



**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ES663 - Eletrônica para Automação Industrial**

**Projeto de Controle de Motor CC**

Igor Barros Teixeira  
Matheus Santos Sano

RA: 217947  
RA: 222370

Campinas, julho de 2022

## EXERCÍCIO 2

O Motor de Corrente Contínua (MCC) foi simulado por meio de diagrama de blocos no Simulink. Para isso foi necessário modelar o sistema eletromecânico do motor. A parte elétrica é composta por um circuito da armadura cuja tensão para o enrolamento da armadura é:

$$V_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e_a$$

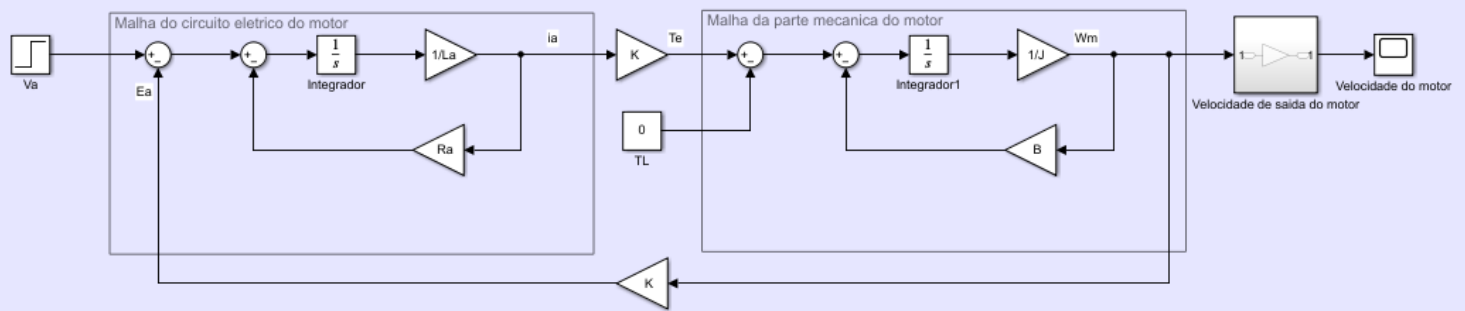
em que  $i_a$  é a corrente do enrolamento,  $e_a$  a força contra eletromotriz,  $R_a$  é a resistência do enrolamento e  $L_a$  é a indutância do enrolamento. Neste motor, a rotação do enrolamento da armadura proporciona o cruzamento da corrente que passa através deste enrolamento ( $i_a$ ) com o campo magnético. Sendo assim, esta rotação dentro do campo magnético gera proporcionalmente a força contra eletromotriz ( $e_a$ ). Resolvendo a equação de primeira ordem acima, a corrente do enrolamento é:

$$i_a(t) = \frac{1}{L_a} \int [V_a(\tau) - R_a i_a(\tau) - e_a(\tau)] d\tau$$

Já na modelagem da parte mecânica do motor CC, como o fluxo magnético do estator e a corrente que passa através do enrolamento são perpendiculares entre si, o torque desenvolvido pelo motor é o produto entre a corrente de armadura  $i_a$  e o fluxo magnético do estator  $\phi$ . Assim, o torque resultante do motor é:

$$T_e = k_T \phi i_a = J \frac{d\omega_m}{dt} + B\omega_m + T_L$$

em que  $k_T$  é a constante de torque,  $J$  é o momento de inércia,  $B$  é o coeficiente de atrito oriundo dos contatos mecânicos no motor,  $T_L$  é o torque de carga e  $\omega_m$  é a velocidade angular do rotor. Considerando a constante  $K = k_T \phi$ , o diagrama de blocos que representa o modelo eletromecânico do motor é apresentado a seguir:



**Figura 01: Modelagem matemática do motor DC de ímãs permanentes, separando a malha elétrica e a malha mecânica do motor.**

Na Figura 01, é possível observar que o torque de carga foi considerado zero neste primeiro momento e o bloco “Velocidade de saída do motor” converte a velocidade angular do rotor  $w_m$  de rad/s para RPM.

Além disso, os parâmetros deste motor foram obtidos do livro e são apresentados a seguir:

```
% O motor utilizado aqui possui ímãs permanentes no estator (campo)
% As bobinas são alimentadas pelo comutador (armadura)

% Parâmetros de placa do motor
Potencia = 3336; % Potência [W]
Va_placa = 140; % Tensão de armadura [V]
Ia_placa = 25; % Corrente de armadura [A]
Wm_placa = 3000*2*pi/60; % Velocidade angular [rad/s]
Te_placa = Potencia/Wm_placa; % Torque [Nm]

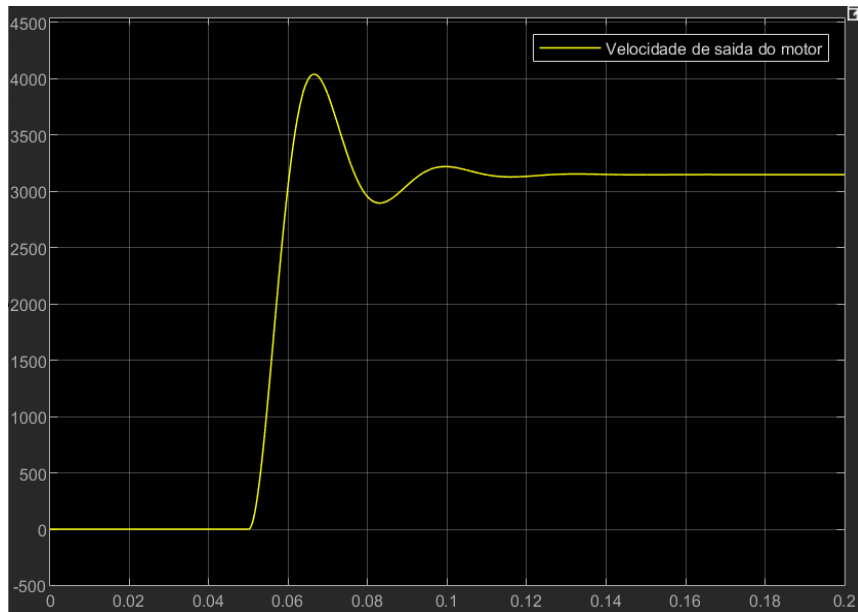
% Parâmetros elétricos
Va = Va_placa; % Tensão de entrada na armadura
La = 1.7e-3; % Impedância da armadura [H]
Ra = 0.26; % Resistência da armadura [Ohm]

% Parâmetros mecânicos
J = 0.00252; % Momento de inércia do motor [kg*m^2]
B = 0; % Atrito do motor [kg*m^2/sec]

% Considerando Kt=Ke de acordo com o livro e K=Kt*phi=Ke*phi
K = Te_placa/Ia_placa; % Te = Kt*phi*Ia Kt*phi=K=Te/Ia
```

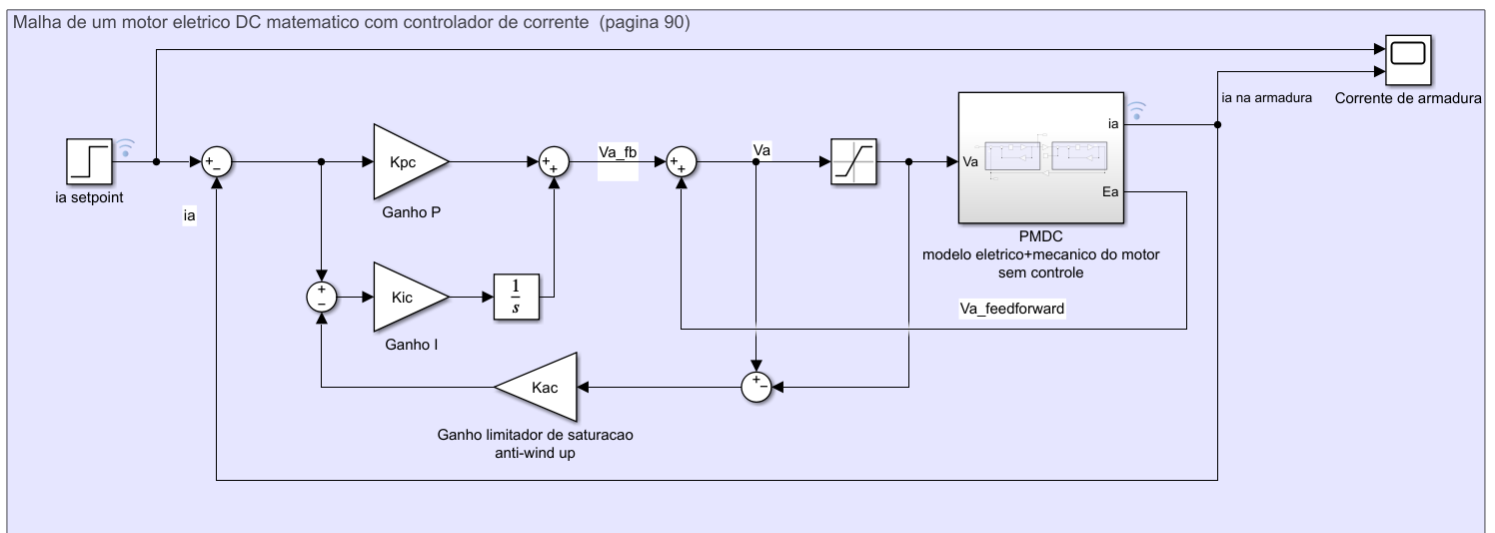
**Figura 02: Parâmetros do motor CC implementado no MATLAB.**

A velocidade angular de saída do motor em RPM para uma tensão de entrada na armadura ( $V_a$ ) degrau de 140 V em  $t = 0,05$  s é apresentada a seguir:



**Figura 03: Velocidade angular do rotor em RPM resultante da modelagem apresentada na Figura 01.**

Com a modelagem do motor CC implementada, foi modelado o controlador PI da corrente do enrolamento da armadura ( $i_a$ ). Para isso, o sistema eletromecânico do motor (Figura 01) foi substituído por um subsistema nomeado de PMDC e foi conectado ao controlador PI apresentado a seguir:



**Figura 04: Modelo matemático do motor PMDC conectado a um controlador de corrente.**

Na figura acima, o controlador recebe como entrada a corrente esperada (set point) e tem como saída a corrente da armadura ( $i_a$ ). Ademais, há um limitador da corrente de saída do controlador na tensão nominal do motor e há uma retroalimentação da força contra eletromotriz representada por “ $V_a$ \_feedforward”.

Este controlador de corrente possui 3 ganhos: um ganho proporcional  $K_{pc}$ , um ganho integral  $K_{ic}$  e um ganho anti-windup  $K_{ac}$  para evitar a saturação do sistema. Tais ganhos são calculados pelas fórmulas:

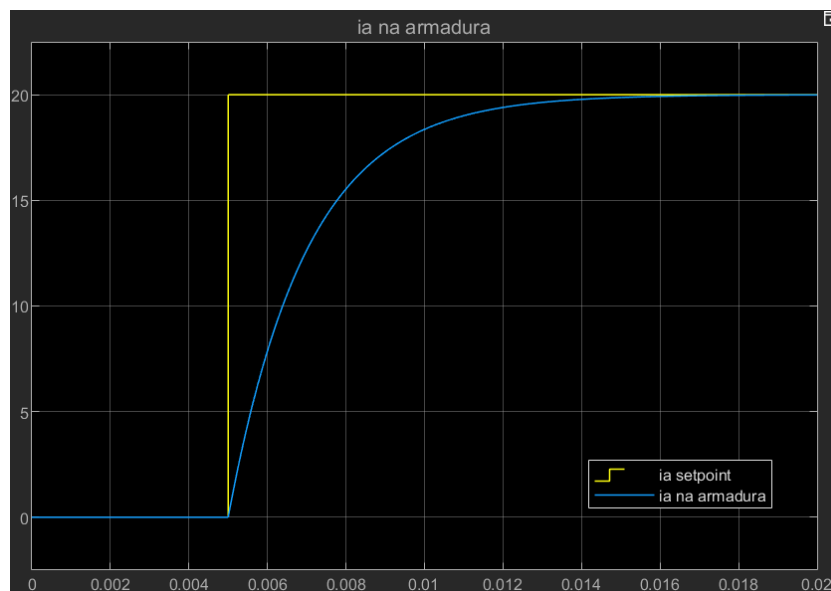
```
%% Ganhos do controlador de corrente

wcc = 1000; % Largura de banda [Hz]

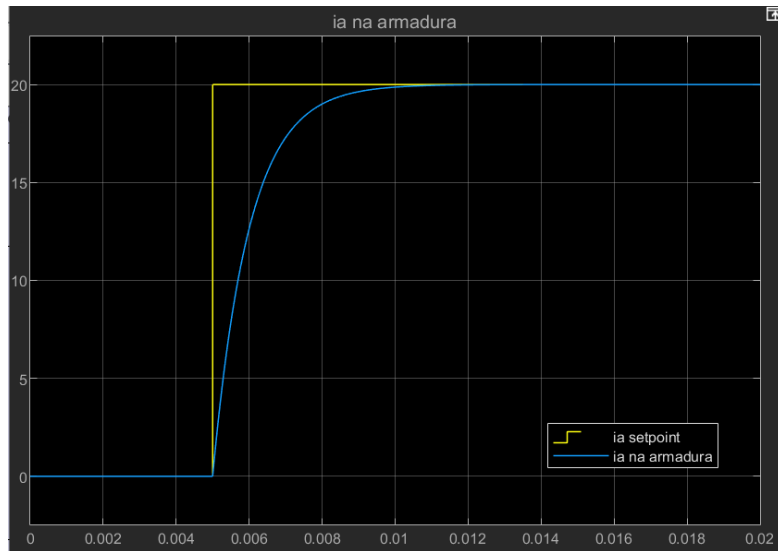
Kpc = La*wcc; % Ganho proporcional
Kic = Ra*wcc; % Ganho integral
Kac = 1/Kpc; % Ganho anti-wind up (evitar saturacao)
```

**Figura 05: Ganho proporcional, integral e anti-wind up do controlador de corrente.**

No controlador PI, a ação proporcional melhora a resposta transitória, enquanto a ação integral elimina o erro de estado estacionário. Ademais, ao aumentar a largura de banda, o tempo de resposta melhora, como pode ser verificado nas figuras a seguir:



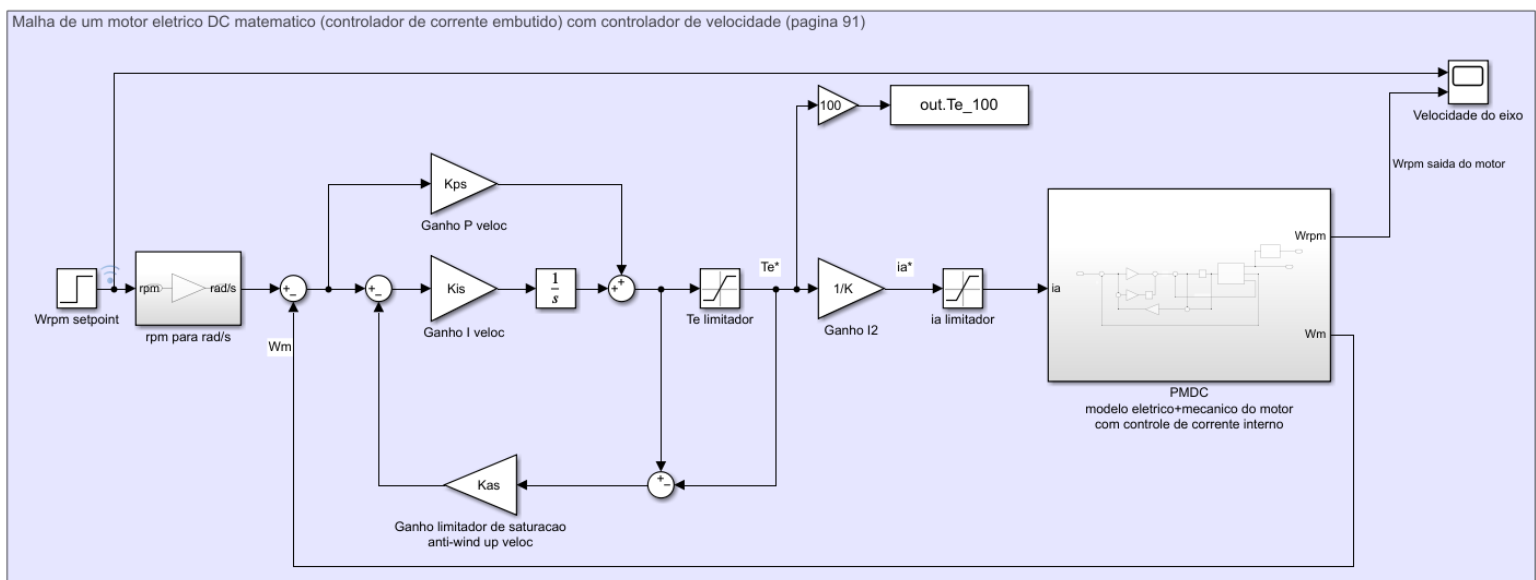
**Figura 06: Corrente na armadura esperada (em amarelo). Corrente na armadura de saída do controlador apresentado na Figura 04 (em azul) com uma largura de banda de 500 Hz.**



**Figura 07: Corrente na armadura esperada (em amarelo). Corrente na armadura de saída do controlador apresentado na Figura 04 (em azul) com uma largura de banda de 1000 Hz.**

Analisando as Figuras 06 e 07, confirma-se que ao aumentar a largura de banda, a corrente na armadura se aproxima ao set point de forma mais rápida, melhorando o tempo de resposta.

Com o controlador de corrente implementado, foi modelado um controlador PI para o controle de velocidade rotacional do rotor do motor CC (Wrpm). Além disso, o sistema eletromecânico do motor conectado ao controlador de corrente (Figura 04) foi substituído por um subsistema nomeado PMDC. Este subsistema foi conectado a controlador PI da velocidade:



**Figura 08: Modelo matemático do subsistema PMDC (motor CC com controlador de corrente embutido) conectado a um controlador de velocidade rotacional do rotor.**

Como pode ser visto na Figura 08, o controlador PI possui 3 ganhos: o ganho proporcional  $K_p$ , o ganho integral  $K_i$  e o ganho anti-wind up  $K_a$  para limitar a saturação do sistema. O cálculo destes ganhos é apresentado a seguir:

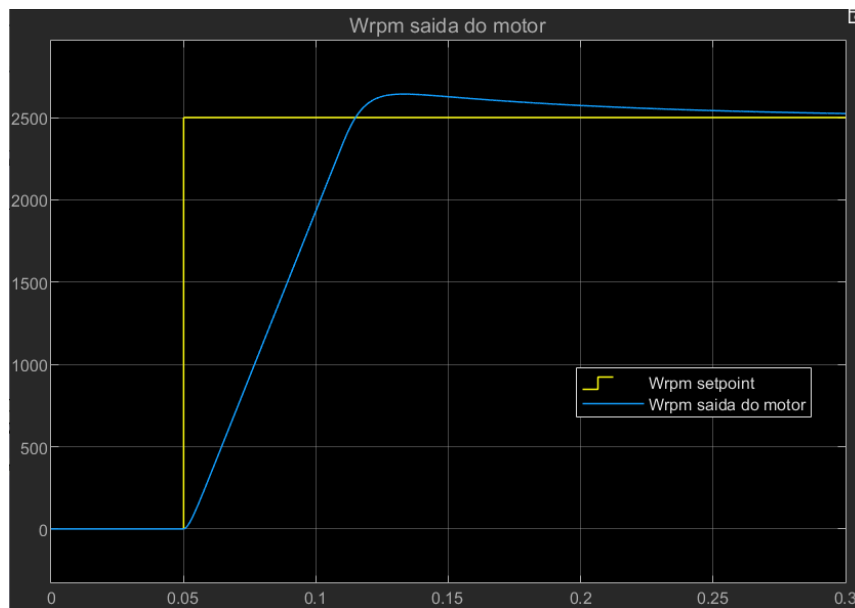
#### %% Ganhos do controlador de velocidade

```
wcs = wcc/10;           % Largura de banda [Hz]

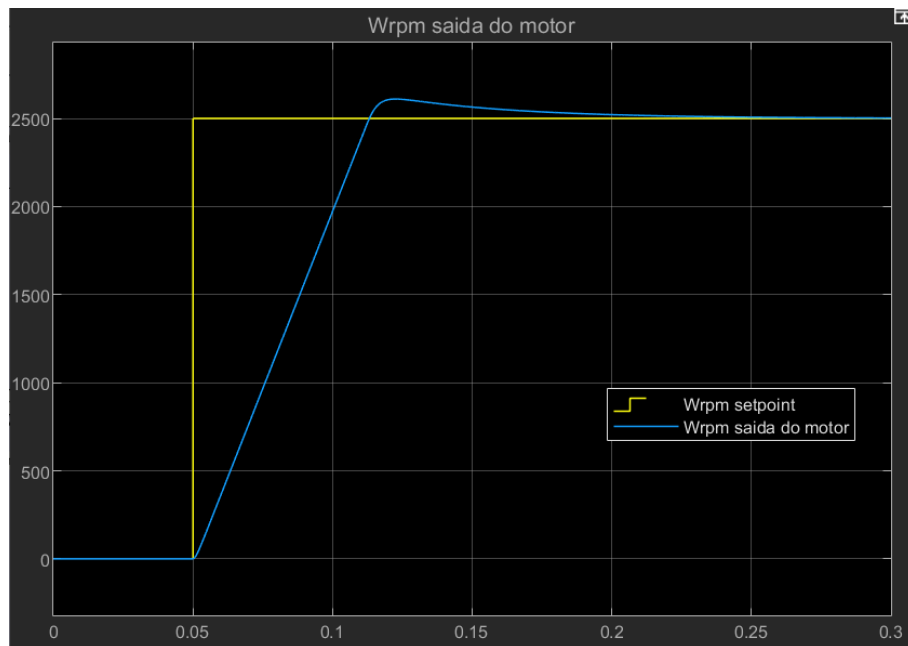
Kps = J*wcs/K;          % Ganho proporcional
Kis = J*wcs^2/(5*K);    % Ganho integral
Kas = 1/Kps;            % Ganho anti-wind up (evitar saturacao)
```

**Figura 09: Ganho proporcional, integral e anti-wind up do controlador de velocidade.**

Como já foi explicado anteriormente, aumentar a largura de banda  $wcs$  garante uma resposta mais rápida do sistema. Tal fato pode ser verificado comparando o comportamento da velocidade com uma largura de banda de 500 Hz e uma largura de banda de 1000 Hz:



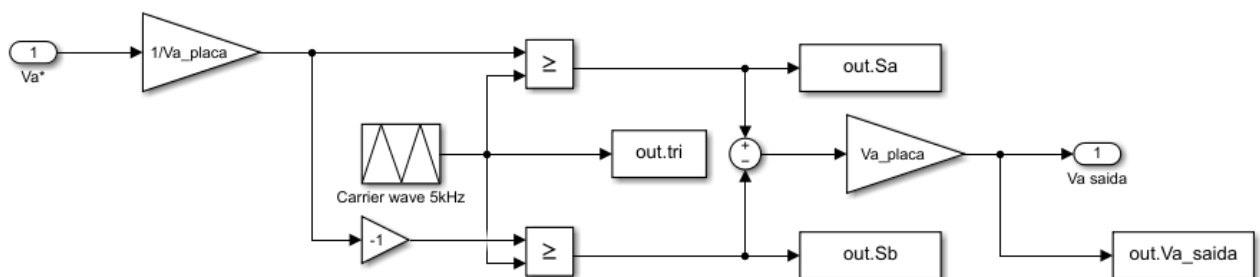
**Figura 10: Velocidade esperada (em amarelo). Velocidade de saída do controlador apresentado na Figura 08 (em azul) e com uma largura de banda de 500 Hz.**



**Figura 11: Velocidade esperada (em amarelo). Velocidade de saída do controlador apresentada na Figura 08 (em azul) e com uma largura de banda de 1000 Hz.**

Comparando o comportamento das velocidades de saída do controlador nas Figuras 10 e 11, pode-se verificar que ao aumentar a largura de banda, o tempo de resposta do sistema melhora, fazendo com que a velocidade rotacional do sistema se aproxima de forma mais rápida do set point.

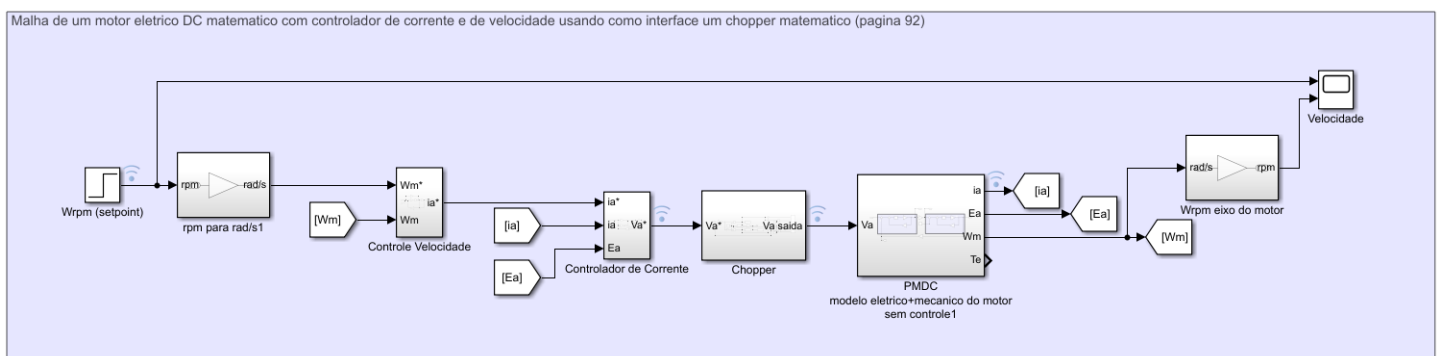
Após implementar o controlador da velocidade rotacional do rotor, foi modelado um chopper matemático de quatro quadrantes que recebe como entrada a tensão de entrada esperada (set point) na armadura do motor CC e tem como saída a tensão que é aplicada à armadura do motor. Ademais, a frequência de chaveamento do chopper adotada foi de 5 kHz. O modelo matemático deste chopper é apresentado a seguir:



**Figura 12: Modelo matemático do chopper.**

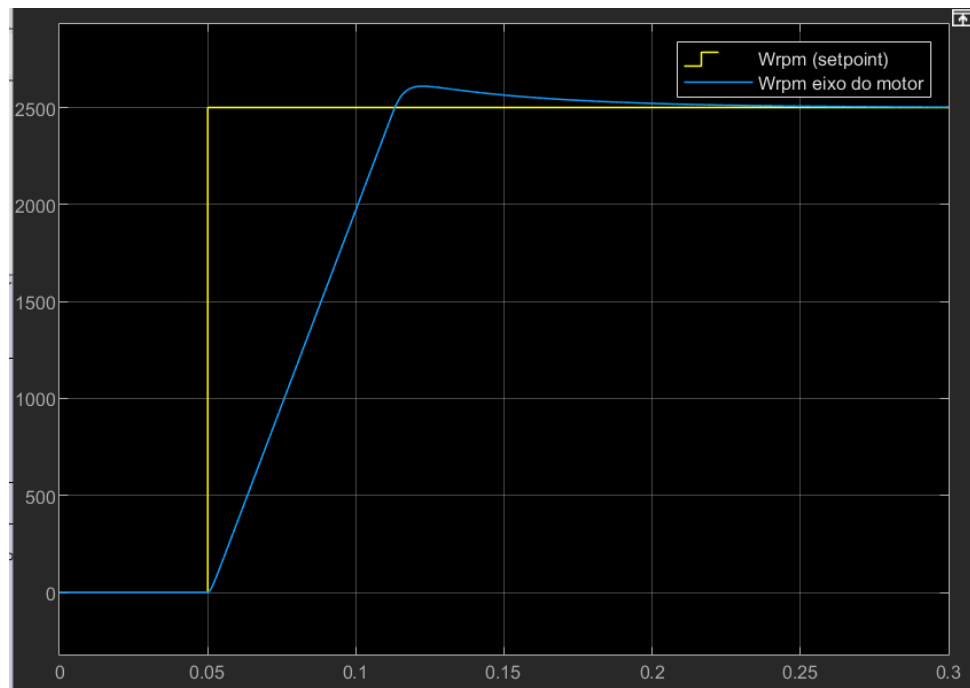


Sendo assim, o sistema final tem como entrada a velocidade rotacional esperada (set point) e tem como saída a velocidade rotacional gerada pelo motor CC. Neste sistema o controlador de velocidade implementado recebe o set point e a velocidade gerada pelo motor e controla a corrente da armadura para que a velocidade real se aproxime do set point. Esta corrente desejada e a corrente real da armadura são as entradas do controlador de corrente, que procura aproximar a corrente real da esperada e tem como saída a tensão da armadura necessária para tal aproximação. Por meio desta tensão desejada, o chopper gera o PWM para a tensão real da armadura do motor, fazendo com que a velocidade de saída do motor se aproxime do set point. O esquemático do sistema final pode ser visto por meio do modelo matemático apresentado a seguir:



**Figura 13: Modelo matemático do motor CC (PMDC) conectado a um controlador de velocidade e a um controlador de corrente. Entre o motor e os controladores, há um chopper que realiza a geração de PWM da tensão da armadura.**

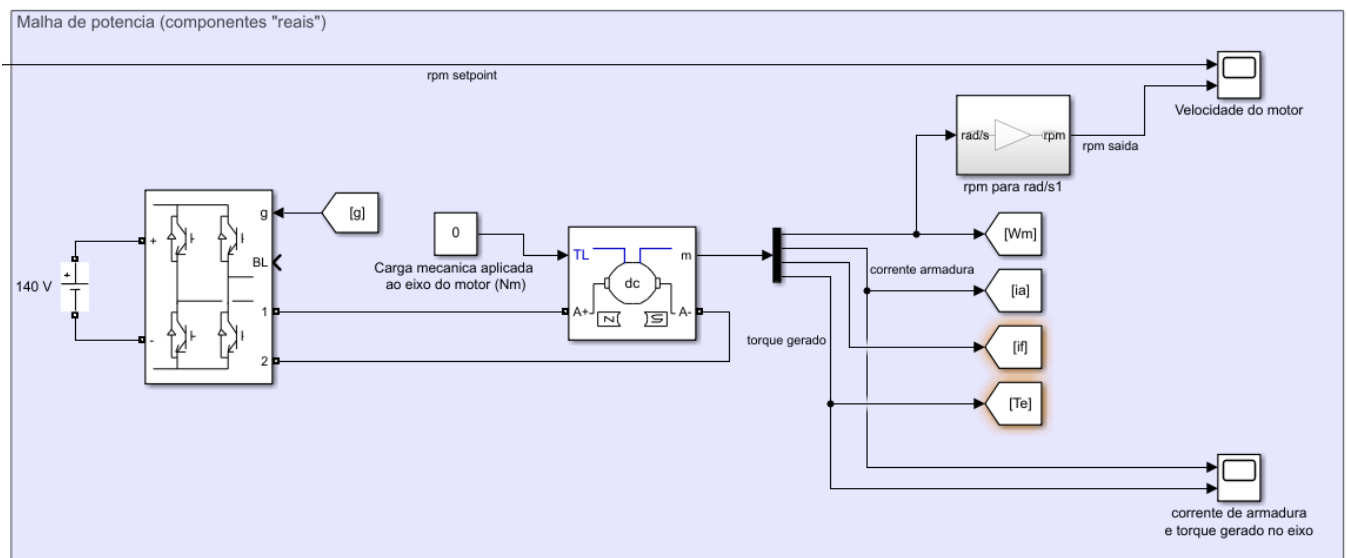
Sendo assim, como pode ser observado na figura a seguir, o modelo matemático é capaz de fazer o controle da velocidade rotacional do motor CC, aproximando a velocidade gerada do set point:



**Figura 14: Velocidade esperada (em amarelo). Velocidade de saída do motor CC (em azul) com uma largura de banda de 1000 Hz.**

### EXERCÍCIO 3

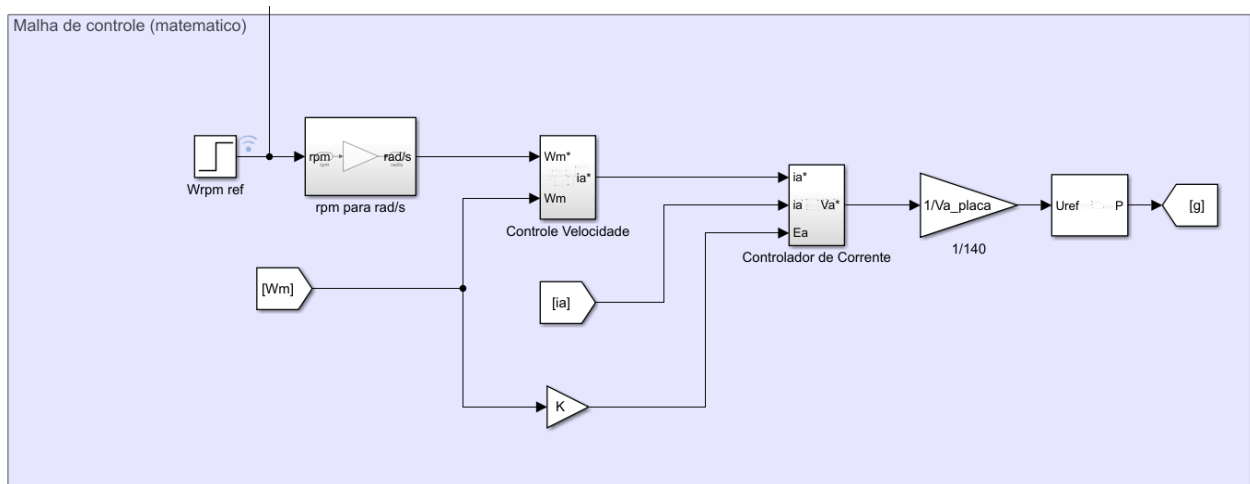
Neste exercício, foi implementado o modelo eletrônico do Motor de Corrente Contínua (MCC). Para isso foram utilizados blocos de componentes elétricos e do motor CC contidos na biblioteca SIMSCAPE. Dessa forma, o circuito é formado por uma fonte de tensão DC, 4 componentes IGBT (Transistor Bipolar de Porta Isolada) e um motor DC de ímã permanente. O circuito com os componentes eletrônicos é apresentado a seguir dividido em duas imagens (Figuras 15 e 16) para facilitar a visualização de todos componentes:



**Figura 15: Modelo eletrônico do motor CC conectado com os 4 transistores IGBT.**

Como pode ser observado na Figura 15, a carga mecânica aplicada ao eixo do motor é inicialmente nula. Ademais, as saídas deste componente são a velocidade rotacional real ( $W_m$ ), a corrente na armadura ( $i_a$ ), a corrente de campo ( $i_f$ ) e o torque elétrico ( $T_e$ ). Contudo, apenas a velocidade rotacional gerada e a corrente na armadura foram utilizadas para o controle da velocidade.

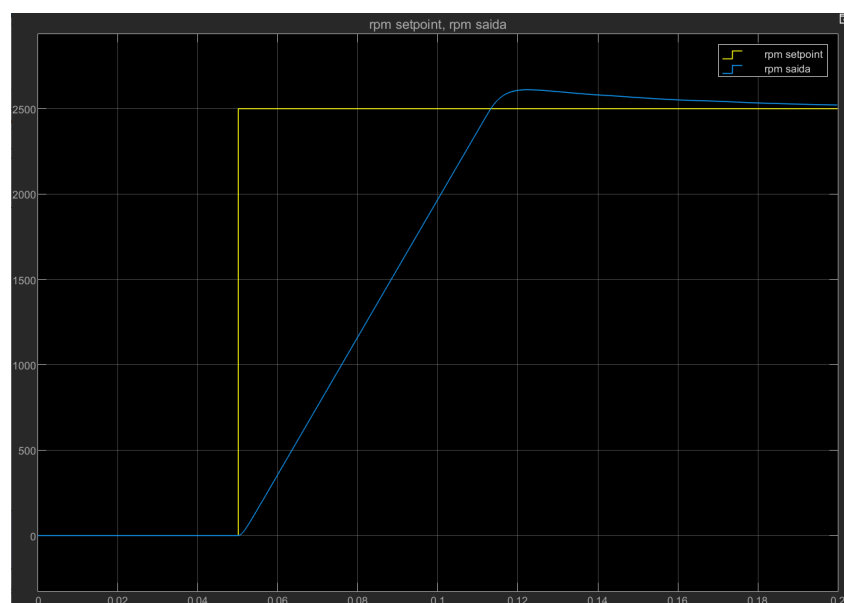
Para a realização do controle da velocidade foi implementado um modelo matemático da malha de controle, que recebe como entrada a velocidade rotacional desejada (set point). Assim, por meio dos controladores de velocidade (Figura 08) e de corrente (Figura 04), foi gerada a tensão na armadura necessária para aproximar a velocidade real do set point. Um gerador PWM recebeu esta tensão e, a partir dela, gerou 4 pulsos PWM a uma frequência de 5 kHz. A malha de controle é apresentada a seguir:



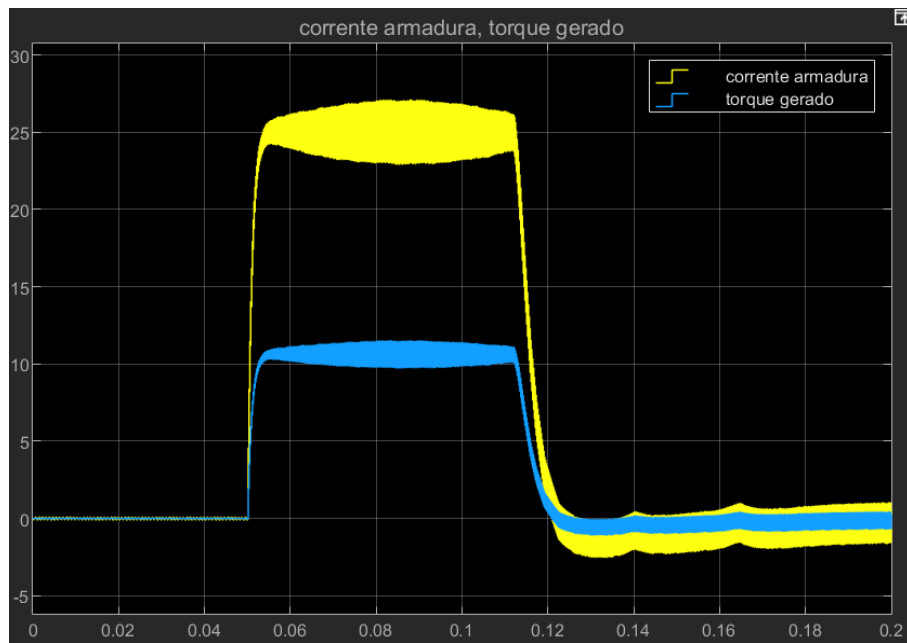
**Figura 16: Malha de controle com a geração de 4 pulsos PWM.**

Os 4 transistores IGBT recebem estes pulsos PWM através do gate G e, assim, os pulsos conseguem controlar a passagem de corrente através dos transistores e, conseqüentemente, a tensão na armadura do motor. Caso o sinal PWM seja zero, o IGBT impede a passagem de corrente, caso o sinal seja 1, o IGBT permite a passagem de corrente. Quando a velocidade real atinge o set point, 2 sinais permanecem zerados, enquanto os outros 2 sinais PWM se mantêm em 1. Isso acontece para que a velocidade real permaneça constante e igual ao set point.

Assim, o funcionamento do controle de velocidade do motor pode ser verificado na figura a seguir:



**Figura 17: Velocidade esperada (em amarelo) e velocidade de saída do motor CC (em azul).**



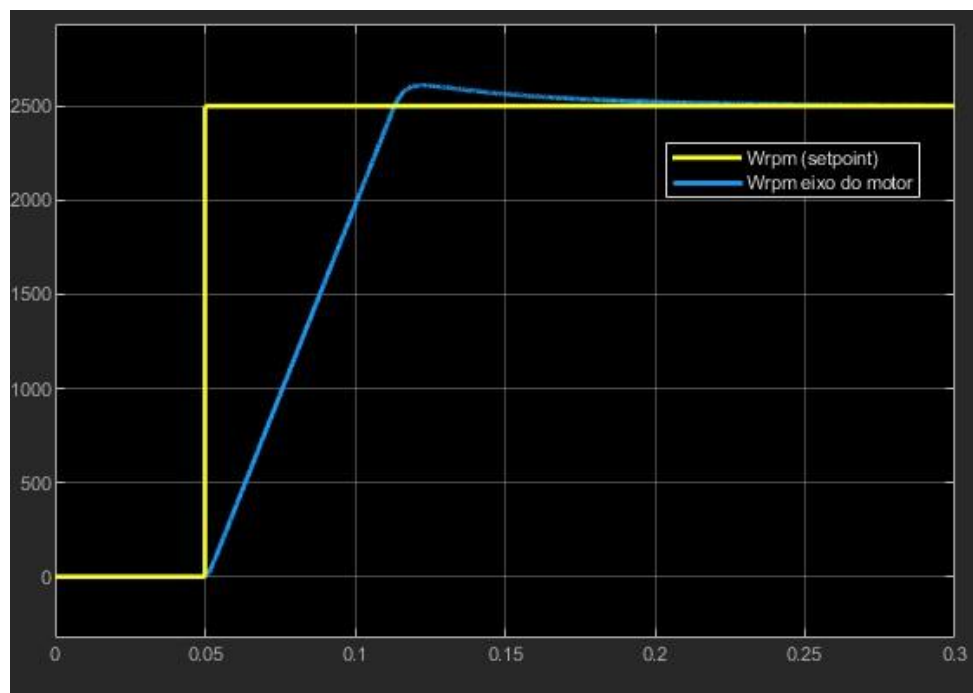
**Figura 18:** Corrente na armadura (em amarelo) e torque gerado pelo motor CC (em azul).

## ESTUDO DE CASO

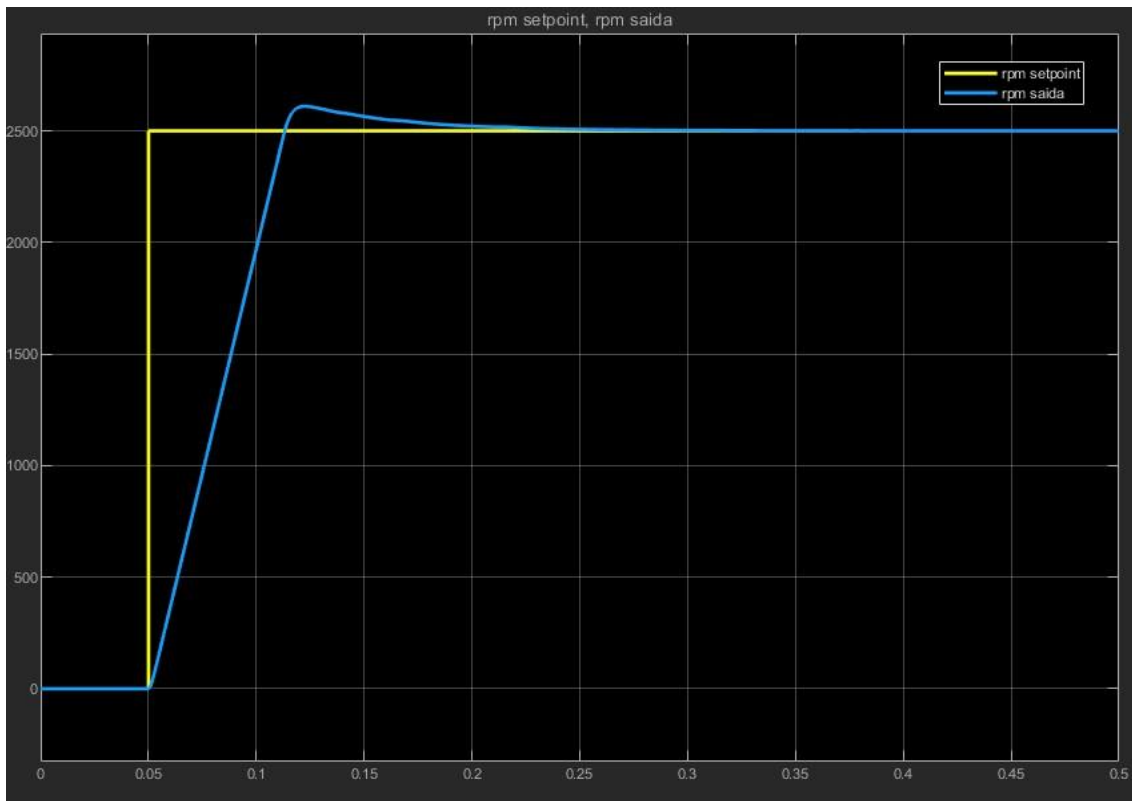
A partir do modelo matemático realizado no Exercício 2 e do modelo eletrônico realizado no Exercício 3, foram verificadas as características do sistema para diferentes entradas de velocidade e para aplicações de torque.

Os testes foram realizados tanto no modelo matemático da Figura 13 quanto no modelo que possui os componentes eletrônicos de potência das Figuras 15 e 16. Os gráficos serão mostrados em sequência para facilitar a comparação. Os primeiros testes foram feitos com torque de carga nulo para avaliar a condição em vazio. Futuramente serão mostrados (e indicados) os gráficos quando ocorre variação do torque de carga quando o motor está com velocidade constante.

Primeiramente foi aplicado um degrau de  $W_m = 2500 \text{ rpm}$  em  $t = 0,05 \text{ s}$ .



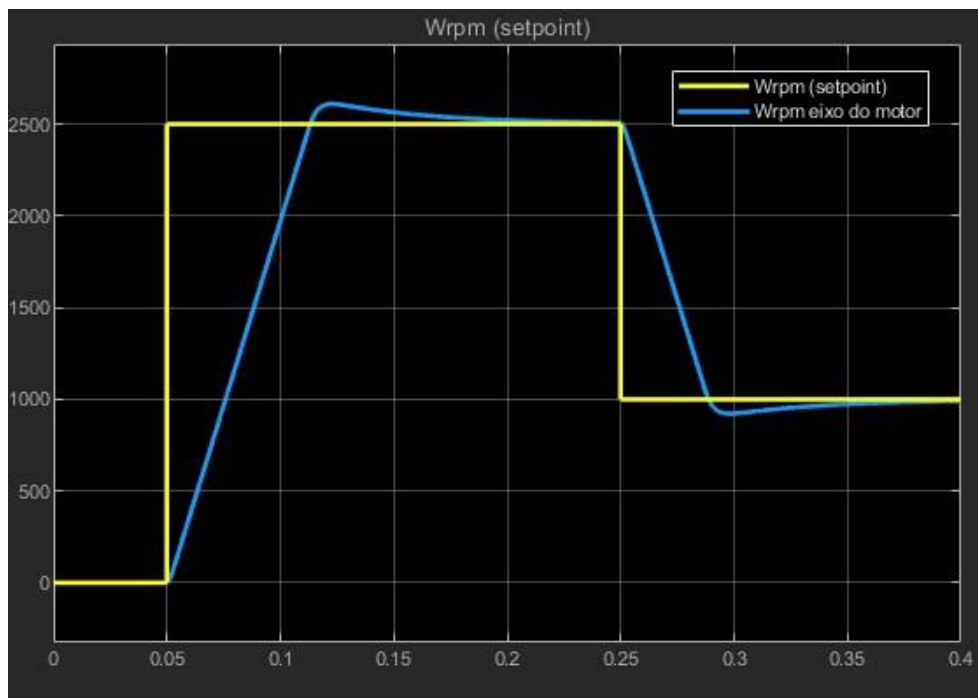
**Figura 19: Resposta do modelo matemático a uma entrada degrau na velocidade.**



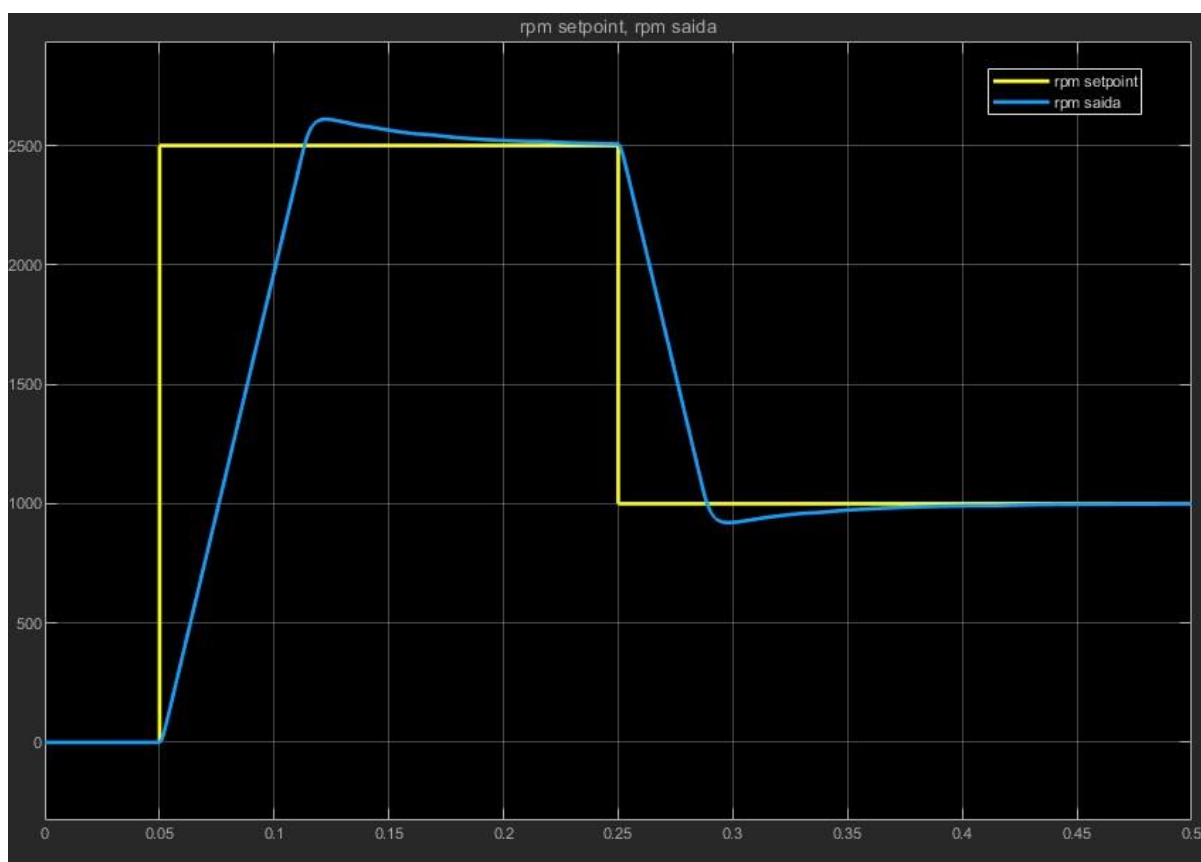
**Figura 20: Resposta do modelo eletrônico a uma entrada degrau na velocidade.**

Em ambos casos o motor estava com uma velocidade praticamente estabilizada em  $t = 0,2\text{ s}$ , indicando um comportamento muito semelhante entre os modelos matemático e eletrônico.

Agora serão apresentados os resultados para duas entradas degrau consecutivas, a velocidade será alterada após estabilização do primeiro degrau.



**Figura 21:** Resposta do modelo matemático a duas entradas degrau na velocidade.

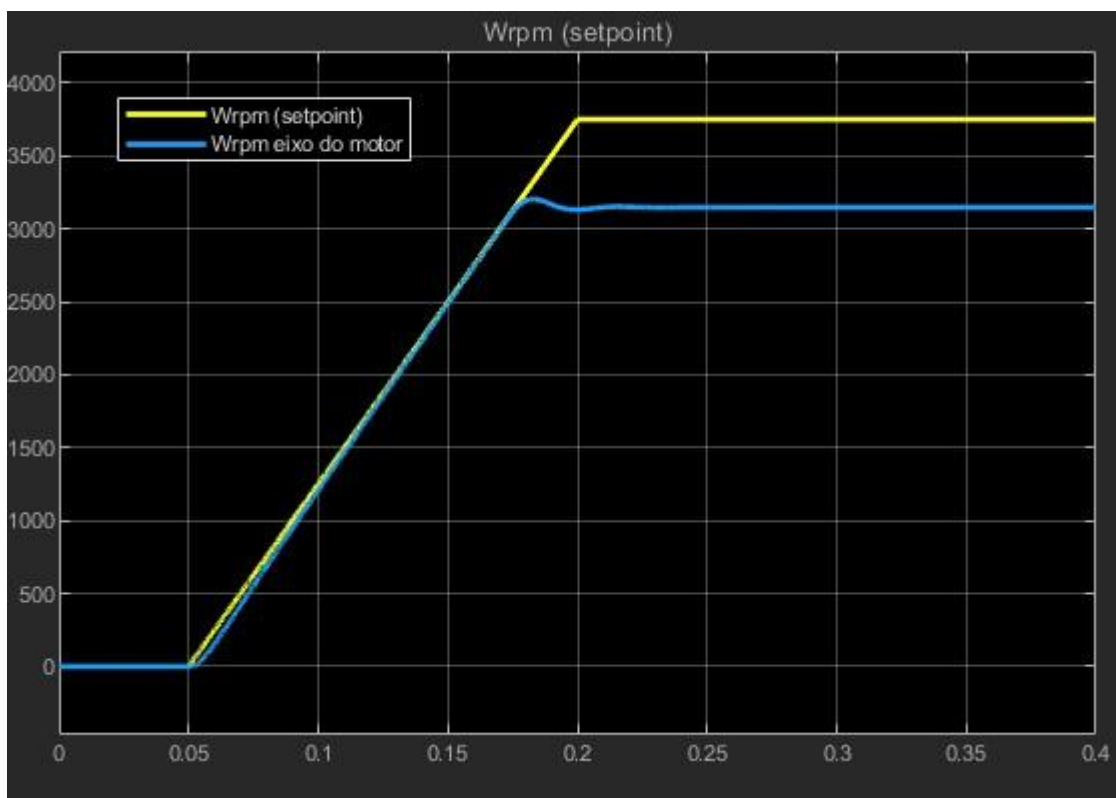


**Figura 22:** Resposta do modelo eletrônico a duas entradas degrau na velocidade.

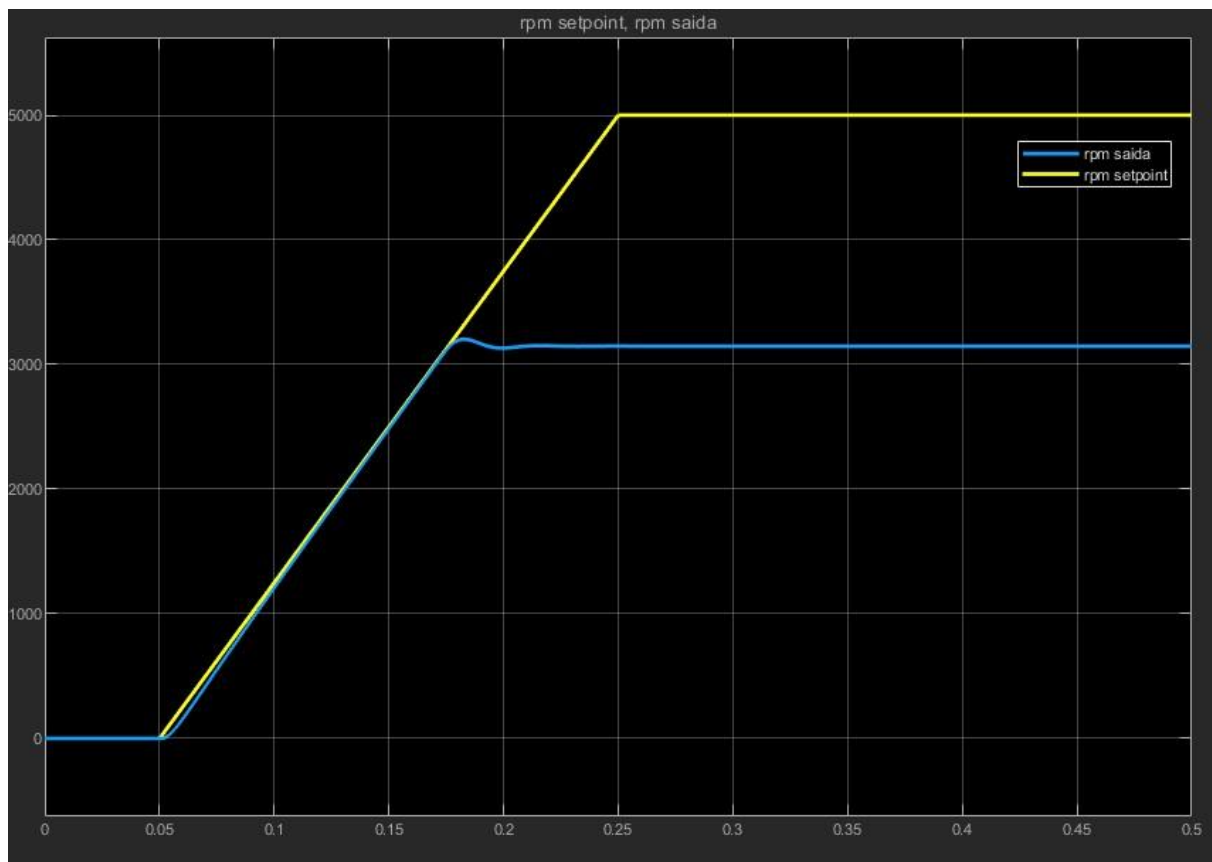


Novamente os comportamentos foram muito semelhantes, com estabilizações em  $t = 0,2\text{ s}$  e  $t = 0,4\text{ s}$ .

Foi alterada a entrada para ser do tipo rampa com valor máximo de saturação.



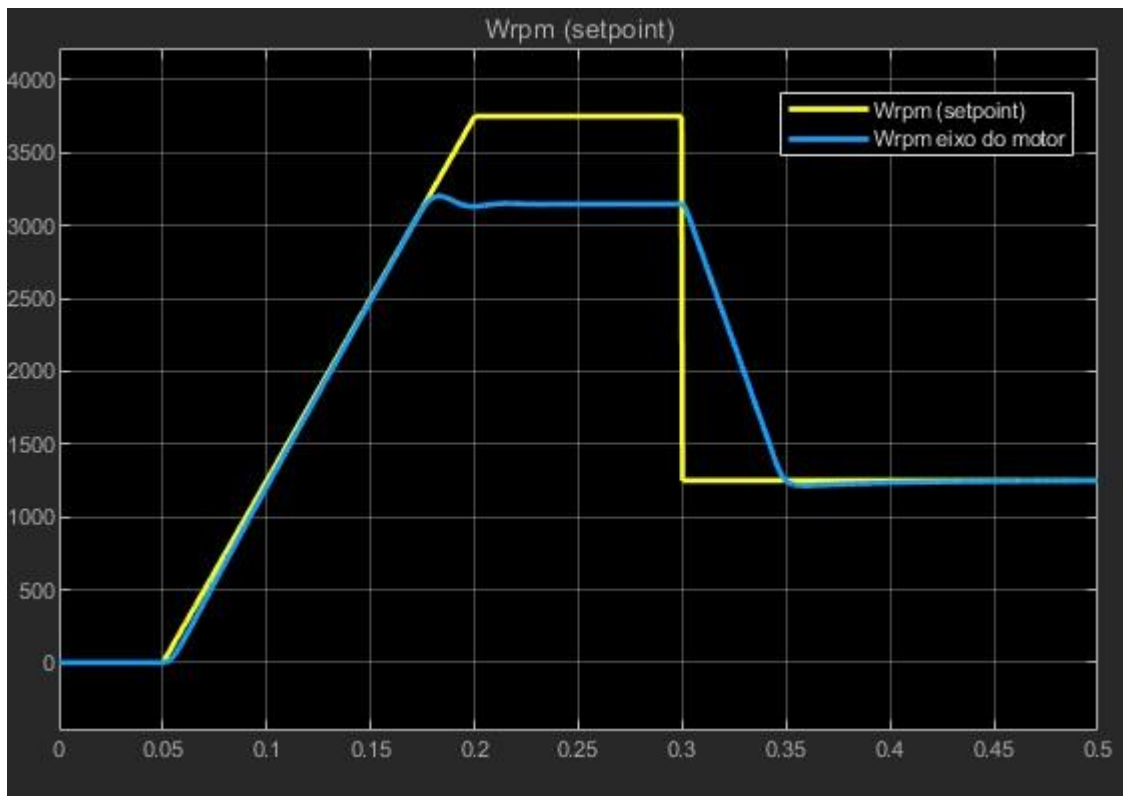
**Figura 23:** Resposta do modelo matemático a uma entrada rampa com saturação.



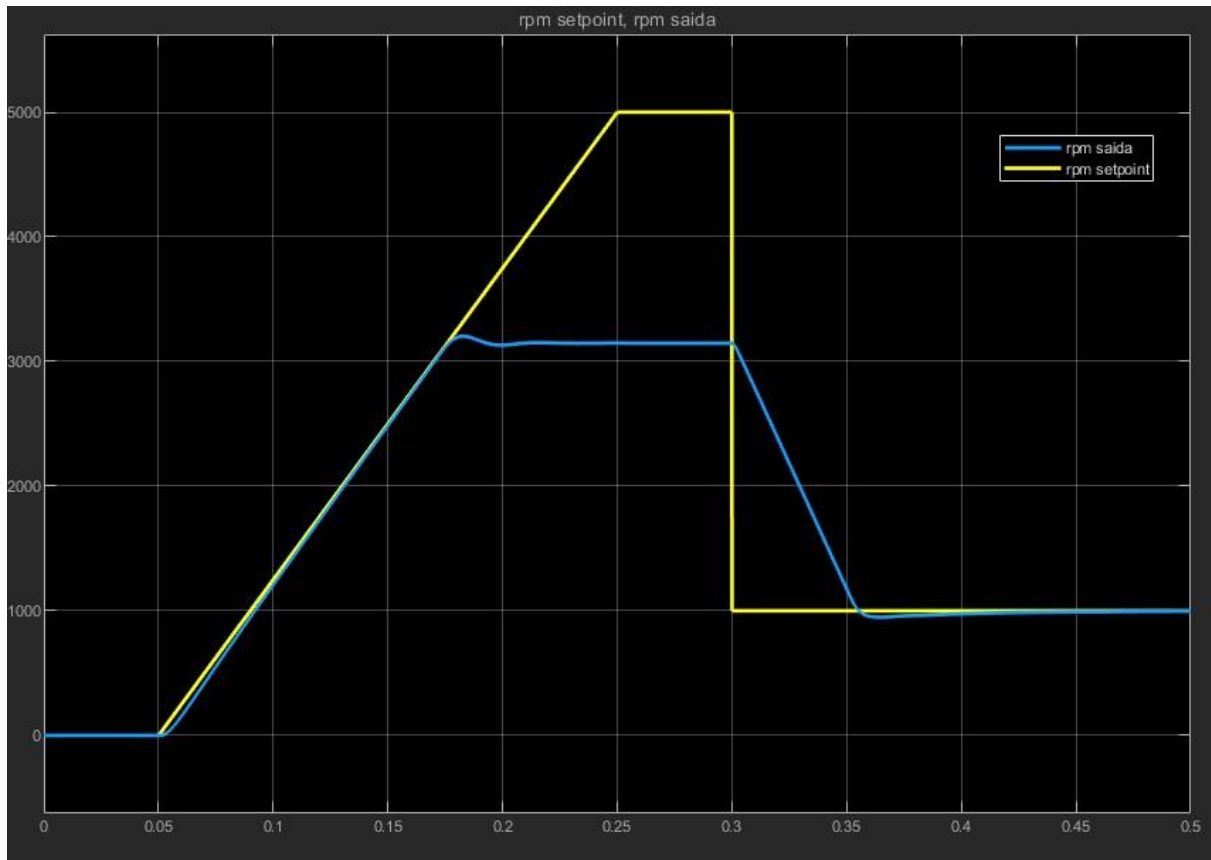
**Figura 24: Resposta do modelo eletrônico a uma entrada rampa com saturação.**

Nos dois casos o motor conseguiu seguir bem a entrada rampa, ficando basicamente coincidente com ela pouco tempo após o começo dela. Nos dois casos a limitação de velocidade real foi um pouco maior de 3000 rpm, isso ocorre por conta dos limitadores de tensão e corrente presentes nos controladores, ou seja, mesmo com entradas maiores o motor se mantém nos valores nominais. Este comportamento indica que os controladores irão proteger o motor contra possíveis danos causados por conta de tentativas de extrapolação de setpoint.

Foi somada a entrada rampa com entrada degrau.



**Figura 25: Resposta do modelo matemático a uma entrada rampa com saturação e degrau.**

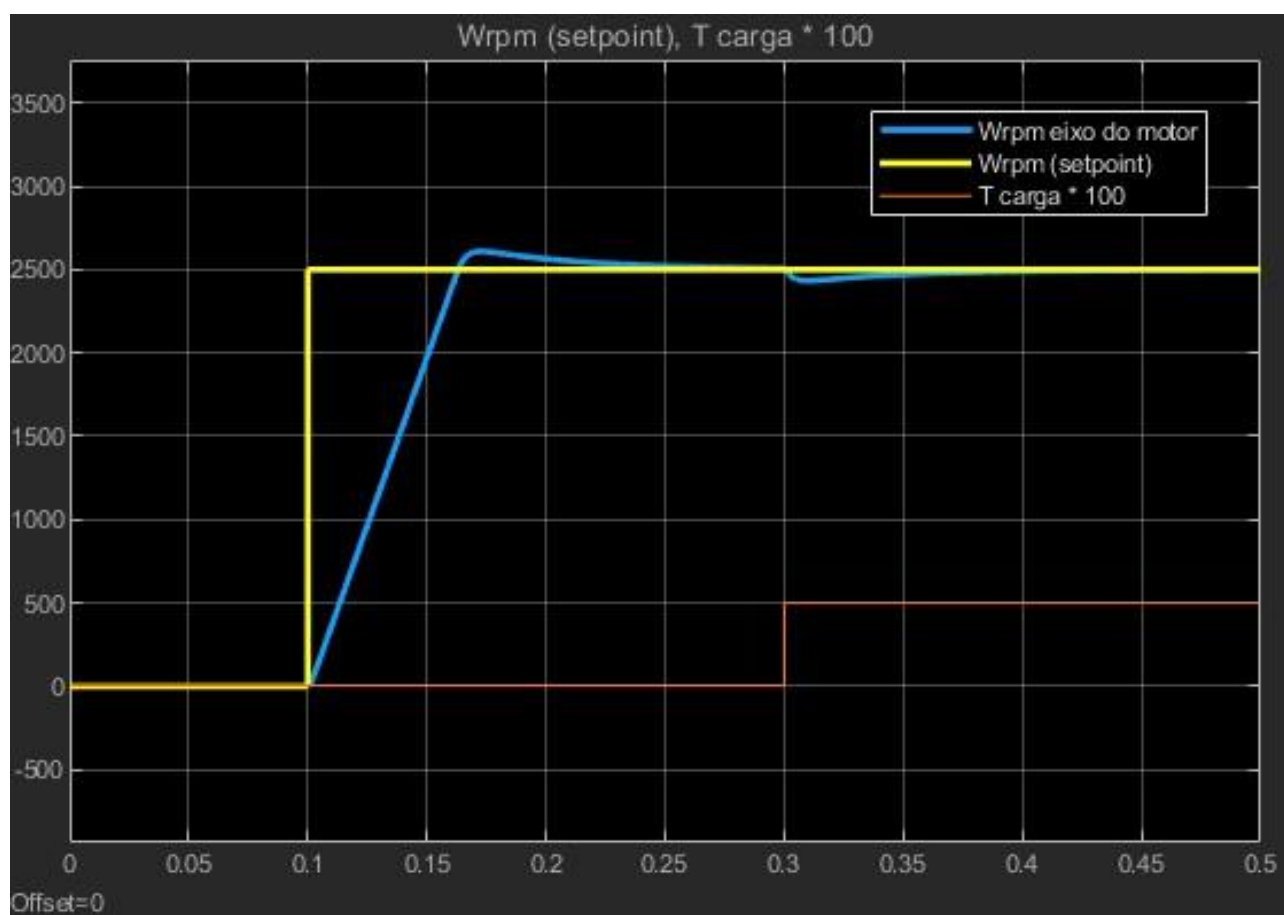


**Figura 26: Resposta do modelo eletrônico a uma entrada rampa com saturação e degrau.**

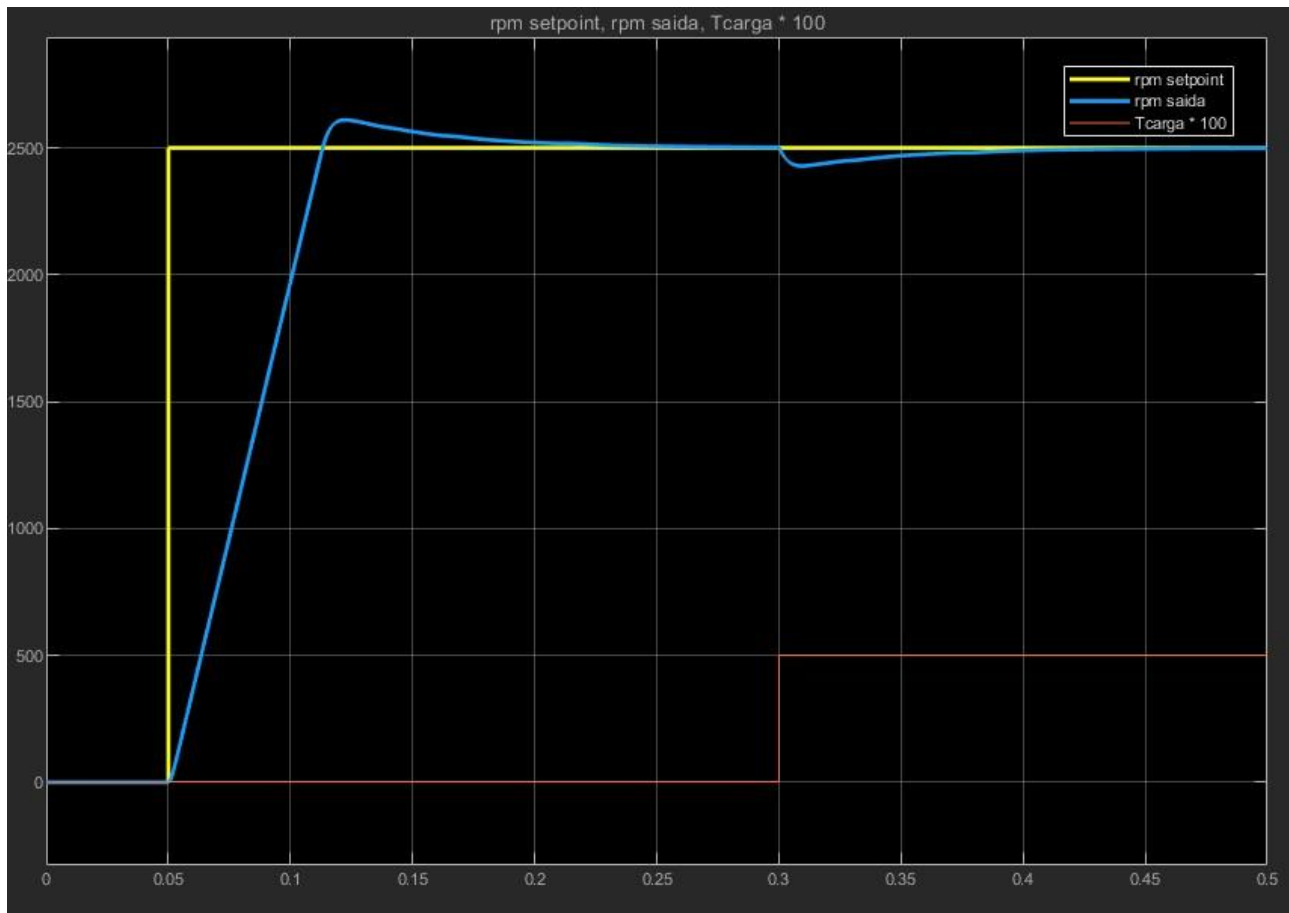
Novamente as duas malhas se comportaram bem, conseguiram seguir os setpoints de velocidade até os limites de saturação sem problemas e os tempos de estabilização continuaram próximos.

Agora serão feitos testes variando a carga mecânica presa ao eixo do motor (variação do torque  $T_L$ ). O torque máximo gerado pelo motor é  $T_{max} = 10,62 Nm$ . Nos gráficos o torque aplicado foi multiplicado por 100 para ficar visível junto aos gráficos de velocidade.

Em primeiro lugar, aplicado torque  $T_L = 5 Nm$  para avaliar o sistema com carga abaixo da máxima.



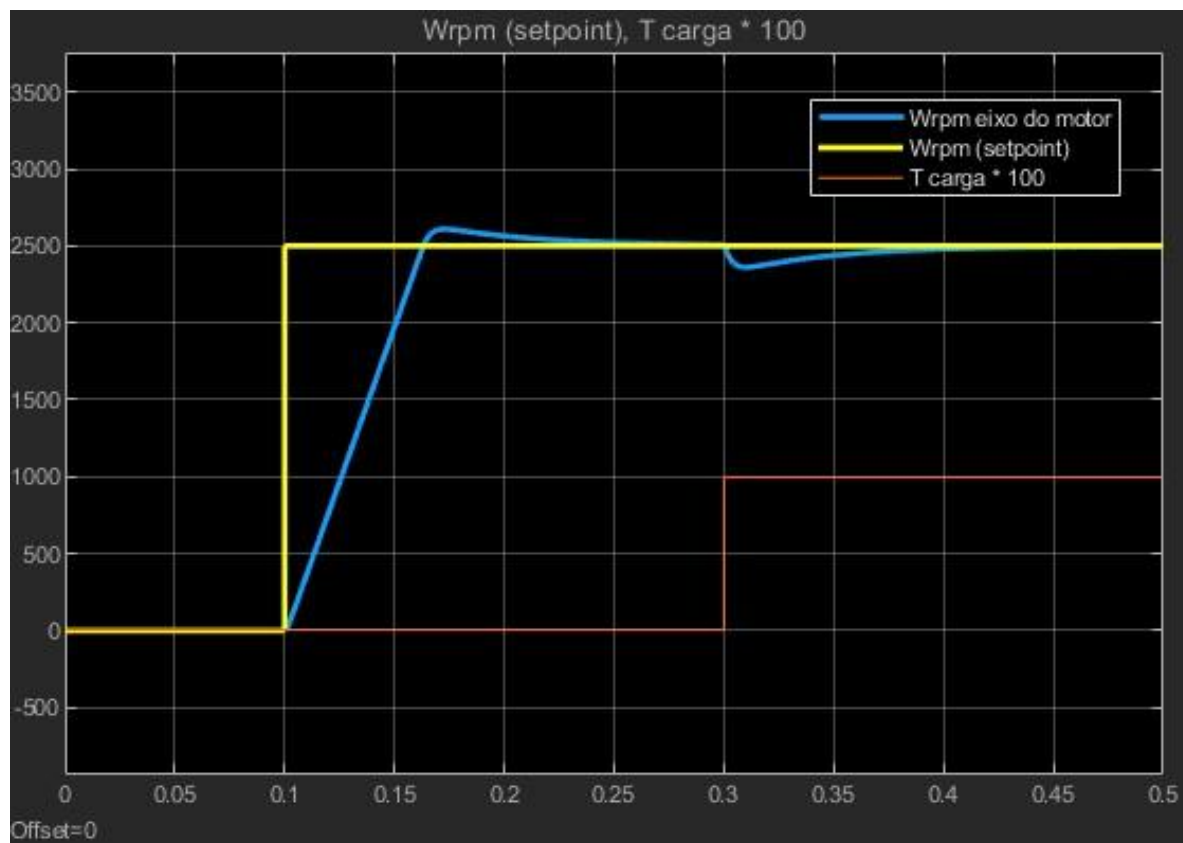
**Figura 27: Resposta do modelo matemático a uma entrada degrau de velocidade e variação no torque.**



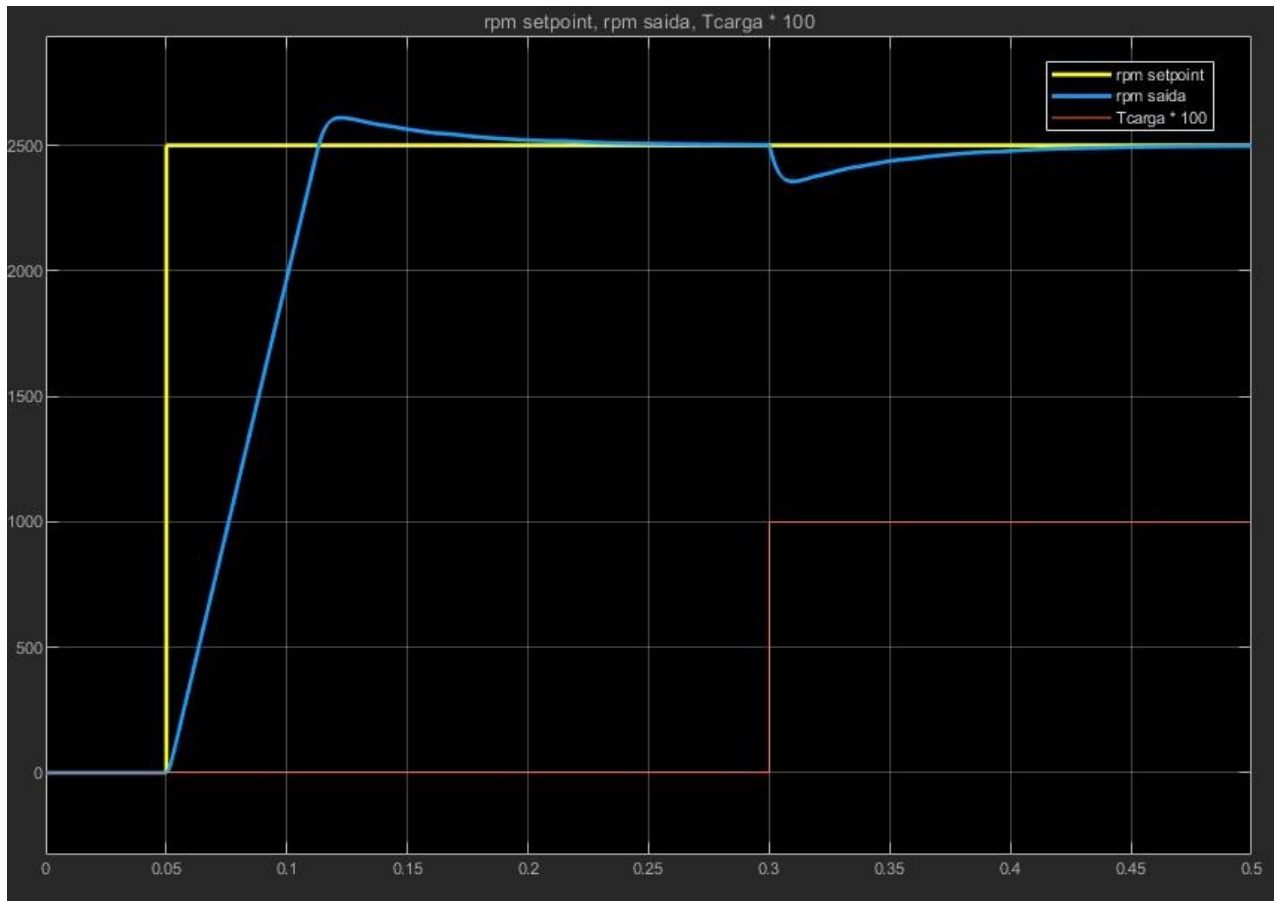
**Figura 28: Resposta do modelo eletrônico a uma entrada degrau de velocidade e variação no torque.**

Conforme esperado, uma entrada degrau no torque de carga faz com que a velocidade real reduza um pouco e o controlador volte a velocidade ao nível desejado na entrada. Ambos se comportaram da mesma maneira e os tempos de estabilização estão dentro do esperado.

Depois, mantidos os valores de velocidade e alterado o torque aplicado para  $T_L = 10 \text{ Nm}$ , valor bem próximo ao máximo.



**Figura 29: Resposta do modelo matemático a uma entrada degrau de velocidade e variação no torque.**

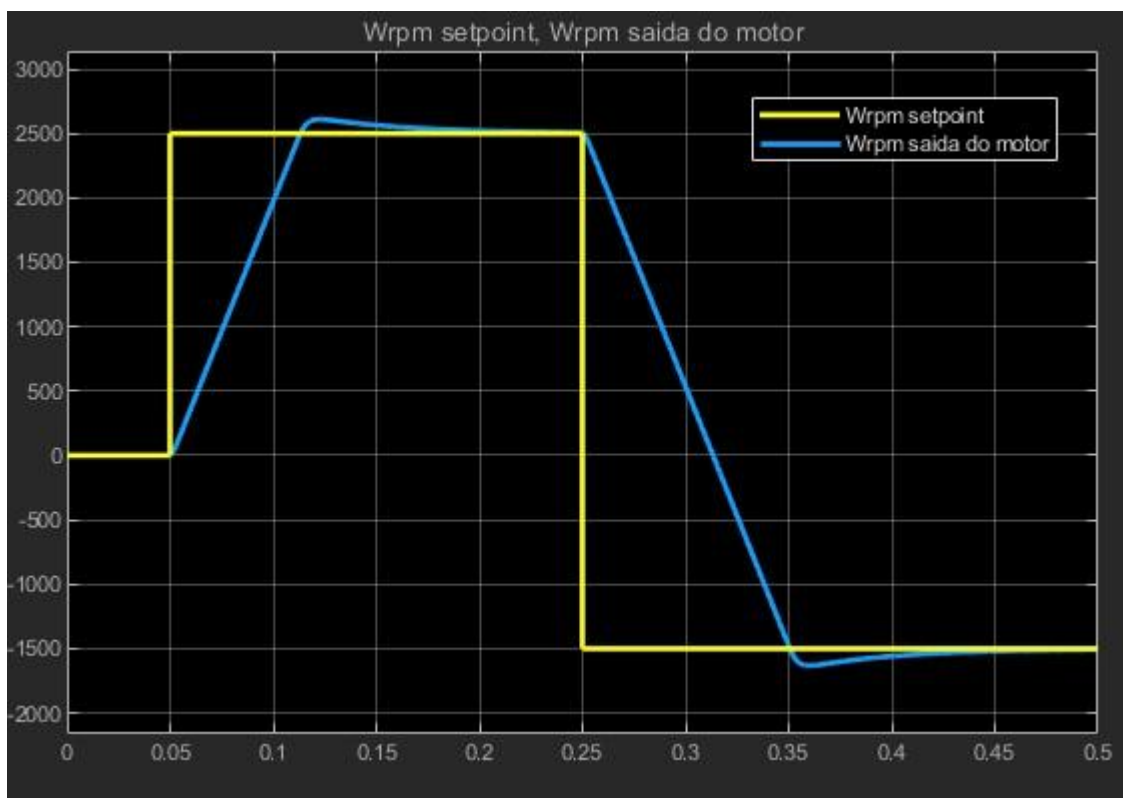


**Figura 30: Resposta do modelo eletrônico a uma entrada degrau de velocidade e variação no torque.**

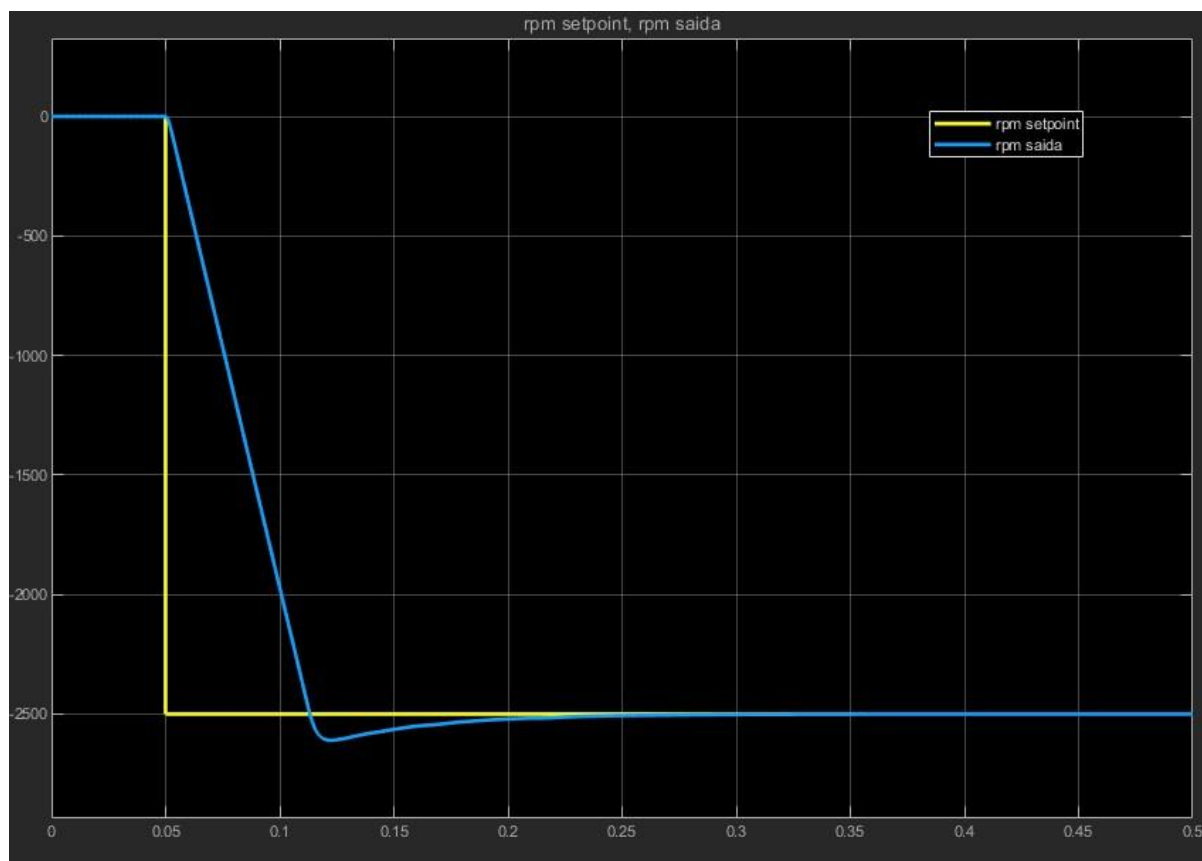
Da mesma forma que no caso anterior, colocando o torque da carga no valor máximo o motor se comportou conforme esperado tanto no modelo matemático quanto no eletrônico.

O último teste feito foi colocando um setpoint de velocidade negativa, ou seja, o motor tem que atingir a velocidade especificada no sentido contrário aos casos anteriores. Nos testes com valores negativos de referência o modelo matemático utilizando chopper matemático (Figura 13) não funcionou corretamente, a modelagem do chopper não conseguiu gerar valores de tensão negativa ao motor, o comportamento da tensão aplicada ficou desregulado. Sendo assim, foi utilizada a malha sem o chopper (Figura 08) que não possui o chopper matemático nos testes de velocidade negativa. O modelo eletrônico não apresentou problemas.





**Figura 30:** Resposta do modelo matemático sem chopper a uma entrada de velocidade negativa.



**Figura 31: Resposta do modelo eletrônico a uma entrada de velocidade negativa.**

Ambas malhas conseguiram atingir o setpoint de velocidade negativa de maneira muito semelhante às estabilizações dos casos positivos.