



ROB316 - Planification et contrôle

TP1 - Contrôle de robots unicycle et bicyclette

COELHO RUBACK Arthur
SANTOS SANO Matheus

Palaiseau, France

Novembre 2023

Résumé Cours

Au cours de la séance, on a défini qu'est un modèle cinématique et la différence entre le modèle cinématique direct et inverse, le direct est souvent plus facile à calculer mais l'inverse permet la traduction des commandes en actions et donc est plus utile.

Par ailleurs, on a présenté la définition des contraintes non holonomes et quelques modèles cinématiques, tels que l'unicycle, le tricycle, la voiture et un chariot avec remorque.

Dans la séance, le repère de Frénet a été présenté, surtout, pour suivi de chemin. Il est très important de fixer le repère dans un robot, il faut notamment que il soit identifiable. En suite,

L'idée de stabiliser un système au moyen d'une commande proportionnelle qui corrige l'état du système a été présentée. En outre, l'idée du contrôleur PID et ses propriétés ont été présentées. Dans le processus de stabilisation, il y a différentes étapes, telles que le dépassement (le plus petit possible est souhaité), l'erreur statique, le temps de montée et le temps de stabilisation jusqu'à ce que le régime stationnaire soit atteint, où il n'y a plus d'oscillation.

En outre, différents contrôleurs ont été présentés, tels que le PD qui a peu de dépassement mais beaucoup d'erreur statique, par opposition au PI qui a beaucoup de dépassement et peu d'erreur statique.

Différentes méthodes ont été présentées pour ajuster les gains d'un contrôleur, surtout la méthode Ziegler-Nichols, qui est utilisée dans diverses applications.

Introduction TP

Le TP vise à implémenter des contrôleurs proportionnels (P) sur des modèles simulés unicycle et bicyclette. Pour cela on utilise comme software Octave ou MATLAB.

Le contrôle sera fait avec trois objectifs, robot vers un point, robot vers une pose et finalement robot vers une trajectoire. Le robot doit atteindre son objectif le plus rapidement possible, en minimisant les oscillations.

La grande différence entre unicycle et bicyclette est que le seconde modèle n'est pas capable de se déplacer librement dans son plan 2D, non holonome.

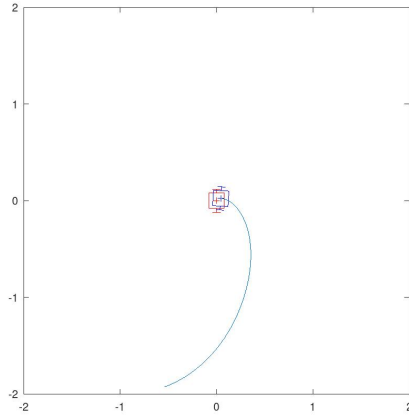
Question 1

Pour que le robot atteigne le but le plus rapidement possible avec le moins d'oscillations possible, deux contrôleurs Proportionnels (P) sont implémentés. L'un des contrôleurs est chargé d'ajuster la position actuelle du robot par rapport à la position de l'objectif et dispose d'un gain K_ρ . L'autre contrôleur est chargé d'ajuster l'orientation et a un gain K_α lorsque la distance entre la position actuelle et l'objectif est supérieure à 0,05 et un gain K_β dans le cas contraire.

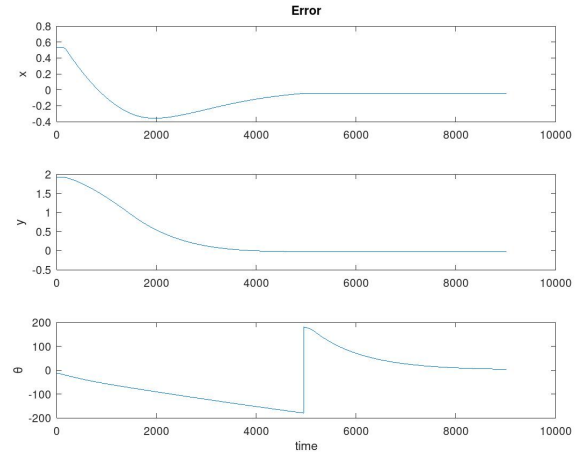
Vu que le système a deux situations différentes : $\rho < 0.05$ et $\rho \geq 0.05$, K_ρ et K_α seront d'abord réglés et ensuite K_β .

Itération 1 : $K_\rho = 1$, $K_\alpha = 1$, $K_\beta = 1$

Initialement, tous les gains ont été fixés à 1. De plus, on a fixé $\alpha_{max} = 1$. La position et la direction du robot dans cet état initial sont illustrées dans la Figure 1 et on observe que le système est lent, alors il faut augmenter le gain.



(a) Trajectoire du robot.

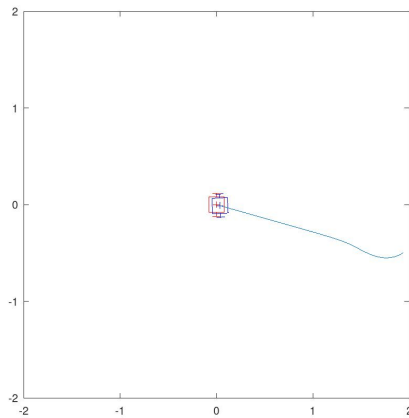


(b) Erreur de position et direction.

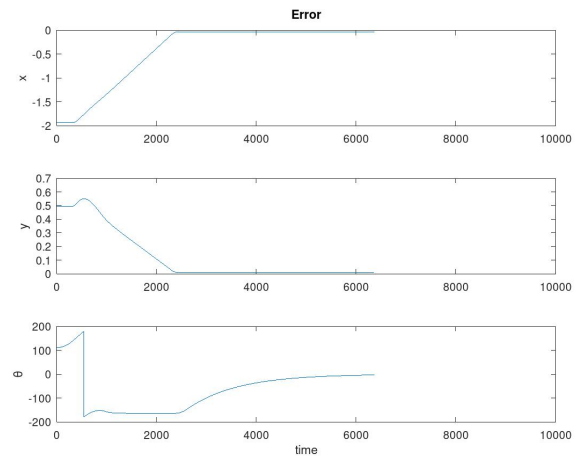
FIGURE 1 – Itération 1 du contrôle unicycle avec $K_\rho = K_\alpha = K_\beta = 1$.

Itération 2 : $K_\rho = 10$, $K_\alpha = 10$, $K_\beta = 1$

Lorsque on augmente K_ρ , le robot atteint son objectif plus rapidement, comme le montre la Figure 2. Cependant, il faut encore augmenter le gain jusqu'à le système présente une réponse oscillatoire d'amplitude constante.



(a) Trajectoire du robot.

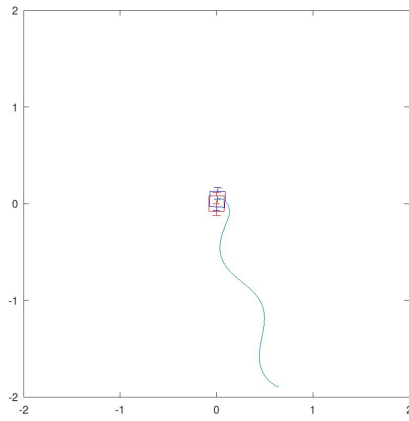


(b) Erreur de position et direction.

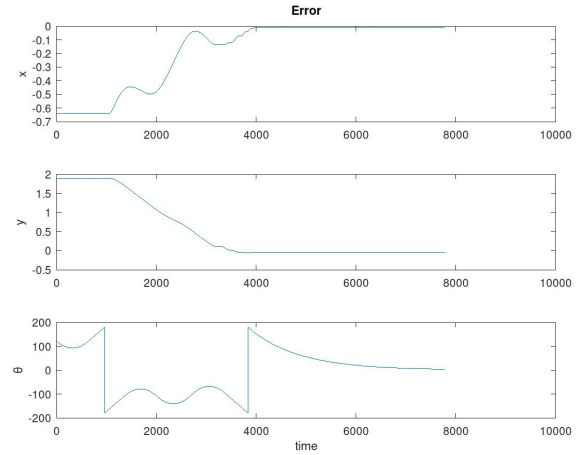
FIGURE 2 – Itération 2 du contrôle unicycle avec $K_\rho = K_\alpha = 10$ et $K_\beta = 1$.

Itération 3 : $K_\rho = 100$, $K_\alpha = 100$, $K_\beta = 1$

On augmente le gain jusqu'à ce que le système présente une réponse oscillatoire, obtenant $K_\rho = K_\alpha = 100$. Ainsi, $K_u = 100$.



(a) Trajectoire du robot.

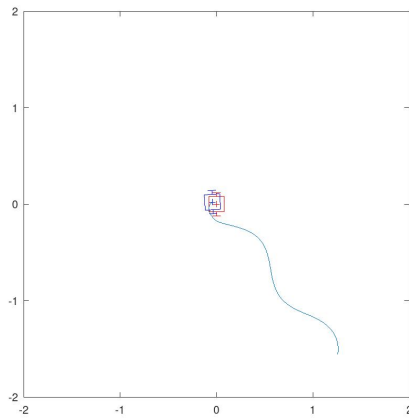


(b) Erreur de position et direction.

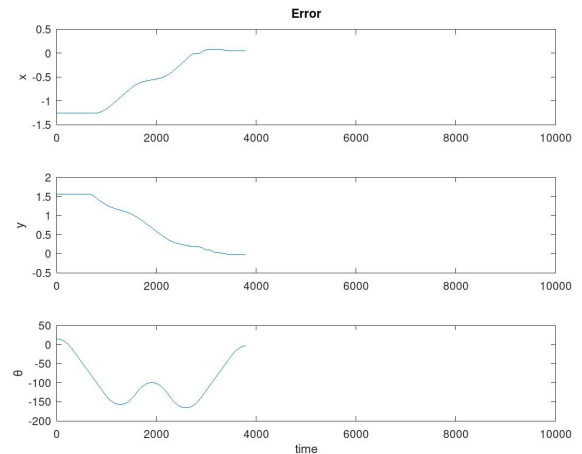
FIGURE 3 – Itération 3 du contrôle unicycle avec $K_\rho = K_\alpha = 100$ et $K_\beta = 1$.

Itération 4 : $K_\rho = 50$, $K_\alpha = 50$, $K_\beta = 1$

Selon la méthode de Ziegler-Nichols, comme $K_u = 100$, $K_\rho = K_\alpha = 0.5K_u$. Maintenant le système atteint le but rapidement mais présente toujours trop d'oscillation. Pour la prochaine itération il est proposé de se réduire radicalement le gain K_α .



(a) Trajectoire du robot.

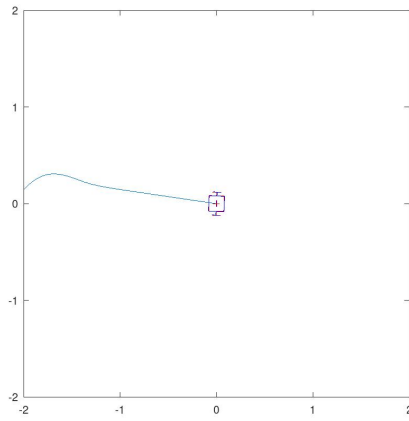


(b) Erreur de position et direction.

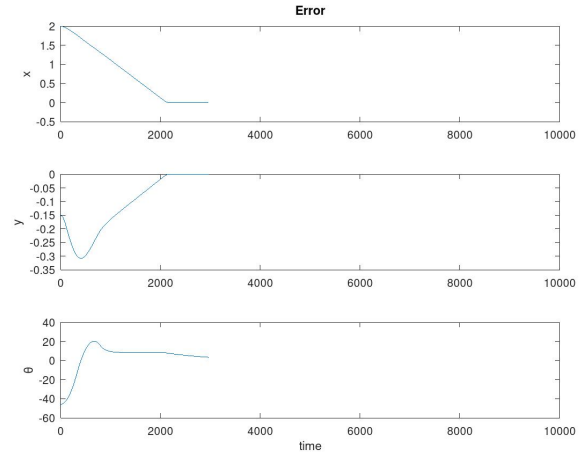
FIGURE 4 – Itération 4 du contrôle unicycle avec $K_\rho = K_\alpha = 50$ et $K_\beta = 1$.

Itération 5 : $K_\rho = 50$, $K_\alpha = 10$, $K_\beta = 1$

Le système atteint le but rapidement et presque sans oscillation, alors cette partie du contrôleur est bien réglée. Il faut ensuite régler l'autre partie du contrôleur : K_β . Il doit être augmenté, parce que le robot tourne lentement quand $\rho < 0.05$.



(a) Trajectoire du robot.

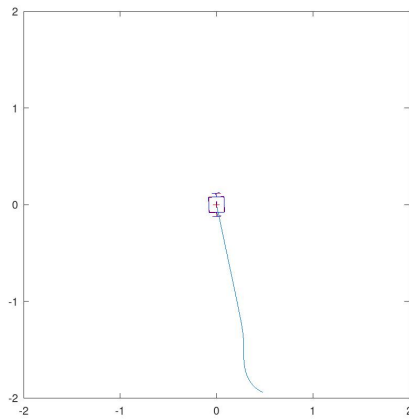


(b) Erreur de position et direction.

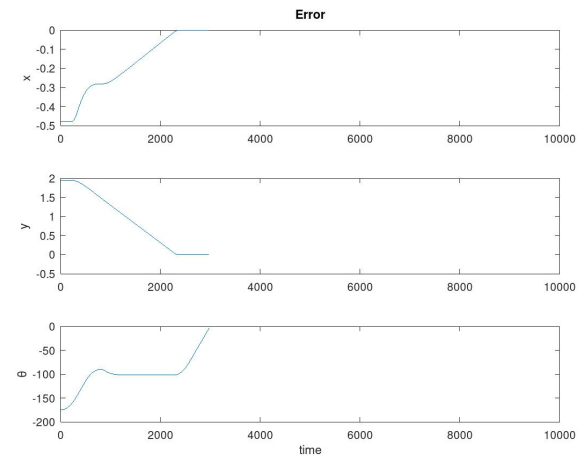
FIGURE 5 – Itération 5 du contrôle unicycle avec $K_\rho = 50$, $K_\alpha = 10$ et $K_\beta = 1$.

Itération 6 : $K_\rho = 50$, $K_\alpha = 10$, $K_\beta = 50$

Le système semble bien réglé et le score est désormais de 2010,4 et donc a été considéré comme satisfaisant.



(a) Trajectoire du robot.



(b) Erreur de position et direction.

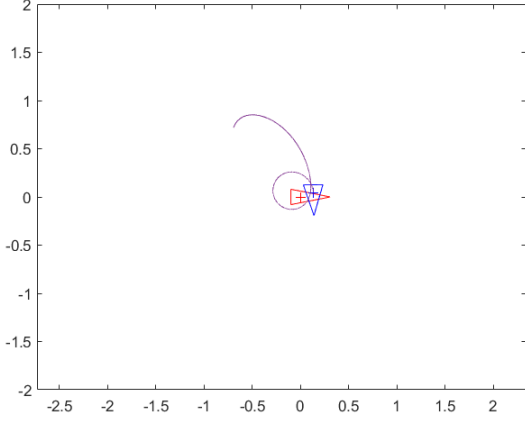
FIGURE 6 – Itération 6 du contrôle unicycle avec $K_\rho = 50$, $K_\alpha = 10$ et $K_\beta = 50$.

Question 2

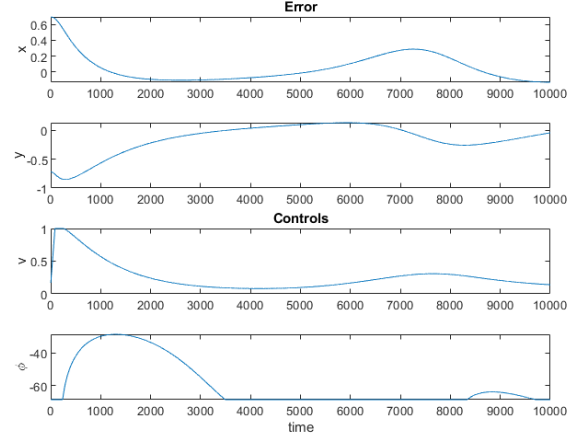
Afin qu'une bicyclette atteigne un point le plus rapidement possible sans osciller, deux contrôleurs Proportionnels (P) ont été implémentés avec les gains K_ρ et K_α . La méthode Ziegler-Nichols a été utilisée pour réguler ces gains.

Itération 1 : $K_\rho = 1$, $K_\alpha = 1$

Tous les gains sont initialement fixés à 1. Comme on peut le voir sur la Figure 7, le système est encore trop lent, il est donc nécessaire d'augmenter les gains pour accélérer le robot. Selon la méthode Ziegler-Nichols, les gains proportionnels doivent être augmentés jusqu'à ce que le système ait une réponse oscillatoire d'amplitude constante.



(a) Trajectoire du robot avec $K_\rho = K_\alpha = 1$.

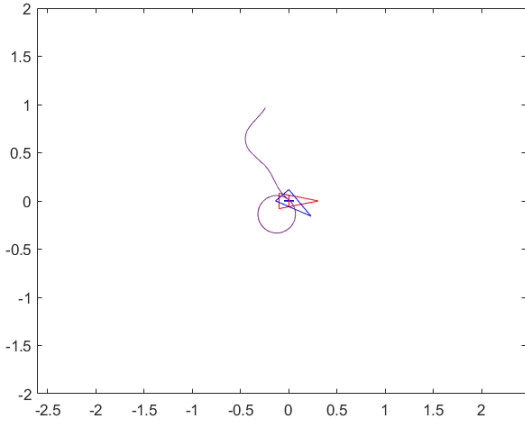


(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot avec $K_\rho = K_\alpha = 1$.

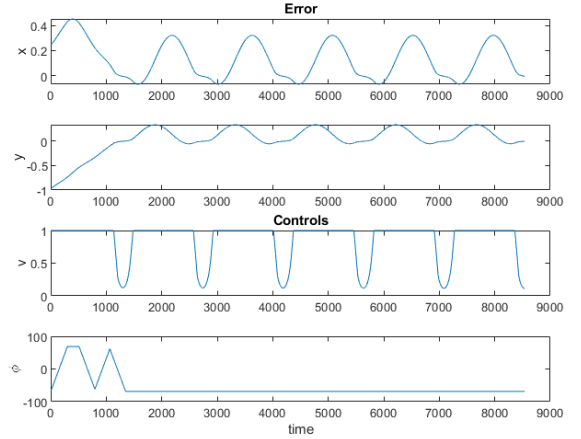
FIGURE 7 – Itération 1 du contrôle de bicyclette vers un point.

Itération 2 : $K_\rho = 16$, $K_\alpha = 16$

On augmente ensuite les gains jusqu'à ce que le système présente une réponse oscillatoire. Ainsi, avec des gains $K_\rho = 15$ et $K_\alpha = 15$, le système oscille comme le montre la Figure 8.



(a) Trajectoire du robot avec $K_\rho = K_\alpha = 16$.

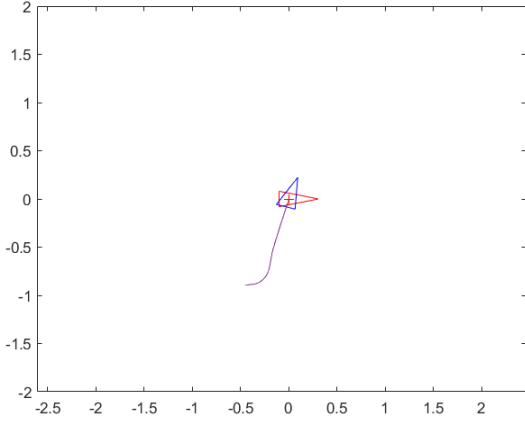


(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot avec $K_\rho = K_\alpha = 16$.

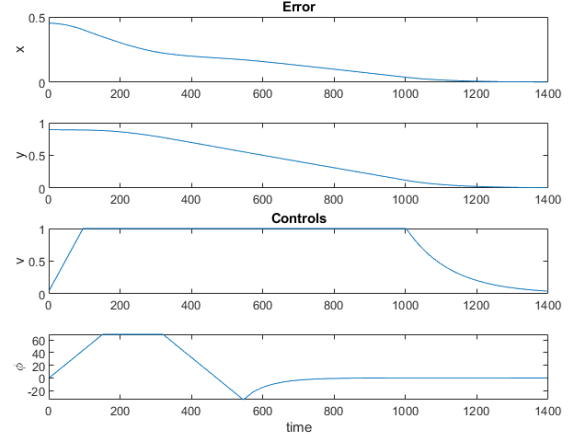
FIGURE 8 – Itération 2 du contrôle de bicyclette vers un point.

Itération 3 : $K_\rho = 8$, $K_\alpha = 8$

Selon la méthode Ziegler-Nichols, pour un contrôleur proportionnel, $K_u = 16$ et $K_\rho = K_\alpha = 0.5K_u$. Les gains ont donc été fixés à 8. La Figure 9 montre que le robot est effectivement capable d'atteindre son objectif plus rapidement avec peu d'oscillations. Cependant, le score obtenu est encore trop élevé (1614,9524). Il est donc nécessaire d'augmenter le gain K_ρ afin que le robot puisse atteindre son but plus rapidement.



(a) Trajectoire du robot avec $K_\rho = K_\alpha = 8$.

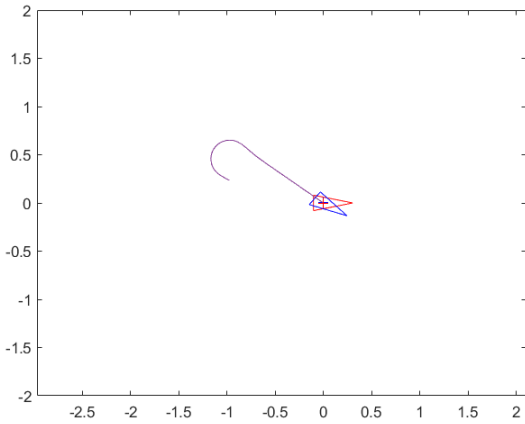


(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot avec $K_\rho = K_\alpha = 8$.

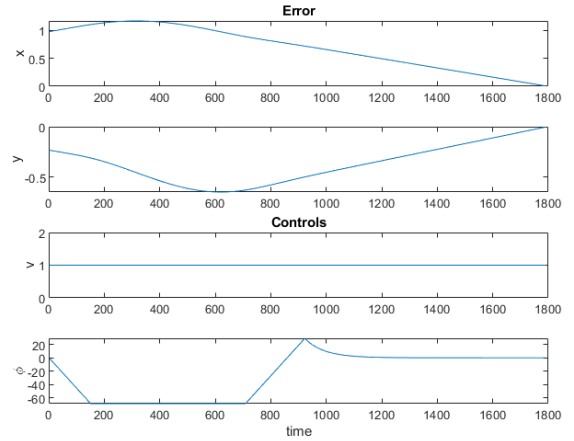
FIGURE 9 – Itération 3 du contrôle de bicyclette vers un point.

Itération 4 : $K_\rho = 167$, $K_\alpha = 7.5$

En augmentant K_ρ à 167, le robot parvient finalement à atteindre le but plus rapidement avec un score de 1350,6667. De plus, comme on peut le voir sur la Figure 10, le système n'a pratiquement pas d'oscillation. On peut donc conclure que le système est bien réglé.



(a) Trajectoire du robot avec $K_\rho = 167$ et $K_\alpha = 7.5$.



(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot avec $K_\rho = 167$ et $K_\alpha = 7.5$.

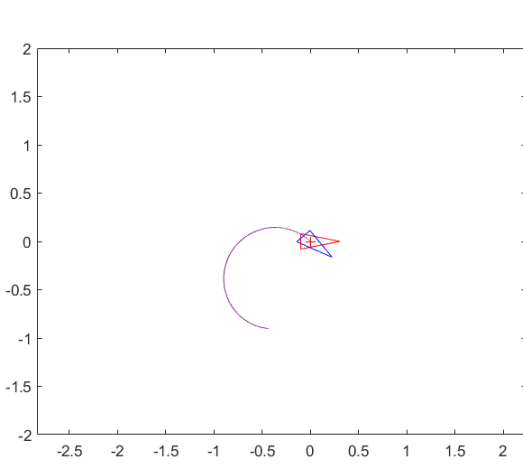
FIGURE 10 – Itération 4 du contrôle de bicyclette vers un point.

Question 3

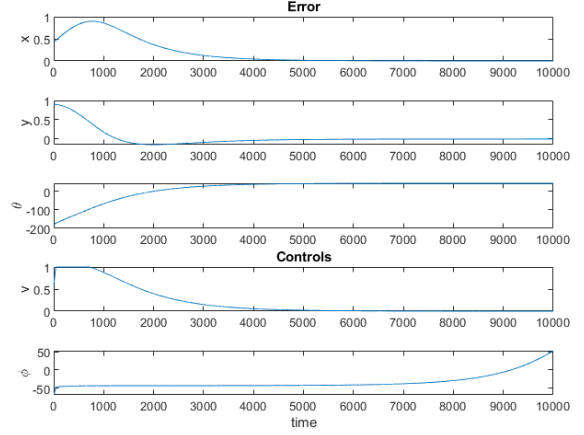
Dans ce cas, un contrôleur proportionnel doit être implémenté pour guider le robot vers une position avec une orientation finale fixée. Pour ce faire, trois contrôleurs proportionnels (P) avec des gains K_ρ , K_α et K_β ont été implémentés.

Itération 1 : $K_\rho = 1, K_\alpha = 1, K_\beta = -1$

Comme dans les autres cas, tous les gains sont fixés à 1. Dans la Figure 11, on voit que le système est trop lent et oscille. Il est donc nécessaire d'augmenter les gains K_ρ , K_α et K_β .



(a) Trajectoire du robot.

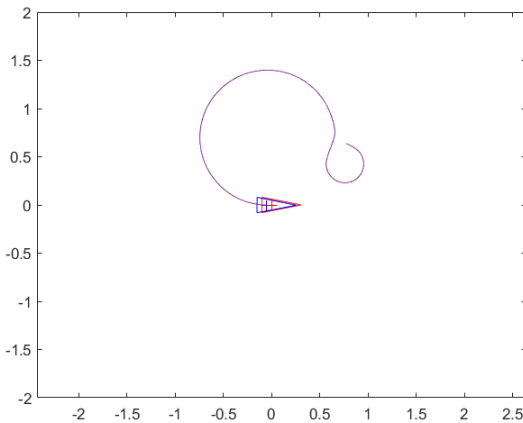


(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot.

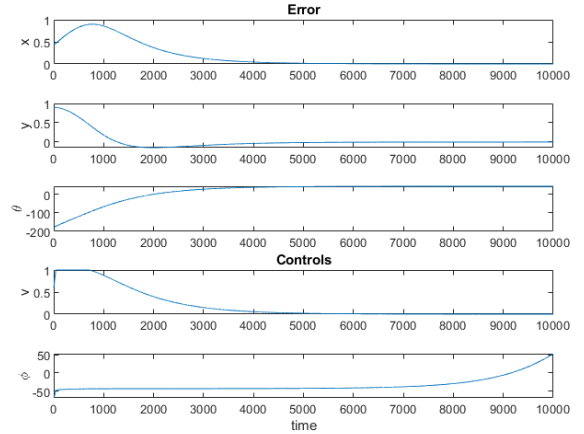
FIGURE 11 – Itération 1 du contrôle de bicyclette vers une position avec $K_\rho = K_\alpha = 1$ et $K_\beta = -1$.

Itération 2 : $K_\rho = 10, K_\alpha = 10, K_\beta = -10$

En augmentant tous les gains à 10, on peut voir sur la Figure 12 que le robot effectue une grande courbe afin que sa direction soit plus proche de celle souhaitée. Dans ce cas, le score obtenu est de 3463,9048.



(a) Trajectoire du robot.

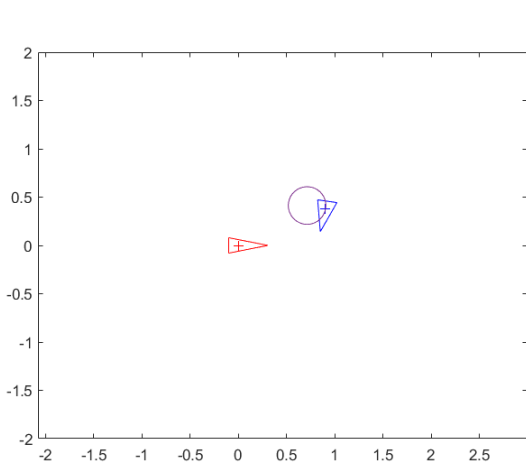


(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot.

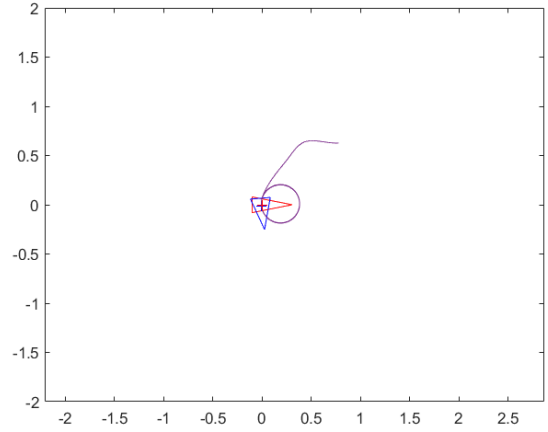
FIGURE 12 – Itération 2 du contrôle de bicyclette vers une position avec $K_\rho = K_\alpha = 10$ et $K_\beta = -10$.

Plus K_β est grand, plus la courbe effectuée par le robot est importante, de sorte que la direction du robot se rapproche de l'objectif. Si K_β est trop grand, le robot effectue une courbe plus importante, de sorte qu'il prend la direction souhaitée (Figure 13a). Si K_β est trop petit, le robot n'effectue pas une courbe assez importante et le robot arrive au objectif dans une direction différente de celle souhaitée, ce qui fait tourner le robot autour de la position du objectif

(Figure 13b). Il faut donc diminuer K_β pour que la direction du robot se rapproche de la direction souhaitée sans qu'il ne fasse un courbe trop important.



(a) Trajectoire du robot avec $K_\beta = -100$.

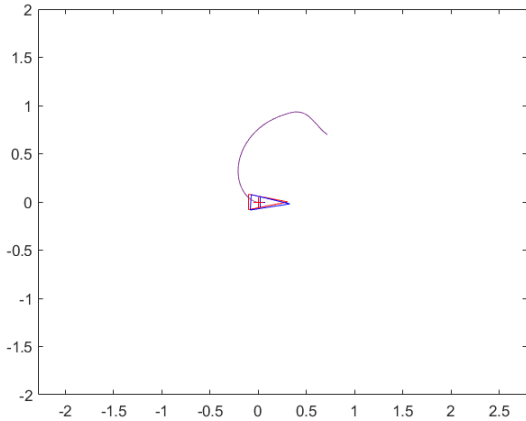


(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot avec $K_\beta = -1$.

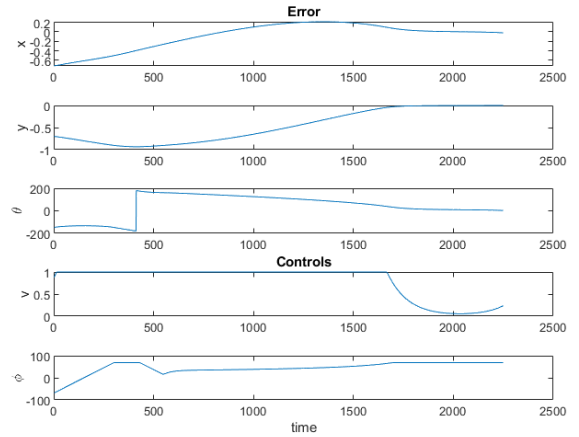
FIGURE 13 – Itération 2 du contrôle de bicyclette vers une position avec $K_\rho = K_\alpha = 10$.

Itération 3 : $K_\rho = 10$, $K_\alpha = 10$, $K_\beta = -6$

En fixant $K_\rho = 10$ et $K_\alpha = 10$, on sélectionne le K_β ayant le score le plus bas possible. On obtient ainsi $K_\beta = -6$ avec un score de 1803. En outre, il est possible de voir sur la Figure 14 que le robot effectue une courbe plus petite et, en même temps, la courbe n'est pas si petite que le robot tourne autour de la position de l'objectif.



(a) Trajectoire du robot.

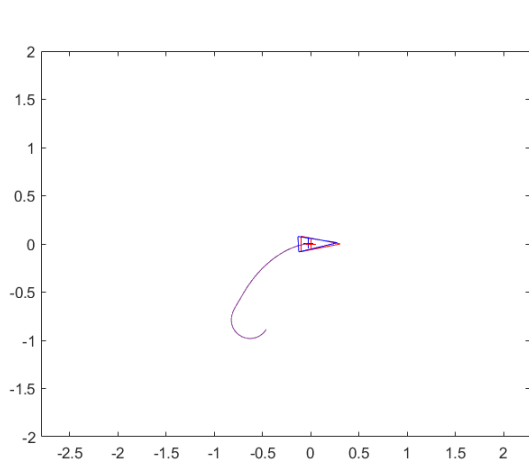


(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot.

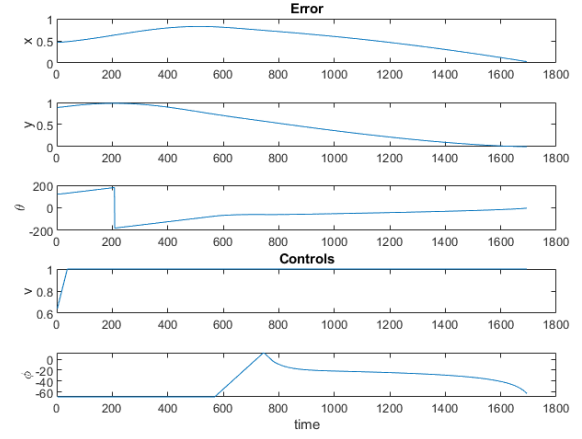
FIGURE 14 – Itération 3 du contrôle de bicyclette vers une position avec $K_\rho = K_\alpha = 10$ et $K_\beta = -6$.

Itération 4 : $K_\rho = 40$, $K_\alpha = 10$, $K_\beta = -6$

L'étape suivante consiste à ajuster le gain K_ρ de manière à ce que le robot atteigne la position cible le plus rapidement possible. Ainsi, on augmente le K_ρ pour que le robot atteigne le but le plus rapidement possible sans trop d'oscillations. Ainsi, le K_ρ obtenu est de 40, ce qui donne un score de 1679,381 et la trajectoire présentée sur la Figure 15.



(a) Trajectoire du robot.

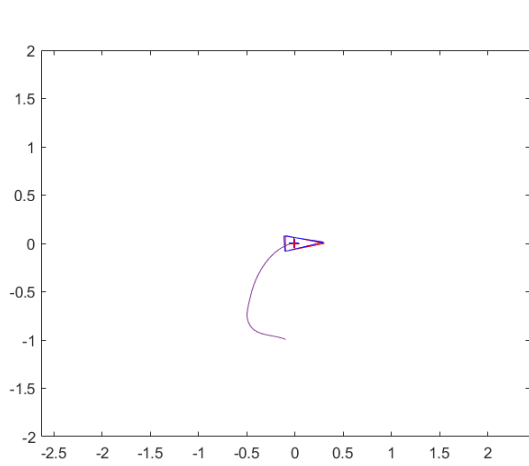


(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot.

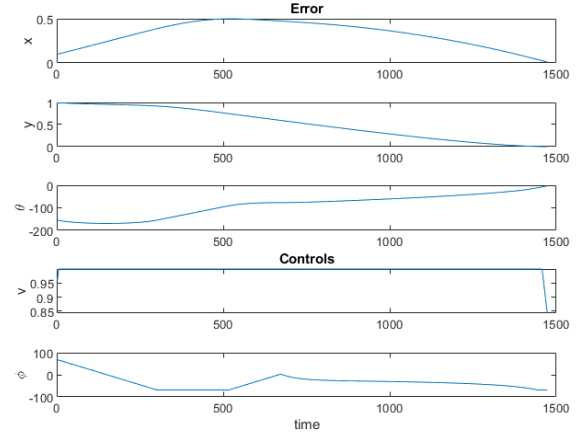
FIGURE 15 – Itération 4 du contrôle de bicyclette vers une position avec $K_\rho = 40$, $K_\alpha = 10$ et $K_\beta = -6$.

Itération 5 : $K_\rho = 40$, $K_\alpha = 10$, $K_\beta = -5$

Enfin, les gains sont ajustés pour réduire le score afin que le système n'oscille pas. Ainsi, le meilleur score obtenu sans oscillations est de 1565,7619 avec le gain $K_\beta = -5$.



(a) Trajectoire du robot.



(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot.

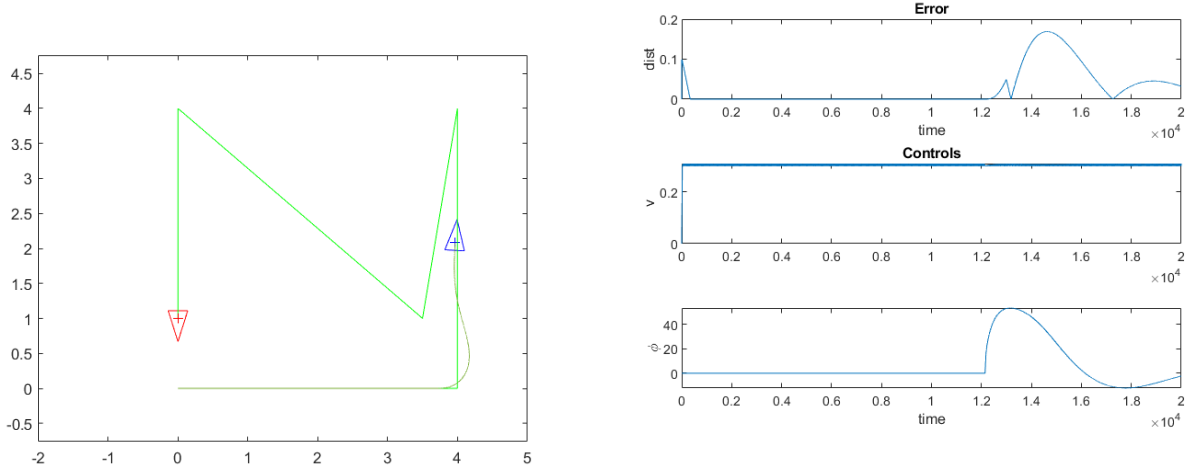
FIGURE 16 – Itération 5 du contrôle de bicyclette vers une position avec $K_\rho = 40$, $K_\alpha = 10$ et $K_\beta = -5$.

Question 4

Il s'agit maintenant d'implémenter un contrôleur proportionnel qui guide le robot pour qu'il suive une trajectoire. Pour ce faire, un point de la trajectoire est considéré un peu devant le robot si la distance est supérieure à 0,3. Deux contrôleurs proportionnels (P) avec des gains K_ρ et K_α ont donc été implémentés.

Itération 1 : $K_\rho = 1, K_\alpha = 1$

Au début, les deux gains ont été fixés à 1. Dans ce cas, comme le montre la Figure 17, le robot se déplace très lentement, en particulier dans les courbes où, en raison de sa faible vitesse, il met beaucoup de temps à revenir sur la trajectoire souhaitée.



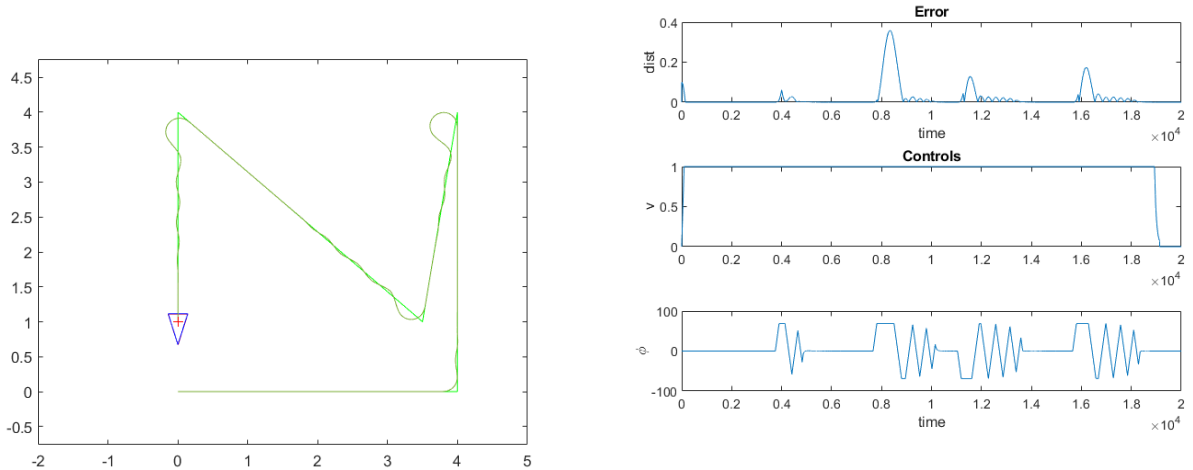
(a) Trajectoire du robot.

(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot.

FIGURE 17 – Itération 1 du contrôle de bicyclette selon un chemin avec $K_\rho = K_\alpha = 1$.

Itération 2 : $K_\rho = 13, K_\alpha = 13$

La méthode Ziegler-Nichols a été utilisée pour ajuster les gains K_ρ et K_α . On donc augmente les gains jusqu'à le système présente une réponse oscillatoire d'amplitude constante, en obtenant $K_\rho = 13$ et $K_\alpha = 13$. Ainsi, $K_u = 13$ et la trajectoire du robot avec ces gains est illustrée à la Figure 18.



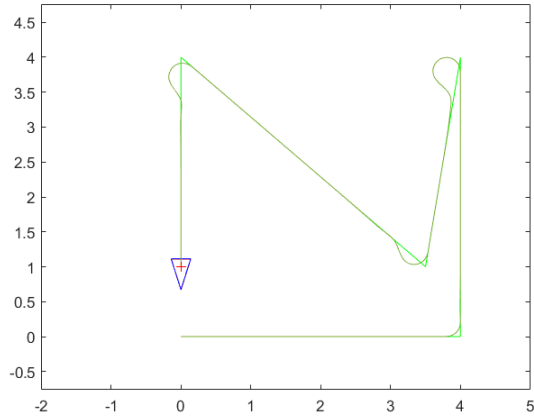
(a) Trajectoire du robot.

(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot.

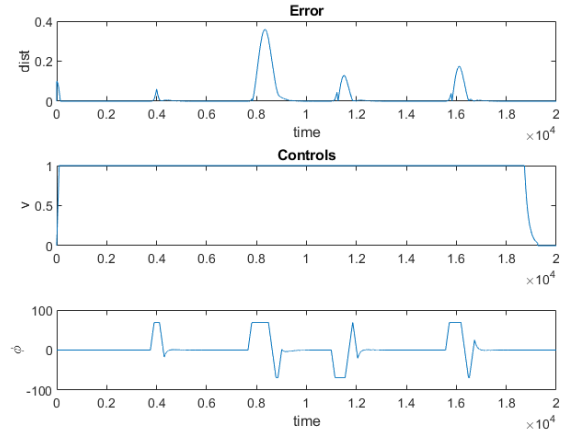
FIGURE 18 – Itération 2 du contrôle de bicyclette selon un chemin avec $K_\rho = K_\alpha = 13$.

Itération 3 : $K_\rho = 6.5, K_\alpha = 6.5$

Selon la méthode Ziegler-Nichols, pour un contrôleur proportionnel, $K_\rho = K_\alpha = 0.5K_u$. Les gains sont donc fixés à 6,5, ce qui donne un score de 363,8703 et une trajectoire illustrée à la Figure 19.



(a) Trajectoire du robot.

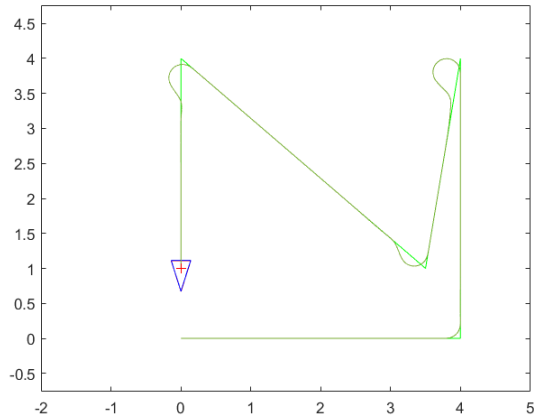


(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot.

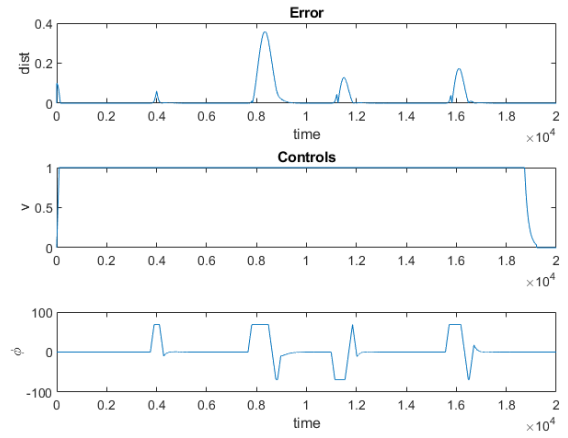
FIGURE 19 – Itération 3 du contrôle de bicyclette selon un chemin avec $K_\rho = K_\alpha = 6.5$.

Itération 4 : $K_\rho = 7$, $K_\alpha = 6$

Bien que le score soit acceptable, il est possible de le diminuer en modifiant légèrement les gains. Ainsi, avec $K_\rho = 7$, $K_\alpha = 6$, le robot est capable de suivre la trajectoire sans oscillations et d'atteindre le but le plus rapidement possible avec un score de 361,488, comme le montre la Figure 20.



(a) Trajectoire du robot.



(b) Erreur de position et direction, et variables de contrôle de vitesse du robot.

FIGURE 20 – Itération 4 du contrôle de bicyclette selon un chemin avec $K_\rho = 7$ et $K_\alpha = 6$.