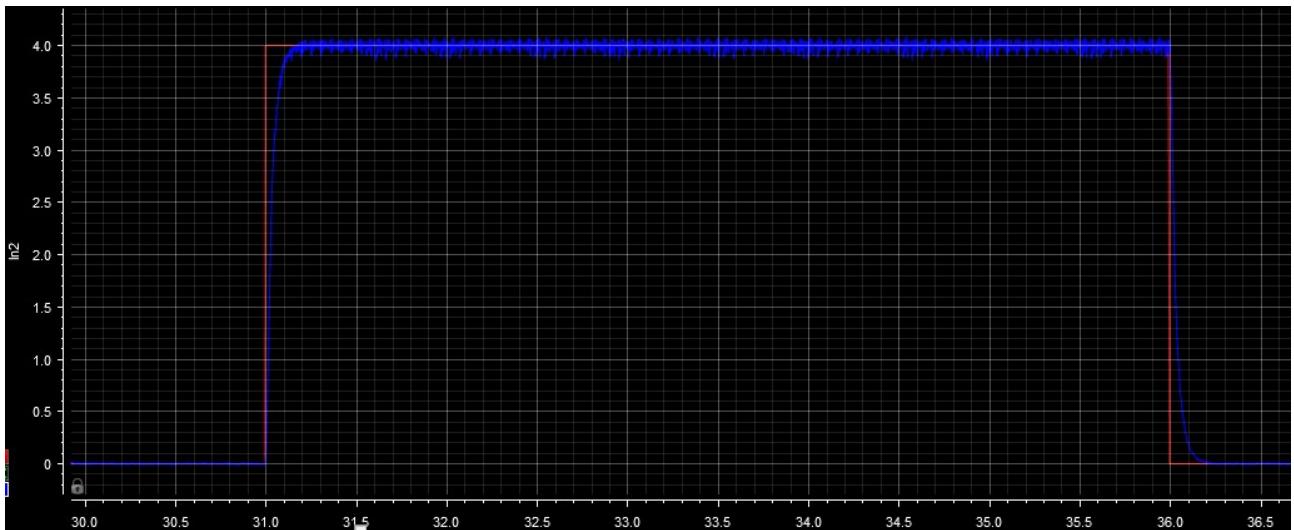


FIGURE 25 – Signal de vitesse résultant après le correcteur RST.

La Figure 25 montre que sur les bords ascendants et descendants du signal de la vitesse, le signal de vitesse réel diffère du signal de vitesse idéal. Sur la bord ascendante, le contrôleur peut avoir besoin d'augmenter la puissance ou l'effort de commande pour surmonter l'inertie ou la résistance au mouvement, tandis que sur le bord de descente, il peut avoir besoin de réduire la puissance ou l'effort de commande pour éviter un dépassement ou des oscillations excessives. Ces différences dans les demandes de contrôle et les caractéristiques dynamiques du système peuvent entraîner des asymétries dans la réponse de la vitesse, même si le contrôleur agit.

L'un des moyens de réduire le temps de réponse d'un système consiste à concevoir le contrôleur de manière à déplacer les pôles du système vers des positions plus rapides dans le plan complexe. Des pôles plus rapides impliquent une réponse plus rapide du système aux modifications de l'entrée. Toutefois, des pôles extrêmement rapides peuvent entraîner un dépassement important de la réponse du système, ce qui signifie que la sortie peut dépasser la valeur souhaitée avant de se stabiliser. Cela peut provoquer des oscillations indésirables et compromettre les performances du système. Il est donc important de sélectionner des pôles suffisamment rapides pour que la réponse du système soit rapide sans pour autant rendre le système oscillatoire ou instable.

4.3 Identification offline

Nous avons élaboré un script matlab permettant d'effectuer l'identification du système en utilisant un modèle ARX.

Nous avons utilisé la méthode des moindres carrés avec le buffer temporel. Voici le code.

```
% Matrice pour Y
nA = 10;
vY = zeros(nA+1,1); % Cr e un vecteur de taille N rempli de
% z ros
vY(1) = 1;
MY = triu(ones(nA+1, nA+1), -1) - triu(ones(nA+1, nA+1), -2);
Yt_buffer = zeros(nA+1,1);

% Matrice pour U
nB = 10;
d=1;
vU = zeros(nB+1+d,1); % Cr e un vecteur de taille N rempli de
% z ros
vU(1) = 1;
MU = triu(ones(nB+1+d, nB+1+d), -1) - triu(ones(nB+1+d, nB+1+d),
-2);
Ut_buffer = zeros(nB+1+d,1);

% offline
N = 100;

Y_samp = rand(N+1,1)*10;
Yt_buffer(1) = Y_samp(1);

U_samp = rand(N+1,1);
Ut_buffer(1) = U_samp(1);

S1=zeros(nA+nB,nA+nB);
S2=zeros(nA+nB,1);

for k = 2:N+1 %d but d un tableau matlab idx = 1 et non 0 ...
    %calcul phi k-1
    Yt_buffer = MY*Yt_buffer + vY*Y_samp(k); %memory buffer
    % Yt_buffer(1) : instant k (actuel)
```

```

% Yt_buffer(2) : instant k-1 (pr c dent)

Ut_buffer = MU*Ut_buffer + vU*U_samp(k); % memory buffer

phiK_1=[-Yt_buffer(2:end) ; Ut_buffer(d+2:end) ];

S1=S1+phiK_1 * phiK_1';
S2=S2+phiK_1*Y_samp(k-1);

theta = S1\S2

```

4.4 Annexes

4.4.1 TPMCC

```
clear;
close all;
clc;

Cr0 = 1E-3; % Nm
f = 1E-6; % NM/(rad/s)
Rc = 1E3; %entre 0 et +infini
R = 1.34; %ohm
L = 1.2*1E-4; %H
Kc = 1.63*1E-2; %mN/A
Kom = 1.67*1E-2; %V/(rad/s)
J = 1.84*1E-6; %kg.m^2
Ke = 1.63*1E-2; %V s/rad
x = 36;
Kth = 2.86; % V/rad
delai = 5; %s
U0=10; % V
Te = 1E-6; %s
```

4.4.2 Q4_3

TPMCC

```
model = 'exo4_facto';

simIn = Simulink.SimulationInput(model); %create object
out = sim(simIn); %run simulation, all results returned in "out"

simIn = simIn.setVariable("f",0); %example of setting a parameter
override
simIn = simIn.setVariable("Rc",0); %example of setting a
parameter override

buffer_Cr0 = [0.5*Cr0 Cr0 1.5*Cr0]';
T = out.U0.time;
figure;

% affichage chelon
plot(T,out.U0.signals.values,'DisplayName', ['U_0'], 'LineWidth',
2);
hold on;

for i = 1:size(buffer_Cr0, 1)
    simIn = simIn.setVariable("Cr0",buffer_Cr0(i)); %example of
    setting a parameter override
    out = sim(simIn); %run simulation, all results returned in "
    out"
```

```

T = out.U0.time;
plot(T, out.Om_m.signals.values, 'DisplayName', ['Cr_0 = ', num2str(buffer_Cr0(i))], 'LineWidth', 2);
hold on;
end

legend('show');
title('Evolution de \Omega_m en fonction du temps (T) pour plusieurs valeurs de Cr0.');
xlabel('T (s)');
ylabel('Om_m (Rad/s)');
grid on;

```

4.4.3 Q4_4

TPMCC

```

%% 4.4.1
model = "exo4_facto";

simIn = Simulink.SimulationInput(model); %create object
out = sim(simIn); %run simulation, all results returned in "out"

simIn = simIn.setVariable("Rc",0); %example of setting a parameter override

buffer_f = logspace(0, -8, 9)';
T = out.U0.time;
figure;
color = lines(size(buffer_f,1)+1);
% affichage chelon
plot(T,out.U0.signals.values, 'Color', color(1, :), 'DisplayName', ['U_0'], 'LineWidth', 2);
hold on;

for i = 1:size(buffer_f,1)
    simIn = simIn.setVariable("f",buffer_f(i)); %example of setting a parameter override
    out = sim(simIn); %run simulation, all results returned in "out"
    T = out.U0.time;
    plot(T, out.Om_m.signals.values, 'Color', color(i+1, :), 'DisplayName', ['f = ', num2str(buffer_f(i))], 'LineWidth', 2);
    hold on;
end

legend('show');
title('Evolution de \Omega_m en fonction du temps (T) pour plusieurs valeurs de f.');

```

```

xlabel('T (s)');
ylabel('Om_m (Rad/s)');
grid on;

%% 4.4.2
model = "exo4_facto";

simIn = Simulink.SimulationInput(model); %create object
out = sim(simIn); %run simulation, all results returned in "out"

%      simIn = simIn.setVariable("f",0); %example of setting a
% parameter override

buffer_RC = logspace(0, 10, 11)';
T = out.U0.time;
figure;
color = lines(size(buffer_RC,1)+1);
% affichage chelon
plot(T,out.U0.signals.values, 'Color', color(1, :), 'DisplayName',
     ['U_0'], 'LineWidth', 2);
hold on;

for i = 1:size(buffer_RC,1)
    simIn = simIn.setVariable("Rc",buffer_RC(i)); %example of
        setting a parameter override
    out = sim(simIn); %run simulation, all results returned in "
        out"
    T = out.U0.time;
    plot(T, out.Om_m.signals.values, 'Color', color(i+1, :), 'DisplayName',
         ['Rc = ',num2str(buffer_RC(i))], 'LineWidth'
         , 2);
    hold on;
end

legend('show');
title('Evolution de \Omega_m en fonction du temps (T) pour
plusieurs valeurs de Rc.');
xlabel('T (s)');
ylabel('Om_m (Rad/s)');
grid on;

```

4.4.4 Q4_5

```

TPMCC
model = "exo4_facto_H_U_Om";

%%      4.3
f = 0;

```

```

Rc = 0;

buffer_Cr0 = [0.5*Cr0 Cr0 1.5*Cr0]';
color = lines(size(buffer_Cr0,1));
figure;
for i = 1:size(buffer_Cr0, 1)
    Cr0 = buffer_Cr0(i); %example of setting a parameter override
    [a,b,c,d]=linmod(model);
    sys=ss(a,b,c,d);
    H = minreal(tf(sys));
    [p,z]=pzmap(H);
    plot(real(p), imag(p), 'rx', 'DisplayName', ['Cr0 = ',num2str
        (buffer_Cr0(i))], 'MarkerSize', 10, 'Color', color(i, :));
    %"Cr0 = "+num2str(buffer_Cr0(i)));
    hold on;
end
legend('show');
title('Positions des P les en fonction de Cr0');
xlabel('Partie réelle');
ylabel('Partie imaginaire');
grid on;
% hold off;

%%      4.4.1
Cr0 = 1E-3;
Rc = 0;

buffer_f = logspace(0, -8, 9)';
color = lines(size(buffer_f,1));
figure;
for i = 1:size(buffer_f, 1)
    f = buffer_f(i); %example of setting a parameter override
    [a,b,c,d]=linmod(model);
    sys=ss(a,b,c,d);
    H = minreal(tf(sys));
    [p,z]=pzmap(H);
    plot(real(p), imag(p), 'rx', 'DisplayName', ['f = ',num2str(
        buffer_f(i))], 'MarkerSize', 10, 'Color', color(i, :));
    hold on;
end
legend('show');
title('Positions des P les en fonction de f');
xlabel('Partie réelle');
ylabel('Partie imaginaire');
grid on;

%%      4.4.2
Cr0 = 1E-3;
f = 1E-6;

```

```

buffer_RC = logspace(0, 10, 11)';
color = lines(size(buffer_RC,1));
figure;
for i = 1:size(buffer_RC, 1)
    Rc = buffer_RC(i); %example of setting a parameter override
    [a,b,c,d]=linmod(model);
    sys=ss(a,b,c,d);
    H = minreal(tf(sys));
    [p,z]=pzmap(H);
    plot(real(p), imag(p), 'rx', 'DisplayName', ['Rc = ',num2str(
        buffer_RC(i))], 'MarkerSize', 10, 'Color', color(i, :));
    hold on;
end
legend('show');
title('Positions des P les en fonction de Rc');
xlabel('Partie r elle');
ylabel('Partie imaginaire');
grid on;

```

4.4.5 Q4_6

```

TPMCC
model = "exo4_facto_H_U_Ugt";

%%      4.3
f = 0;
Rc = 0;
marge = {1e-1, 1e4};
buffer_Cr0 = [0.5*Cr0 Cr0 1.5*Cr0]';
color = lines(size(buffer_Cr0,1));
figure;
for i = 1:size(buffer_Cr0, 1)
    Cr0 = buffer_Cr0(i); %example of setting a parameter override
    [a,b,c,d]=linmod(model);
    sys=ss(a,b,c,d);
    H = minreal(tf(sys));
    [mag,phase,wout] = bode(H,marge);

    subplot(2, 1, 1);
    semilogx(wout, 20*log(squeeze(mag)), 'DisplayName', ['Cr0 = ',
        num2str(buffer_Cr0(i))]);
    hold on;

    subplot(2, 1, 2);
    semilogx(wout,squeeze(phase), 'DisplayName', ['Cr0 = ',
        num2str(buffer_Cr0(i))]);
    hold on;
end

subplot(2, 1, 1);

```

```

title('Diagramme de Gain en fonction de Cr0');
xlabel('Fr quence (rad/s)');
ylabel('Gain (dB)');
grid on;
legend('show')

subplot(2, 1, 2);
title('Diagramme de Phase en fonction de Cr0');
xlabel('Fr quence (rad/s)');
ylabel('Phase (degr s)');
grid on;

%%      4.4.1
Cr0 = 1E-3;
Rc = 0;
marge = {1e-1, 1e8};
buffer_f = logspace(0, -8, 9)';
% color = lines(size(buffer_f ,1));
figure;
buffer_Gm = [];
buffer_Pm = [];
buffer_Mm = [];
for i = 1:size(buffer_f, 1)
    f = buffer_f(i); %example of setting a parameter override

    %simulink -> fonction de transfert
    [a,b,c,d]=linmod(model);
    sys=ss(a,b,c,d);
    H = minreal(tf(sys));

    % plan de nyquist
    [Re,Im,et] = nyquist(H,marge);

    % diagramme de Bode
    [mag,phase,wout] = bode(H,marge);

    % calcul marges de gain et de phase
    [Gm,Pm,Wcg,Wcp] = margin(sys);

    % calcul marge de module
        % Calcul des points complexes      partir de Re et Im
    Z = Re + 1i*Im;

    % Point fixe
    fixed_point = -1 + 0i;

    % Calcul des distances
    distances = abs(Z - fixed_point);

    % Trouver la distance minimale

```

```

Mm = min(distances);

buffer_Gm = [buffer_Gm;Gm];
buffer_Pm = [buffer_Pm;Pm];
buffer_Mm = [buffer_Mm;Mm];

% preprocess affichage gain
subplot(2, 1, 1);
semilogx(wout, 20*log(squeeze(mag)), 'DisplayName', ['f = ', num2str(buffer_f(i))]);
hold on;

% preprocess affichage phase
subplot(2, 1, 2);
semilogx(wout,squeeze(phase), 'DisplayName', ['f = ', num2str(buffer_f(i))]);
hold on;
end

% affichage gain
subplot(2, 1, 1);
title('Diagramme de Gain en fonction de f');
xlabel('Fr quence (rad/s)');
ylabel('Gain (dB)');
grid on;
legend('show')

% affichage phase
subplot(2, 1, 2);
title('Diagramme de Phase en fonction de f');
xlabel('Fr quence (rad/s)');
ylabel('Phase (degr s)');
grid on;
legend('show')

%affichage marges
figure;

% preprocess affichage marge gain
subplot(3, 1, 1);
plot(buffer_f, buffer_Gm, 'Marker', 'x', MarkerSize=20);

% preprocess affichage marge phase
subplot(3, 1, 2);
plot(buffer_f, buffer_Pm, 'Marker', 'x', MarkerSize=20);

% preprocess affichage marge module
subplot(3, 1, 3);
plot(buffer_f, buffer_Mm, 'Marker', 'x', MarkerSize=20);

```

```

subplot(3, 1, 1);
title('Marge de gain en fonction de f');
xlabel('f');
ylabel('Gain (dB)');
grid on;
legend('show')

subplot(3, 1, 2);
title('Marge de phase en fonction de f');
xlabel('f');
ylabel('Phase (deg)');
grid on;
legend('show')

subplot(3, 1, 3);
title('Marge de module en fonction de f');
xlabel('f');
ylabel('Module');
grid on;
legend('show')

%% 4.4.2
Cr0 = 1E-3;
f = 1E-6;
marge = {1e-1, 1e7};
buffer_RC = logspace(0, 10, 11)';
color = lines(size(buffer_RC,1));
figure;
buffer_Gm = [];
buffer_Pm = [];
buffer_Mm = [];
for i = 1:size(buffer_RC, 1)
    Rc = buffer_RC(i); %example of setting a parameter override
    [a,b,c,d]=linmod(model);
    sys=ss(a,b,c,d);
    H = minreal(tf(sys));

    % plan de nyquist
    [Re,Im,et] = nyquist(H,marge);

    % diagramme de Bode
    [mag,phase,wout] = bode(H,marge);

    % calcul marges de gain et de phase
    [Gm,Pm,Wcg,Wcp] = margin(sys);

    % calcul marge de module
    % Calcul des points complexes      partir de Re et Im
    Z = Re + 1i*Im;

```

```

% Point fixe
fixed_point = -1 + 0i;

% Calcul des distances
distances = abs(Z - fixed_point);

% Trouver la distance minimale
Mm = min(distances);

buffer_Gm = [buffer_Gm; Gm];
buffer_Pm = [buffer_Pm; Pm];
buffer_Mm = [buffer_Mm; Mm];

% preprocess affichage gain
subplot(2, 1, 1);
semilogx(wout, 20*log(squeeze(mag)), 'DisplayName', ['Rc = ', num2str(buffer_RC(i))]);
hold on;

% preprocess affichage phase
subplot(2, 1, 2);
semilogx(wout, squeeze(phase), 'DisplayName', ['Rc = ', num2str(buffer_RC(i))]);
hold on;
end

% affichage gain
subplot(2, 1, 1);
title('Diagramme de Gain en fonction de Rc');
xlabel('Fr quence (rad/s)');
ylabel('Gain (dB)');
grid on;
legend('show')

% affichage phase
subplot(2, 1, 2);
title('Diagramme de Phase en fonction de Rc');
xlabel('Fr quence (rad/s)');
ylabel('Phase (degr s)');
grid on;
legend('show')

%affichage marges
figure;

% preprocess affichage marge gain
subplot(3, 1, 1);
plot(buffer_RC, buffer_Gm, 'Marker', 'x', MarkerSize=20);

```

```

% preprocess affichage marge phase
subplot(3, 1, 2);
plot(buffer_RC, buffer_Pm, 'Marker', 'x', MarkerSize=20);

% preprocess affichage marge module
subplot(3, 1, 3);
plot(buffer_RC, buffer_Mm, 'Marker', 'x', MarkerSize=20);

subplot(3, 1, 1);
title('Marge de gain en fonction de Rc');
xlabel('Rc');
ylabel('Gain (dB)');
grid on;
legend('show')

subplot(3, 1, 2);
title('Marge de phase en fonction de Rc');
xlabel('Rc');
ylabel('Phase (deg)');
grid on;
legend('show')

subplot(3, 1, 3);
title('Marge de module en fonction de Rc');
xlabel('Rc');
ylabel('Module');
grid on;
legend('show')

```

4.4.6 Q4_7

```

TPMCC
model = "exo4_facto_H_Pr_Ugt";

%%      4.3
f = 0;
Rc = 0;
marge = {1e-1, 1e4};
buffer_Cr0 = [0.5*Cr0 Cr0 1.5*Cr0]';
color = lines(size(buffer_Cr0,1));
figure;
for i = 1:size(buffer_Cr0, 1)
    Cr0 = buffer_Cr0(i); %example of setting a parameter override
    [a,b,c,d]=linmod(model);
    sys=ss(a,b,c,d);
    H = minreal(tf(sys));
    [mag,phase,wout] = bode(H,marge);

```

```

    subplot(2, 1, 1);
    semilogx(wout, 20*log(squeeze(mag)), 'DisplayName', ['Cr0 = '
        ,num2str(buffer_Cr0(i))]);
    hold on;

    subplot(2, 1, 2);
    semilogx(wout,squeeze(phase), 'DisplayName', ['Cr0 = ', 
        num2str(buffer_Cr0(i))]);
    hold on;
end

subplot(2, 1, 1);
title('Diagramme de Gain en fonction de Cr0');
xlabel('Fr quence (rad/s)');
ylabel('Gain (dB)');
grid on;
legend('show')

subplot(2, 1, 2);
title('Diagramme de Phase en fonction de Cr0');
xlabel('Fr quence (rad/s)');
ylabel('Phase (degr s)');
grid on;

%%      4.4.1
Cr0 = 1E-3;
Rc = 0;
marge = {1e-1, 1e8};
buffer_f = logspace(0, -8, 9)';
% color = lines(size(buffer_f,1));
figure;
buffer_Gm = [];
buffer_Pm = [];
buffer_Mm = [];
for i = 1:size(buffer_f, 1)
    f = buffer_f(i); %example of setting a parameter override

    %simulink -> fonction de transfert
    [a,b,c,d]=linmod(model);
    sys=ss(a,b,c,d);
    H = minreal(tf(sys));

    % plan de nyquist
    [Re,Im,et] = nyquist(H,marge);

    % diagramme de Bode
    [mag,phase,wout] = bode(H,marge);

    % calcul marges de gain et de phase
    [Gm,Pm,Wcg,Wcp] = margin(sys);

```

```

% calcul marge de module
    % Calcul des points complexes      partir de Re et Im
    Z = Re + 1i*Im;

    % Point fixe
    fixed_point = -1 + 0i;

    % Calcul des distances
    distances = abs(Z - fixed_point);

    % Trouver la distance minimale
    Mm = min(distances);

buffer_Gm = [buffer_Gm;Gm];
buffer_Pm = [buffer_Pm;Pm];
buffer_Mm = [buffer_Mm;Mm];

    % preprocess affichage gain
    subplot(2, 1, 1);
    semilogx(wout, 20*log(squeeze(mag)), 'DisplayName', ['f = ', num2str(buffer_f(i))]);
    hold on;

    % preprocess affichage phase
    subplot(2, 1, 2);
    semilogx(wout,squeeze(phase), 'DisplayName', ['f = ', num2str(buffer_f(i))]);
    hold on;

end

% affichage gain
subplot(2, 1, 1);
title('Diagramme de Gain en fonction de f');
xlabel('Fr quence (rad/s)');
ylabel('Gain (dB)');
grid on;
legend('show')

% affichage phase
subplot(2, 1, 2);
title('Diagramme de Phase en fonction de f');
xlabel('Fr quence (rad/s)');
ylabel('Phase (degr s)');
grid on;
legend('show')

%affichage marges
figure;

```

```

% preprocess affichage marge gain
subplot(3, 1, 1);
plot(buffer_f, buffer_Gm, 'Marker', 'x', MarkerSize=20);

% preprocess affichage marge phase
subplot(3, 1, 2);
plot(buffer_f, buffer_Pm, 'Marker', 'x', MarkerSize=20);

% preprocess affichage marge module
subplot(3, 1, 3);
plot(buffer_f, buffer_Mm, 'Marker', 'x', MarkerSize=20);

subplot(3, 1, 1);
title('Marge de gain en fonction de f');
xlabel('f');
ylabel('Gain (dB)');
grid on;
legend('show')

subplot(3, 1, 2);
title('Marge de phase en fonction de f');
xlabel('f');
ylabel('Phase (deg)');
grid on;
legend('show')

subplot(3, 1, 3);
title('Marge de module en fonction de f');
xlabel('f');
ylabel('Module');
grid on;
legend('show')

%%      4.4.2
Cr0 = 1E-3;
f = 1E-6;
marge = {1e-1, 1e5};
buffer_RC = logspace(0, 10, 11)';
color = lines(size(buffer_RC,1));
figure;
buffer_Gm = [];
buffer_Pm = [];
buffer_Mm = [];
for i = 1:size(buffer_RC, 1)
    Rc = buffer_RC(i); %example of setting a parameter override
    [a,b,c,d]=linmod(model);
    sys=ss(a,b,c,d);
    H = minreal(tf(sys));
    buffer_Gm = [buffer_Gm; H];
    buffer_Pm = [buffer_Pm; H];
    buffer_Mm = [buffer_Mm; H];
end

```

```

% plan de nyquist
[Re,Im,et] = nyquist(H,marge);

% diagramme de Bode
[mag,phase,wout] = bode(H,marge);

% calcul marges de gain et de phase
[Gm,Pm,Wcg,Wcp] = margin(sys);

% calcul marge de module
    % Calcul des points complexes      partir de Re et Im
Z = Re + 1i*Im;

% Point fixe
fixed_point = -1 + 0i;

% Calcul des distances
distances = abs(Z - fixed_point);

% Trouver la distance minimale
Mm = min(distances);

buffer_Gm = [buffer_Gm;Gm];
buffer_Pm = [buffer_Pm;Pm];
buffer_Mm = [buffer_Mm;Mm];

% preprocess affichage gain
subplot(2, 1, 1);
semilogx(wout, 20*log(squeeze(mag)), 'DisplayName', ['Rc = ', num2str(buffer_RC(i))]);
hold on;

% preprocess affichage phase
subplot(2, 1, 2);
semilogx(wout,squeeze(phase), 'DisplayName', ['Rc = ', num2str(buffer_RC(i))]);
hold on;
end

% affichage gain
subplot(2, 1, 1);
title('Diagramme de Gain en fonction de Rc');
xlabel('Fr quence (rad/s)');
ylabel('Gain (dB)');
grid on;
legend('show')

% affichage phase
subplot(2, 1, 2);

```

```

title('Diagramme de Phase en fonction de Rc');
xlabel('Fr quence (rad/s)');
ylabel('Phase (degr s)');
grid on;
legend('show')

%affichage marge
figure;

% preprocess affichage marge gain
subplot(3, 1, 1);
plot(buffer_RC, buffer_Gm, 'Marker', 'x', MarkerSize=20);

% preprocess affichage marge phase
subplot(3, 1, 2);
plot(buffer_RC, buffer_Pm, 'Marker', 'x', MarkerSize=20);

% preprocess affichage marge module
subplot(3, 1, 3);
plot(buffer_RC, buffer_Mm, 'Marker', 'x', MarkerSize=20);

subplot(3, 1, 1);
title('Marge de gain en fonction de Rc');
xlabel('Rc');
ylabel('Gain (dB)');
grid on;
legend('show')

subplot(3, 1, 2);
title('Marge de phase en fonction de Rc');
xlabel('Rc');
ylabel('Phase (deg)');
grid on;
legend('show')

subplot(3, 1, 3);
title('Marge de module en fonction de Rc');
xlabel('Rc');
ylabel('Module');
grid on;
legend('show')

```

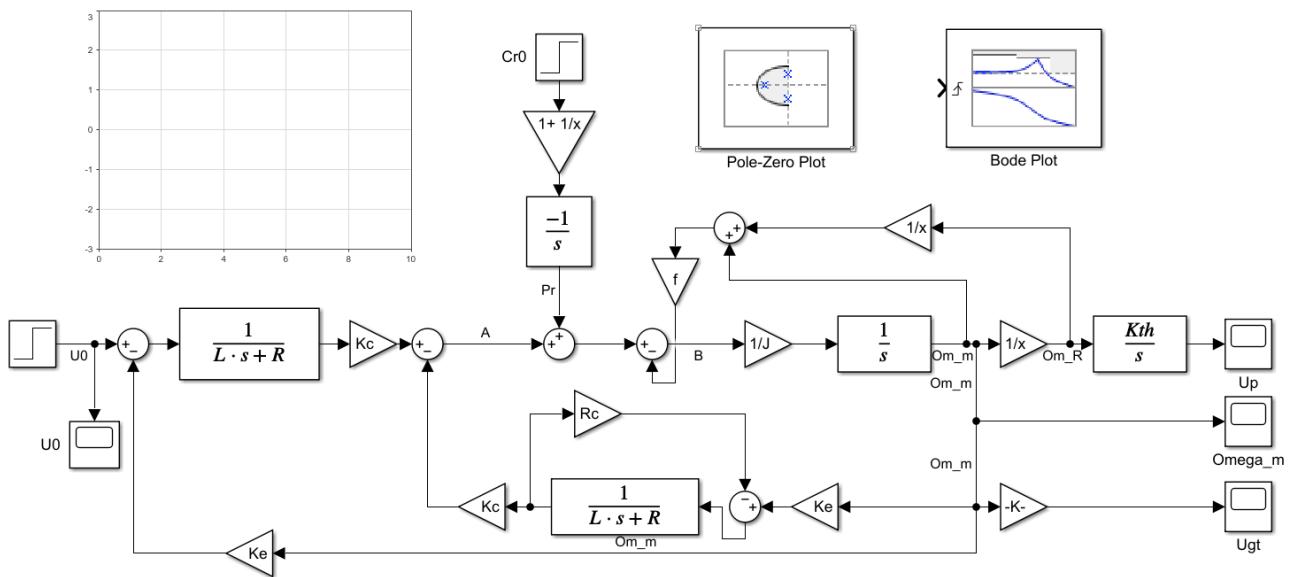


FIGURE 26 – exo4_facto

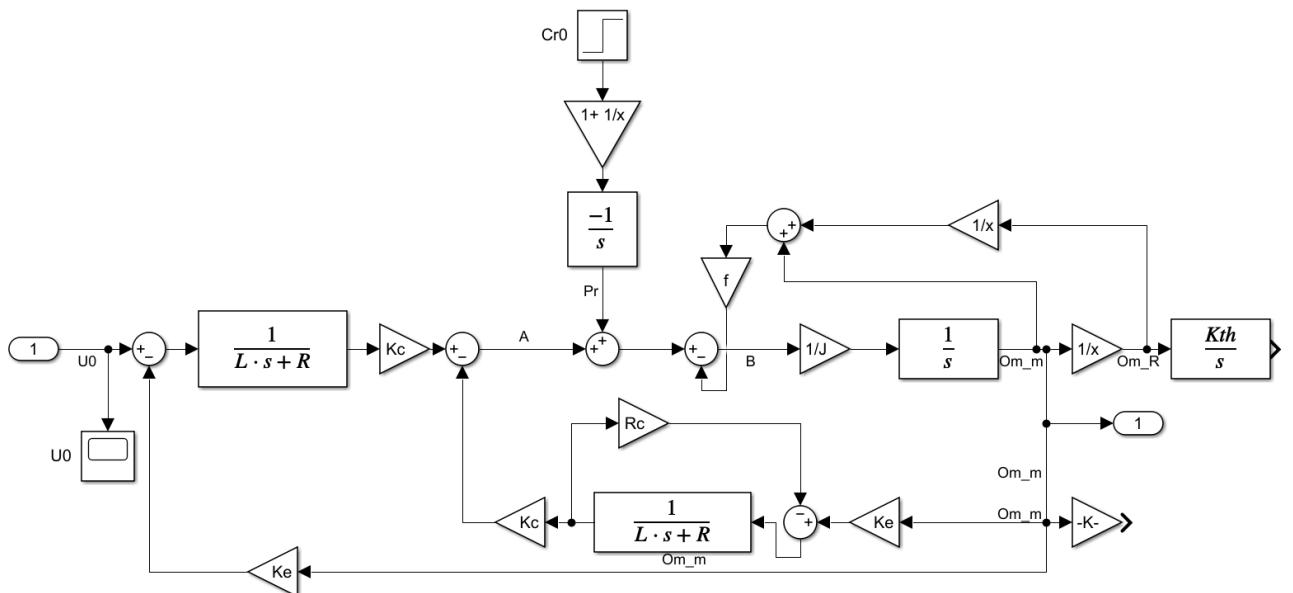


FIGURE 27 – exo4_facto_H_U_Om

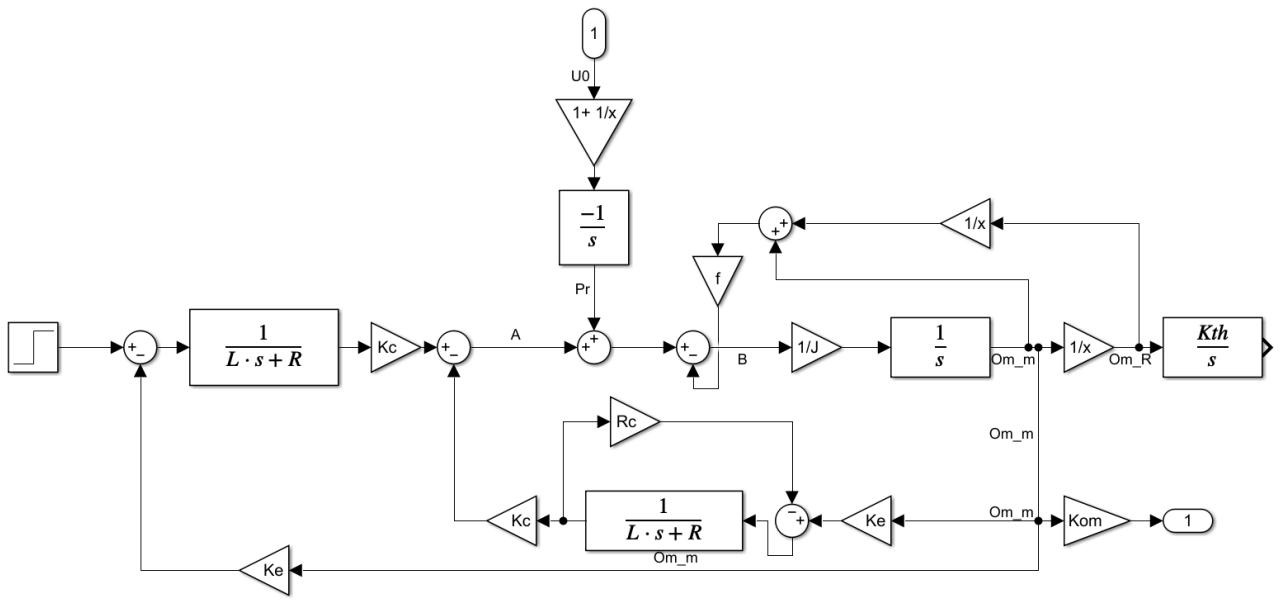


FIGURE 28 – exo4_facto_H_Pr_Ugt

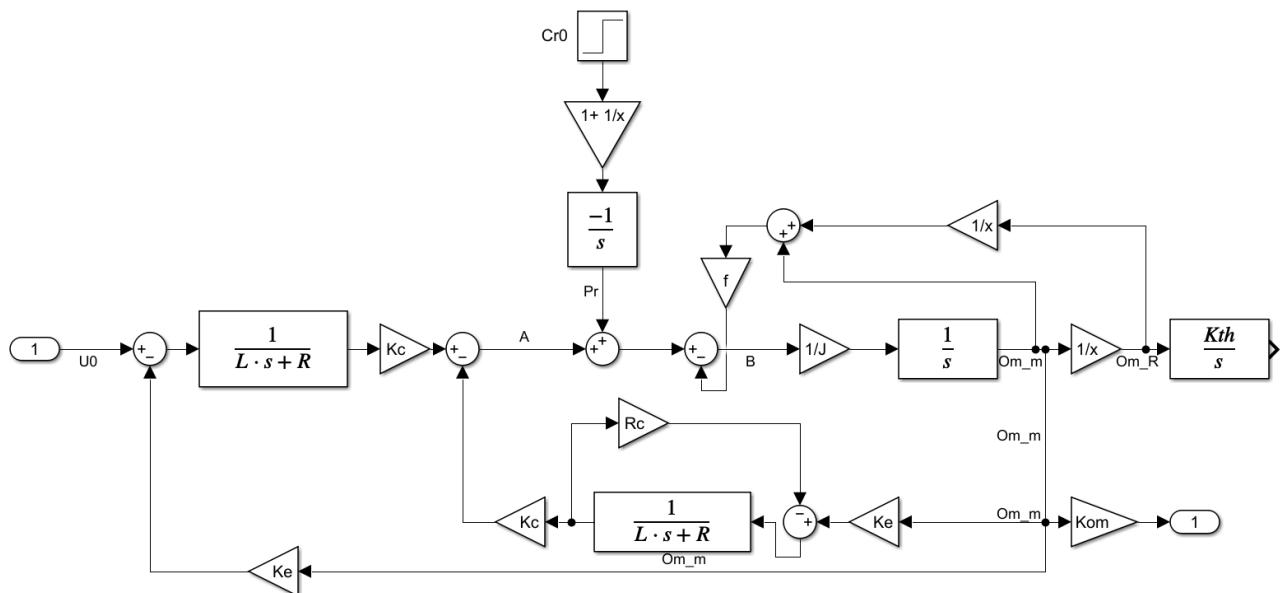


FIGURE 29 – exo4_facto_H_U_Ugt