[定式化]

各回において一緒になったことのない人とできるだけ同じグループになるように最適化する.

(全体を最適化するのは難しかった(解けなかった)ので一回毎の最適化とする。しかし依然として難しい.)

パラメータ (given)

$I = \{M_1, M_2, \cdots, M_p\}$: メンバーの集合 (計 p 人)

$J = \{G_1, G_2, \cdots, G_q\}$: グループの集合 (計 q 人)

C : $\{(M_1, M_2), \cdots, \}$: メンバーの組合せの集合 (${}_pC_2$ 組)

n_j : グループ $j \in J$ の定員 (ただし $\sum_j n_j = p$)

z_c : コンビ $c \in C$ が一度でも同じグループになったことがあれば1, そうでないとき0

決定変数

$x_{ij} \in \{0, 1\}$: メンバー $i \in I$ がグループ $j \in J$ に入るとき1, そうでないとき0

$y_{cj} \in \{0, 1\}$: コンビ $c \in C$ がグループ $j \in J$ に入るとき1, そうでないとき0

制約条件

(A) 全てのメンバーは必ずどこかのグループに入る

$$\sum_{j \in J} x_{ij} = 1 \quad , \quad {}^\forall i \in I$$

(B) 各グループには定員一杯までメンバーを入れる

$$\sum_{i \in I} x_{ij} = n_j \quad , \quad {}^\forall j \in J$$

(C) y_{cj} はコンビ $c \in C$ がグループ j に入るとき 1
そうでないとき 0

$$2 y_{cj} \leq x_{i_1, j} + x_{i_2, j} \leq y_{cj} + 1$$

$${}^\forall c = (i_1, i_2) \in C \, , \, {}^\forall j \in J$$

($x_{i_1, j}$ と $x_{i_2, j}$ が両方 1 のときのみ y_{cj} は 1 をとる)

目的関数

一度も同じグループになったことのないコンビ c ($z_c = 0$) が
同じグループになったとき ($y_{c*} = 1$) に値を持つ.

$$f = \sum_{c \in C} \sum_{j \in J} w_c \overbrace{(1 - z_c) y_{cj}}$$

コンビ c に重み付け
- 不遇な人 (色々な人と話せてない人)
- 主役

が絡むコンビは大きくなるようにする.

最適化問題

$$(P) \quad \underset{x, y}{\text{maximize}} \; f \quad \text{s.t. 制約 (A)} \sim \text{(C)}$$