|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 管理番号 | B | | |  |  |  | **-** |  |  |  |  | **-** |  |  | **-** | |  |  | |  | | 承認 | | 照査 | | 作成 |
| ﾀｲﾄﾙ： | | | 連分数によるワインド比の判定について | | | | | | | | | | | | | | | | | | |  | |  | |  |
| ﾃｰﾏ： | | ＊＊＊＊＊ | | | | | | | | | | | | | | ｻﾌﾞﾃｰﾏ: | | | ＊＊＊＊＊ | | | | | | | |
| 設計ﾘｰﾀﾞｰ： | | | | ＊＊＊ | | | | | | | | | | | | ﾌﾟﾛｼﾞｪｸﾄNo： | | | | | \*\*\*-\*\*\*\*\* | | ﾌﾟﾚｰﾄNo： | |  | |
| 設計担当者： | | | | ＊＊＊　＊＊＊　＊＊＊ | | | | | | | | | | | | 分類記号： | | | | |  | | 分類記号： | |  | |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 改訂番号 | 改訂目的・理由 | 承認 | 照査 | 作成 | 作成日 |
| 第１版 | 新規作成 |  |  |  | \*\*\*\*.  \*\*.\*\* |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 通知先 | | | |
| 技術本部長 | 制御Ｇ |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  | ○ |  |  | |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

改訂履歴詳細

第１版

* 新規作成

目次

[1 概要 3](#_Toc339555602)

[2 連分数について 3](#_Toc339555603)

[2.1 連分数とは 3](#_Toc339555604)

[2.2 連分数の性質 4](#_Toc339555605)

[3 ワインド比 4](#_Toc339555606)

[3.1 ワインド比の分数表現 4](#_Toc339555607)

[3.2 ワインド比の連分数展開 5](#_Toc339555608)

[3.3 連分数の各次数での分数表現 5](#_Toc339555609)

[4 連分数による綾目の判定 8](#_Toc339555610)

[A. 各種証明 9](#_Toc339555611)

# 概要

本書は、ワインド比巻における綾目の形成について、連分数展開を用いて問題となるワインド比を除くための方法について、数学的な見地から述べたものである。

# 連分数について

## 連分数とは

連分数は、分母に更に分数が含まれているような分数のことをいう。特に、分子が全て1の場合を正則連分数や単純連分数という。例えば、次のような形である。

 ()

本書では、単純連分数のみ扱う（以下単に連分数）。ただ、この書き方だと紙幅を多く使うので、次のような表現を使うことが多い。

 ()

 ()

数学的には、次のような定義になる。

今、a0を整数、anを正の整数であるような数列



がある時、数列Pn, Qnを次のように定義する。

　　 ()

この時、連分数は以下のようになる。

 ()

## 連分数の性質

連分数には、以下の性質がある。

 ()

 ()

 ()

また、

が成立する時（x,yは互いに素な正の整数）なる分数y/xは無数に存在するが、が成立するような分数y/xは存在しない（式(7)の絶対値が0より大きく1より小さい数であることから明らか）。これは、ワインド比の判定をする上で重要である。

本書では、の添字nを連分数展開での次数と呼ぶことにする。（なお、ワインド比におけるn次のリボンと言う表現の次数とは全く別物である。）

# ワインド比

## ワインド比の分数表現

ワインド比の定義とは次のとおりである。

 ()

ワインド比の表現方法は、これ以外にもある。

 ()

ワインド比の判定では、次の表現を使う。

 ()

## ワインド比の連分数展開

ワインド比を連分数展開した場合、ワインド比は有限な有理数なので分数表現は有限個で終わる。例えば、W=6.48192の場合は次のとおりである。



ワインド比6.48192は5次の連分数展開で収束したわけである。念のため、検算しておくと、



となり正しいことがわかる。連分数を上記のように順に計算していくと、有理数を分数の形に変換できることがわかる。しかも、計算途中で現れるすべての分数は既約分数（分母と分子が互いに素）である。

## 連分数の各次数での分数表現

設定したワインド比で巻いた時に、糸がどう置かれるのかを考えるとき、



の形に直すと都合が良くなる。そもそもワインド比の定義というのは、BHの回転とTRのサイクル数の比である。と言うことは、上の式は、「BHが（N＋ε）回転した時にTRがJサイクルする」と言い換えることが出来る。この時のεが1回目に糸が置かれた場所との回転方向のズレ（回転量）を示していることになる。εにπと巻径を掛けることで実際の距離を求めることができる。

では、連分数の各次数での分数表現を求めるということはどういう意味があるかというと、最初に置かれた糸に次に行かれた糸が徐々に近づいて行くさまを見ることが出来るということである。

例えば、6.48192を連分数の各次数での分数を使って置き換えてみると次のようになる。

|  |  |
| --- | --- |
| 0次(W0) |  |
| 1次(W1) |  |
| 2次(W2) |  |
| 3次(W3) |  |
| 4次(W4) |  |
| 5次(W5) |  |

これら各次数での分数表現におけるεは回転量なので、この時の巻径を用いて実際の距離に変換すれば、糸が元の位置に対してどれだけずれているのかがわかる。巻径＝124.9mmとすると次のようになる

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **次数(i)** |  |  |  |  |
| 0次 | 6 | 1 | ＋0.48192 | ＋189.1mm |
| 1次 | 13 | 2 | －0.03616 | －14.2mm |
| 2次 | 175 | 27 | ＋0.01184 | ＋4.65mm |
| 3次 | 538 | 83 | －0.00064 | －0.25mm |
| 4次 | 9859 | 1521 | ＋0.00032 | ＋0.13mm |
| 5次 | 20256 | 3125 | －0.00000 | ±0.0mm |

5次の場合は、0.0mmなので全く重なってしまうが、BHが20256回転しTRが3125往復しているので、重なっても元の位置にある糸はそれまでに巻かれた糸によって埋まってしまっているため問題にはならない（リボンにはならない）。

ワインド比巻きで問題になるのは、綾目の隙間が大きくなることで巻密度が下がり、高周波音を発することである。問題になりそうな綾目は、この例で行けば3次の場合に置かれた糸での綾目である。（2次も糸の太さによっては問題になるかもしれない。）しかし、TRのサイクル数を見ると83トラバースもしており、十分にその間は埋まっているであろうとの判断ができる。

ここで、疑問に思われるのは、「この表にないTR回数（分母）が例えば3や4の場合は問題ないのか？」ということである。しかし、連分数の性質により、

 ()

の連立不等式が成立する正の整数x,yは存在しない。言い換えると、

 ()

ということである。従って、この表の0次を除くJトラバース回数以外で、最初に置かれた糸に対して平行に糸が置かれても、この表の距離より近づくことはない。

つまり、連分数による各次数の分数表現は、分母が単調増加の場合の近似値を示していることになり、巻きに置き換えると、トラバース回数を重ねながら糸が元の位置に徐々に近づいていくさまを少ない計算量で調べることが出来る最良の方法と言える。

なお、何度も言うがここでいう次数とは、n次のリボンという場合の次数とは全く違うので混同しないようにしてほしい。

例としてあげたワインド比の、各次数における回転方向のずれ量（δn）は、次のような関係になる。



ここでδ5＝0なので、糸は＋側→－側→＋側→…と最初に置かれた糸に対して両側に交互に置かれ、次第に元の位置に戻ってくることがわかる。

糸の置かれ方のイメージは、次のような図で表せられる。この図は、パッケージを展開した図で、黒線が最初に置かれた糸である。（この図では途中置かれていく糸は描いていない）



# 連分数による綾目の判定

このように、ワインド比を連分数展開し、連分数の各次数で（N＋ε）／Jという形に変形することで、綾目の判定が可能になると考えられる。

現状（PicA2）の判定方法は、**δnがある一定の値以下の時に、Jがある一定以上の値であるか**どうかで、判定している。

例えば、δ判定値＝3.00mm、J判定値＝50とすると、連分数の各次数でのδ(=ε×π×D)が3.00mm以下の場合に、Jが50以上ならOKとし、50未満なら不可としている。

この2つの判定値は、糸の太さに応じて変える必要が有ると考えられる。ある糸でOKとしても、糸が細くなれば糸が同じ軌跡を描いても、綾目によってできる空間は糸が細くなった分広がることになり、結果として高周波音が目立つことも考えられるからである。

糸太さに応じたδとJの判定値の自動計算は今後の課題である。

また、逆に綾目を立てたい場合は、あるJの範囲でδがある範囲に入るように選別すればよい。産資においては有効となりそうである。

# 各種証明

 ()

 ()

式(15)より、連分数のi次分数と(i-1)次分数の差ΔCは、



になる事がわかる。（分子が1か-1であり分母が1より大きな整数であるから）

よって、連分数のi次分数と(i-1)次分数の間には、分母がi次分数の分母と(i-1)次分数の分母の間となるような分数は存在しない。